2003학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시 수리 영역

인 문 계 | 성명 | | 수험번호 | | — | | 홀수형 1

○ 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.

○ 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.

○ 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.

○ 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

---

1. $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{16}$ 을 간단히 하면? [2점]

① 2 ② 4 ③ $\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt[3]{2}$

2. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 α 와 β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha + 1} + \frac{1}{\beta + 1}$ 의 값은? [2점]

① 2 ② 3 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

3. 함수 $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$ 에 대하여 $(f \circ f)(10)$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{9}{10}$ ③ $\frac{10}{9}$ ④ 9 ⑤ 10

4. 두 행렬 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 과 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 이 있다. 두 상수 a 와 b 가 $(E + 2A)^2 = aE + bA$ 를 만족시킬 때, $a + b$ 의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 전체집합 U의 세 부분집합 P, Q, R가 각각 세 조건 p, q, r의 진리집합이고, 두 명제 $p \rightarrow q$와 $q \rightarrow r$가 모두 참일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [2점]

<보 기>

ㄱ. $P \subset R$

ㄴ. $(P \cup Q) \subset R^C$

ㄷ. $(P^C \cap R^C) \subset Q^C$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 두 상수 a와 b에 대하여 부등식 $x^2 + ax + b \leqq 0$의 해가 $-1 \leqq x \leqq 3$일 때, 부등식 $x^2 - ax + b \leqq 0$의 해는? [2점]

① $-3 \leqq x \leqq -1$ ② $-2 \leqq x \leqq 2$ ③ $-3 \leqq x \leqq 1$
④ $-1 \leqq x \leqq 2$ ⑤ $1 \leqq x \leqq 3$

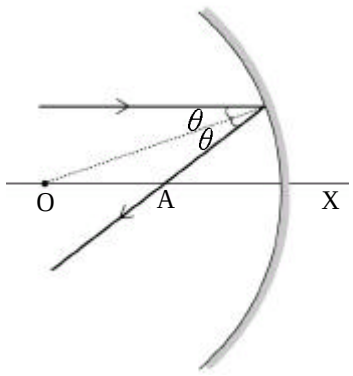
7. 두 상수 a와 b에 대하여 두 다항식 $x^2 + x + a$와 $x^2 - ax + b$의 최대공약수가 $x - 1$일 때, $a + b$의 값은? [2점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

8. 곡선 $y = \sqrt{x}$와 x축 및 직선 $x = 4$로 둘러싸인 도형을 x축을 중심으로 회전시켜 얻은 회전체의 부피는? [3점]

① 8π ② 7π ③ 6π ④ 5π ⑤ 4π

9. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 R 인 구면거울이 있다. 그림과 같이 OX 축에 평행하게 입사된 빛이 거울에 반사된 후 축과 만나는 점을 A 라고 할 때, 선분 OA 의 길이는?
(단, 입사각과 반사각의 크기는 θ 로 같고, $0° < \theta < 20°$ 이다.) [2점]



① $\frac{R}{2\cos\theta}$ ② $\frac{R}{2\sin\theta}$
③ $R(1-\cos\theta)$ ④ $\frac{R}{2\cos 2\theta}$
⑤ $\frac{R}{2\sin 2\theta}$

10. $(z-1)^2$ 이 실수가 되는 복소수 z 전체의 집합을 A 라고 할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보 기>
ㄱ. $z \in A$ 이면 $z-1$ 은 순허수이다.
ㄴ. $z \in A$ 이면 $\overline{z} \in A$ 이다.
(단, $\overline{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)
ㄷ. $z_1 \in A$ 이고 $z_2 \in A$ 이면 $z_1 z_2 \in A$ 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. A 와 B 두 팀이 축구 경기에서 연장전까지 0 : 0 으로 승부를 가리지 못하여 승부차기를 하였다. 각 팀당 5 명의 선수가 A 팀부터 시작하여 1 명씩 교대로 승부차기를 할 때, B 팀이 5 : 4 로 이길 확률은? (단, 각 선수의 승부차기는 독립시행이고 성공할 확률은 0.8 이다.) [3점]

① 0.2×0.8^8 ② 0.8^8 ③ 0.2×0.8^9
④ 0.8^9 ⑤ 0.8^{10}

12. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$h(x) = \frac{1}{3}f(x) + \frac{2}{3}g(x)$$

<보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보 기>
ㄱ. $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 어떤 점에서 만나면 $y = h(x)$ 의 그래프는 그 교점을 지난다.
ㄴ. $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 모두 y 축에 대하여 대칭이면 $y = h(x)$ 의 그래프도 y 축에 대하여 대칭이다.
ㄷ. $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 가 모두 일대일 대응이면 $y = h(x)$ 도 일대일 대응이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 양의 실수 a 와 b 에 대하여 집합 A 와 B 를 다음과 같이 정의한다.

