2002학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시 수리 영역

자 연 계 | 성명 | 수험번호 | 홀수형 | 1

ㅇ 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.

ㅇ 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.

ㅇ 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.

ㅇ 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.

ㅇ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.

ㅇ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

---

1. 무리방정식 $(\sqrt{x}-\sqrt{3})(\sqrt{x}+\sqrt{3})=4$ 의 근은? [2점]

① 1　② 3　③ 5　④ 7　⑤ 9

2. 두 벡터 $\vec{a}=(2,-3,2)$, $\vec{b}=(1,-4,0)$ 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때 $\cos\theta$ 의 값은? [2점]

① $\frac{2}{17}$　② $\frac{5}{17}$　③ $\frac{8}{17}$　④ $\frac{11}{17}$　⑤ $\frac{14}{17}$

3. 복소수 z 가 $|z|=1$ 일 때, $\dfrac{z}{z+\frac{1}{z}}$ 의 값은? [2점]

① -1　② $-\frac{1}{2}$　③ 0　④ $\frac{1}{2}$　⑤ 1

4. 다음 식을 성립하게 하는 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? [2점]

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x^2+ax+b}=\frac{1}{3}$$

① -3　② -2　③ 1　④ 2　⑤ 3

5. 방정식 $x^2-y^2+2y+a=0$ 이 나타내는 도형이 x축에 평행인 주축을 갖는 쌍곡선이 되기 위한 a 값의 범위는? [2점]

① $a<-1$ ② $a>-1$ ③ $a<1$
④ $a>1$ ⑤ $a>2$

6. 함수 $f(x)=2\sin^3 x+\sin 2x\cos x+2\cos x$ 의 최대값은? [2점]

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

7. (a,b,c)를 구 $x^2+y^2+z^2=4$ 위의 한 점의 좌표라고 할 때, 두 평면

$$ax+by+cz=1$$
$$ax+by+cz=3$$

사이의 최단거리는? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{11}{3}$

8. 세 자료

A : 1 부터 50 까지의 자연수
B : 51 부터 100 까지의 자연수
C : 1 부터 100 까지의 짝수

의 표준편차를 순서대로 a, b, c 라 할 때, a, b, c 의 대소관계를 바르게 나타낸 것은? [3점]

① $a=b=c$ ② $a=b<c$ ③ $a<b=c$
④ $a<b<c$ ⑤ $a<c<b$

9. $1 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$\alpha x \leq e^x \leq \beta x$$

가 성립하도록 상수 α, β 를 정할 때 $\beta - \alpha$ 의 최소값은? [3점]

① $\frac{e}{2}$ ② e ③ $e\left(\frac{e^3}{4}-1\right)$
④ $e\left(\frac{e^2}{3}-1\right)$ ⑤ $e\left(\frac{e}{2}-1\right)$

10. 연립부등식 $x>0$, $y+x \geq 0$, $y-2x \leq 0$ 이 나타내는 좌표평면 위의 영역을 D라 하자. D에 속하는 두 점 $\mathrm{P}(a, b)$, $\mathrm{Q}(c, d)$에 대하여 $\frac{b+d}{a+c}$ 의 최대값과 최소값의 차는? [3점]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2
④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

11. 지수함수의 그래프에 대한 〈보기〉의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [2점]

〈보 기〉

ㄱ. $y=2^x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $y=\frac{1}{2^x}$ 의 그래프가 된다.

ㄴ. $y=2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 $y=2^x$ 의 그래프보다 아래에 놓이게 된다.

ㄷ. $y=\sqrt{2}\cdot 2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 평행이동하여 $y=2^x$ 의 그래프를 얻을 수 있다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sqrt{17}-4=\frac{1}{8+a_1}=\frac{1}{8+\frac{1}{8+a_2}}=\frac{1}{8+\frac{1}{8+\frac{1}{8+a_3}}}=\cdots$$

을 만족시킬 때, a_{2002} 의 값은? [3점]

① $\sqrt{17}-4$ ② $3-\sqrt{17}$ ③ $5-\sqrt{17}$
④ $\sqrt{17}$ ⑤ $\sqrt{17}+4$

13. 어떤 종류의 연산회로는 행렬들로 나타낼 수 있다. 이 연산회로의 입력과 출력은 행렬 $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 로, 연산자 $\boxed{\text{U}}$ 는 2차 정사각행렬 U 로 표현된다. 기본 연산회로 $\boldsymbol{a} \to \boxed{\text{U}}$ 는 $U\boldsymbol{a}$ 를 수행하고 $\boldsymbol{a} \to \boxed{\text{U}} \Rightarrow \boxed{\text{V}}$ 는 $VU\boldsymbol{a}$ 의 행렬연산을 수행한다. 다음은 연산자 $\boxed{\text{X}}$, $\boxed{\text{Y}}$, $\boxed{\text{Z}}$ 에 대응되는 행렬이다.

