2018학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2교시

수학 영역(가형)

5지선다형

- 1. 두 벡터 $\overrightarrow{a}=(3,\,-1),\,\overrightarrow{b}=(1,\,2)$ 에 대하여 벡터 $\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4
- **⑤** 5

- 2. $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+5x)}{e^{2x}-1}$ 의 값은? [2점]

 - ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

- 3. 좌표공간의 두 점 A(1,6,4), B(a,2,-4)에 대하여 선분 AB = 1:3으로 내분하는 점의 좌표가 (2,5,2)이다. a의 값은? [2점]
 - 1
- 2 3 3 5 4 7 5 9

4. 두 사건 A와 B는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

일 때, P(B)의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. 닫힌 구간 [1,3]에서 함수 $f(x) = 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$ 의 최댓값은?

- ① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

- 6. $\left(x + \frac{2}{x}\right)^8$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [3점]
 - ① 108
- ② 112
- ③ 116
- **4** 120
- ⑤ 124

7. $0 \le x < 2\pi$ 일 때, 방정식

 $\cos^2 x = \sin^2 x - \sin x$

- 의 모든 해의 합은? [3점]

- ① 2π ② $\frac{5}{2}\pi$ ③ 3π ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ 4π

8. 타원 $\frac{(x-2)^2}{a} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ 의 두 초점의 좌표가

(6, b), (-2, b)일 때, ab의 값은? (단, a는 양수이다.) [3점]

- ① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 f(x)에 대하여 함수 g(x)를

$$g(x) = \frac{f(x)}{e^{x-2}}$$

라 하자. $\lim_{x\to 2} \frac{f(x)-3}{x-2} = 5$ 일 때, g'(2)의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

- ⑤ 5

10. 어느 공장에서 생산하는 화장품 1개의 내용량은 평균이 201.5g이고 표준편차가 1.8g인 정규분포를 따른다고 한다.

이 공장에서 생산한 화장품 중 임의추출한 9개의 화장품 내용량의 표본평균이 200g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

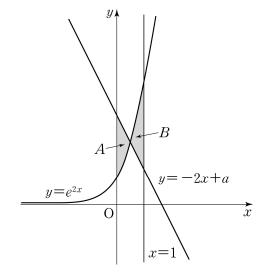
 $\bigcirc 0.7745 \quad \bigcirc 0.8413 \quad \bigcirc 0.9332 \quad \bigcirc 0.9772 \quad \bigcirc 0.9938$

- 11. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 f(x), g(x)가 있다. f(x)가 g(x)의 역함수이고 f(1)=2, f'(1)=3이다. 함수 h(x) = xg(x)라 할 때, h'(2)의 값은? [3점]

 - ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

- 12. 곡선 $y=e^{2x}$ 과 y축 및 직선 y=-2x+a로 둘러싸인 영역을 A, 곡선 $y=e^{2x}$ 과 두 직선 y=-2x+a, x=1로 둘러싸인 영역을 B라 하자. A의 넓이와 B의 넓이가 같을 때, 상수 a의 값은? (단, $1 < a < e^2$) [3점]

 - ① $\frac{e^2+1}{2}$ ② $\frac{2e^2+1}{4}$ ③ $\frac{e^2}{2}$

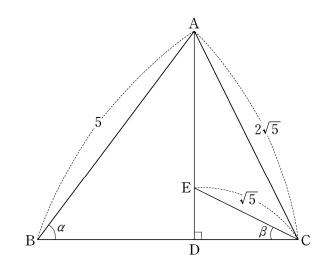


13. 한 개의 주사위를 두 번 던진다. 6의 눈이 한 번도 나오지 않을 때, 나온 두 눈의 수의 합이 4의 배수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{4}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{6}{25}$ ④ $\frac{7}{25}$ ⑤ $\frac{8}{25}$

 $\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=2\sqrt{5}$ 인 삼각형 ABC의 꼭짓점 A 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하자.

