Universidade do Minho

2ºSemestre 2020/21

(MIEI, 3ºAno)

Modelos Estocásticos de Investigação Operacional

Trabalho Prático

(Problema de Gestão de Inventários)

Identificação do Grupo

Número	*Nome Completo*
A89468	Júlio Miguel de Sá Lima Magalhães Alves
A89537	Leonardo de Freitas Marreiros
A89616	Eduardo Benjamim Lopes Coelho
A89618	Henrique Gabriel dos Santos Neto

Rubricas

Benjamim Coelho

Data de Entrega: 2021-04-26

1 Introdução e Contextualização

Este trabalho tem como objetivo a abordagem do processo de desenvolvimento de um modelo estocástico por forma a avaliar qual a melhor política a estabelecer para a gestão de inventário da empresa Café&Afins.

Café&Afins é uma empresa multinacional que importa café do Brasil e o distribui por vários países da Europa e tem vindo a ter um crescimento no volume de vendas nos últimos anos.

Durante os últimos anos, o responsável pela gestão do armazém da empresa tem notado que a politica de encomenda atual tem trazido problemas como o stock excessivo em certas alturas do ano ou a sua falta no caso de atraso na entrega das encomendas.

Com isto, a Café&Afins pretende agora adotar uma política de gestão de inventário (s,S) que funciona exatamente como a politica de ciclo de encomenda. Neste caso são feitas revisões em intervalos regulares de $\underline{t}$, 4 semanas, as encomendas são feitas caso o stock em mão desça abaixo do nível de encomenda, $\underline{s}$. Finalmente, a quantidade a encomendar é variável, igual ao nível de referência $\underline{S}$ menos o stock em mão. Além disto, nesta politica não se pretende que haja mais do que uma quebra de stock a cada dois anos.

Quanto aos outros dados do problema, sabemos que o prazo de entrega pode variar, podendo ser uma, duas ou três semanas, cujas probabilidades p1,p2,p3 de ocorrência são: 0.27, 0.53 e 0.20, respetivamente. A quantidade de encomenda e nível de encomenda atuais são 1700 e 1200 sacos de café. Os custos de encomenda são 1500 euros, os custos de posse anual são 15% e os custos de quebra estão estimados em 36 euros por saco. Finalmente, o preço de compra do café tem um preço médio de 115 euros por saco.

2 Formulação do Problema

Aumento na produtividade, melhoria no serviço ao cliente e uma visão mais clara do stock são consequências de um bom controlo de stock. Este controlo apenas é possível com a implementação de boas estratégias e ferramentas, de modo a manter resultados positivos. Uma gestão eficiente e equilibrada de stock garante a minimização e prevenção de erros operacionais.

Um bom controlo de stock acontece quando um negócio tem conhecimento de cada produto no armazém, conhece o seu valor, sabe que produtos vendem mais e os que correm o risco de ficar em excesso. Ao mesmo tempo, sabe quando é a altura certa de comprar novos produtos. Melhorar o controlo de stock é a solução necessária para aumentar os lucros da empresa.

Desta forma, o problema passa por, inicialmente, analisar os resultados de anos passados e identificar falhas ou pontos que poderiam ter sido melhorados como valores de quantidade e nível de encomenda que conduziriam a menores custos e/ou menor quantidade de quebras.

De seguida, é feita uma previsão dos valores ótimos para a nova política (s,S) para 2021 com base nos valores obtidos nos anos anteriores.

Para terminar, é implementado um modelo de simulação do funcionamento do sistema de gestão pretendido tendo em conta diferentes valores de $\underline{s}$ e $\underline{S}$ e uma analise comparativa dos resultados obtidos identificando por fim a solução ótima que deve ser implementada.

3 Questões

3.1 Questão 1

Um bom controlo de stock passa pelo conhecimento de cada produto no armazém: o seu valor, quais os produtos vendem mais e os que correm o risco de ficar em excesso. Nesta visão, começamos por analisar os valores de anos transatos e por identificar cenários que iriam levar a menores custos e quebras.

Ao analisar os dados referentes às procuras semanais dos diferentes anos, foi identificado um padrão claro. Este padrão consiste em duas alturas do ano em que a diferença na procura de sacos de café é bastante distinta. Decidimos designar estas épocas por época alta e época baixa. Este padrão é claro no seguinte gráfico:

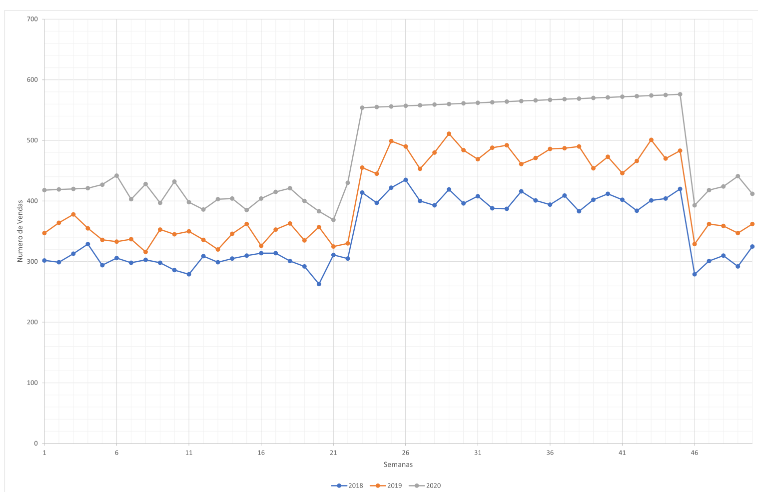


Figura 1: Valores das procuras médias semanais

Primeiro calculamos os valores que foram utilizados pelo gestor do armazém em 2020, para depois poder comparar com os dois estudos que foram realizados: uma politica de nível de encomenda anual ou uma politica de nível de encomenda com diferentes parâmetros para as diferentes épocas do ano.

Para todos os cálculos realizados a seguir, utilizámos os valores dados pelo enunciado:

- i = 0.3% semanal
- b = 115 €/ unidade

- c3 = 1500 €/ encomenda
- c2 = 36 €/unidade em atraso
- c1 = 0.345 €/ unidade/ semana
- l = {1,2,3} semanas (p1 = 0.27, p2 = 0.53 e p3 = 0.20)

3.1.1 Análise dos custos do ano 2020

Para conseguirmos saber quanto é que a empresa poderia ter poupado em custos e/ou evitado em quebras de stock, ao longo do último ano, se tivesse usado parâmetros mais racionais na sua política de gestão, temos de calcular todos os custos que a empresa teve no ano 2020 com os parâmetros que o Sr. Gervásio utilizou.

- q=1700 unidades
- S=1200 unidades

Conhecendo o valor de S, se calcularmos os valores de μ_{DDLT} e σ_{DDLT}, conseguimos saber o valor de Z e, consequentemente N.

$$S = \mu_{DDLT} + Z * \sigma_{DDLT} \tag{1}$$

$$\mu_{DDLT} = r * l = 481.76 * 1.93 \approx 929.7968 \text{ u.} \tag{2}$$

$$\sigma_{DDLT} = \sqrt{l * \sigma_r^2 + r^2 * \sigma_l^2} \approx 109.5786 \text{ u.} \tag{3}$$

Assim,

$$Z \approx 2.4658, N = 82, 2^{o}integral = 0.001157 \tag{4}$$

$$E[DDLT > S] = 2^{o}integral * \sigma_{DDLT} \approx 0.1267 \tag{5}$$

Finalmente, podemos calcular o custo total semanal pela fórmula:

$$C = C_1 * (\frac{q}{2} + S - \mu_{DDLT}) + C_2 * \frac{r}{q} * E[DDLT > S] + C_3 * \frac{r}{q} \approx 812.8 \text{ €/semana} \tag{6}$$

Para obter o custo total do ano 2020 basta multiplicarmos este valor por 50 (assumindo que existem 50 semanas num ano):

$$C_{Tano} = 812.8 * 50 \approx 40642.2 \text{ €/ano} \tag{7}$$

Podemos também o calcular o número esperado de artigos em quebra por ano utilizando a fórmula:

$$N^{o}artigosemquebra = E[DDLT > S] * \frac{r}{q} = 0.1267 * \frac{481.76 * 50}{1700} \approx 2 \text{ sacos} \tag{8}$$

3.1.2 Estudo anual

Nesta iteração do processo, pretendemos calcular os valores ótimos de quantidade, nível de encomenda, custos e quebras utilizando para isso uma procura média semanal calculada a partir da média dos valores de todas as semanas de 2020 cujo resultado foi r = 481.76 com um desvio padrão σ_r = 78.876.

