2002학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시 수리 영역

예·체능계 | 성명 | | 수험번호 | — |

홀수형 1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $(2-\sqrt{3}\,i)(2+\sqrt{3}\,i)$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [2점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

2. $\log_2(4^{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt{2^5})^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

3. $\sin\frac{\pi}{6}+\tan\frac{9\pi}{4}$ 의 값은? [2점]

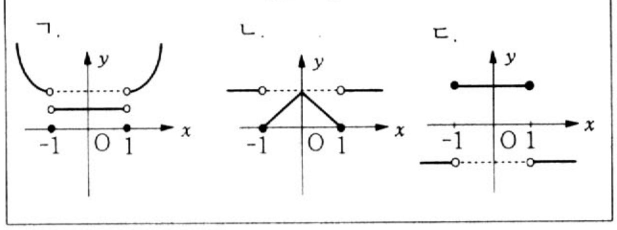
① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

4. 다항식 $(3x^2+2x+1)^2$ 을 전개하였을 때 x^2 의 계수는? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

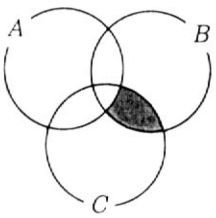
5. 〈보기〉에 주어진 함수 $y=f(x)$의 그래프 중에서 $f(x)=f(x^2)$을 만족하는 그래프를 모두 고른 것은? [2점]

〈보 기〉



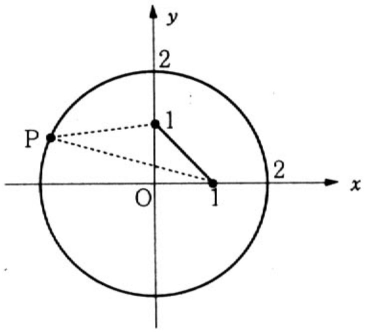
① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 다음 벤 다이어그램에서 어두운 부분을 나타내는 집합은? [3점]



① $(B\cap C)-(A-(A\cap B))$
② $(B\cap C)-(B-(A\cap B))$
③ $(B\cap C)-(C-(A\cap B))$
④ $(B\cap C)-(A\cap B\cap C)$
⑤ $(B\cap C)-((A\cap B)-(A\cap B\cap C))$

7. 원 $x^2+y^2=4$ 안의 두 점 $(1,0)$, $(0,1)$과 원 위의 한 점 P가 만드는 삼각형의 넓이가 1이 되는 점 P의 개수는? [3점]



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. $a>0$, $b>0$일 때, 〈보기〉 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

〈보 기〉

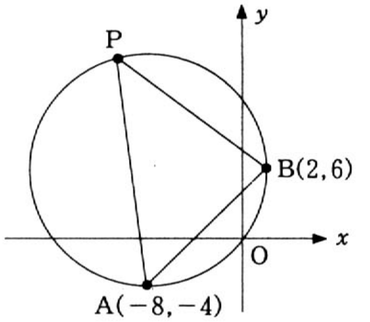
ㄱ. $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2}\le\sqrt{\dfrac{a+b}{2}}$

ㄴ. $\dfrac{3^a+3^b}{2}\le 3^{\frac{a+b}{2}}$

ㄷ. $\dfrac{\log a+\log b}{2}\le\log\dfrac{a+b}{2}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

9. 원 $(x+8)^2+(y-6)^2=10^2$ 위에 두 점 $\mathrm{A}(-8,-4)$, $\mathrm{B}(2,6)$ 가 있다. $\triangle\mathrm{PAB}$ 의 넓이가 최대가 되도록 하는 원 위의 한 점 P 와 원의 중심을 지나는 직선의 방정식을 $y=ax+b$ 라고 할 때 $a+b$ 의 값은? [3점]



① 1 ② 0 ③ −1 ④ −2 ⑤ −3

10. 연립부등식 $x>0$, $y+x\geq 0$, $y-2x\leq 0$ 이 나타내는 좌표평면 위의 영역을 D라 하자. D에 속하는 두 점 $\mathrm{P}(a,b)$, $\mathrm{Q}(c,d)$에 대하여 $\dfrac{b+d}{a+c}$ 의 최대값과 최소값의 차는? [3점]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2
④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

11. 지수함수의 그래프에 대한 〈보기〉의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [2점]

〈보 기〉

ㄱ. $y=2^x$ 의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면 $y=\dfrac{1}{2^x}$ 의 그래프가 된다.