선분 AD를 3:1로 내분하는 점 E에 대하여 $\overline{EC} = \sqrt{5}$ 이다. \angle ABD = α , \angle DCE = β 라 할 때, $\cos(\alpha - \beta)$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{10}$
- $4 \frac{7\sqrt{5}}{20}$ $5 \frac{2\sqrt{5}}{5}$

15. 함수 f(x)가

$$f(x) = \int_0^x \frac{1}{1 + e^{-t}} dt$$

일 때, $(f \circ f)(a) = \ln 5$ 를 만족시키는 실수 a의 값은? [4점]

- ① ln 11
- ② ln 13 ③ ln 15
- 4 ln 17
- ⑤ ln 19
- **16.** 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(0 < t < \pi)$ 에서의 위치 P(x, y)가

$$x = \sqrt{3} \sin t$$
, $y = 2 \cos t - 5$

이다. 시각 $t = \alpha (0 < \alpha < \pi)$ 에서 점 P의 속도 \overrightarrow{v} 와 \overrightarrow{OP} 가 서로 평행할 때, cosα의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

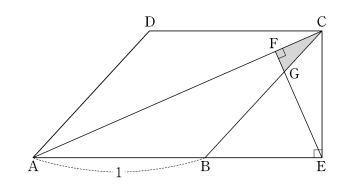
홀수형

수학 영역(가형)

7

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 마름모 ABCD가 있다.
점 C 에서 선분 AB의 연장선에 내린 수선의 발을 E,
점 E 에서 선분 AC 에 내린 수선의 발을 F, 선분 EF 와 선분 BC의 교점을 G라 하자. ∠DAB = θ일 때,
삼각형 CFG의 넓이를 S(θ)라 하자.

 $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

18. 서로 다른 공 4개를 남김없이 서로 다른 상자 4개에 나누어 넣으려고 할 때, 넣은 공의 개수가 1인 상자가 있도록 넣는 경우의 수는? (단, 공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.) [4점]

① 220

② 216

③ 212

4 208

(5) 204

19. 무게가 1인 추 6개, 무게가 2인 추 3개와 비어 있는 주머니 1개가 있다. 주사위 한 개를 사용하여 다음의 시행을 한다. (단, 무게의 단위는 g이다.)

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 2 이하이면 무게가 1인 추 1개를 주머니에 넣고, 눈의 수가 3 이상이면 무게가 2인 추 1개를 주머니에 넣는다.

위의 시행을 반복하여 주머니에 들어 있는 추의 총무게가 처음으로 6보다 크거나 같을 때, 주머니에 들어 있는 추의 개수를 확률변수 X라 하자. 다음은 X의 확률질량함수 P(X=x)(x=3,4,5,6)을 구하는 과정이다.

(i) X=3인 사건은 주머니에 무게가 2인 추 3개가 들어 있는 경우이므로

P(X=3) = (7)

(ii) X=4인 사건은

세 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 4이고 네 번째 시행에서 무게가 2인 추를 넣는 경우와 세 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$$P(X=4) = (1) + {}_{3}C_{1}(\frac{1}{3})^{1}(\frac{2}{3})^{2}$$

(iii) *X*=5인 사건은

네 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 4이고 다섯 번째 시행에서 무게가 2인 추를 넣는 경우와 네 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$$P(X=5) = {}_{4}C_{4}\left(\frac{1}{3}\right)^{4}\left(\frac{2}{3}\right)^{0} \times \frac{2}{3} + \boxed{(")}$$

(iv) X=6인 사건은 다섯 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우이므로

$$P(X=6) = \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

위의 (7), (4), (4)에 알맞은 수를 각각 a, b, c라 할 때, $\frac{ab}{c}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{7}{9}$ ③ $\frac{10}{9}$ ④ $\frac{13}{9}$ ⑤ $\frac{16}{9}$

- 20. 좌표공간에 한 직선 위에 있지 않은 세 점 A, B, C가 있다. 다음 조건을 만족시키는 평면 α 에 대하여 각 점 A, B, C와 평면 α 사이의 거리 중에서 가장 작은 값을 $d(\alpha)$ 라 하자.
 - (가) 평면 α 는 선분 AC와 만나고, 선분 BC와도 만난다.
 - (나) 평면 α 는 선분 AB와 만나지 않는다.