$$A = \{ x \mid (x - a)(x + a) \leqq 0 \}$$
$$B = \{ x \mid |x - 1| \leqq b \}$$

이때, $A \cap B = \phi$ 이기 위한 필요충분조건은? [3점]

① $a - b < 1$ ② $a - b > 1$ ③ $a + b = 1$
④ $a + b < 1$ ⑤ $a + b > 1$

14. n 이 자연수일 때, <보기>의 부등식 중 항상 성립하는 것을 모두 고르면? [3점]

<보 기>

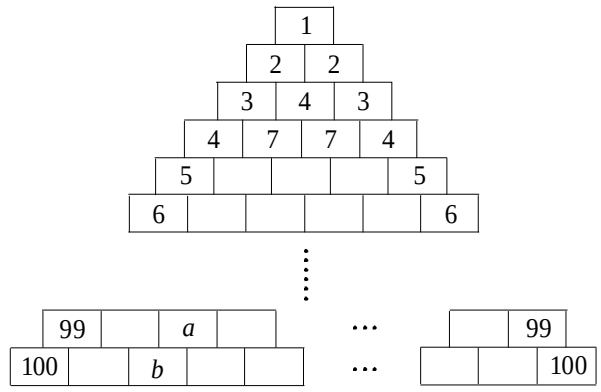
ㄱ. $\log_2(n+3) > \log_2(n+2)$
ㄴ. $\log_2(n+2) > \log_3(n+2)$
ㄷ. $\log_2(n+2) > \log_3(n+3)$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 그림과 같이 제 1 행에는 1 개, 제 2 행에는 2 개, …, 제 100 행에는 100 개의 직사각형을 나열하고 그 안에 다음과 같은 규칙으로 수를 써 넣었다.

(규칙 1) 각 행의 양쪽 끝 직사각형에는 1부터 100까지의 자연수를 순서대로 써 넣는다.

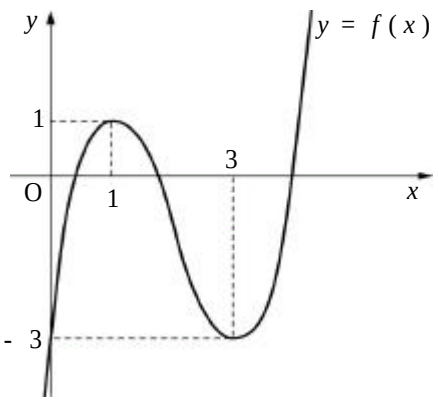
(규칙 2) 각 행의 안쪽 직사각형에는 바로 위 행의 인접한 직사각형에 쓰인 두 수의 합을 써 넣는다.



이때, $b - a$ 의 값은? [3점]

① 4878 ② 4872 ③ 4864
④ 4858 ⑤ 4852

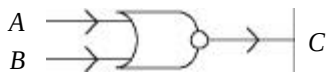
16. 그림과 같이 삼차함수 $y = f(x)$ 가 극대값 $f(1) = 1$ 과 극소값 $f(3) = -3$ 을 가지며, $f(0) = -3$ 이다.



이때, $\int_0^3 |f'(x)|\,dx$ 의 값은? [3점]

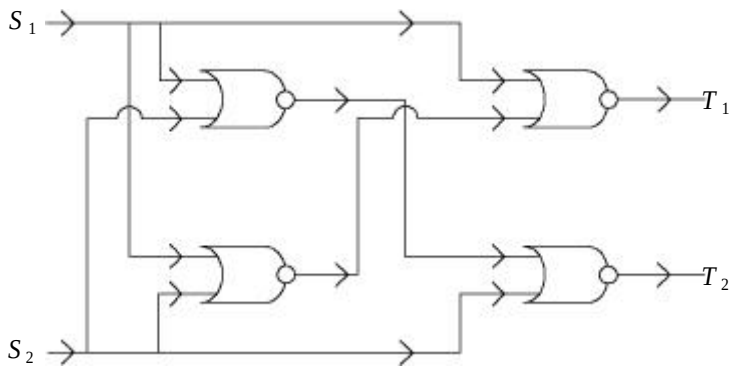
① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

17. [그림 1]의 연산장치는 입력값이 A 와 B 일 때 출력값 C 를 표에 주어진 것과 같이 결정한다. 이 연산장치 4 개를 [그림 2]와 같이 연결하였다.



