2008학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2교시

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시 하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.
- 1. $8^{\frac{2}{3}} + \log_2 8$ 의 값은? [2점]

 - ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여

A = 2B - X를 만족시키는 행렬 X는? [2점]

3. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3} & (x \neq 3) \\ a & (x = 3) \end{cases}$$

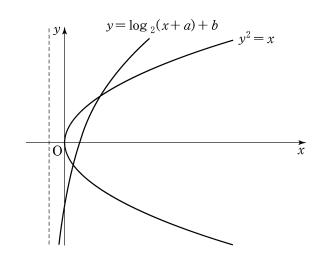
가 모든 실수 x에서 연속일 때, a의 값은? [2점]

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

- 4. 최고차항의 계수가 1인 두 이차식 f(x), g(x)의 최대공약수가 x+3, 최소공배수가 x(x+3)(x-4)일 때, 분수부등식 $\frac{1}{f(x)} + \frac{1}{g(x)} \le 0$ 을 만족시키는 정수 x의 개수는? [3점]
 - 1
- ② 2

- 3 3 4 4 5 5

5. 로그함수 $y = \log_2(x+a) + b$ 의 그래프가 포물선 $y^2 = x$ 의 초점을 지나고, 이 로그함수의 그래프의 점근선이 포물선 $y^2 = x$ 의 준선과 일치할 때, 두 상수 a, b의 합 a + b의 값은? [3점]



- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{13}{8}$ ③ $\frac{9}{4}$

6. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 f(x)가 다음 조건을 만족시킨다.

f'(x)=0이 서로 다른 세 실근 α , β , $\gamma(\alpha < \beta < \gamma)$ 를 갖고, $f(\alpha)f(\beta)f(\gamma) < 0$ 이다.

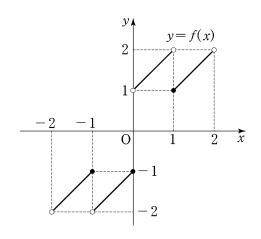
<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

-----<보 기>-----

- ㄱ. 함수 f(x)는 $x = \beta$ 에서 극대값을 갖는다.
- ㄴ. 방정식 f(x) = 0은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- \Box . $f(\alpha)>0$ 이면 방정식 f(x)=0은 β 보다 작은 실근을 갖는다.
- ① ¬
- ② □ ③ ¬, □
- ④ ∟, ⊏
 ⑤ ¬, ∟, ⊏

- 7. 좌표공간에서 평면 x=3과 평면 z=1의 교선을 l이라 하자. 점 P가 직선 1 위를 움직일 때, 선분 OP의 길이의 최소값은? (단, O는 원점이다.) [3점]
 - ① $2\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{10}$
- $3 2\sqrt{3}$
- $4) \sqrt{14}$
- ⑤ $3\sqrt{2}$

8. 개구간 (-2, 2)에서 정의된 함수 y = f(x)의 그래프가 다음 그림과 같다.



개구간 (-2, 2)에서 함수 g(x)를

$$g(x) = f(x) + f(-x)$$

로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

----<보 기>-

- \neg . $\lim_{x\to 0} f(x)$ 가 존재한다.
- -. $\lim_{x\to 0} g(x)$ 가 존재한다.
- \Box . 함수 g(x)는 x=1에서 연속이다.
- 1 L
- ② **二**
- ③ ७, ∟

- ④ ¬, ⊏ ⑤ ∟, ⊏

- 9. 좌표공간에서 중심이 C인 구 $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$ 와 평면 x+y+z=6이 만나서 생기는 도형을 S라 하자. 도형 S 위의 두 점 P, Q에 대하여 두 벡터 \overrightarrow{CP} , \overrightarrow{CQ} 의 내적 $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{CQ}$ 의 최소값은? [4점]
 - $\bigcirc -3$ $\bigcirc -2$ $\bigcirc -1$ $\bigcirc 4$ 1

- ⑤ 2

- 10. 지수함수 $f(x) = a^{x-m}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 두 점에서 만나고, 두 교점의 x좌표가 1과 3일 때, a+m의 값은? [3점]
 - (1) $2-\sqrt{3}$
- ② 2
- $(3) 1 + \sqrt{3}$

