2000 학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시 수리·탐구 영역(I)

(인 문 계

성명	

수험번호			—					

홀수형

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 주관 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\log_7 \frac{1}{\sqrt{7}}$ 의 값은? [2 점]

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ 0　④ $-\frac{1}{2}$　⑤ $-\frac{1}{4}$

2. $(4+3i)^2-(4-3i)^2$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [2 점]

① 0　② 24　③ 48　④ 24　⑤ $48i$

3. $4\cos^2 x+4\sin x=5$ 일 때, $\sin x$ 의 값은? [2 점]

① $\frac{1}{\sqrt{2}}$　② $\frac{1}{2}$　③ 1　④ $\frac{1}{2}$　⑤ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

4. $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 일 때, A^2B-A 는? [2 점]

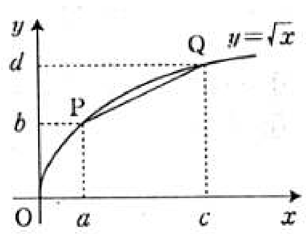
① $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$　② $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$　③ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$　⑤ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

5. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $x^2+ax+2=0$ 의 두 근의 합은? [2점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

6. 함수 $y=\sqrt{x}$ 의 그래프 위의 두 점 P(a,b), Q(c,d)에 대하여 $\frac{b+d}{2}=1$ 일 때, 직선 PQ의 기울기는? (단, $0<a<c$) [3점]



① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

7. 시간 t에 따라 감소하는 함수 $f(t)$에 대하여

$$f(t+c)=\frac{1}{2}f(t)$$

를 만족시키는 양의 상수 c를 $f(t)$의 반감기라 한다. 함수 $f(t)=3^{-t}$ 의 반감기는? [3점]

① $\frac{1}{3}\log_3 2$ ② $\frac{1}{2}\log_3 2$ ③ $\log_3 2$
④ $2\log_3 2$ ⑤ $3\log_3 2$

8. 고대 인도의 수학자 바스카라는 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$\sqrt{a+\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{\boxed{}}}{2}}+\sqrt{\frac{a-\sqrt{\boxed{}}}{2}}$$

$\boxed{}$ 안에 알맞은 것은? (단, $a\geqq b\geqq 1$) [2점]

① b ② a^2-b ③ a^2+b
④ $a+b$ ⑤ $a-b$

9. 전체집합 $U=\{1, 2, 3, \cdots, 100\}$ 의 부분집합 A 에 대하여 $f(A)$ 를 A 에 속하는 모든 원소의 합이라고 하자. U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $f(\phi)=0$) [3 점]

<보 기>

ㄱ. $f(A^c)=f(U)-f(A)$
ㄴ. $A \subset B$ 이면, $f(A) \leqq f(B)$ 이다.
ㄷ. $f(A \cup B)=f(A)+f(B)$

① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 1 이 두 번만 나타나는 이진법의 수를 작은 수부터 차례로 배열하여 얻은 수열

$$11_{(2)},\ 101_{(2)},\ 110_{(2)},\ 1001_{(2)},\ 1010_{(2)},\ 1100_{(2)},\ \cdots$$

의 제 56 항과 같은 수는? [3 점]

① 2^9+1 ② $2^{10}+2^9$ ③ $2^{11}+1$
④ $2^{11}+2^{10}$ ⑤ $2^{13}+1$

11. 삼차함수 $y=x^3-3ax^2+4a$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, a 의 값은? (단, $a>0$) [3 점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

12. △ABC 에서

$$6\sin A = 2\sqrt{3}\sin B = 3\sin C$$

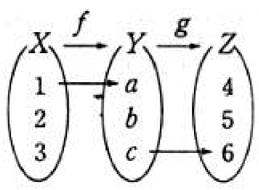
가 성립할 때, ∠A 의 크기는? [3 점]

① 120° ② 90° ③ 60° ④ 45° ⑤ 30°

13. 주사위를 한 번 던져 나오는 눈의 수를 4로 나눈 나머지를 확률변수 X라 하자. X의 평균은? (단, 주사위의 각 눈이 나올 확률은 모두 같다.) [3점]

① 2 ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

14. 집합 $X=\{1,2,3\}$, $Y=\{a,b,c\}$, $Z=\{4,5,6\}$ 에 대하여,
일대일 대응인 함수 $f : X \longrightarrow Y$ 와 함수 $g : Y \longrightarrow Z$ 가

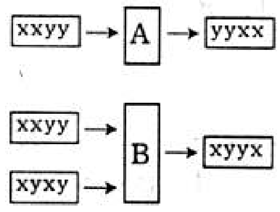


$$f(1)=a,\quad g(c)=6\ ,\ \ (g\circ f)(2)=4$$

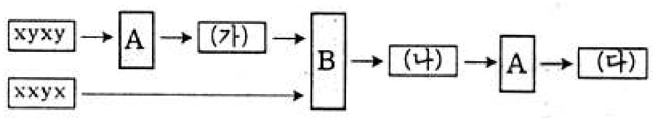
를 만족시킬 때, $f(3)$의 값은? [2점]

① a ② b
③ c ④ $b,\ c$ 모두 가능하다.
⑤ $a,\ b,\ c$ 모두 가능하다.

