

제 2 교시

수리·탐구 영역(I)

공 통

성명

수험번호

—

A 형

1

- 먼저 문제지와 답안지에 수험 번호와 성명을 정확히 기입하고, 답안지의 '문제 유형'란에는 수험생이 받은 문제지의 유형(A 또는 B)을 표기하시오.
- 답안지에 수험 번호, 문제 유형, 답안을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{3}$ 일 때,

$\frac{1}{\cos \theta} \left(\tan \theta + \frac{1}{\tan^2 \theta} \right)$ 의 값은?

- ① $\frac{45}{16}$
- ② $\frac{43}{16}$
- ③ $\frac{41}{16}$
- ④ $\frac{39}{16}$
- ⑤ $\frac{37}{16}$

2. 서로 다른 두 실수 α, β 에 대하여 $\alpha + \beta = 1$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+\alpha^2} - \sqrt{x+\beta^2}}{\sqrt{4x+\alpha} - \sqrt{4x+\beta}}$ 의 값은?

- ① 1
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ 2
- ④ $\frac{1}{4}$

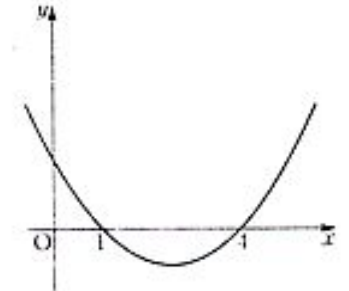
⑤ 4

3. 오른쪽 그림은 $y = f(x)$ 의 그래프이다.

함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_x^{x+1} f(t) dt$$

라 할 때, $g(x)$ 의 최소값은?



- ① $g(1)$
- ② $g(2)$
- ③ $g\left(\frac{5}{2}\right)$
- ④ $g\left(\frac{7}{2}\right)$
- ⑤ $g(4)$

4. 첫째 항이 m , 공차가 1인 등차수열의 첫째 항부터 제 n 항까지의 합이 50 일 때, $m+n$ 의 값은? (단, $m \leq 10$ 인 자연수)

- ① 13
- ② 14
- ③ 15
- ④ 16
- ⑤ 17

수리·탐구 영역(I)

5. 무한등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} r^n$ 이 수렴할 때,

다음 중 반드시 수렴한다고 할 수 없는 것은?

- ① $\sum_{n=1}^{\infty} (r^n + r^{2n})$
 ② $\sum_{n=1}^{\infty} (r^n - 2r^{2n})$
 ③ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^n + (-r)^n}{2}$
 ④ $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r-1}{2} \right)^n$
 ⑤ $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{2} - 1 \right)^n$

6. 직선 $y = 3x + 2$ 를 x 축의 방향으로 k 만큼 평행이동시킨 직선이 포물선 $y^2 = 4x$ 에 접할 때, k 의 값은?

- ① $\frac{5}{9}$
 ② $\frac{4}{9}$
 ③ $\frac{2}{9}$
 ④ $\frac{2}{3}$
 ⑤ $\frac{1}{3}$

7. 실수 전체의 집합의 부분집합 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$x \in A \text{ 이면 } \frac{1}{2}x \in A \text{ 이다.}$$

다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $\sqrt{2} \in A$ 이면 $0 \notin A$ 이다.
 ② A 가 유한집합이면 $2 \notin A$ 이다.
 ③ A 가 무한집합이면 $0 \in A$ 이다.
 ④ $x \in A$ 이고 $y \in A$ 이면 $x + y \in A$ 이다.
 ⑤ $x \in A$ 이고 $y \in A$ 이면 $xy \in A$ 이다.

8. 자연수 a, b 에 대하여 a 를 b 로 나눈 나머지를 $a \diamond b$ 라 하자. 예를 들면, $1993 \diamond 5 = 3$ 이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 모든 자연수 n 에 대하여 $2^{4n} \diamond 5 = 1$ 이다.
 ② 모든 자연수 n 에 대하여 $2^n \diamond 5 \neq 0$ 이다.
 ③ 모든 자연수 m, n 에 대하여
 $2^{m+n} \diamond 5 = \{ 2^m (2^n \diamond 5) \} \diamond 5$ 이다.
 ④ 모든 자연수 m, n 에 대하여
 $2^{m+n} \diamond 5 = \{ (2^m \diamond 5)(2^n \diamond 5) \} \diamond 5$ 이다.
 ⑤ 모든 자연수 m, n 에 대하여
 $(2^m + 2^n) \diamond 5 = (2^m \diamond 5) + (2^n \diamond 5)$ 이다.