[그림 1]

A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



[그림 2]

출력값이 $T_1 = 1$, $T_2 = 0$ 이 되는 입력값 S_1, S_2 를 <보기> 중에서 모두 고르면? [3점]

<보 기>

ㄱ. $S_1 = 0$, $S_2 = 0$ ㄴ. $S_1 = 0$, $S_2 = 1$

ㄷ. $S_1 = 1$, $S_2 = 0$ ㄹ. $S_1 = 1$, $S_2 = 1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 다음은 세 자연수 a, b, c $(a < b < c)$ 에 대하여

$$P = (b^2 - a^2)(c^2 - a^2)(c^2 - b^2)$$

이 12 의 배수임을 증명한 것이다.

<증명>

a, b, c 를 각각 2 로 나누었을 때 나머지는 (가) 같다. 이 중 나머지가 같은 두 수를 a 와 b 라고 하면 $b^2 - a^2$ 은 4 의 배수이다.

그러므로 P 도 4 의 배수이다. …… ㉠

다음으로, a^2, b^2, c^2 을 3 으로 나누었을 때 나머지를 알아보자.

a^2, b^2, c^2 을 각각 3 으로 나눈 나머지는 (나) 이므로 a^2, b^2, c^2 중에는 3 으로 나눈 나머지가 같은 것이 적어도 2 개가 있다.

그러므로 P 는 3 의 배수이다. …… ㉡

㉠과 ㉡으로부터 P 는 12 의 배수이다.

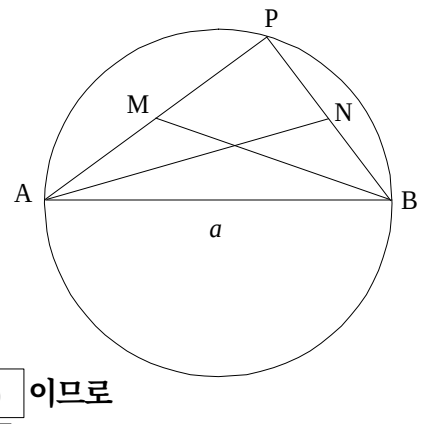
위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [2점]

(가)	(나)
① 모두	0 또는 1
② 모두	1 또는 2
③ 적어도 2 개가	0 또는 1
④ 적어도 2 개가	0 또는 2
⑤ 적어도 2 개가	1 또는 2

19. 그림과 같이 길이가 a 인 선분 AB 를 지름으로 하는 원 위를 움직이는 점 P 가 있다. 선분 PA 와 선분 PB 의 중점을 각각 M 과 N 이라고 하면,

$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 =$ (가) 이다.

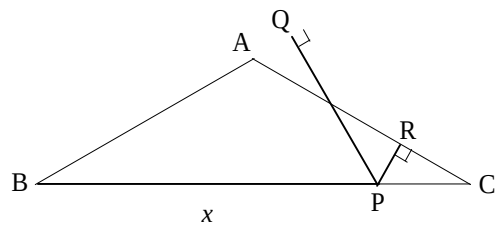
따라서 $\overline{AN}^2 + \overline{BM}^2 =$ (나) 이므로 $\overline{AN} \cdot \overline{BM}$ 의 최대값은 (다) 이다.



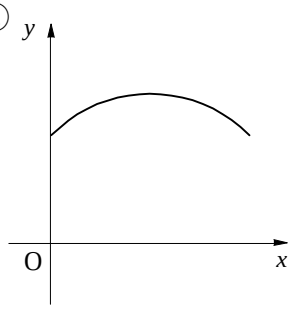
위의 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

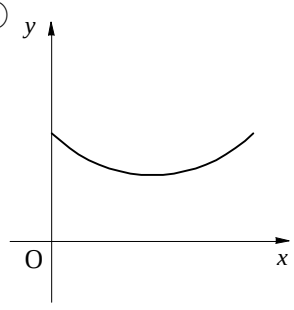
	(가)	(나)	(다)
①	a^2	$\frac{5}{4}a^2$	$\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$
②	a^2	$\frac{5}{4}a^2$	$\frac{5}{8}a^2$
③	a^2	$\frac{3}{2}a^2$	$\frac{3}{4}a^2$
④	$2a^2$	$\frac{3}{2}a^2$	$\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$
⑤	$2a^2$	$\frac{5}{4}a^2$	$\frac{5}{8}a^2$

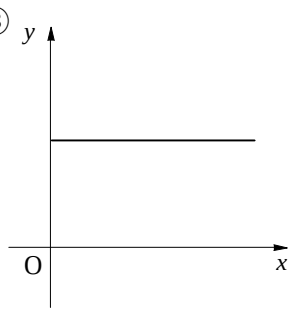
20. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 BC 위를 움직이는 점 P 가 있다. 점 P 에서 변 AB 또는 그 연장선에 내린 수선의 발을 Q, 변 AC 또는 그 연장선에 내린 수선의 발을 R 라고 하자.

