

제 2 교시

수리 영역

나 형

성명

수험 번호

—

홀수형

- 자신이 선택한 유형(‘가’형/‘나’형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 성명과 수험 번호를 써 넣고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.  
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1.  $(\log_3 27) \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 12      ② 10      ③ 8      ④ 6      ⑤ 4

2. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $(A+B)^{-1}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \left(\frac{1}{3}\right)^n}{2 + \left(\frac{1}{2}\right)^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

4. 정의역이  $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$ 인 두 지수함수  $f(x) = 4^x$ ,  $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 에 대하여  $f(x)$ 의 최대값을  $M$ ,  $g(x)$ 의 최소값을  $m$ 이라 할 때,  $Mm$ 의 값은? [3점]

- ① 8      ② 6      ③ 4      ④ 2      ⑤ 1

5. 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{2}{3}, A \subset B$$

일 때,  $P(A|B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{3}{8}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{5}{8}$

6. 세 수  $a, 0, b$ 가 이 순서로 등차수열을 이루고,  
세 수  $2b, a, -7$ 이 이 순서로 등비수열을 이룰 때,  
 $a$ 의 값은? [3점]

- ① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18

7. 다항식  $(x-a)^5$ 의 전개식에서  $x$ 의 계수와 상수항의  
합이 0일 때, 양의 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8. 1보다 큰 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여  
 $\log_a c : \log_b c = 2 : 1$ 일 때,  $\log_a b + \log_b a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

9. 어느 세차장에서 승용차 한 대를 세차하는 데 걸리는 세차 시간은 평균 30분, 표준편차 2분인 정규분포를 따른다고 한다. 한 대의 승용차를 이 세차장에서 세차할 때, 세차 시간이 33분 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0228                      ② 0.0668                      ③ 0.1587
- ④ 0.2708                      ⑤ 0.3085

10. 어느 공장에서 생산되는 탁구공을 일정한 높이에서 강철바닥에 떨어뜨렸을 때 탁구공이 튀어 오른 높이는 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 탁구공 중 임의추출한 100개에 대하여 튀어 오른 높이를 측정하였더니 평균이 245, 표준편차가 20이었다. 이 공장에서 생산되는 탁구공 전체의 튀어 오른 높이의 평균에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간에 속하는 정수의 개수는? (단, 높이의 단위는 mm이고,  $Z$ 가 표준정규분포를 따를 때  $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$ 이다.) [3점]

- ① 5                      ② 6                      ③ 7                      ④ 8                      ⑤ 9

11. 주위가 순간적으로 어두워지더라도 사람의 눈은 그 변화를 서서히 지각하게 된다. 빛의 세기가 1000에서 10으로 순간적으로 바뀐 후  $t$ 초가 경과했을 때, 사람이 지각하는 빛의 세기  $I(t)$ 는

$$I(t) = 10 + 990 \times a^{-5t}$$
 (단,  $a$ 는  $a > 1$ 인 상수)

이라 한다. 빛의 세기가 1000에서 10으로 순간적으로 바뀐 후, 사람이 빛의 세기를 21로 지각하는 순간까지  $s$ 초가 경과했다고 할 때,  $s$ 의 값은? (단, 빛의 세기의 단위는 Td(트롤랜드)이다.) [3점]

- ①  $\frac{1 + 2\log 3}{5\log a}$                       ②  $\frac{1 + 3\log 3}{5\log a}$
- ③  $\frac{2 + \log 3}{5\log a}$                       ④  $\frac{2 + 2\log 3}{5\log a}$
- ⑤  $\frac{2 + 3\log 3}{5\log a}$

12. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가  $A^2 = E, B^2 = B$ 를 만족시킬 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. 행렬  $B$ 가 역행렬을 가지면  $B = E$ 이다.