수리·탐구 영역(I)

9. A 가 2차 정사각행렬일 때, <보기>에서 참인 명제를 모두 고른 것은? (단, E 는 2차 단위행렬이다.)

<보 기>

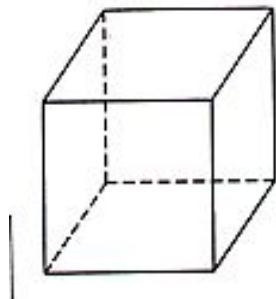
- ㄱ. $A^3 = A^5 = E$ 이면 $A = E$ 이다.
 ㄴ. $A^3 + A^2 + A + E = O$ 이면 A 는 역행렬을 갖는다.
 ㄷ. $A^k = A^m = A^n = E$ 를 만족시키는 서로 다른 자연수 k, m, n 이 존재하면 $A = E$ 이다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ
 ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄱ
 ⑤ ㄷ

10. 그림과 같은 정육면체를 평면으로 자른 단면의 모양은 <보기> 중 몇 가지가 될 수 있는가?

<보 기>

- 삼각형
- 정사각형이 아닌 직사각형
- 정사각형이 아닌 마름모
- 오각형
- 육각형

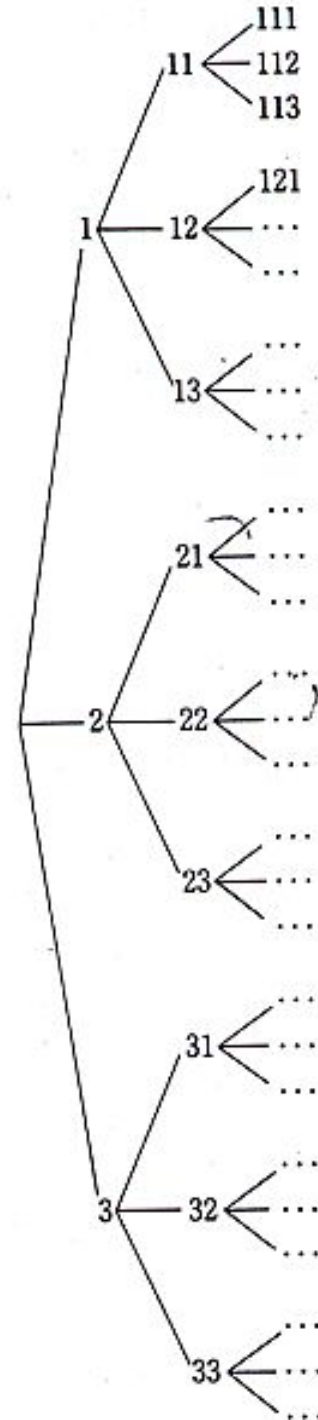


- ① 1 가지
 ② 2 가지
 ③ 3 가지
 ④ 4 가지
 ⑤ 5 가지

11. 오른쪽 그림에 나타나는 수를 크기 순으로 나열하여 다음과 같은 수열을 만들었다.

1, 2, 3, 11, 12, 13,
 21, 22, 23, 31, 32, 33,
 111, 112, 113, 121, ...
 이 수열의 제 200 항은?

- ① 13323
 ② 13332
 ③ 21111
 ④ 21113
 ⑤ 21122



수리·탐구 영역(I)

12. a 와 b 는 서로 다른 두 정수이고 다항식 $f(x)$ 는 다음 두 성질 (A)와 (B)를 갖는다.

(A) $f(x)$ 의 모든 계수는 정수이다.

(B) $f(a)f(b) = -(a-b)^2$

다음 증명은 위의 성질과 사실 (C)를 이용하여 $\frac{f(a)}{a-b}$ 가 정수임을 보인 것이다.

(C) 정수 m, n 에 대하여 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 근이 유리수이면 이 근은 정수이다.

(증명) 자연수 n 에 대하여 $a^n - b^n$ 은 $a-b$ 로 나누어 떨어지므로 (A)에 의하여 $f(a) - f(b)$ 는 $a-b$ 로 나누어 떨어진

㉠

다. 따라서, $\frac{f(a) - f(b)}{a-b}$ 는 정수이다. $\frac{f(a)}{a-b}$ 와

$\frac{-f(b)}{a-b}$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은 근과 계수와의 관계와

(B)에 의하여 $x^2 - \left(\frac{f(a) - f(b)}{a-b} \right)x + 1 = 0$ 이다.

$\frac{f(a)}{a-b}$ 는

㉡

(A)에 의하여 유리수이고 $\frac{f(a) - f(b)}{a-b}$ 는 정수이므로,

㉢

(C)에 의하여 $\frac{f(a)}{a-b}$ 는 정수이다.

㉣

위의 증명 과정에서 밑줄 친 부분 중 (A), (B), (C)를 잘못 이용한 곳은?

- ① ㉠
② ㉡
③ ㉢
④ ㉣
⑤ 없다.