O valor ótimo de $\underline{q}$ (q^*) numa política de nível de encomenda tem-se com a expressão:

$$q^* = \sqrt{\frac{2r(C_2 E[DDLT > S] + C_3)}{C_1}} \tag{9}$$

No entanto, não é possível o cálculo com esta fórmula pois $E[DDLT > S]$ depende de S. Assim, temos de começar por calcular $\underline{q}$ como uma aproximação da QEE:

1ºAproximação:

$$q = QEE = \sqrt{\frac{2rC_3}{C_1}} = \sqrt{\frac{2 * 481.76 * 1500}{0.345}} = 2047 \text{ u.} \tag{10}$$

De seguida calculamos o risco ótimo de quebra $P^*(DDLT > S)$:

$$P^*(DDLT > S) = \frac{C_1 q^*}{C_2 r} = \frac{0.345 * 2047}{36 * 481.76} \approx 0.040719618 \tag{11}$$

Através da função de densidade normal, para o primeiro integral igual a 0.040719618 temos que **N = 58**. Com isto, calculamos o $E[DDLT > S]$, calculando primeiro o σ_{DDLT}:

$$\sigma_{DDLT} = \sqrt{l\sigma_r^2 + r^2\sigma_l^2} = \sqrt{1.93 * 78.876^2 + 481.76^2 * 0} \approx 109.579 \tag{12}$$

$$E(DDLT > S) = 2^{\text{o}}Integral * \sigma_{DDLT} = 0.014502 * 109.579 \approx 1.589 \tag{13}$$

2ºAproximação:

$$q = \sqrt{\frac{2r(C_2 E[DDLT > S] + C_3)}{C_1}} = \sqrt{\frac{2 * 481.76 * (36 * 1.589 + 1500)}{0.345}} = 2086 \text{ u.} \tag{14}$$

De seguida calculamos o risco ótimo de quebra $P^*(DDLT > S)$:

$$P^*(DDLT > S) = \frac{C_1 q^*}{C_2 r} = \frac{0.345 * 2086}{36 * 481.76} \approx 0.04149542 \tag{15}$$

Através da função de densidade normal, para o primeiro integral igual a 0.04149542 temos que **N = 57**. Com isto, calculamos o $E[DDLT > S]$, sabendo que σ_{DDLT} = 109.579:

$$E(DDLT > S) = 2^{\text{o}}Integral * \sigma_{DDLT} = 0.01573 * 109.579 \approx 1.724 \tag{16}$$

3ºAproximação:

$$q = \sqrt{\frac{2r(C_2E[DDLT > S] + C_3)}{C_1}} = \sqrt{\frac{2 * 481.76 * (36 * 1.724 + 1500)}{0.345}} = 2089 \tag{17}$$

De seguida calculamos o risco ótimo de quebra $P^*(DDLT > S)$:

$$P^*(DDLT > S) = \frac{C_1q^*}{C_2r} = \frac{0.345 * 2089}{36 * 481.76} \approx 0.041555097 \tag{18}$$

Através da função de densidade normal, para o primeiro integral igual a 0.04149542 temos que **N = 57** o que significa que o processo convergiu. Conseguimos agora calcular o valor de S com os seguintes passos através de (20) e por fim podemos calcular o custo com (21).

$$\mu_{DDLT} = r * l = 481.76 * 1.93 \approx 929.7968 \tag{19}$$

$$S = \mu_{DDLT} + Z * \sigma_{DDLT} = 929.7968 + \frac{3 * 57}{100} * 109.579 = 1118 \tag{20}$$

$$C = C_1(\frac{q}{2} + S - \mu_{DDLT}) + C_2\frac{r}{q}E(DDLT > S) + C_3\frac{r}{q} = 785.519 \text{ €/semana} \tag{21}$$

Multiplicando o custo total semanal pelas 50 semanas obtemos o custo total anual que é igual a 39275.96€. Calculamos também o número esperado de artigos em quebra por ano:

$$E[DDLT > S] * \frac{r * 50}{q} = 1.724 * \frac{481.76 * 50}{2089} = 30 \tag{22}$$

3.1.3 Estudo por épocas

Pela análise dos valores obtidos, é possível verificar que existem claramente duas épocas distintas. Decidimos designar as semanas de $1 - 22 \wedge 46 - 50$ como época baixa, e as restantes $23 - 45$ como época alta. Desta forma, procedemos a fazer a análise tendo as diferentes épocas em consideração.

Tal como no estudo anual, também temos como objetivo calcular os valores ótimos de quantidade, nível de encomenda, custos e quebras, porém neste caso iremos utilizar uma procura média semanal calculada apenas a partir dos valores de todas as semanas de cada época.

Época baixa

Para a época baixa temos $r \sim N(410.852, 18.315^2)$

1ºAproximação:

$$q = QEE = \sqrt{\frac{2rC_3}{C_1}} = \sqrt{\frac{2 * 410,852 * 1500}{0.345}} = 1891 \text{ u.} \tag{23}$$

$$P^*(DDLT > S) = \frac{C_1q^*}{C_2r} = \frac{0.345 * 1891}{36 * 410,852} = 0.04410 \tag{24}$$

Através do valor de P[DDLT>S], retiramos que N = 57 e partimos para o cálculo de E[DDLT>S].

$$E[DDLT > S] = 2^{o} integral * \sigma_{DDLT} \approx 0,4002 \tag{25}$$

2ºAproximação:

$$q^* = \sqrt{\frac{2r(C_2 E[DDLT > S] + C_3)}{C_1}} = 1900 \text{ u.} \tag{26}$$

$$P^*(DDLT > S) = \frac{C_1 q^*}{C_2 r} = \frac{0.345 * 1900}{36 * 410,852} = 0.0443 \tag{27}$$

Como o valor de N convergiu comparativamente à primeira iteração, consideramos os valores ótimos os obtidos na segunda iteração. Posteriormente iremos calcular as variáveis necessárias para saber o custo total.

$$\mu_{DDLT} = 792,944, \sigma_{DDLT} = 25,444, Z = 1,71, S = 837 \tag{28}$$

Obtemos então o valor de custo total semanal para a época baixa

$$C_{TEB} = C_1(\frac{q}{2} + S - \mu_{DDLT}) + C_2 \frac{r}{q} E[DDLT > S] + C_3 \frac{r}{q} \approx 670,42 \text{ €/semana} \tag{29}$$

Multiplicando o custo total semanal pelas 28 semanas correspondentes à época baixa obtemos o custo total da época que é igual a 18771.81€.

Época alta

Para a época alta temos $r \sim N(565, 6.782^2)$ unidades/semana

1ºAproximação:

$$q = 2217 \text{ u.}; P[DDLT > S] = 0,0376; N = 59; E[DDLT > S] = 0,0906 \tag{30}$$

2ºAproximação:

$$q = 2219 \text{ u.}; P[DDLT > S] = 0,0376; N = 59; E[DDLT > S] = 0,0906 \tag{31}$$

Como N da segunda aproximação converge com o N da primeira aproximação, consideramos que encontramos os valores ótimos e vamos então partir para o cálculo do custo total.

$$\mu_{DDLT} = 1090,45, \sigma_{DDLT} = 9,4223, Z = 1,77 S = 1108 \tag{32}$$

$$C_{TEA} = C_1 * (\frac{q}{2} + S - \mu_{DDLT}) + C_2 * \frac{r}{q} * E[DDLT > S] + C_3 * \frac{r}{q} \approx 771,5915 \text{ €/semana} \tag{33}$$

Multiplicando o custo total semanal pelas 22 semanas correspondentes à época alta obtemos o custo total da época que é igual a 16975.01€.

Resultados totais com o ano dividido por épocas

Após calcular os custos que cada época acarreta, resta-nos somar os mesmos para obter o custo total anual.

$$C_{Tano} = C_{TEB} + C_{TEA} = 18771,81 + 16975,01 = 35746,82 \text{ €/ano} \tag{34}$$

3.1.4 Análise de resultados

Resultados do ano 2020 com os parâmetros utilizados pelo Sr.Gervásio:

- Custo total = 40642.2 €/ano
- Nºartigos em quebra = 2

Resultados do ano 2020 utilizando os valores ótimos da política de nível de encomenda aplicados ao ano inteiro:

- Custo total = 39275.9 €/ano
- Nºartigos em quebra = 20

Resultados do ano 2020 aplicando a política de nível de encomenda a cada uma das épocas:

- Custo total = 35746.8 €/ano
- Nºartigos em quebra = 4

[noitemsep]

Podemos verificar que, ao aplicar a política de nível de encomenda o Sr. Gervásio poderia ter poupado 1366.3 € ao longo do ano 2020. Porém, esta abordagem não é perfeita, uma vez que o número de artigos em quebra é muito superior. Deste modo, a melhor opção seria aplicar parâmetros distintos a cada uma das épocas do ano (época alta e época baixa).

Deste modo, o Sr. Gervásio poderia ter poupado 4895.4 € ao longo do ano 2020, sem aumentar muito o número de artigos em quebra.