15. 두 개의 논리상자 A와 B가 있다. 논리상자 A는 문자 x와 y로 이루어진 네 자리 문자열을 x는 y로, y는 x로 바꾼다. 논리 상자 B는 두 개의 네 자리 문자열을 각 자리의 문자가 서로 같으면 x, 서로 다르면 y인 하나의 네 자리 문자열로 바꾼다.



다음과 같은 논리 회로에 두 문자열 xyxy, xxyx를 입력하였을 때, 출력 (다)에 들어갈 문자열은? [3점]



① xxxx ② xxxy ③ xxyy
④ xyyy ⑤ yyyy

16. 음이 아닌 정수 n에 대하여 n을 5로 나눈 나머지를 $f(n)$, 10으로 나눈 나머지를 $g(n)$이라 하자. <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

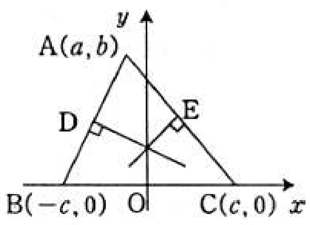
ㄱ. $f(f(n))=f(n)$
ㄴ. $g(f(n))=g(n)$
ㄷ. $f(g(n))=f(n)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

17. 다음은 △ABC 의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명한 것이다.

<증 명>

직선 BC 를 x 축, 변 BC 의 수직 이등분선을 y 축으로 잡고, $A(a,b)$, $B(-c,0)$, $C(c,0)$ 라고 하자. (단, $b\neq 0$, $c>0$)



(i) $a\neq c$ 이고 $a\neq -c$ 일때

직선 AC 의 기울기는 $\frac{b}{a-c}$ 이므로, 변 AC 의 중점 E 를 지나고 변 AC 에 수직인 직선의 방정식은

$$y=\boxed{\text{(가)}}\left(x-\frac{a+c}{2}\right)+\frac{b}{2}=\boxed{\text{(가)}}x+\boxed{\text{(나)}}\cdots ①$$

같은 방법으로, 변 AB 의 중점 D 를 지나고 변 AB 에 수직인 직선의 방정식은

$$y=-\frac{a+c}{b}x+\boxed{\text{(나)}}\cdots\cdots ②$$

두 직선 ①, ② 의 y 절편이 같으므로 세 변의 수직 이등분선은 y 축 위의 점 $(0, \boxed{\text{(나)}})$에서 만난다.

따라서, △ABC 의 세 변의 수직 이등분선은 한 점에서 만난다.

(ii) $a=c$ 또는 $a=-c$ 일때,

△ABC 는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이므로, 세 변의 수직 이등분선은 D 또는 E 에서 만난다.

따라서 △ABC 의 세 변의 수직 이등분선은 한 점에서 만난다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [3 점]

① $-\frac{a-c}{b}$, $\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형

② $-\frac{a-c}{b}$, $\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 정삼각형

③ $-\frac{a-c}{b}$, $\frac{-a^2+b^2-c^2}{2b}$, 이등변삼각형

④ $\frac{a-c}{b}$, $\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 이등변삼각형

⑤ $\frac{a-c}{b}$, $\frac{-a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형

18. 다음은 $4k+3$ 꼴의 소수가 무수히 많음을 증명한 것이다. (단, k 는 음이 아닌 정수이다.)

<증 명>

$4k+3$ 꼴의 소수가 유한개 있다고 가정하고, 이것을 3, 7, 11, 19, ⋯, p 라 하자.

$n=4(7\cdot 11\cdot 19\cdot \cdots \cdot p)+3$ 이라 하면, n 은 3, 7, 11, 19, ⋯, p 로 $\boxed{\text{(가)}}$. n 의 모든 소인수는 $4k+1$ 또는 $4k+3$ 꼴의 정수이고, $4k+1$ 꼴의 두 정수를 곱하면 $\boxed{\text{(나)}}$ 꼴의 정수이다. 그러므로, n 의 모든 소인수가 $\boxed{\text{(나)}}$ 꼴이면, n 도 $\boxed{\text{(나)}}$ 꼴이다. 이것은 모순이므로, n 은 $\boxed{\text{(다)}}$ 꼴의 소인수 q 를 갖는다. n 은 q 로 나누어 떨어지므로, q 는 3, 7, 11, 19, ⋯, p 가 아닌 $4k+3$ 꼴의 소수가 존재한다. 이것은 가정에 모순이다.