ㄴ. $y=2^x$ 의 그래프를 x축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 $y=2^x$ 의 그래프보다 아래에 놓이게 된다.

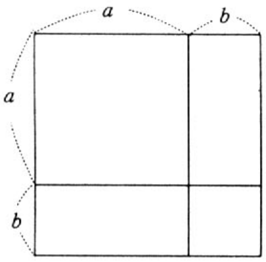
ㄷ. $y=\sqrt{2}\cdot 2^x$ 의 그래프를 x축의 방향으로 평행이동하여 $y=2^x$ 의 그래프를 얻을 수 있다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. $\cos\theta \geq \frac{1}{2}$ 일 때 $\sin^2\theta$ 의 최대값은? [3점]

① 1 ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

13. 그림과 같이 넓이가 다른 세 종류의 직사각형 종이 네 장을 이용하여



$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

임을 보일 수 있다. 이와 유사한 방법으로 부피가 다른 몇 종류의 직육면체 나무토막을 이용하여

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

임을 보이고자 한다. 최소로 필요한 나무토막의 종류의 수와 전체의 개수를 순서대로 적은 것은? [2점]

① 3, 4 ② 3, 6 ③ 3, 8
④ 4, 6 ⑤ 4, 8

14. 한 평면에 서로 다른 n 개의 직선을 그려서 나누어진 영역의 수의 최소값을 $f(n)$, 최대값을 $g(n)$이라 하자. 〈보기〉의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

〈보 기〉

ㄱ. $f(2)=3$, $g(2)=4$ 이다.
ㄴ. 모든 n 에 대하여 $f(n)=n+1$ 이다.
ㄷ. 모든 n 에 대하여 $g(n)\leqq f(n+1)$ 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 다음을 만족하는 다항함수에 대한 〈보기〉의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

$f_0(x)=1$,
$f_1(x)=x$,
$f_{n+1}(x)=xf_n(x)+f_{n-1}(x)$ (n 은 자연수)

〈보 기〉

ㄱ. $f_{2n-1}(0)=0$, $f_{2n}(0)=1$ 이다.
ㄴ. $f_{2n-1}(x)$ 는 기함수이고, $f_{2n}(x)$ 는 우함수이다.
ㄷ. $f_{2n-1}(x)$ 와 $f_{2n}(x)$ 의 항의 개수는 각각 n 개이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 함수 $f(x)=[x[x]]$ 에 대한 〈보기〉의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

〈보 기〉

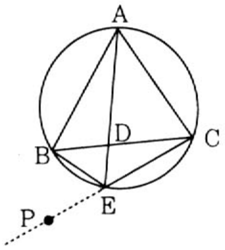
ㄱ. $f(x)=-1$ 이 되는 x 는 존재하지 않는다.
ㄴ. 자연수 n 에 대해서 집합 $\{f(x) \mid n\leqq x<n+1\}$ 의 원소의 개수는 n 개이다.
ㄷ. 자연수 n 에 대해서 집합 $\{f(x) \mid -n\leqq x<-n+1\}$ 의 원소의 개수는 $n+1$ 개이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 다음은 정삼각형 ABC 의 변 BC 위의 한 점 D 를 잡아 직선 AD 가 $\triangle$ABC 의 외접원과 만나는 점을 E 라 할 때,

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{DE}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{EB}}} + \frac{1}{\overline{\mathrm{CE}}}$$

임을 보인 것이다.



〈증명〉

선분 CE 의 연장선 위에 $\overline{\mathrm{EB}} = \overline{\mathrm{EP}}$ 인 점 P 를 잡는다. 네 점 A, B, E, C 는 한 원 위에 있으므로

$\angle\mathrm{AEC} = \angle\mathrm{ABC} = 60°$ 이고

$\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{ACB} = 60°$ 이다.

따라서 $\boxed{(가)} = 60°$ 이고 $\overline{\mathrm{EB}} = \overline{\mathrm{EP}}$ 이므로

$\triangle$EBP 는 정삼각형이다.