3.2 Questão 2

Para estimar analiticamente os valores da politica (s, S) para o ano 2021 tivemos primeiro de criar uma regressão linear obtida pelas médias dos anos anteriores. Assim como na questão anterior, iremos estudar duas soluções possíveis, uma delas considerando apenas uma regressão com as médias anuais, a outra considerando duas regressões referentes às épocas alta e baixas. Os resultados destas regressões foram os seguintes:

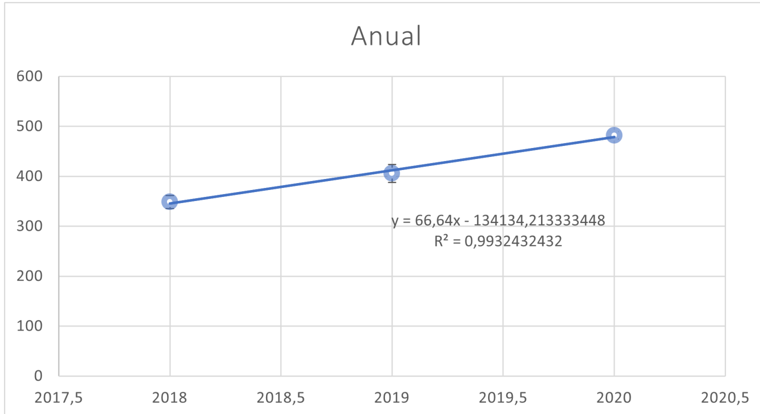
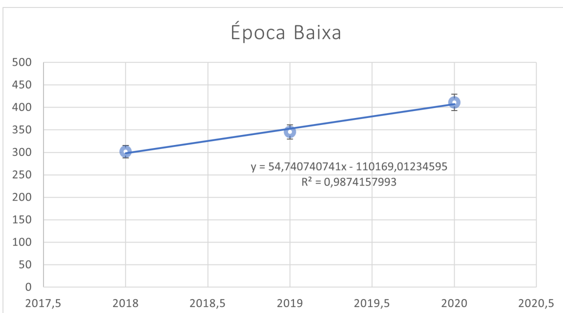
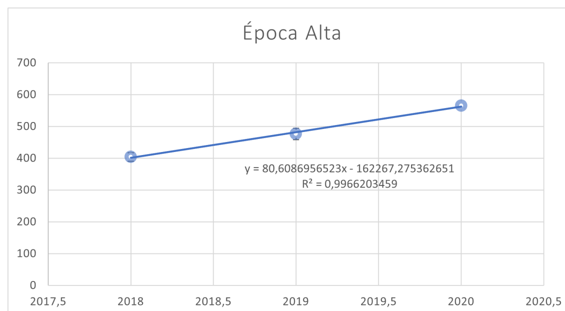


Figura 2: Regressão linear anual



(a) Época baixa



(b) Época alta

Figura 3: Regressões lineares divididas em épocas

Do enunciado, temos os seguintes dados:

- i = 0.3% semanal
- b = 115 €/ unidade
- c3 = 1500€/ encomenda
- c2 = 36€ /unidade em atraso
- c1 = 0.345 €/ unidade/ semana
- l = {1,2,3} semanas (p1 = 0.27, p2 = 0.53 e p3 = 0.20)
- t = 4 semanas

3.2.1 Estudo anual

Para o estudo anual, começamos por obter o valor da procura média semanal(r) a partir da reta obtida na figura 2 substituindo o valor de $\underline{x}$ por 2021. Isto é:

$$\mathbf{y} = 66.64\mathbf{x} - 134134.2133 \Rightarrow$$

Substituindo x por 2021:

$$= 66.64 * 2021 - 134134.2133$$
$$= 545.227.$$

O desvio padrão de procura é obtido pela média dos anos anteriores, assim, obtemos σ_r = 66.717, pelo que ficamos com a procura norma $N(545.227; 66.717^2)$. Para o desvio padrão de entrega, assumimos que este é igual a 0. Tendo em consideração que o l não é sempre igual, calculamos o seu valor esperado que é igual a 1*0.27 + 2*0.53 + 3*0.20 = 1.93.

Sabemos também que o número máximo de quebras por ano é uma quebra a cada dois anos pelo que calculamos o $P(DDPP > S)$ com a seguinte expressão:

$$P(DDPP > S) \leq \frac{1}{\#ciclosemdoisanos} = \frac{1}{\frac{2*50}{t}} = 0.04 \tag{35}$$

Apesar disto, decidimos calcular o risco ótimo de quebra $P^*(DDPP > S)$ com a expressão:

$$P(DDPP > S) = \frac{C_1 t}{C_2} = \frac{0.345 * 4}{36} \approx 0.0383 \tag{36}$$

Ora, como $0.0383 \leq 0.04$, a condição das quebras verificava-se, no entanto, o valor de N na tabela da função de densidade normal seria o mesmo, pelo que optamos por utilizar o valor 0.04 para uma simplificação nos cálculos. Com isto, conseguimos agora calcular o S através dos seguintes passos, utilizando fórmulas referentes ao ciclo de encomenda:

$$S = \mu_{DDPP} + Z * \sigma_{DDPP} \tag{37}$$
$$\mu_{DDPP} = r * (t + l) = 545.227 * (4 + 1.93) \approx 3233.194 \tag{38}$$
$$\sigma_{DDPP} = \sqrt{(t + l) * \sigma_r^2 + r^2 * \sigma_l^2} \approx 162.466 \tag{39}$$

Através da função de densidade normal, para o primeiro integral igual a 0.04 temos que **N** = **58**. O $E(DDPP > S)$ pode ser calculado com:

$$E(DDPP > S) = 2^o Integral * \sigma_{DDPP} = 0.014502 * 162.466 \approx 2.356 \tag{40}$$

Finalmente, por (20) obtemos, substituindo:

$$S = 3233.194 * \frac{3 * 58}{100} * 162.466 = 3516 \tag{41}$$

Para obter o s utilizamos:

$$s = S + \frac{r * t}{2} - q \tag{42}$$

Onde q = QEE por aproximação. Substituindo, temos:

$$s = 3516 + \frac{545.227 * 4}{2} - \sqrt{\frac{2 * 545.227 * 1500}{0.345}} \approx 2429 \tag{43}$$

Em seguida, calculamos o custo total. Começamos por calcular o custo total semanal:

$$C_t = C_1 * (S - r * l - \frac{r * t}{2}) + C_2 * \frac{1}{t} * E[DDPP > S] + C_3 * \frac{1}{t} \approx 869.98 \text{ €/semana} \tag{44}$$

Multiplicando o custo total semanal pelas 50 semanas obtemos o custo total anual que é igual a 43498.96€. Calculamos também o número esperado de artigos em quebra por ano:

$$E[DDPP > S] * \frac{r * 50}{q} = 2.356 * \frac{545.227 * 50}{2178} = 30 \tag{45}$$

3.2.2 Estudo por épocas

Pela análise dos valores obtidos, é possível verificar que existem claramente duas épocas distintas. Decidimos designar as semanas de $1 - 22 \wedge 46 - 50$ como época baixa, e as restantes $23 - 45$ como época baixa. Com estes dados, ao invés do estudo anual, decidimos criar duas regressões: uma para a época alta e outra para a época baixa (Figura 3). Tal como anteriormente, foram feitos cálculos para determinar os parâmetros ótimos da politica (s, S) e o seu custo associado.

Época baixa

$$\mathbf{y} = 54.74\mathbf{x} - 110169.012 \Rightarrow$$

Substituindo x por 2021:

$$\begin{aligned} &= 54.74 * 2021 - 110169.012 \\ &= 462.025. \end{aligned}$$

O desvio padrão é obtido pela média das épocas baixas dos anos anteriores, assim, obtemos σ_r = 16.010, pelo que ficamos com a procura normal $N(462.025; 16.010^2)$ unidades/semana.

Para o desvio padrão de entrega, mais uma vez assumimos que este é igual a 0. Temos novamente que: l = 1*0.27 + 2*0.53 + 3*0.20 = 1.93.

Tal como anteriormente, o valor de $P(DDPP > S)$ utilizado foi 0.04 que garante que não haja mais do que uma quebra a cada dois anos.