ㄴ.  $(E - A)^5 = 2^4(E - A)$

ㄷ.  $(E - ABA)^2 = E - ABA$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 정수  $n$ 에 대하여 두 집합  $A(n), B(n)$ 이

$$A(n) = \{x \mid \log_2 x \leq n\}$$

$$B(n) = \{x \mid \log_4 x \leq n\}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $A(1) = \{x \mid 0 < x \leq 1\}$

ㄴ.  $A(4) = B(2)$

ㄷ.  $A(n) \subset B(n)$ 일 때,  $B(-n) \subset A(-n)$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄴ, ㄷ

14. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 5개의 공을 3개의 상자 A, B, C에 넣으려고 한다. 어느 상자에도 들어진 공에 적힌 수의 합이 13 이상이 되는 경우가 없도록 공을 상자에 넣는 방법의 수는? (단, 빈 상자의 경우에는 들어진 공에 적힌 수의 합을 0으로 한다.) [4점]

- ① 233      ② 228      ③ 222      ④ 215      ⑤ 211

15. 1, 2, 3, ...,  $3n$  ( $n$ 은 자연수)의 숫자가 하나씩 적혀 있는  $3n$ 장의 카드 중 임의로 꺼낸 2장의 카드에 적혀 있는 두 수를 각각  $a, b$  ( $a < b$ )라 하자.  $3a < b$ 일 확률을  $P_n$ 이라 할 때, 다음은  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

$3n$ 장의 카드 중 2장의 카드를 꺼내는 경우의 수는  ${}_{3n}C_2$ 이다.

$3a < b$ 인 경우에는  $b \leq 3n$ 이므로  $1 \leq a < n$ 이다.

따라서  $a = k$ 라 하면  $3a < b$ 를 만족시키는  $b$ 의 경우의 수는  $\boxed{(가)}$ 이므로

$P_n = \frac{\boxed{(나)}}{{}_{3n}C_2}$ 이다.

그러므로  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n = \boxed{(다)}$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

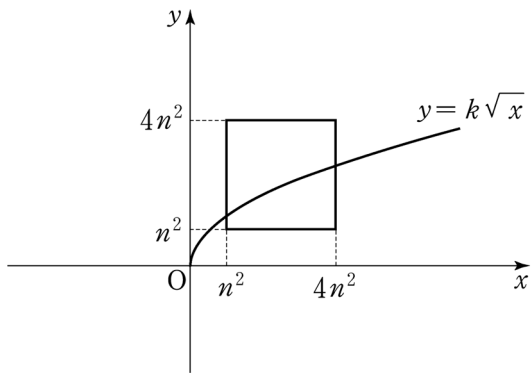
	(가)	(나)	(다)
① $3(n-k)$		$\frac{3}{2}n(n-1)$	$\frac{1}{3}$
② $3(n-k)$		$\frac{3}{2}n(n-1)$	$\frac{2}{3}$
③ $3(n-k)$		$3n(n-1)$	$\frac{2}{3}$
④ $3(n-k+1)$		$3n(n-1)$	$\frac{1}{3}$
⑤ $3(n-k+1)$		$3n(n-1)$	$\frac{2}{3}$

16. 좌표평면에서 자연수  $n$ 에 대하여  $A_n$ 을 4개의 점

$$(n^2, n^2), (4n^2, n^2), (4n^2, 4n^2), (n^2, 4n^2)$$

을 꼭지점으로 하는 정사각형이라 하자.

정사각형  $A_n$ 과 함수  $y = k\sqrt{x}$ 의 그래프가 만나도록 하는 자연수  $k$ 의 개수를  $a_n$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]