- **4** 3
- ⑤ $2+\sqrt{3}$

11. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

 $(1^2+1) \cdot 1! + (2^2+1) \cdot 2! + \dots + (n^2+1) \cdot n! = n \cdot (n+1)!$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

- (1) n=1일 때, (좌변)=2, (우변)=2이므로 주어진 등식은 성립한다.
- (2) n=k일 때 성립한다고 가정하면

$$(1^2+1) \cdot 1! + (2^2+1) \cdot 2! + \cdots$$

$$+(k^2+1)\cdot k! = k\cdot (k+1)!$$

이다. n=k+1일 때 성립함을 보이자.

$$(1^2+1) \cdot 1! + (2^2+1) \cdot 2! + \cdots$$

$$+(k^2+1)\cdot k! + \{(k+1)^2+1\}\cdot (k+1)!$$

$$= (7) + \{(k+1)^2 + 1\} \cdot (k+1)!$$

$$=([(\downarrow)])\cdot (k+1)!$$

$$=(k+1)\cdot \boxed{(\c t)}$$

그러므로 n=k+1일 때도 성립한다.

따라서 모든 자연수 n에 대하여 주어진 등식은 성립한다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 들어갈 식으로 알맞은 것은? [3점]

<u>(アト)</u>

(나)

(다)

① $k \cdot (k+1)!$

 $k^2 + 2k + 1$

(k+1)!

 $2 k \cdot (k+1)!$

 $k^2 + 3k + 2$

(k+2)!

③ $k \cdot (k+1)!$

 $k^2 + 3k + 2$

(k+1)!

 $(k+1) \cdot (k+1)!$ $k^2 + 3k + 2$

(k+2)!

 $(k+1) \cdot (k+1)!$ $k^2 + 2k + 1$

(k+1)!

[3점]

12. 주머니 A에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있고, 주머니 B에는 6, 7, 8, 9, 10의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있다. 두 주머니 A, B에서 각각 카드를 임의로 한 장씩 꺼냈다. 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 홀수일 때, 주머니 A에서 꺼낸 카드에 적혀 있는 수가 짝수일 확률은?

① $\frac{5}{13}$

② $\frac{4}{13}$ ③ $\frac{3}{13}$

 $4 \frac{2}{13}$ 5 $\frac{1}{13}$

13. 어느 회사의 전체 신입 사원 1000명을 대상으로 신체검사를 한 결과, 키는 평균 m, 표준편차 10인 정규분포를 따른다고

한다. 전체 신입 사원 중에서 키가 177 이상인 사원이 242명이었다. 전체 신입 사원 중에서 임의로 선택한 한 명의 키가 180 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 키의 단위는 cm이다.) [4점]

z	$P(0 \le Z \le z)$		
0.7	0.2580		
0.8	0.2881		
0.9	0.3159		
1.0	0.3413		

① 0.1587

② 0.1841

4 0.2267

⑤ 0.2420

③ 0.2119

14. 다음과 같이 정사각형을 가로 방향으로 3등분하여 [도형 1]을 만들고, 세로 방향으로 3등분하여 [도형 2]를 만든다.

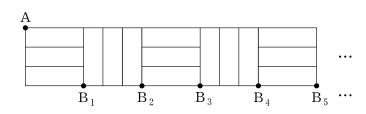




[도형 1]

[도형 2]

[도형 1]과 [도형 2]를 번갈아 가며 계속 붙여 아래와 같은 도형을 만든다. 그림과 같이 첫 번째 붙여진 [도형 1]의 왼쪽 맨 위 꼭지점을 A라 하고, [도형 1]의 개수와 [도형 2]의 개수를 합하여 n개 붙여 만든 도형의 오른쪽 맨 아래 꼭지점을 B_n 이라 하자.



꼭지점 A에서 꼭지점 B_n 까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n 이라 할 때, $a_3 + a_7$ 의 값은? [4점]

- ① 26

- 2 28 3 30 4 32
- ⑤ 34

15. 0이 아닌 두 실수 a, b에 대하여 두 이차정사각행렬 $A,\ B$ 가 $AB=\left(egin{array}{cc} a & 0 \\ 0 & b \end{array}
ight)$ 를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

-----<보 기>-----

- \neg . a=b이면 A의 역행렬 A^{-1} 이 존재한다.
- ∟. *a*= *b*이면 *AB*=*BA*이다.
- ㄷ. $a \neq b$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 이면 AB = BA이다.
- ① ¬
- ② **C**
- ③ ७, ७