Com isto, conseguimos agora calcular o S através dos seguintes passos, utilizando fórmulas referentes ao ciclo de encomenda:

$$S = \mu_{DDPP} + Z * \sigma_{DDPP} \tag{46}$$
$$\mu_{DDPP} = r * (t + l) = 462.025 * (4 + 1.93) \approx 2739.806 \tag{47}$$
$$\sigma_{DDPP} = \sqrt{(t + l) * \sigma_r^2 + r^2 * \sigma_l^2} \approx 38.987 \tag{48}$$
$$\tag{49}$$

Através da função de densidade normal, para o primeiro integral igual a 0.04 temos que **N = 58**. O $E(DDPP > S)$ pode ser calculado com:

$$E(DDPP > S) = 2^{o}Integral * \sigma_{DDPP} = 0.014502 * 38.987 \approx 0.565 \tag{50}$$

Finalmente, por (46) obtemos, substituindo:

$$S = 2739.806 * \frac{3 * 58}{100} * 38.987 = 2808 \tag{51}$$

E tendo em conta que q $\approx$ QEE resulta que s toma o valor de:

$$s = S + \frac{r * t}{2} - q = 2808 + \frac{462.025 * 4}{2} - \sqrt{\frac{2 * 462.025 * 1500}{0.345}} \approx 1728 \tag{52}$$

Em seguida, calculamos o custo total. Começamos por calcular o custo total semanal:

$$C_{T_{EB}} = C_1 * (S - r * l - \frac{r * t}{2}) + C_2 * \frac{1}{t} * E[DDPP > S] + C_3 * \frac{1}{t} \approx 722.41 \text{ €/semana} \tag{53}$$

Multiplicando o custo total semanal pelas 28 semanas correspondentes à época baixa obtemos o custo total da época que é igual a 20227.55€.

Calculamos também o número esperado de artigos em quebra por época baixa:

$$E[DDPP > S] * \frac{r * 28}{q} = 0.565 * \frac{462.025 * 50}{2005} = 4 \tag{54}$$

Época alta

$$\mathbf{y} = 80.61\mathbf{x} - 162267.275 \Rightarrow$$

Substituindo x por 2021:

$$= 80.61 * 2021 - 162267.275$$
$$= 642.9.$$

O desvio padrão é obtido pela média das épocas altas dos anos anteriores, assim, obtemos σ_r = 12.748, pelo que ficamos com a procura normal:

$$N(642.9; 12.748^2) \text{ unidades/semana}$$

Assumindo o desvio padrão de entrega igual a 0, l = 1*0.27 + 2*0.53 + 3*0.20 = 1.93 e $P(DDPP > S)$ = 0.04 conseguimos agora calcular o S através dos seguintes passos, utilizando fórmulas referentes ao ciclo de encomenda:

$$S = \mu_{DDPP} + Z * \sigma_{DDPP} \tag{55}$$

$$\mu_{DDPP} = r * (t + l) = 642.9 * (4 + 1.93) \approx 3812.388 \tag{56}$$

$$\sigma_{DDPP} = \sqrt{(t + l) * \sigma_r^2 + r^2 * \sigma_l^2} \approx 31.044 \tag{57}$$

Através da função de densidade normal, para o primeiro integral igual a 0.04 temos que **N = 58**. Desta forma $E(DDPP > S)$ pode ser calculado com:

$$E(DDPP > S) = 2^{\text{o}} Integral * \sigma_{DDPP} = 0.014502 * 31.044 \approx 0.450 \tag{58}$$

Finalmente, por (55) obtemos, substituindo:

$$S = 3812.388 * \frac{3 * 58}{100} * 31.044 = 3867 \tag{59}$$

Semelhante à epoca anterior q ≈ QEE, e desta forma:

$$s = S + \frac{r * t}{2} - q = 3867 + \frac{642.9 * 4}{2} - \sqrt{\frac{2 * 642.9 * 1500}{0.345}} \approx 2788 \tag{60}$$

Em seguida, calculamos o custo total. Começamos por calcular o custo total semanal:

$$C_{T_{EA}} = C_1 * (S - r * l - \frac{r * t}{2}) + C_2 * \frac{1}{t} * E[DDPP > S] + C_3 * \frac{1}{t} \approx 841.49 \text{ €/semana} \tag{61}$$

Multiplicando o custo total semanal pelas 22 semanas correspondentes à época alta obtemos o custo total da época que é igual a 18512.84€.

Calculamos também o número esperado de artigos em quebra por época alta:

$$E[DDPP > S] * \frac{r * 22}{q} = 0.450 * \frac{642.9 * 50}{2365} = 3 \tag{62}$$

Resultados totais com o ano dividido por épocas

Com os resultados obtidos de cada época, falta agora somar esses valores para obter informação acerca da totalidade do ano e para assim poder comparar resultado.

$$C_{T_{ano}} = C_{T_{EB}} + C_{T_{EA}} = 20227.55 + 18512.84 = 38740.39 \text{ €} \tag{63}$$

$$E[DDPP > S]_{T_{ano}} = E[DDPP > S]_{T_{EB}} + E[DDPP > S]_{T_{EA}} = 3 + 4 = 7 \tag{64}$$

3.2.3 Análise de resultados

Resta agora comparar os resultados para períodos diferentes do ano. Para o estudo anual, o custo total anual foi igual a 43498.96 com um número de sacos esperados em quebra de 30 unidades; quanto ao estudo por época, o custo anual total foi igual a 38740.39 com um número de sacos esperados em quebra de 7 unidades.

Podemos então concluir que a Café&Afins beneficiaria da implementação de uma política dividida para diferentes periodos do ano que se revelou menos custosa e com menos quebras do que uma politica igual para todo o ano. Isto acontece pois, devido às disparidades entre valores de procura entre a época alta e a época baixa, a média de procura semanal equivale a um valor onde, na época baixa são encomendadas demasiadas unidades e na época alta sejam encomendadas um número insuficiente de unidades, o que causa um número elevado de quebras. Com a utilização desta política com diferentes parâmetros em diferentes épocas do ano, é possível corrigir este erro e atingir níveis ideais com um menor custo e menores quebras.

Dito isto, o gestor do armazém da empresa deve: para a época baixa entre as semanas 1 a 22 e 46 a 50 implementar a política (s, S) com s = 1728 e S = 2808; para a época alta entre as semanas 23 a 45 implementar a política (s, S) com s = 2788 e S = 3867;

3.3 Questão 3

Para realizar a simulação do ano 2021, optámos por utilizar a linguagem de programação Python, uma vez que permite a implementação de programas relativamente complexos com uma maior facilidade. Juntamente com o módulo numPy e Math, somos capazes de gerar procuras semanais para o ano 2021 utilizando uma distribuição normal para gerar valores aleatórios baseados nos cálculos realizados na questão anterior.

Como inferimos, anteriormente, que aplicar parâmetros diferentes às épocas alta e baixa, decidimos pedir valores s e S diferentes para as mesmas de modo a minimizar os custos. De seguida, num processo iterativo, para cada semana calculámos o stock, tendo em conta a procura, e, em cada período de revisão verificamos se é necessário fazer uma encomenda, isto é, se o nível de stock é menor ou igual que o nível de referência s. Caso seja preciso fazer uma encomenda, aumentamos o stock da semana em que a encomenda chega pelo volume de encomenda calculado (seja x a semana atual, então $x + lt$ é a semana em que a encomenda chega. Seja u o stock atual, então o volume de encomenda a realizar é S-u). Para além disto, em caso de quebra de stock, ou seja, caso o stock atual seja <= 0 é importante calcular os custos implicados por esta situação.Assim, assumindo que 40% das vendas são perdidas em caso de quebra, os custos de quebra serão a soma entre o produto do custo de posse e 40% da procura durante a quebra e o produto do custo de quebra por 60% da procura. Para controlarmos todos os custos da operação da empresa, temos também de somar os custos de encomenda. Deste modo, todas as semanas somámos aos custos totais o produto do custo de encomenda pela procura dessa mesma semana.

Com o objetivo de analisar os custos totais, realizamos algumas simulações cujos resultados de uma dessas iterações foram os seguintes valores, inserindo variâncias de 5% nos valores de S e s:

- S_{alta}= 3867, s_{alta} = 2788, S_{baixa} = 2808, s_{baixa} = 1728, C_{total} = 42471.15 €, Nºde quebras = 1
- S_{alta}= 4061, s_{alta} = 2788, S_{baixa} = 2949, s_{baixa} = 1728, C_{total} = 43703.88 €, Nºde quebras = 1
- S_{alta}= 3867, s_{alta} = 2928, S_{baixa} = 2808, s_{baixa} = 1815, C_{total} = 47331.75 €, Nºde quebras = 1
- S_{alta}= 3674, s_{alta} = 2788, S_{baixa} = 2668, s_{baixa} = 1728, C_{total} = 49976.61 €, Nºde quebras = 3
- S_{alta}= 3867, s_{alta} = 2649, S_{baixa} = 2808, s_{baixa} = 1642, C_{total} = 46256.055 €, Nºde quebras = 2

Figura 4: Gráficos de stocks das simulações 1,2,3,4,5, respetivamente.

Com isto podemos concluir que, para S_{alta}= 3867, s_{alta} = 2788, S_{baixa} = 2808, s_{baixa} = 1728: aumentar nível de referência (S) ou o nível de encomenda (s) produziram um aumento dos custos e das quebras de stock. Isto significa que os parâmetros encontrados são ótimos.

4 Conclusões

A gestão de stocks é um aspeto essencial para gerir uma empresa de modo eficiente. Uma boa gestão de stocks permite: aumentar os níveis de produtividade e a eficiência, ajuda a organizar o espaço de armazenamento, poupar tempo e dinheiro, melhora a exatidão das encomendas de inventário, etc.