그러므로 $\boxed{(나)} = 60° = \angle\mathrm{DEC}$ 이고

선분 BP 와 DE 는 평행하다. $\triangle$CBP 와 $\triangle$CDE 는 닮음이므로

$\overline{\mathrm{BP}} : \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{CP}} : \boxed{(다)}$ 이고

$\overline{\mathrm{BP}} \cdot \boxed{(다)} = \overline{\mathrm{DE}} \cdot \overline{\mathrm{CP}}$ 이다. 또한

$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{EP}} = \overline{\mathrm{EB}}$, $\overline{\mathrm{CP}} = \overline{\mathrm{CE}} + \overline{\mathrm{EP}}$ 이므로,

$\overline{\mathrm{EB}} \cdot \boxed{(다)} = \overline{\mathrm{DE}}(\overline{\mathrm{CE}} + \overline{\mathrm{EP}})$

$= \overline{\mathrm{DE}}(\overline{\mathrm{CE}} + \overline{\mathrm{EB}})$

가 된다. 양변을 $\overline{\mathrm{EB}} \cdot \overline{\mathrm{CE}} \cdot \overline{\mathrm{DE}}$ 로 나누면

$\frac{1}{\overline{\mathrm{DE}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{EB}}} + \frac{1}{\overline{\mathrm{CE}}}$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$\angle$PEB	$\angle$BPE	$\overline{\mathrm{CE}}$
②	$\angle$PEB	$\angle$BPE	$\overline{\mathrm{CD}}$
③	$\angle$EBP	$\angle$CBE	$\overline{\mathrm{CE}}$
④	$\angle$PEB	$\angle$DCE	$\overline{\mathrm{CD}}$
⑤	$\angle$PEB	$\angle$BED	$\overline{\mathrm{CD}}$

18. 다음은 자연수 m, n 에 대해서 $m^4 + 4^n$ 이 소수이고 $m \neq 1$ 또는 $n \neq 1$ 이면, m 은 홀수이고 n 은 짝수임을 증명한 것이다.

〈증명〉

m 이 짝수이거나 n 이 홀수라 가정하자.

(i) m 이 짝수이면 $m = 2j$ 꼴의 정수이고,

$m^4 + 4^n = 4 \cdot (4j^4 + 4^{n-1})$ 이므로 $m^4 + 4^n$은 $\boxed{(가)}$.

이것은 가정에 모순이므로 m 은 홀수이다.

(ii) n 이 홀수이면 $n = 2k-1$ 꼴의 정수이다.

$m^4 + 4^n = m^4 + 4^{2k-1}$ 은 다음과 같이 인수분해 된다.

$m^4 + 4^{2k-1} = (\boxed{(나)})(m^2 + m2^k + 2 \cdot 4^{k-1})$

이 수는 소수이므로 $\boxed{(나)} = 1$ 또는

$m^2 + m2^k + 2 \cdot 4^{k-1} = 1$ 이다.

그런데, $m^2 + m2^k + 2 \cdot 4^{k-1} > 1$ 이므로 $\boxed{(나)} = 1$ 이다.

$\boxed{(나)} = (\boxed{(다)})^2 + 4^{k-1} = 1$ 로부터

$k = 1$, $m = 1$ 이다. 따라서, $m = 1$, $n = 1$ 이다.

이것은 가정에 모순이므로 n 은 짝수이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	소수가 아니다	$m^2 - m2^k + 2 \cdot 4^{k-1}$	$m - 2^{k-1}$
②	소수이다	$m^2 - m2^k + 2 \cdot 4^{k-1}$	$m - 2^{k-1}$
③	소수가 아니다	$m^2 - m2^{k+1} + 5 \cdot 4^{k-1}$	$m - 2^k$
④	소수이다	$m^2 - m2^{k+1} + 5 \cdot 4^{k-1}$	$m - 2^k$
⑤	소수가 아니다	$m^2 - m2^{k+2} + 17 \cdot 4^{k-1}$	$m - 2^{k+1}$

19. 집합 $A=\{1, 2, 3, \cdots, 21\}$ 에 대한 〈보기〉의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

〈보 기〉

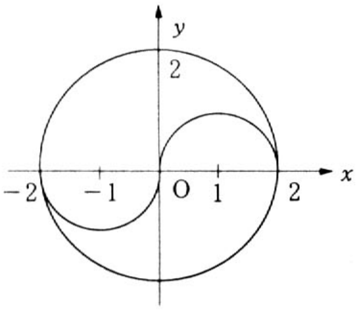
ㄱ. A 에 있는 서로 다른 두 수의 최소공배수 중 최대는 420 이다.

ㄴ. A 에 있는 서로 다른 두 수의 최대공약수 중 최대는 10 이다.