- ④ ∟, ⊏
 ⑤ ¬, ∟, ⊏

16. 직선 y=2-x가 두 로그함수 $y=\log_2 x$, $y=\log_3 x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

一<보 기>-

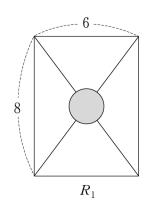
- $\neg . x_1 > y_2$
- \bot . $x_2 x_1 = y_1 y_2$
- \sqsubset . $x_1y_1>x_2y_2$
- ① ¬ ② ⊏
- ③ ७, ∟

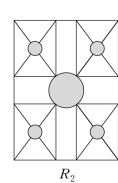
- 4 L, L 5 ٦, L, L

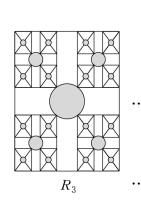
17. 아래와 같이 가로의 길이가 6이고 세로의 길이가 8인 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 직사각형의 각 꼭지점으로부터 대각선과 원의 교점까지의 선분을 각각 대각선으로 하는 4개의 직사각형을 그린 후, 새로 그려진 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 새로 그려진 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에 있는 합동인 4개의 직사각형 각각에서 각 꼭지점 으로부터 대각선과 원의 교점까지의 선분을 각각 대각선으로 하는 4개의 직사각형을 그린 후, 새로 그려진 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 새로 그려진 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n 에 있는 모든 원의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은? (단, 모든 직사각형의 가로와 세로는 각각 서로 평행하다.) [4점]







- ① $\frac{37}{9}\pi$ ② $\frac{34}{9}\pi$ ③ $\frac{31}{9}\pi$

단답형

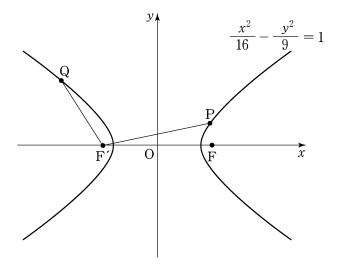
18. 함수 $f(x) = x^3 - 12x$ 가 x = a에서 극대값 b를 가질 때, a + b의 값을 구하시오 [3점]

구하시오. [3점]

20. 함수 $f(x) = x^3 + x$ 일 때, $\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} f\left(1 + \frac{2k}{n}\right)$ 의 값을

19. 곡선 $y = \frac{1}{4} x^2$ 과 직선 y = 4로 둘러싸인 부분을 y축 둘레로 회전시킨 회전체의 부피가 $k\pi$ 일 때, 상수 k의 값을 구하시오. [3점]

21. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하자. 제 1사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P와 제 2사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 Q에 대하여 $\overline{PF'} - \overline{QF'} = 3$ 일 때, $\overline{QF} - \overline{PF}$ 의 값을 구하시오. [3점]



홀수형

수리 영역

가 형

9

22. 어느 지역에서 1년 동안 발생하는 규모 M 이상인 지진의 평균 발생 횟수 N은 다음 식을 만족시킨다고 한다.

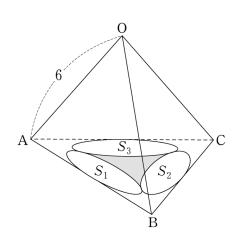
 $\log N = a - 0.9M$ (단, a는 양의 상수)

이 지역에서 규모 4 이상인 지진이 1년에 평균 64번 발생할 때, 규모 x 이상인 지진은 1년에 평균 한 번 발생한다. 9x의 값을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.) [4점]

23. 좌표공간에 네 점 A(2, 0, 0), B(0, 1, 0), C(-3, 0, 0), D(0, 0, 2)를 꼭지점으로 하는 사면체 ABCD가 있다. 모서리 BD 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값을 최소로 하는 점 P의 좌표를 (a, b, c)라고 할 때, $a+b+c=\frac{q}{p}$ 이다. p+q의 값을 구하시오 (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

24. 한 변의 길이가 6인 정사면체 OABC가 있다. 세 삼각형 \triangle OAB, \triangle OBC, \triangle OCA에 각각 내접하는 세 원의 평면 ABC 위로의 정사영을 각각 S_1 , S_2 , S_3 이라 하자.