Com a realização deste projeto, conseguimos experiênciar alguns destes fatores, principalmente os últimos dois. Através da análise dos dados do ano anterior da Café&Afins, conseguimos perceber a importância de uma política de gestão de inventário com valores racionais e a forma como estes parâmetros otimizados levam a uma diminuição dos custos. Conseguimos também comparar diferentes abordagens e estudos de épocas para conseguir o máximo de poupança em custos e/ou a diminuição de quebras do stock.

De seguida, a partir de uma média estimada para os valores de 2021, foi possível estimar analiticamente quais os valores ótimos para a política (s ,S) que pretendia ser implementada e, desta forma, analisar resultados de estudos diferentes e ponderar o *trade-off* entre custos mais baixos mas maiores quebras de stock com custos mais altos mas menos quebras.

Através do modelo de simulação do sistema, foi obtida uma política de gestão de inventário aproximadamente ótima.

Finalmente, é importante referir a importância da análise dos diferentes desempenhos obtidos com as diferentes políticas. Com este projeto conseguimos comparar políticas de nível de encomenda (incluindo modelos de vendas perdidas), ciclo de encomenda, e políticas de gestão de stocks mistas (s, S) e, desta forma, conseguimos sugerir o conjunto de valores mais recomendados para implementar pelo Sr. Gervásio na Café&Afins.

Anexos

A Dados Fornecidos

Grupo de Trabalho 2 - MIEI-MEIO 2020/21

VALORES DA PROCURA (EMPRESA Café&Afins)

	ANOS				ANOS		
Semana	2018	2019	2020	Semana	2018	2019	2020
1	302	347	418	26	435	490	556
2	299	364	388	27	400	453	545
3	313	378	429	28	393	480	560
4	329	355	410	29	419	511	548
5	294	336	427	30	396	484	553
6	306	333	442	31	408	469	541
7	298	337	403	32	388	488	555
8	303	316	428	33	387	492	560
9	298	353	397	34	416	461	563
10	286	345	432	35	401	471	561
11	279	350	398	36	394	486	569
12	309	336	386	37	409	487	600
13	299	320	403	38	383	490	526
14	305	346	404	39	402	454	538
15	310	362	385	40	412	473	538
16	314	326	404	41	402	446	578
17	314	353	415	42	384	466	538
18	301	363	421	43	401	501	536
19	292	335	400	44	404	470	558
20	263	357	383	45	420	483	587
21	311	325	369	46	279	329	393
22	305	330	430	47	301	362	418
23	414	455	554	48	310	359	424
24	397	445	567	49	292	347	441
25	422	499	534	50	325	362	412

B Folha de Calculo

ANEXO: Tabela de dados

Grupo de Trabalho 1 | **MIEI-MEIO 2020/21**

VALORES DA PROCURA (EMPRESA Café&Afins)

	ANOS		
Semana	**2018**	**2019**	**2020**
1	302	347	418
2	299	364	419
3	313	378	420
4	329	355	421
5	294	336	427
6	306	333	442
7	298	337	403
8	303	316	428
9	298	353	397
10	286	345	432
11	279	350	398
12	309	336	386
13	299	320	403
14	305	346	404
15	310	362	385
16	314	326	404
17	314	353	415
18	301	363	421
19	292	335	400
20	263	357	383
21	311	325	369
22	305	330	430
23	414	455	554
24	397	445	555
25	422	499	556
26	435	490	557
27	400	453	558
28	393	480	559
29	419	511	560
30	396	484	561
31	408	469	562
32	388	488	563
33	387	492	564
34	416	461	565
35	401	471	566
36	394	486	567
37	409	487	568
38	383	490	569
39	402	454	570
40	412	473	571
41	402	446	572
42	384	466	573
43	401	501	574
44	404	470	575
45	420	483	576
46	279	329	393
47	301	362	418
48	310	359	424
49	292	347	441
50	325	362	412

DADOS	
C1 (€/semana)	0,345
C2 (€/saco)	36
C3 (€)	1500
l (semanas)	1,93

Média semanal 2020	481,76
Desvio padrão	78,87643656
Media alta 2020	565
Desvio padrão	6,782329983
Media baixa 2020	410,8518519
Desvio padrão	18,31498694

Politica anterior		
q	1700	unidaades
S	1200	unidades
(S = µddtl + Z * sigma)		
µddlt=	929,7968	unidades
σddlt =	109,5786477	unidades
Z	2,465838059	
N	82,19460198	
2º Integral	0,001157	
E[DDLT]	0,126782495	
Custo	812,845889	€/semana
Ctotal	40642,29445	€/ano
Artigos_Q_ano	2	sacos

Calcular parametros sem divisao de epocas		
1 iteracao (QEE)		
q	2047	unidades
P[DDLT > S]	0,040719618	
N	58	
E[DDLT > S]	1,589109549	0,014502
2 iteracao		
q	2086	
P[DDLT > S]	0,04149542	
N	57	
E[DDLT> S]	1,723672128	0,01573
3 iteracao		
q	2089	
P[DDLT > S]	0,041555097	
N	57	DONE
E[DDLT> S]	1,723672128	
µddlt=	929,7968	
σddlt =	109,5786477	
Z=	1,71	
S=	1118	
Cnormal=	785,5192082	€/semana
Ctotal	39275,96041	€/ano
Artigos_Q_ano	20	sacos

Parametros com divisoes de epocas					
Época baixa			Época alta		
1ª iteração			1 iteracao		
q (QEE)	1891		q (QEE)	2217	
P[DDLT]	0,044108559	(Integrais)	P[DDLT > S]	0,0376	
N	57	0,042283	N	59	
E[DDLT]	0,40023401	0,01573	E[DDLT > S]	0,0906	
2ª iteração			2 iteracao		
q	1900		q	2219	
P[DDLT]	0,044318489		P[DDLT > S] = =>	0,0376	
N	57	DONE	N	59	DONE
µddlt=	792,9440741		µddlt=	1090,45	
σddlt =	25,44399302		σddlt =	9,422313941	
Z=	1,71		Z=	1,77	
S=	837		S=	1108	
Cnormal=	670,4216658	€/semana	Calta=	771,5915127	€/semana
Ctotal_baixa	18771,80664	€/28semanas	Ctotal_alta	16975,01328	€/22semanas
Artigos_Q	3	sacos	Artigos_Q	1	sacos
	Ctotal_epocas	35746,81992	€/ano		
	Artigos_Q_ano	4	sacos		

ANEXO: Tabela de dados

Grupo de Trabalho 1		MIEI-MEIO 2020/21	
VALORES DA PROCURA (EMPRESA Café&Afins)			
	ANOS		
Semana	**2018**	**2019**	**2020**
1	302	347	418
2	299	364	419
3	313	378	420
4	329	355	421
5	294	336	427
6	306	333	442
7	298	337	403
8	303	316	428
9	298	353	397
10	286	345	432
11	279	350	398
12	309	336	386
13	299	320	403
14	305	346	404
15	310	362	385
16	314	326	404
17	314	353	415
18	301	363	421
19	292	335	400
20	263	357	383
21	311	325	369
22	305	330	430
23	414	455	554
24	397	445	555
25	422	499	556
26	435	490	557
27	400	453	558
28	393	480	559
29	419	511	560
30	396	484	561
31	408	469	562
32	388	488	563
33	387	492	564
34	416	461	565
35	401	471	566
36	394	486	567
37	409	487	568
38	383	490	569
39	402	454	570
40	412	473	571
41	402	446	572
42	384	466	573
43	401	501	574
44	404	470	575
45	420	483	576
46	279	329	393
47	301	362	418
48	310	359	424
49	292	347	441
50	325	362	412

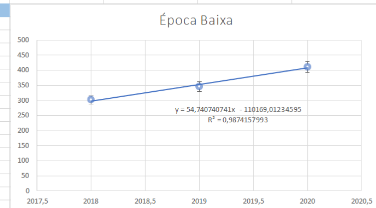
DADOS	
C1 (€/semana)	0,345
C2 (€/saco)	36
C3 (€)	1500
l (semanas)	1,93
t (semanas)	4

Epoca Baixa

Ano	Média	Desvio
2018	301,3703704	14,00590026
2019	345,4074074	15,70952494
2020	410,8518519	18,31498694
Desvio Padrão Médio		16,01013738
m	54,7407407	
b	-110169,0124	

Segundo a regressão

Ano	Média	-
2018	297,8023826	-
2019	352,5431233	-
2020	407,283864	-
2021	462,0246047	-



μddpp	σddpp	r	σr	C1	C2	C3	LT	t
2739,805906	38,98723225	462,0246047	16,01013738	0,345	36	1500	1,93	4
P[DDPP>S]<=		q	E[DDPP]					
0,04		2005	0,565392842					
N	58							
S=	2808							
s=	1728							
C=	722,41							
C (Epoca Baixa)	20227,55							
Artigos_Quebra	4							