<보 기>

㉠.  $a_5 = 15$

㉡.  $a_{n+2} - a_n = 7$

㉢.  $\sum_{k=1}^{10} a_k = 200$

① ㉡

② ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

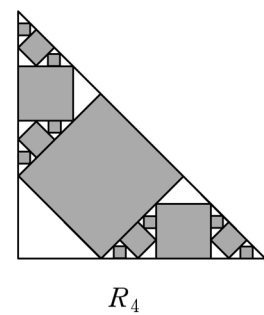
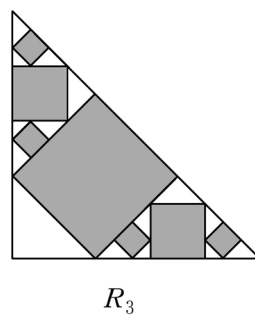
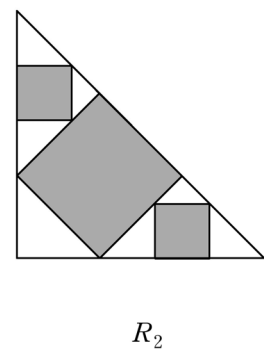
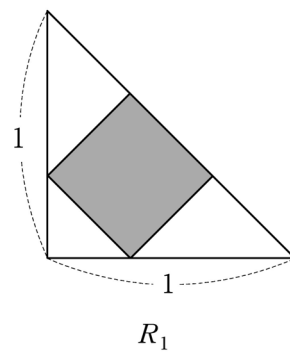
17. 아래와 같이 직각을 낀 두 변의 길이가 1인

직각이등변삼각형이 있다. 이 직각이등변삼각형의 빗변에 2개의 꼭지점이 있고, 직각을 낀 두 변에 나머지 2개의 꼭지점이 있는 정사각형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 합동인 2개의 직각이등변삼각형의 각 빗변에 2개의 꼭지점이 있고, 직각을 낀 두 변에 나머지 2개의 꼭지점이 있는 2개의 정사각형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

그림  $R_2$ 에서 합동인 4개의 직각이등변삼각형의 각 빗변에 2개의 꼭지점이 있고, 직각을 낀 두 변에 나머지 2개의 꼭지점이 있는 4개의 정사각형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_3$ 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 모든 정사각형의 넓이의 합을  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



...

①  $\frac{3\sqrt{2}}{20}$

②  $\frac{\sqrt{2}}{5}$

③  $\frac{3}{10}$

④  $\frac{\sqrt{3}}{5}$

⑤  $\frac{2}{5}$

단답형

18. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3=2$ ,  $a_6=16$ 일 때,  $a_9$ 의 값을 구하십시오. [3점]

19. 로그방정식  $(\log_2 x)^2 - 4 \log_2 x = 0$ 의 두 근을 각각  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha + \beta$ 의 값을 구하십시오. [3점]

20. 수열  $\left\{\left(\frac{2x-1}{4}\right)^n\right\}$ 이 수렴하기 위한 정수  $x$ 의 개수를  $k$ 라 할 때,  $10k$ 의 값을 구하십시오. [3점]

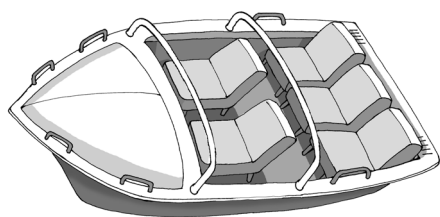
21.  $(A+E)^2=A$ 를 만족시키는 이차정사각행렬  $A$ 와  
행렬  $\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$(A+A^{-1})\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix}$$

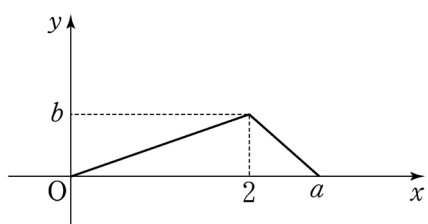
이 성립할 때,  $p^2+q^2$ 의 값을 구하십시오.  
(단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [3점]

22. 첫째항이 0이고 공차가 0이 아닌 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  
수열  $\{b_n\}$ 이  $a_{n+1}b_n=\sum_{k=1}^n a_k$ 를 만족시킬 때,  $b_{27}$ 의 값을  
구하십시오. [4점]