위의 조건을 만족시키는 평면 α 중에서 $d(\alpha)$ 가 최대가 되는 평면을 β 라 할 때, $\langle 보기 \rangle$ 에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

-----<보 기>---

- \neg . 평면 β 는 세 점 A, B, C를 지나는 평면과 수직이다.
- $_{\perp}$. 평면 β 는 선분 AC의 중점 또는 선분 BC의 중점을 지난다.
- 다. 세 점이 A(2, 3, 0), B(0, 1, 0), C(2, -1, 0)일 때, $d(\beta)$ 는 점 B와 평면 β 사이의 거리와 같다.
- ① ¬
- ② ⊏
- ③ ¬, ∟

- ④ ∟, ⊏
- (5) 7, L, C

21. 양수 t에 대하여 구간 $[1, \infty)$ 에서 정의된 함수 f(x)가

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & (1 \le x < e) \\ -t + \ln x & (x \ge e) \end{cases}$$

일 때, 다음 조건을 만족시키는 일차함수 g(x) 중에서 직선 y = g(x)의 기울기의 최솟값을 h(t)라 하자.

1 이상의 모든 실수 x에 대하여 $(x-e)\{g(x)-f(x)\} \ge 0$ 이다.

미분가능한 함수 h(t)에 대하여 양수 a가 $h(a) = \frac{1}{e+2}$ 을 만족시킨다. $h'\left(\frac{1}{2e}\right) \times h'(a)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{(e+1)^2}$ ② $\frac{1}{e(e+1)}$ ③ $\frac{1}{e^2}$
- $4 \frac{1}{(e-1)(e+1)}$ $5 \frac{1}{e(e-1)}$

단답형

22. ₅C₃의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ 에 대하여 f'(1)의 값을 구하시오. [3점]

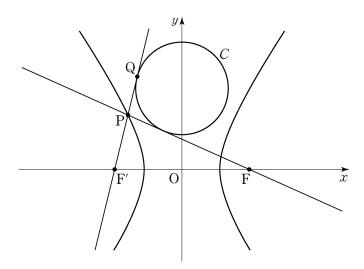
- **24.** 곡선 $2x+x^2y-y^3=2$ 위의 점 (1,1)에서의 접선의 기울기를 구하시오. [3점]
- 26. 확률변수 X가 평균이 m, 표준편차가 σ 인 정규분포를 따르고

$$P(X \le 3) = P(3 \le X \le 80) = 0.3$$

일 때, $m+\sigma$ 의 값을 구하시오. (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 0.25) = 0.1, \ P(0 \le Z \le 0.52) = 0.2$ 로 계산한다.) [4점]

25. 좌표평면 위의 점 (4,1)을 지나고 벡터 $\stackrel{\rightarrow}{n}=(1,2)$ 에 수직인 직선이 x축, y축과 만나는 점의 좌표를 각각 (a,0),(0,b)라 하자. a+b의 값을 구하시오. [3점]

27. 그림과 같이 두 초점이 F, F'인 쌍곡선 $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{17} = 1$ 위의점 P에 대하여 직선 FP와 직선 F'P에 동시에 접하고 중심이 y축 위에 있는 원 C가 있다. 직선 F'P와 원 C의 접점 Q에 대하여 $\overline{F'Q} = 5\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{FP}^2 + \overline{F'P}^2$ 의 값을 구하시오. (단, $\overline{F'P} < \overline{FP}$) [4점]



28. 방정식 x+y+z=10을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 모든 순서쌍 (x, y, z) 중에서 임의로 한 개를 선택한다. 선택한 순서쌍 (x, y, z)가

 $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$ 을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. p+q의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- **29.** 좌표공간에 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 이 평면 x + 2z 5 = 0과 만나서 생기는 원 C가 있다. 원 C 위의 점 중 y좌표가 최소인 점을 P라 하고, 점 P에서 xy 평면에 내린 수선의 발을 Q라 하자. 원 C 위를 움직이는 점 X에 대하여 $|\overrightarrow{PX} + \overrightarrow{QX}|^2$ 의 최댓값은 $a + b\sqrt{30}$ 이다. 10(a + b)의 값을 구하시오. (단, a와 b는 유리수이다.) [4점]
- **30.** 실수 t에 대하여 함수 f(x)를

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x - t| & (|x - t| \le 1) \\ 0 & (|x - t| > 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 어떤 홀수 k에 대하여 함수

$$g(t) = \int_{k}^{k+8} f(x) \cos(\pi x) dx$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 g(t)가 $t=\alpha$ 에서 극소이고 $g(\alpha)<0$ 인 모든 α 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \cdots,\ \alpha_m$

(m은 자연수)라 할 때, $\sum_{i=1}^{m} \alpha_i = 45$ 이다.

 $k-\pi^2\sum_{i=1}^m g(\alpha_i)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.