13. 부등식 $|\log_2 a - \log_2 10| + \log_2 b \leq 1$ 을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 15
② 17
③ 19
④ 21
⑤ 23

14. 모든 실수 x, y 에 대하여 행렬의 곱

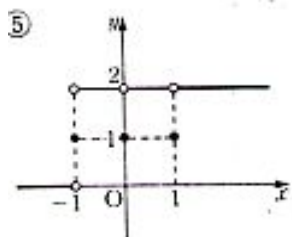
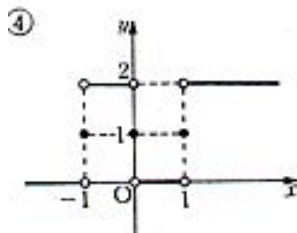
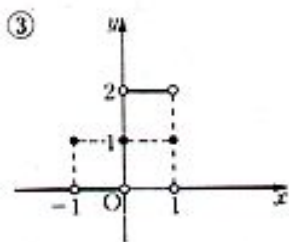
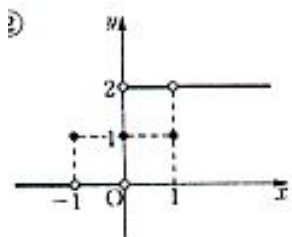
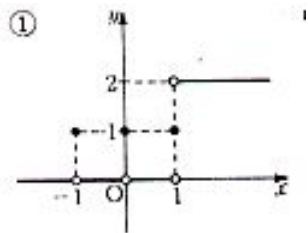
$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

의 성분이 음이 아닐 때, $a^2 + (b-2)^2$ 의 최소값은?

- ① 1
② $\frac{1}{2}$
③ 2
④ $\frac{1}{4}$
⑤ 4

수리·탐구 영역(I)

15. 실수 x 에 대하여 $t^2 = x^3 - x$ 를 만족시키는 실수 t 의 개수를 $f(x)$ 라 하자. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 개형은?



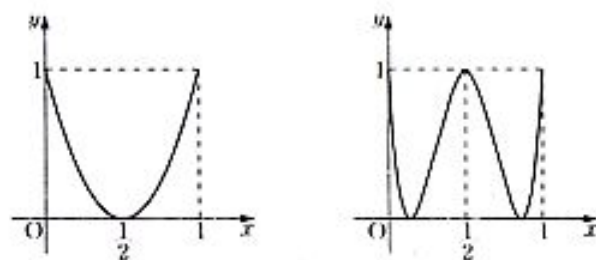
16. a, b, c 가 양의 실수일 때, 다음 연립부등식

$$\begin{cases} ax^2 - bx + c < 0 \\ cx^2 - bx + a < 0 \end{cases}$$

의 해가 존재하기 위한 필요충분조건은?

- ① $a + c < \frac{b}{2}$
- ② $a + c < b$
- ③ $a + c < 2b$
- ④ $a + c < 1$
- ⑤ $a + c < 2$

17. 함수 $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$ ($0 \leq x \leq 1$)에 대하여, $y = f(x)$ 와 $y = f(f(x))$ 의 그래프 개형은 각각 다음과 같다.



이 때 집합 $\{x \mid f(f(f(x))) = x, 0 \leq x \leq 1\}$ 의 원소의 개수는?

- ① 16
- ② 12
- ③ 8
- ④ 6
- ⑤ 5

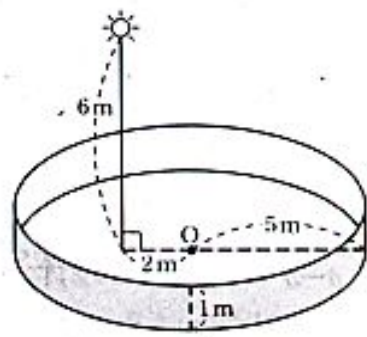
수리·탐구 영역(I)

18. 어떤 의사가 암에 걸린 사람을 암에 걸렸다고 진단할 확률은 98%이고, 암에 걸리지 않은 사람을 암에 걸리지 않았다고 진단할 확률은 92%라고 한다. 이 의사가 실제로 암에 걸린 사람 400명과 실제로 암에 걸리지 않은 사람 600명을 진찰하여 암에 걸렸는지 아닌지를 진단하였다. 이들 1000명 중 임의로 한 사람을 택했을 때, 그 사람이 암에 걸렸다고 진단받은 사람일 확률은?

- ① 39.2%
 ② 40.0%
 ③ 40.8%
 ④ 44.0%
 ⑤ 44.8%

19. 높이 1m인 담장이 반지름의 길이가 5m인 원 모양의 땅을 둘러싸고 있다. 광원이 원의 중심 O에서 2m되는 지점에 수직으로 6m되는 위치에 있을 때, 이 광원에 의하여 생긴 담장의 그림자의 넓이는?

- ① $11\pi m^2$
 ② $14\pi m^2$
 ③ $17\pi m^2$
 ④ $20\pi m^2$
 ⑤ $24\pi m^2$



20. 고속 열차가 출발하여 3km를 달리는 동안은 시각 t 분에서의 속력이 $v(t) = \frac{3}{4}t^2 + \frac{1}{2}t$ (km/분)이고 그 이후로는 속력이 일정하다. 출발 후 5분 동안 이 열차가 달린 거리는?

- ① 17 km
 ② 16 km
 ③ 15 km
 ④ 14 km
 ⑤ 13 km

※ 확인 사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.
- 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.