Época Alta

Ano	Média	Desvio
2018	403,7826087	13,27320103
2019	476,2608696	18,18895117
2020	565	6,782329983
Desvio Padrão Médio		12,74816073
m	80,60869565	
b	-162267,2754	

Segundo a regressão

Ano	Média	-
2018	401,0724637	-
2019	481,6811593	-
2020	562,289855	-
2021	642,8985506	-

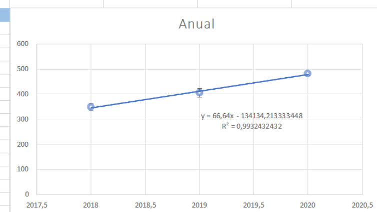
μddpp	σddpp	r	σr	C1	C2	C3	LT	t
3812,388405	31,04380002	642,8985506	12,74816073	0,345	36	1500	1,93	4
P[DDPP>S]<=		q	E[DDPP]					
0,04		2365	0,450197188					
N	58							
S=	3867							
s=	2788							
C=	841,49							
C (Epoca Alta)	18512,84							
Artigos_Quebra	3							
CT=	38740,39							
Artigos_Quebra_Anc	7							

Politica Anual

Ano	Média	Desvio
2018	348,48	53,30705815
2019	405,6	67,96727904
2020	481,76	78,87643656
Desvio Padrão Médio		66,71692459
m	66,64	
b	-134134,2133	

Segundo a regressão

Ano	Média	-
2018	345,3066666	-
2019	411,9466666	-
2020	478,5866666	-
2021	545,2266666	-



μddpp	σddpp	r	σr	C1	C2	C3	LT	t
3233,194133	162,4663282	545,2266666	66,71692459	0,345	36	1500	1,93	4
P[DDPP>S]<=		q	E[DDPP]					
0,04		2178	2,356086691					
N	58							
S=	3516							
s=	2429							
C=	869,98							
C (anual)	43498,96							
Artigos_Quebra_Anc	30							

C Simulações

Nas paginas seguintes encontraremos 5 tabelas correspondentes a 5 simulações feitas com os dados
:

1. S_{alta}= 3867, s_{alta} = 2788, S_{baixa} = 2808, s_{baixa} = 1728, C_{total} = 42471.15 €, Nºde quebras = 1
2. S_{alta}= 4061, s_{alta} = 2788, S_{baixa} = 2949, s_{baixa} = 1728, C_{total} = 43703.88 €, Nºde quebras = 1
3. S_{alta}= 3867, s_{alta} = 2928, S_{baixa} = 2808, s_{baixa} = 1815, C_{total} = 47331.75 €, Nºde quebras = 1
4. S_{alta}= 3674, s_{alta} = 2788, S_{baixa} = 2668, s_{baixa} = 1728, C_{total} = 49976.61 €, Nºde quebras = 3
5. S_{alta}= 3867, s_{alta} = 2649, S_{baixa} = 2808, s_{baixa} = 1642, C_{total} = 46256.055 €, Nºde quebras = 2

Semana	Vendas	Stock	Pedido	Chegada	Lucro	Custo	Atrasos	Perdas
1	472	1256	True	False	53846,68	1933,3200000000002	0	0
2	475	2333	False	True	53820,115	804,8850000000001	0	0
3	462	1871	False	False	52484,505	645,495	0	0
4	456	1415	False	False	51951,825	488,17500000000007	0	0
5	439	976	True	False	50148,28	1836,72	0	0
6	440	536	False	False	50415,08	184,92000000000002	0	0
7	450	86	False	False	51720,33	29,67	0	0
8	468	1450	False	True	53319,75	500,25000000000006	0	0
9	469	981	True	False	53596,555	1838,4450000000002	0	0
10	443	2365	False	True	50129,075	815,9250000000001	0	0
11	473	1892	False	False	53742,26	652,74	0	0
12	472	1420	False	False	53790,1	489,90000000000003	0	0
13	474	946	True	False	54183,63	1826,37	0	0
14	448	498	False	False	51348,19	171,81	0	0
15	425	1935	False	True	48207,425	667,575	0	0
16	479	1456	False	False	54582,68	502,32000000000005	0	0
17	490	966	True	False	56016,73	1833,27	0	0
18	453	2355	False	True	51282,525	812,475	0	0
19	476	1879	False	False	54091,745	648,2550000000001	0	0
20	485	1394	False	False	55294,07	480,93000000000006	0	0
21	469	925	True	False	53615,875	1819,125	0	0
22	449	476	False	False	51470,78	164,22000000000003	0	0
23	637	2781	False	True	72295,555	959,445	0	0
24	661	2120	False	False	75283,6	731,4000000000001	0	0
25	650	1470	True	False	74242,85	2007,15	0	0
26	631	839	False	False	72275,545	289,45500000000004	0	0
27	653	186	False	False	75030,83	64,17	0	0
28	677	1906	False	True	77197,43	657,57	0	0
29	646	1260	True	False	73855,3	1934,7	0	0
30	617	643	False	False	70733,165	221,835	0	0
31	642	2608	False	True	72930,24	899,7600000000001	0	0
32	637	1971	False	False	72575,005	679,995	0	0
33	632	1339	True	False	72218,045	1961,955	0	0
34	654	685	False	False	74973,675	236,32500000000002	0	0
35	642	2571	False	True	72943,005	886,9950000000001	0	0
36	647	1924	False	False	73741,22	663,7800000000001	0	0
37	645	1279	True	False	73733,745	1941,255	0	0
38	613	666	False	False	70265,23	229,77	0	0
39	658	8	False	False	75667,24	2,7600000000000002	0	0
40	633	1963	False	True	72117,765	677,235	0	0
41	672	1291	True	False	76834,605	1945,395	0	0
42	641	650	False	False	73490,75	224,25000000000003	0	0
43	655	-3	False	False	74987,0	108,0	3	2
44	673	1900	False	True	76739,5	655,5	0	0
45	646	1254	True	False	73857,37	1932,63	0	0
46	459	795	False	False	52510,725	274,27500000000003	0	0
47	486	1863	False	True	55247,265	642,735	0	0
48	452	1411	False	False	51493,205	486,795	0	0
49	446	965	True	False	50957,075	1832,925	0	0
50	454	511	False	False	52033,705	176,29500000000002	0	0

Semana	Vendas	Stock	Pedido	Chegada	Lucro	Custo	Atrasos	Perdas
1	472	1256	True	False	53846,68	1933,3200000000002	0	0
2	475	781	False	True	54355,555	269,44500000000005	0	0
3	462	319	False	False	53019,945	110,055	0	0
4	456	1556	False	True	51903,18	536,82	0	0
5	439	1117	True	False	50099,635	1885,365	0	0
6	440	2509	False	True	49734,395	865,605	0	0
7	450	2059	False	False	51039,645	710,355	0	0
8	468	1591	False	True	53271,105	548,8950000000001	0	0
9	469	1122	True	False	53547,91	1887,0900000000001	0	0
10	443	679	False	True	50710,745	234,25500000000002	0	0
11	473	2033	False	True	53693,615	701,3850000000001	0	0
12	472	1561	False	False	53741,455	538,5450000000001	0	0
13	474	1087	True	False	54134,985	1875,015	0	0
14	448	639	False	False	51299,545	220,455	0	0
15	425	2076	False	True	48158,78	716,22	0	0
16	479	1597	False	False	54534,035	550,965	0	0
17	490	1107	True	False	55968,085	1881,915	0	0
18	453	2496	False	True	51233,88	861,1200000000001	0	0
19	476	2020	False	False	54043,1	696,9000000000001	0	0
20	485	1535	False	False	55245,425	529,575	0	0
21	469	1066	True	False	53567,23	1867,77	0	0
22	449	617	False	False	51422,135	212,865	0	0
23	637	-12	False	True	71903,0	432,0	12	8
24	661	2322	False	True	75213,91	801,09	0	0
25	650	1672	True	False	74173,16	2076,84	0	0
26	631	1041	False	False	72205,855	359,14500000000004	0	0
27	653	388	False	False	74961,14	133,86	0	0
28	677	2100	False	True	77130,5	724,5000000000001	0	0
29	646	1454	True	False	73788,37	2001,63	0	0
30	617	837	False	False	70666,235	288,76500000000004	0	0
31	642	195	False	True	73762,725	67,275	0	0
32	637	2165	False	True	72508,075	746,9250000000001	0	0
33	632	1533	True	False	72151,115	2028,885	0	0
34	654	879	False	False	74906,745	303,25500000000005	0	0
35	642	237	False	True	73748,235	81,765	0	0
36	647	2118	False	True	73674,29	730,71	0	0
37	645	1473	True	False	73666,815	2008,185	0	0
38	613	860	False	False	70198,3	296,70000000000005	0	0
39	658	2790	False	True	74707,45	962,5500000000001	0	0
40	633	2157	False	True	72050,835	744,1650000000001	0	0
41	672	1485	True	False	76767,675	2012,325	0	0
42	641	844	False	False	73423,82	291,18	0	0
43	655	189	False	False	75259,795	65,20500000000001	0	0
44	673	2092	False	True	76673,26	721,74	0	0
45	646	1446	True	False	73791,13	1998,8700000000001	0	0
46	459	2490	False	True	51925,95	859,0500000000001	0	0
47	486	2004	False	True	55198,62	691,3800000000001	0	0
48	452	1552	False	False	51444,56	535,44	0	0
49	446	1106	True	False	50908,43	1881,5700000000002	0	0
50	454	652	False	False	51985,06	224,94000000000003	0	0