따라서, $4k+3$ 꼴의 소수는 무수히 많다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [2 점]

① 나누어 떨어진다. $4k+1$, $4k+1$

② 나누어 떨어진다. $4k+3$, $4k+3$

③ 나누어 떨어지지 않는다. $4k+3$, $4k+1$

④ 나누어 떨어지지 않는다. $4k+1$, $4k+1$

⑤ 나누어 떨어지지 않는다. $4k+1$, $4k+3$

19. 부등식

$$\cos^2\theta - 3\cos\theta - a + 9 \geq 0$$

이 모든 θ 에 대하여 항상 성립하는 실수 a 의 범위는? [3점]

① $-1 \leq a \leq 9$ ② $a \geq 0$ ③ $a \geq 5$
④ $a \leq 7$ ⑤ $a \leq 9$

20. 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가

$$\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-2}{x-3}=1 \quad , \quad \lim_{x\to 3}\frac{g(x)-1}{x-3}=2$$

를 만족시킬 때, 함수 $y=f(x)g(x)$ 의 $x=3$ 에서의 미분 계수는? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

21. 자연수 n 에 대하여, 두 곡선

$$y=x^2-2 \quad , \quad y=-x^2+\frac{2}{n^2}$$

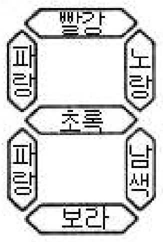
로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은? [3점]

① $\frac{16}{3}$ ② $\frac{14}{3}$ ③ 4 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

22. 어떤 원자의 에너지는 주양자수 n 인 에너지 상태에는 $2n^2$ 개의 서로 다른 궤도가 존재한다. 주양자수가 $n=1, 2, 3, \cdots, 9$ 인 에너지 상태에 있는 모든 궤도의 수는? (단, 주양자수가 다른 에너지 상태에 있는 궤도들은 서로 다르다.) [3점]

① 770 ② 570 ③ 408 ④ 350 ⑤ 182

23. 입력값의 전체 집합 $U=\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$에 대하여, 빨강에서 보라까지 7개의 전등으로 구성된 숫자판을 다음과 같이 점등하고자 한다.



입력값	이진법 표현	점등 모양
0	$00_{(2)}$	0
1	$01_{(2)}$	1
2	$10_{(2)}$	2
3	$11_{(2)}$	3

입력값을 이진법의 수로 $pq_{(2)}$와 같이 표현하였을 때, p가 1인 입력값의 집합을 P, q가 1인 입력값의 집합을 Q라 하자. 빨란 전등이 점등되는 모든 입력값의 집합을 올바르게 나타낸 것은? [3점]

① P　② Q　③ $P\cup Q^c$
④ $P^c\cup Q$　⑤ $P^c\cap Q^c$

24. 컴퓨터 중앙처리장치의 속도는 1985년 1MHz이던 것이 매 3년마다 약 4배의 비율로 빨라지고 있다. 한 연구에 의하면, 현재 기술로 이와 같은 발전을 지속할 수 있는 중앙처리장치 속도의 한계는 약 4,000MHz 라고 한다. 이 연구에서 현재 기술이 한계에 도달할 것으로 예측되는 해는? (단, MHz는 중앙처리장치 속도의 단위이며, $\log 2=0.3$ 으로 계산한다.) [3점]

① 2003년　② 2006년　③ 2009년
④ 2012년　⑤ 2024년

주관식 문항 (25～30)

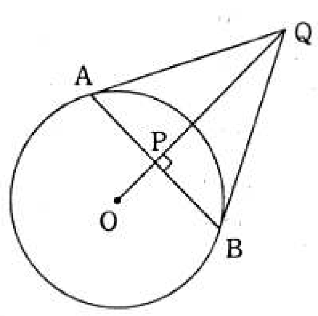
25. 다항식 $x^3+5x^2+10x+6$이 $(x+a)(x^2+4x+b)$로 인수분해 될 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [2점]

26. 다항함수 $f(x)$가 $\int_2^x f(t)\,dt=x^2+ax+2$를 만족시킬 때, $f(10)$의 값을 구하시오. [3점]

27. 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭인 두 직선 $y=ax$, $y=bx$ 가 이루는 각이 $30°$ 일 때, $3(a^2+b^2)$의 값을 구하시오. [3 점]

28. 반지름의 길이가 10 인 원 O 의 내부에 한 점 P 가 있다. 점 P 를 지나고 직선 OP 에 수직인 직선이 원과 만나는 두 점을 A, B 에서의 두 접선의 교점을 Q 라 하자.

$\overline{\mathrm{OP}}=5$ 일 때, 선분 PQ 의 길이를 구하시오. [2 점]



29. 1 에서 10 까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 수를 임의로 선택할 때, 선택된 두 수의 곱이 짝수가 되는 경우의 수를 구하시오. [3 점]

30. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 부등식 $x+a \leq x^2 \leq 2x+b$ 가 항상 성립할 때, $b-a$ 의 최소값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. [3 점]

※ 확인 사항
- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.