$$X=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\ Y=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},\ Z=\frac{\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

입력 $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 를 연산회로

$$\boldsymbol{a} \to \boxed{\text{Z}} \Rightarrow (\text{가}) \Rightarrow \boxed{\text{X}}$$

에서 수행한 결과가 $\frac{\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$일 때 다음 중 (가)에 알맞은 것은? [3점]

① $\boxed{\text{Z}} \Rightarrow \boxed{\text{X}}$ ② $\boxed{\text{Z}} \Rightarrow \boxed{\text{Y}}$ ③ $\boxed{\text{X}} \Rightarrow \boxed{\text{X}}$
④ $\boxed{\text{Y}} \Rightarrow \boxed{\text{Y}}$ ⑤ $\boxed{\text{Y}} \Rightarrow \boxed{\text{X}}$

14. 한 평면에 서로 다른 n 개의 직선을 그려서 나누어진 영역의 수의 최소값을 $f(n)$, 최대값을 $g(n)$이라 하자. 〈보기〉의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

〈보 기〉
ㄱ. $f(2)=3$, $g(2)=4$ 이다.
ㄴ. 모든 n 에 대하여 $f(n)=n+1$ 이다.
ㄷ. 모든 n 에 대하여 $g(n) \leq f(n+1)$ 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 다음을 만족하는 다항함수에 대한 〈보기〉의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

$f_0(x)=1$,
$f_1(x)=x$,
$f_{n+1}(x)=xf_n(x)+f_{n-1}(x)$ (n은 자연수)

〈보 기〉
ㄱ. $f_{2n-1}(0)=0$, $f_{2n}(0)=1$ 이다.
ㄴ. $f_{2n-1}(x)$는 기함수이고, $f_{2n}(x)$는 우함수이다.
ㄷ. $f_{2n-1}(x)$와 $f_{2n}(x)$의 항의 개수는 각각 n개이다.

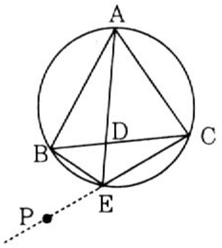
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 함수 $f(x)=[x[x]]$ 에 대한 〈보기〉의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $[x]$는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

〈보 기〉
ㄱ. $f(x)=-1$ 이 되는 x는 존재하지 않는다.
ㄴ. 자연수 n 에 대해서 집합 $\{f(x) \mid n \leq x < n+1\}$ 의 원소의 개수는 n 개이다.
ㄷ. 자연수 n 에 대해서 집합 $\{f(x) \mid -n \leq x < -n+1\}$ 의 원소의 개수는 $n+1$ 개이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 다음은 정삼각형 ABC 의 변 BC 위의 한 점 D 를 잡아 직선 AD 가 △ABC 의 외접원과 만나는 점을 E 라 할 때,



$$\frac{1}{\overline{DE}} = \frac{1}{\overline{EB}} + \frac{1}{\overline{CE}}$$

임을 보인 것이다.

〈증명〉

선분 CE 의 연장선 위에 $\overline{EB} = \overline{EP}$ 인 점 P 를 잡는다. 네 점 A,B,E,C 는 한 원 위에 있으므로

$\angle AEC = \angle ABC = 60°$ 이고

$\angle AEB = \angle ACB = 60°$ 이다.

따라서 $\boxed{(가)} = 60°$ 이고 $\overline{EB} = \overline{EP}$ 이므로

△EBP 는 정삼각형이다.

그러므로 $\boxed{(나)} = 60° = \angle DEC$ 이고

선분 BP 와 DE 는 평행하다. △CBP 와 △CDE 는 닮음이므로

$\overline{BP} : \overline{DE} = \overline{CP} : \boxed{(다)}$ 이고

$\overline{BP} \cdot \boxed{(다)} = \overline{DE} \cdot \overline{CP}$ 이다. 또한

$\overline{BP} = \overline{EP} = \overline{EB}$, $\overline{CP} = \overline{CE} + \overline{EP}$ 이므로,

$$\begin{aligned}\overline{EB} \cdot \boxed{(다)} &= \overline{DE}(\overline{CE} + \overline{EP}) \\ &= \overline{DE}(\overline{CE} + \overline{EB})\end{aligned}$$

가 된다. 양변을 $\overline{EB} \cdot \overline{CE} \cdot \overline{DE}$ 로 나누면

$\dfrac{1}{\overline{DE}} = \dfrac{1}{\overline{EB}} + \dfrac{1}{\overline{CE}}$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$\angle PEB$	$\angle BPE$	$\overline{CE}$
②	$\angle PEB$	$\angle BPE$	$\overline{CD}$
③	$\angle EBP$	$\angle CBE$	$\overline{CE}$
④	$\angle PEB$	$\angle DCE$	$\overline{CD}$
⑤	$\angle PEB$	$\angle BED$	$\overline{CD}$

18. 다음은 자연수 m, n 에 대해서 m^4+4^n 이 소수이고 $m \neq 1$ 또는 $n \neq 1$ 이면, m 은 홀수이고 n 은 짝수임을 증명한 것이다.