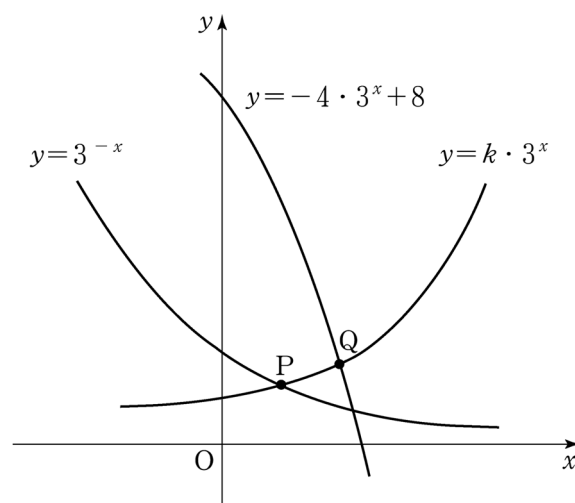
23. 어른 2명과 어린이 3명이 함께 놀이 공원에 가서 어느 놀이기구를 타려고 한다. 이 놀이기구는 그림과 같이 앞줄에 2개, 뒷줄에 3개의 의자가 있다. 어린이가 어른과 반드시 같은 줄에 앉을 때, 5명이 모두 놀이기구의 의자에 앉는 방법의 수를 구하시오. [4점]



24. 두 양수  $a, b$ 에 대하여 연속확률변수  $X$ 가 갖는 값의 범위는  $0 \leq X \leq a$ 이고, 확률밀도함수의 그래프는 다음과 같다.  $P\left(0 \leq X \leq \frac{a}{2}\right) = \frac{b}{2}$  일 때,  $a^2 + 4b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



25. 함수  $y = k \cdot 3^x$  ( $0 < k < 1$ )의 그래프가 두 함수  $y = 3^{-x}$ ,  $y = -4 \cdot 3^x + 8$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 P와 점 Q의  $x$ 좌표의 비가 1:2일 때,  $35k$ 의 값을 구하시오. [4점]



5지선다형

26. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 = 2$ 이고  $a_{n+1} = 2a_n + 2$ 일 때,  $a_{10}$ 의 값은? [3점]

- ① 1022                      ② 1024                      ③ 2021  
④ 2046                      ⑤ 2082

27.  $0 < a < 1$ 인  $a$ 에 대하여  $10^a$ 를 3으로 나눌 때, 몫이 정수이고 나머지가 2가 되는 모든  $a$ 의 값의 합은? [4점]

- ①  $3\log 2$                       ②  $6\log 2$                       ③  $1 + 3\log 2$   
 ④  $1 + 6\log 2$                       ⑤  $2 + 3\log 2$

28. 3개의 동전을 동시에 던질 때, 앞면이 나오는 동전이 1개 이하인 사건을  $A$ , 동전 3개가 모두 같은 면이 나오는 사건을  $B$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

㉠.  $P(A) = \frac{1}{2}$


㉡.  $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$


㉢. 사건  $A$ 와 사건  $B$ 는 서로 독립이다.

- ① ㉠                      ② ㉢                      ③ ㉠, ㉡  
 ④ ㉡, ㉢                      ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

29. 채널이 1부터 100까지 설정된

텔레비전이 있다. 이 텔레비전의 리모콘의 일부는 오른쪽 그림과 같고, 현재 켜져 있는 채널은 50이다.

채널증가 버튼  과

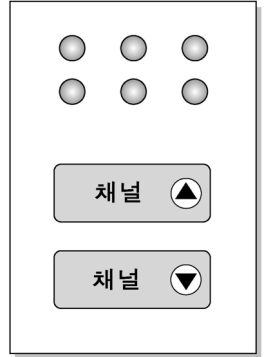
채널감소 버튼  두 개 중

한 번에 한 개의 버튼을 임의로 여섯 번

누를 때, 채널이 다시 50이 될 확률은?

(단, 버튼을 한 번 누르면 채널은 1씩 변한다.) [4점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{5}{16}$                       ③  $\frac{3}{8}$                       ④  $\frac{7}{16}$                       ⑤  $\frac{1}{2}$



### 단답형

30. 이차정사각행렬  $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$D(X) = ad - bc$$

라 하자. 이차정사각행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & p \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$D(A^2) = D(5A)$$

를 만족시키는 모든 상수  $p$ 의 합을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.