그림과 같이 세 도형 S_1 , S_2 , S_3 으로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이를 S라 할 때, $(S+\pi)^2$ 의 값을 구하시오 [4점]



25. 서로 다른 5종류의 체험 프로그램을 운영하는 어느 수련원이 있다. 이 수련원의 프로그램에 참가한 A와 B가 각각 5종류의 체험 프로그램 중에서 2종류를 선택하려고 한다. A와 B가 선택하는 2종류의 체험 프로그램 중에서 한 종류만 같은 경우의 수를 구하시오. [4점]

26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

미분과 적분

26. $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ 일 때, $\cos 2\alpha$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{32}$ ② $-\frac{1}{16}$ ③ $-\frac{1}{8}$

- $4 \frac{1}{4}$ $5 \frac{1}{2}$

27. 함수 $f(x) = x + \sin x$ 에 대하여 함수 g(x)를 $g(x) = (f \circ f)(x)$

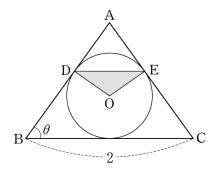
로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

--<보 기>-

- \neg . 함수 f(x)의 그래프는 개구간 $(0, \pi)$ 에서 위로 볼록하다.
- ㄴ. 함수 g(x)는 개구간 (0, π)에서 증가한다.
- \Box . g'(x)=1인 실수 x가 개구간 $(0, \pi)$ 에 존재한다.

- ① ¬ ② □ ③ ¬, □
- ④ ∟, □
 ⑤ ¬, ∟, □

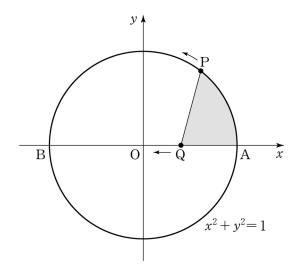
28. 그림과 같이 양수 θ 에 대하여 \angle ABC = \angle ACB = θ 이고 BC = 2인 이등변삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내접원의 중심을 O, 선분 AB와 내접원이 만나는 점을 D, 선분 AC와 내접원이 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 OED의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? [3점]



12 (শ ষ্ঠ)

수리 영역

29. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 P는 점 A(1,0)에서 출발하여 원 둘레를 따라 시계 반대 방향으로 매초 $\frac{\pi}{2}$ 의 일정한 속력으로 움직이고 있다. 점 Q는 점 A에서 출발하여 점 B(-1, 0)을 향하여 매초 1의 일정한 속력으로 x축 위를 움직이고 있다. 점 P와 점 Q가 동시에 점 A에서 출발하여 t초가 되는 순간, 선분 PQ, 선분 QA, 호 AP로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이를 S라 하자. 출발한 지 1초가 되는 순간, 넓이 S의 시간(초)에 대한 변화율은? [4점]



- ① $\frac{\pi}{4} 1$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{3}$
- $4 \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ $5 \frac{\pi}{4} + 1$

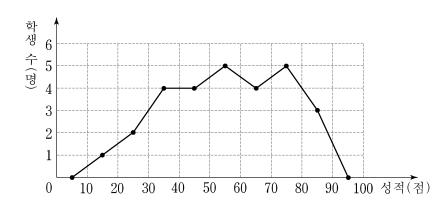
단답형

30. x = 0에서 x = 6까지 곡선 $y = \frac{1}{3}(x^2 + 2)^{\frac{3}{2}}$ 의 길이를 구하시오. [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인

확률과 통계

26. 다음은 어느 학급 전체 학생의 성적에 대한 도수분포다각형 이다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, 각 계급의 하한값과 상한값을 각각 이상과 미만으로 나타낸다.) [3점]



----<보 기>--

- ㄱ. 이 학급의 학생 수는 모두 28명이다.
- ㄴ. 중앙값은 50점 이상 60점 미만이다.
- ㄷ. 30점 이상~40점 미만 계급의 상대도수는 0.25이다.
- ① ¬
- ② ⊏
- ③ ७, ∟

- 4 L, L (5) ٦, L, L

27. 이산확률변수 X에 대하여

$$P(X=2)=1-P(X=0), \quad 0 < P(X=0) < 1$$

 $\{E(X)\}^2 = 2 V(X)$

일 때, 확률 P(X=2)의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- $4 \frac{2}{3}$ $5 \frac{5}{6}$