〈증명〉

m 이 짝수이거나 n 이 홀수라 가정하자.

(i) m 이 짝수이면 $m = 2j$ 꼴의 정수이고,

$m^4+4^n = 4 \cdot (4j^4+4^{n-1})$ 이므로 m^4+4^n은 $\boxed{(가)}$.

이것은 가정에 모순이므로 m 은 홀수이다.

(ii) n 이 홀수이면 $n = 2k-1$ 꼴의 정수이다.

$m^4+4^n = m^4+4^{2k-1}$ 은 다음과 같이 인수분해 된다.

$m^4+4^{2k-1} = (\boxed{(나)})(m^2+m2^k+2 \cdot 4^{k-1})$

이 수는 소수이므로 $\boxed{(나)} = 1$ 또는

$m^2+m2^k+2 \cdot 4^{k-1} = 1$ 이다.

그런데, $m^2+m2^k+2 \cdot 4^{k-1} > 1$ 이므로 $\boxed{(나)} = 1$ 이다.

$\boxed{(나)} = (\boxed{(다)})^2 + 4^{k-1} = 1$ 로부터

$k=1$, $m=1$ 이다. 따라서, $m=1$, $n=1$ 이다.

이것은 가정에 모순이므로 n 은 짝수이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	소수가 아니다	$m^2-m2^k+2 \cdot 4^{k-1}$	$m-2^{k-1}$
②	소수이다	$m^2-m2^k+2 \cdot 4^{k-1}$	$m-2^{k-1}$
③	소수가 아니다	$m^2-m2^{k+1}+5 \cdot 4^{k-1}$	$m-2^k$
④	소수이다	$m^2-m2^{k+1}+5 \cdot 4^{k-1}$	$m-2^k$
⑤	소수가 아니다	$m^2-m2^{k+2}+17 \cdot 4^{k-1}$	$m-2^{k+1}$

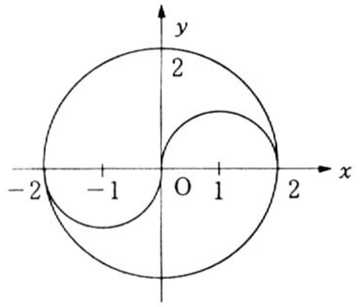
19. 두 함수 $f(x)=ax+b$ 와 $g(x)=e^x$ 가

$$f(g(x)) = \int_0^x f(t)g(t)\,dt - xe^x + 3$$

을 만족할 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

20. 그림과 같이 좌표평면 위에 원과 반원으로 이루어진 태극문양이 있다. 태극문양과 직선 $y=a(x-1)$ 이 서로 다른 다섯 점에서 만나게 되는 a 의 범위는? [3점]

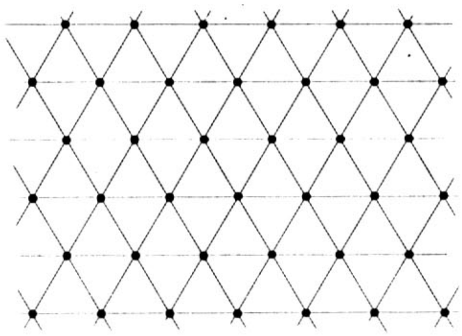


① $0<a<\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $0<a<\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $0<a<\frac{2}{3}$
④ $0<a<\frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $0<a<\frac{\sqrt{6}}{3}$

21. 함수 $f(x)=x^2-x-6$, $g(x)=x^2-ax+4$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여 $(f\circ g)(x)\geq 0$ 이 되는 실수 a 의 범위는? (단, $f\circ g$는 g와 f 의 합성함수이다.) [3점]

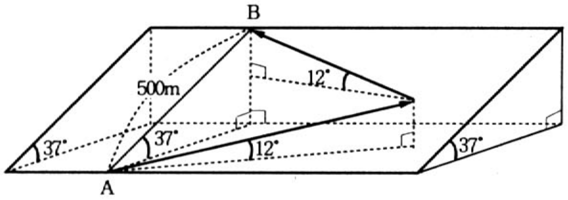
① $a\leq -1$, $a\geq 1$ ② $-1\leq a\leq 1$ ③ $a\leq -2$, $a\geq 2$
④ $-2\leq a\leq 2$ ⑤ $-4\leq a\leq 4$