Semana	Vendas	Stock	Pedido	Chegada	Lucro	Custo	Atrasos	Perdas
1	472	1256	True	False	53846,68	1933,3200000000002	0	0
2	475	781	False	True	54355,555	269,44500000000005	0	0
3	462	319	False	False	53019,945	110,055	0	0
4	456	1415	False	True	51951,825	488,17500000000007	0	0
5	439	976	True	False	50148,28	1836,72	0	0
6	440	2368	False	True	49783,04	816,96	0	0
7	450	1918	False	False	51088,29	661,71	0	0
8	468	1450	False	True	53319,75	500,25000000000006	0	0
9	469	981	True	False	53596,555	1838,4450000000002	0	0
10	443	538	False	True	50759,39	185,61	0	0
11	473	65	False	True	54372,575	22,425	0	0
12	472	1420	False	True	53790,1	489,90000000000003	0	0
13	474	946	True	False	54183,63	1826,37	0	0
14	448	2360	False	True	50705,8	814,2	0	0
15	425	1935	False	True	48207,425	667,575	0	0
16	479	1456	False	False	54582,68	502,32000000000005	0	0
17	490	966	True	False	56016,73	1833,27	0	0
18	453	513	False	True	51918,015	176,985	0	0
19	476	1879	False	True	54091,745	648,2550000000001	0	0
20	485	1394	False	False	55294,07	480,93000000000006	0	0
21	469	925	True	False	53615,875	1819,125	0	0
22	449	476	False	False	51470,78	164,22000000000003	0	0
23	637	-97	False	True	62403,0	3492,0	97	64
24	661	2184	False	True	75261,52	753,48	0	0
25	650	1534	True	False	74220,77	2029,23	0	0
26	631	3236	False	True	71448,58	1116,42	0	0
27	653	2583	False	False	74203,865	891,1350000000001	0	0
28	677	1906	False	True	77197,43	657,57	0	0
29	646	1260	True	False	73855,3	1934,7	0	0
30	617	643	False	False	70733,165	221,835	0	0
31	642	2608	False	True	72930,24	899,7600000000001	0	0
32	637	1971	False	True	72575,005	679,995	0	0
33	632	1339	True	False	72218,045	1961,955	0	0
34	654	685	False	False	74973,675	236,32500000000002	0	0
35	642	43	False	True	73815,165	14,835	0	0
36	647	1924	False	True	73741,22	663,7800000000001	0	0
37	645	1279	True	False	73733,745	1941,255	0	0
38	613	3254	False	True	69372,37	1122,63	0	0
39	658	2596	False	True	74774,38	895,6200000000001	0	0
40	633	1963	False	True	72117,765	677,235	0	0
41	672	1291	True	False	76834,605	1945,395	0	0
42	641	650	False	False	73490,75	224,25000000000003	0	0
43	655	2571	False	True	74438,005	886,9950000000001	0	0
44	673	1898	False	True	76740,19	654,8100000000001	0	0
45	646	1252	True	False	73858,06	1931,94	0	0
46	459	793	False	True	52511,415	273,58500000000004	0	0
47	486	1863	False	True	55247,265	642,735	0	0
48	452	1411	False	False	51493,205	486,795	0	0
49	446	965	True	False	50957,075	1832,925	0	0
50	454	511	False	False	52033,705	176,29500000000002	0	0

Semana	Vendas	Stock	Pedido	Chegada	Lucro	Custo	Atrasos	Perdas
1	472	1256	True	False	53846,68	1933,3200000000002	0	0
2	475	781	False	True	54355,555	269,44500000000005	0	0
3	462	1731	False	True	52532,805	597,195	0	0
4	456	1275	False	True	52000,125	439,87500000000006	0	0
5	439	836	True	False	50196,58	1788,42	0	0
6	440	396	False	True	50463,38	136,62	0	0
7	450	1778	False	True	51136,59	613,4100000000001	0	0
8	468	1310	False	True	53368,05	451,95000000000005	0	0
9	469	841	True	False	53644,855	1790,145	0	0
10	443	398	False	True	50807,69	137,31	0	0
11	473	1752	False	True	53790,56	604,44	0	0
12	472	1280	False	True	53838,4	441,6	0	0
13	474	806	True	False	54231,93	1778,0700000000002	0	0
14	448	358	False	True	51396,49	123,51	0	0
15	425	1795	False	True	48255,725	619,2750000000001	0	0
16	479	1316	False	False	54630,98	454,02000000000004	0	0
17	490	826	True	False	56065,03	1784,97	0	0
18	453	373	False	True	51966,315	128,685	0	0
19	476	1739	False	True	54140,045	599,955	0	0
20	485	1254	False	False	55342,37	432,63000000000005	0	0
21	469	785	True	False	53664,175	1770,825	0	0
22	449	3225	False	True	50522,375	1112,625	0	0
23	637	2588	False	True	72362,14	892,8600000000001	0	0
24	661	1927	False	True	75350,185	664,815	0	0
25	650	1277	True	False	74309,435	1940,565	0	0
26	631	3043	False	True	71515,165	1049,835	0	0
27	653	2390	False	False	74270,45	824,5500000000001	0	0
28	677	1713	False	True	77264,015	590,985	0	0
29	646	1067	True	False	73921,885	1868,115	0	0
30	617	450	False	False	70799,75	155,25	0	0
31	642	-115	False	True	60835,0	4140,0	115	77
32	637	1855	False	True	72615,025	639,975	0	0
33	632	1223	True	False	72258,065	1921,935	0	0
34	654	569	False	False	75013,695	196,305	0	0
35	642	-44	False	True	68911,0	1584,0	44	29
36	647	1760	False	True	73797,8	607,2	0	0
37	645	1115	True	False	73790,325	1884,675	0	0
38	613	502	False	True	70321,81	173,19000000000003	0	0
39	658	-94	False	True	65156,0	3384,0	94	62
40	633	1832	False	True	72162,96	632,0400000000001	0	0
41	672	1160	True	False	76879,8	1900,2	0	0
42	641	3033	False	True	72668,615	1046,385	0	0
43	655	2378	False	True	74504,59	820,4100000000001	0	0
44	673	1705	False	True	76806,775	588,225	0	0
45	646	1059	True	False	73924,645	1865,355	0	0
46	459	600	False	True	52578,0	207,00000000000003	0	0
47	486	114	False	True	55850,67	39,330000000000005	0	0
48	452	1271	False	True	51541,505	438,49500000000006	0	0
49	446	825	True	False	51005,375	1784,625	0	0
50	454	371	False	False	52082,005	127,995	0	0