- 28. 여학생 4명과 남학생 2명이 어느 요양 시설에서 6명 모두가 하루에 한 명씩 6일 동안 봉사 활동을 하려고 한다. 이 6명의 학생이 봉사 활동 순번을 임의로 정할 때, 첫째 날 또는 여섯째 날에 남학생이 봉사 활동을 하게 될 확률은? [3점]

 - ① $\frac{17}{30}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{19}{30}$
- - $4 \frac{2}{3}$ 5 $\frac{7}{10}$

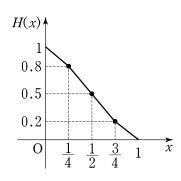
14 가형

수리 영역

29. 두 연속확률변수 X, Y에 대하여 폐구간 [0, 1]에서 두 함수 G(x), H(x)를 각각

$$G(x) = P(X > x), H(x) = P(Y > x)$$

로 정의할 때, 함수 G(x)는 $G(x) = -x + 1(0 \le x \le 1)$ 이고, 함수 H(x)의 그래프의 개형은 다음과 같다.



 $P(X > k) = P\left(\frac{1}{4} < Y \le \frac{3}{4}\right)$ 을 만족시키는 k의 값은? [4점]

- ① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{4}{15}$
- $4 \frac{1}{3}$ $5 \frac{2}{5}$

단답형

30. 어느 고등학교에서 오전 8시 이전에 등교하는 학생의 비율 ⊅를 알아보기 위하여, 어느 날 이 학교 학생 중에서 300명을 임의추출하여 오전 8시 이전에 등교한 학생의 표본비율 🎾을 구하였다. 표본비율 D을 이용하여 구한 비율 D에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 [0.701, 0.799]일 때, 임의추출된 300명의 학생 중에서 오전 8시 이전에 등교한 학생의 수를 구하시오 (단, Z가 표준정규분포를 따를 때, P(|Z|≤1.96)=0.95이다.)

[4점]

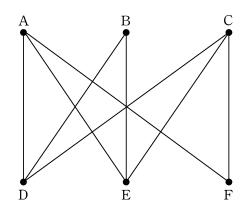
- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인

이산수학

26. 9의 분할 중에서 홀수의 합으로만 만들어지는 서로 다른 분할의 형태의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

27. 6개의 꼭지점 A, B, C, D, E, F를 갖는 다음 그래프 G에 대한 <보기>의 설명에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]



----<보 기>-

- □. 그래프 G는 해밀턴회로를 갖는다.
- L. 그래프 G에 2개의 변을 추가하여 오일러회로가 존재하는 그래프로 만들 수 있다.
- ㄷ. 그래프 G는 평면그래프이다.
- ① ¬
- ② ⊏
- ③ ७, ∟

- ④ ∟, ⊏
 ⑤ ¬, ∟, ⊏

28. 5개의 지역 A, B, C, D, E에 모두 전기를 공급하기 위하여 전기선을 가설하려고 한다. 두 지역 간에 전기선을 가설하는 비용은 다음과 같다.

	A	В	С	D	Е
A		3	7	4	5
В	3		2	5	1
С	7	2		10	6
D	4	5	10		3
Е	5	1	6	3	

5개의 지역이 모두 연결되도록 전기선을 가설하는 데 필요한 최소 비용은? (단, 단위는 억 원이다.) [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

29. 자연수 n에 대하여 세 문자 A, B, C를 중복을 허용하여 만든 n자리 문자열 중에서 다음 두 조건을 만족시키는 문자열의 개수를 a_n 이라 하자.

- (가) 같은 문자가 연속하여 나올 수 없다.
- (나) A의 바로 뒤에 B는 나올 수 없다.

수열 $\{a_n\}$ 은 점화 관계

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

을 만족시킨다. a_6 의 값은? [4점]

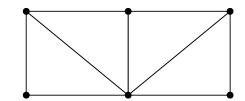
① 22

② 26 ③ 30 ④ 34

⑤ 38

단답형

30. 다음과 같이 꼭지점이 6개이고 변이 9개인 그래프 G가 있다. 그래프 G를 완전그래프로 만들기 위하여 추가하여야 할 변의 개수는 a이고, 그래프 G의 생성수형도를 만들기 위하여 지워야 할 변의 개수는 b이다. ab의 값을 구하시오. [4점]



- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인