ㄷ. A 의 서로 다른 11 개의 수 중에는 서로 소인 두 수가 있다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 그림과 같이 좌표평면 위에 원과 반원으로 이루어진 태극 문양이 있다. 태극문양과 직선 $y=a(x-1)$ 이 서로 다른 다섯 점에서 만나게 되는 a 의 범위는? [3점]

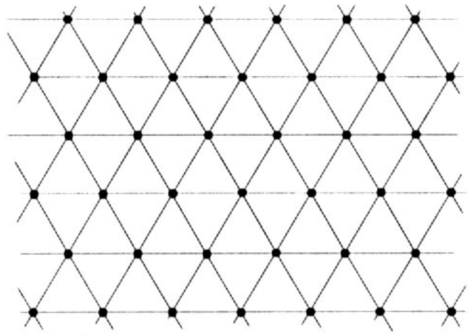


① $0<a<\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $0<a<\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $0<a<\frac{2}{3}$
④ $0<a<\frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $0<a<\frac{\sqrt{6}}{3}$

21. 함수 $f(x)=x^2-x-6$, $g(x)=x^2-ax+4$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여 $(f \circ g)(x) \geq 0$ 이 되는 실수 a 의 범위는? (단, $f \circ g$ 는 g 와 f 의 합성함수이다.) [3점]

① $a \leq -1$, $a \geq 1$ ② $-1 \leq a \leq 1$ ③ $a \leq -2$, $a \geq 2$
④ $-2 \leq a \leq 2$ ⑤ $-4 \leq a \leq 4$

22. 어떤 물질은 원자를 구로 나타낼 경우 똑같은 구들을 규칙적으로 배열하여 얻은 정육각형 격자구조를 갖는다. 아래 그림은 이 격자구조의 한 단면에 놓여있는 원자의 중심을 연결한 것이다. 이 구조에서 한 원자의 에너지는 인접한 원자의 수와 거리에 영향을 받는다. 가장 인접한 원자의 중심간의 거리가 모두 1 일 때, 동일 평면상에서 고정된 한 원자와 중심사이의 거리가 $\sqrt{7}$ 인 원자의 개수는? [3점]



① 4 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 16

23. 자전거 경기장에서 트랙의 반지름이 r m 이고 경사각이 $a°$ 인 경사면을 안전하게 달릴 수 있는 속력 v (m/초) 는 $v = \sqrt{0.2ra}$ 로 나타내어진다고 하자. 이 때 자전거 경기장에서 반지름이 40 m 이고 경사각이 $32°$ 인 경사면을 안전하게 달릴 수 있는 속력 (m/초) 은? [2점]

① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

24. 중심도시에서 상품을 구매하는 주변도시의 전체 구매량은 다음과 같은 법칙을 따른다고 하자.

"각 주변도시 B, C 의 시민들이 중심도시 A 시에서 상품을 구매할 때, 각 도시의 전체 구매량은 그 도시의 인구수에 비례하고 A 시와의 거리의 제곱에 반비례한다."

위 법칙과 아래 표에 의거하여 신도시 C 시를 건설하려고 한다.

구분 / 도시	인 구 (단위 : 명)	A 시로부터의 거리 (단위 : km)
B 시	500000	20
C 시	x	10

A 시에서 구매하는 C 시의 전체 구매량이 B 시의 전체 구매량의 절반이 되게 하려면 C 시의 인구 x 를 얼마로 예상해야 하는가? [3점]

① 42500 ② 52500 ③ 62500
④ 72500 ⑤ 82500

주관식 문항 (25~30)

25. 원 $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$ 의 중심의 좌표를 (a, b), 반지름을 r 이라 할 때, $a + b + r$ 의 값을 구하시오. [2점]

26. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때 $\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때 $\{2, 3\} \cap A \neq \phi$ 를 만족시키는 U 의 부분집합 A 의 개수를 구하시오. [3점]

28. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하시오. [2점]

$$(\log_2 x)^3 + \log_2 x^3 = 4(\log_2 x)^2 + \log_2 x$$

29. 어떤 행사에서 20 종류의 스티커를 모으면 경품을 받을 수 있다고 한다. 갑은 네 종류, 을과 병은 각각 다섯 종류의 스티커를 모았다. 두 사람씩 비교하였을 때 각각 세 종류의 스티커가 공통으로 있었고, 세 사람을 함께 비교하였을 때는 두 종류의 스티커가 공통으로 있었다. 갑, 을, 병의 스티커를 모아서 경품을 받으려고 할 때, 최소로 더 필요한 스티커의 종류의 수를 구하시오. [3점]

30. 원 $x^2 + y^2 = \frac{13}{4}$ 과 함수 $y = \frac{3}{2x}$ 의 그래프가 만나는 모든 교점의 x 좌표의 곱을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. [3점]

* 확인 사항
- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.