22. 어떤 물질은 원자를 구로 나타낼 경우 똑같은 구들을 규칙적으로 배열하여 얻은 정육각형 격자구조를 갖는다. 아래 그림은 이 격자구조의 한 단면에 놓여있는 원자의 중심을 연결한 것이다. 이 구조에서 한 원자의 에너지는 인접한 원자의 수와 거리에 영향을 받는다. 가장 인접한 원자의 중심간의 거리가 모두 1 일 때, 동일 평면상에서 고정된 한 원자와 중심사이의 거리가 $\sqrt{7}$ 인 원자의 개수는? [3점]



① 4 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 16

23. 직선거리가 500 m 인 A 지점과 B 지점을 연결하는 도로를 건설하려고 했지만, 경사도가 37° 여서 우회도로가 필요하였다. 그래서 그림과 같이 12° 의 경사도를 유지하는 도로를 건설하기로 결정하였다. A 지점에서 B 지점까지 이 우회도로의 거리는 약 몇 m 인가? (단, $\sin 12° = 0.2$, $\sin 37° = 0.6$ 으로 계산한다.) [3점]



① 800 m ② 1000 m ③ 1200 m
④ 1500 m ⑤ 1800 m

24. 중심도시에서 상품을 구매하는 주변도시의 전체 구매량은 다음과 같은 법칙을 따른다고 하자.

"각 주변도시 B, C 의 시민들이 중심도시 A 시에서 상품을 구매할 때, 각 도시의 전체 구매량은 그 도시의 인구수에 비례하고 A 시와의 거리의 제곱에 반비례한다."

위 법칙과 아래 표에 의거하여 신도시 C 시를 건설하려고 한다.

구분 / 도시	인 구 (단위 : 명)	A 시로부터의 거리 (단위 : km)
B 시	500000	20
C 시	x	10

A 시에서 구매하는 C 시의 전체 구매량이 B 시의 전체 구매량의 절반이 되게 하려면 C 시의 인구 x 를 얼마로 예상해야 하는가? [3점]

① 42500 ② 52500 ③ 62500
④ 72500 ⑤ 82500

주관식 문항 (25~30)

25. 행렬 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$에 대하여 $\frac{1}{2002}\sum_{n=1}^{2002} A^n = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 일 때 $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{x^{2n+4}+2x}{x^{2n}+1}$ 일 때, $f\left(\frac{1}{2}\right)+f(2)$ 의 값을 구하시오. [2점]

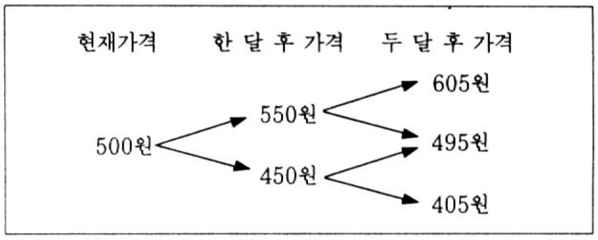
27. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때 $\{2, 3\} \cap A \neq \phi$ 를 만족시키는 U 의 부분집합 A 의 개수를 구하시오. [3점]

28. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하시오. [2점]

$$(\log_2 x)^3 + \log_2 x^3 = 4(\log_2 x)^2 + \log_2 x$$

29. 어떤 행사에서 20 종류의 스티커를 모으면 경품을 받을 수 있다고 한다. 갑은 네 종류, 을과 병은 각각 다섯 종류의 스티커를 모았다. 두 사람씩 비교하였을 때 각각 세 종류의 스티커가 공통으로 있었고, 세 사람을 함께 비교하였을 때는 두 종류의 스티커가 공통으로 있었다. 갑, 을, 병의 스티커를 모아서 경품을 받으려고 할 때, 최소로 더 필요한 스티커의 종류의 수를 구하시오. [3점]

30. 어떤 상품의 가격은 매달 0.5 의 확률로 10 % 상승하거나 0.5 의 확률로 10 % 하락한다. 이 상품의 현재가격은 500 원이다. 두 달 후 이 상품의 가격이 500 원 이하이면 500 원에서 두 달 후 상품가격을 뺀 금액을 받고, 500 원 이상이면 받지 않기로 하였다. 두 달 후 받을 수 있는 금액의 기대값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. (단, 첫 번째 달의 가격변동과 두 번째 달의 가격변동은 서로 독립이다.) [3점]



• 확인 사항
○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.