Semana	Vendas	Stock	Pedido	Chegada	Lucro	Custo	Atrasos	Perdas
1	472	1256	True	False	53846,68	1933,3200000000002	0	0
2	475	781	False	True	54355,555	269,44500000000005	0	0
3	462	1871	False	True	52484,505	645,495	0	0
4	456	1415	False	True	51951,825	488,17500000000007	0	0
5	439	976	True	False	50148,28	1836,72	0	0
6	440	536	False	True	50415,08	184,92000000000002	0	0
7	450	1918	False	True	51088,29	661,71	0	0
8	468	1450	False	True	53319,75	500,25000000000006	0	0
9	469	981	True	False	53596,555	1838,4450000000002	0	0
10	443	538	False	True	50759,39	185,61	0	0
11	473	1892	False	True	53742,26	652,74	0	0
12	472	1420	False	True	53790,1	489,90000000000003	0	0
13	474	946	True	False	54183,63	1826,37	0	0
14	448	498	False	True	51348,19	171,81	0	0
15	425	1935	False	True	48207,425	667,575	0	0
16	479	1456	False	False	54582,68	502,32000000000005	0	0
17	490	966	True	False	56016,73	1833,27	0	0
18	453	2355	False	True	51282,525	812,475	0	0
19	476	1879	False	True	54091,745	648,2550000000001	0	0
20	485	1394	False	False	55294,07	480,93000000000006	0	0
21	469	925	True	False	53615,875	1819,125	0	0
22	449	476	False	True	51470,78	164,22000000000003	0	0
23	637	-97	False	True	62403,0	3492,0	97	64
24	661	2184	False	True	75261,52	753,48	0	0
25	650	1534	True	False	74220,77	2029,23	0	0
26	631	903	False	True	72253,465	311,535	0	0
27	653	2583	False	True	74203,865	891,1350000000001	0	0
28	677	1906	False	True	77197,43	657,57	0	0
29	646	1260	True	False	73855,3	1934,7	0	0
30	617	643	False	False	70733,165	221,835	0	0
31	642	2608	False	True	72930,24	899,7600000000001	0	0
32	637	1971	False	True	72575,005	679,995	0	0
33	632	1339	True	False	72218,045	1961,955	0	0
34	654	685	False	False	74973,675	236,32500000000002	0	0
35	642	2571	False	True	72943,005	886,9950000000001	0	0
36	647	1924	False	True	73741,22	663,7800000000001	0	0
37	645	1279	True	False	73733,745	1941,255	0	0
38	613	666	False	True	70265,23	229,77	0	0
39	658	2596	False	True	74774,38	895,6200000000001	0	0
40	633	1963	False	True	72117,765	677,235	0	0
41	672	1291	True	False	76834,605	1945,395	0	0
42	641	650	False	True	73490,75	224,25000000000003	0	0
43	655	-3	False	True	74987,0	108,0	3	2
44	673	1900	False	True	76739,5	655,5	0	0
45	646	1254	True	False	73857,37	1932,63	0	0
46	459	795	False	True	52510,725	274,27500000000003	0	0
47	486	1863	False	True	55247,265	642,735	0	0
48	452	1411	False	True	51493,205	486,795	0	0
49	446	965	True	False	50957,075	1832,925	0	0
50	454	511	False	False	52033,705	176,29500000000002	0	0

D Código para Simulação questão 3

```
import numpy as np
import math
import re

weeks = 50  # N  de semanas a simular
i = 0.15 / weeks  # Taxa semanal de existencia
b = 115  # Preço unitario de um saco
t = 4  # Tamanho do periodo de revisão
revisao1 = 1  # Semana da primeira revisão (opcional)
C1 = i * b  # Custo de existencia semanal
C2 = 36  # Custo de quebra por elemento
C3 = 1500  # Custo de passagem de encomenda
pLT = [0.27, 0.53, 0.2]  # [p1,p2,p3]
LT = pLT[0] + 2 * pLT[1] + 3 * pLT[2]  # Tempo de entrega médio
pPerda = 0.4  # Probabilidade de quebra nas encomendas em
    atraso
inicioEpocaAlta = 23  # Inicio da epoca contigua
fimEpocaAlta = 45  # Inicio da epoca contigua
#
S_alta = S_baixa = s_alta = s_baixa = 0
# Procuras N(r_x, dv_x) , x E {alta,baixa}
r_alta = 642.8985506
dv_alta = 12.74816073
r_baixa = 462.0246047
dv_baixa = 16.01013738


# Objeto representativo de uma Semana
class Semana:
    lucro = custo = 0.0
    id = perdas = atrasos = vendas = stock = 0
    pedido = False
    chegada = False
```

```
# Incializador de uma semana
def __init__(self, id_):
    self.id = id_

# Converte uma semana em uma linha de texto CSV
def __str__(self):
    return ("" + str(self.id) + ";" +
            str(self.vendas) + ";" +
            str(self.stock) + ";" +
            str(self.pedido) + ";" +
            str(self.chegada) + ";-;" +
            str(self.lucro) + ";" + str(self.custo) + ";" +
            str(self.atrasos) + ";" + str(self.perdas) + ";
              "
            )

# Limpa os dados atuais menos a identificação da semana e a
    procura da mesma
def clean(self):
    self.perdas = self.atrasos = self.stock = 0
    self.lucro = self.custo = 0.0

# Regista uma encomenda e os seus custos devolvendo por fim
    o tempo de demorará a chegar
def encomendar(self):
    self.pedido = True
    self.custo += C3
    return np.random.choice([1, 2, 3], 1, pLT)[0]

# Recebe uma encomenda e acresta-a ao stock
def receber(self, inventario):
    self.chegada = True
    self.stock += inventario

# Efetua as vendas da respetiva semana e respetiva
   contabilidade
```

```
    def negociar(self):
        # Se ainda nao estivermos em quebra
        if self.stock > 0:
            # Efetuar as vendas
            self.stock -= self.vendas
            # Se houve uma quebra no stock calcular as quebras
            if self.stock < 0:
                self.perdas = round(pPerda * abs(self.stock))
                self.stock += self.perdas
                self.atrasos = abs(self.stock)
            # Senão calcular o custo de posse dos elementos
              restantes
            else:
                self.custo += C1 * self.stock
        # Senão já estamos em quebra
        else:
            self.perdas = round(pPerda * self.vendas)
            self.atrasos = self.vendas - self.perdas
            self.stock -= self.atrasos
        self.custo += C2 * self.atrasos
        self.lucro = (self.vendas - self.perdas) * b - self.
           custo

    # Herdas o stock anterior (incluindo o que falta entregar)
    def herdar(self, week):
        self.stock += week.stock


# Inicializar a tabela da simulação
def init_table(stock_inicial):
    # Criar as instancias das semanas
    table = [Semana(i) for i in range(weeks + 1)]
    # Definir as vendas para as instancias criadas
    for i in range(1, weeks + 1):
        if inicioEpocaAlta <= i <= fimEpocaAlta:
            table[i].vendas = int(np.random.normal(r_alta,
```

```
            dv_alta, size=None))
        else:
            table[i].vendas = int(np.random.normal(r_baixa,
                dv_baixa, size=None))

    # Defenir o stock inicial (semana 0)
    table[0].stock = stock_inicial

    return table


# Elimina os dados simulados para se poder efetuar uma nova
    simulação sobre a mesma população
def cleanup_table(table):
    for i in range(1, weeks + 1):
        table[i].clean()
    return table


# Indica se a semana dada deve adotar a politica alta ou baixa
def politica_alta(week):
    anticipation = math.ceil(LT)
    return (inicioEpocaAlta - anticipation) <= week <= (
        fimEpocaAlta - anticipation)


# Efetua a simulação
def simulation(table, S_alta, S_baixa, s_alta, s_baixa, t,
    weeks):
    for index in range(1, weeks + 1):
        # Herdar o stock da semana anterior (e mais so que não
            sei como o C1 é aplicado sema a semana :') )
        table[index].herdar(table[index - 1])
        # Vender as unidades em procura
        table[index].negociar()
        # Se estamos no periodo de revisao
```

```
        if (index - revisao1) % t == 0:
            # Determinos os parametros para a epoca em que
                estamos
            if politica_alta(index):
                s = s_alta
                S = S_alta
            else:
                s = s_baixa
                S = S_baixa

            # Se o stock estiver abaixo do ponto predefinido
            if table[index].stock < s:
                # Encomendamos
                L = table[index].encomendar()
                # Receber a encomenda se a semanda de chegada
                    ainda pertecer à simulação
                if index + L < weeks:
                    table[index + L].receber(S - table[index].
                        stock)
    return table


# Lê dados do utilizador
def readFromUser():
    global S_alta, S_baixa, s_alta, s_baixa
    print("Simulação")
    S_alta = int(input("Insira o S da epoca alta: "))
    s_alta = int(input("Insira o s da epoca alta: "))
    S_baixa = int(input("Insira o S da epoca baixa: "))
    s_baixa = int(input("Insira o s da epoca baixa: "))


# Escreve a simulação num ficheiro CSV
def write(simcoiunt, table):
    name = 'simulacao' + str(simcoiunt) + '.csv'
    print("Resultado escrito no ficheiro", name)
```

```
    with open(name, 'w') as file:
        file.write("Semana;Vendas;Stock;Pedido;Chegada;—;lucro;
            Custo;Atrasos;Perdas;\n")
        for i in range(1, 51):
            # Substituir todos os pontos por virgulas (Para
               funcionar direito em EXCEL)
            # e escrever a linha da tabela no ficheiro
            file.write(re.sub(r'\.', r',', str(table[i])) + "\n
               ")


# Main
# Algoritmo Base
simcount = 1
readFromUser()
table = init_table(s_baixa)  # Criar um possivel conjunto de
   vendas para o ano 2020
while True:
    table = cleanup_table(table)  # Limpar dados da simulação (
       se existirem)
    table = simulation(table, S_alta, S_baixa, s_alta, s_baixa,
         t, weeks)  # Efetuar a simulação
    write(simcount, table)  # Escrever o resultado num ficheiro
    simcount += 1  # Aumentar o n  da simulação
    # Se o utilizador nao insirir  s ou si ou sim ou S ou SI ou
         SIM ou Si ou sI ou sIM ou sIm então termina o programa
    if re.search(r'(?i:si?m?)',
                 input("Deseja fazer outra simulação com os
                    mesmos dados de procura? (Sim/Não) ")) is
                    None:
        break
    readFromUser()
```