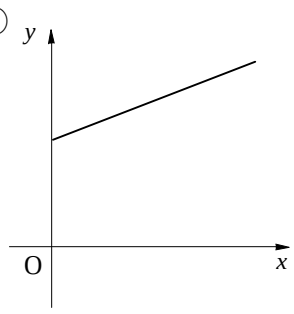


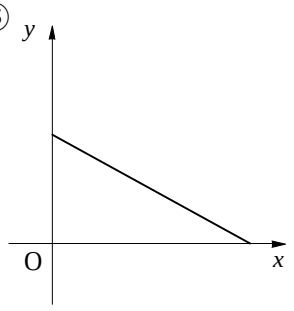
$\overline{BP} = x$ 와 $\overline{PQ} + \overline{PR} = y$ 에 대하여 y 를 x 의 함수로 나타낼 때, 그 그래프의 개형은? [3점]

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

21. 좌표평면에서 중심이 (a, b) 이고 x 축에 접하는 원이 두 점 A(0, 5) 와 B(8, 1) 을 지난다.
이때, 원의 중심 (a, b) 와 직선 AB 사이의 거리는?
(단, $0 \leqq a \leqq 8$) [3점]

① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

22. 겨울철에 바람이 불면 바람이 불지 않을 때보다 더 춥게 느껴진다. 이와 같이 실제 느껴지는 온도를 체감온도라고 하며, 기온을 t, 풍속을 v, 복사량을 I 라고 할 때 체감온도 T 는 다음과 같다고 한다.

$$T = t - 4\sqrt{v} + 12I$$

어느 해의 대학수학능력시험 날, 어떤 지역의 오후의 기온은 오전보다 6 도 상승했지만 오후의 풍속이 오전의 4 배가 되어 체감온도는 변하지 않았다. 이 지역의 그날 오전의 풍속은? (단, 그날 오전과 오후의 복사량 I 의 값은 같았다.) [3점]

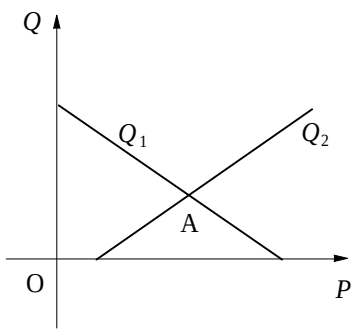
① 3 ② 2.75 ③ 2.5
④ 2.25 ⑤ 2

23. 광통신에서는 광섬유를 이용하여 신호를 먼 곳까지 보낸다. 신호가 광섬유를 $1\,\mathrm{km}$ 지날 때마다 신호의 세기는 $1\,\mathrm{km}$ 전의 세기의 $99\,\%$ 가 된다고 하자. 신호의 세기가 처음 세기의 $\frac{1}{2}$ 이 되는 곳에 중계소를 설치하려고 할 때, 처음 신호를 보내는 곳에서 중계소까지 광섬유의 길이는 약 몇 km 인가? (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 9.9 = 0.9956$ 으로 계산한다.) [3점]

① 68 ② 78 ③ 88 ④ 98 ⑤ 108

24. 다음은 어떤 상품의 수요와 공급에 관한 시장균형모형을 설명한 것이다.

이 상품의 가격 P 의 변화에 따른 수요량을 Q_1, 공급량을 Q_2 라고 하면 아래와 같이 이들을 각각 P 에 대한 일차함수로 나타낼 수 있다.



$$Q_1 = a - bP$$

$$Q_2 = -c + dP$$

여기서 a, b, c, d 는 양수이다. 두 함수 Q_1 과 Q_2 의 그래프의 교점 A 가 제 1 사분면에 있을 때 시장균형가격이 결정된다.

위의 모형에서 시장균형가격이 결정되기 위한 a, b, c, d 사이의 관계로 알맞은 것은? [3점]

① $ad - bc = 0$ ② $ac - bd = 0$
③ $ad - bc > 0$ ④ $ad - bc < 0$
⑤ $ac - bd > 0$

주관식 문항 (25 30)

25. 전체집합 U 의 두 부분집합 A 와 B 에 대하여

$$A \cap B^{C} = A, \quad n(A) = 9, \quad n(B) = 14$$

일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하시오. (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.) [2점]

26. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1 + (-1)^n}{3} \right\}^n$ 의 합을 S 라고 할 때, $20S$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 다항식 $f(x) = x^3 + x^2 + 2x + 1$ 에 대하여 $f(x)$ 를 $x - a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_1, $f(x)$ 를 $x + a$ 로 나누었을 때의 나머지를 R_2 라고 하자. $R_1 + R_2 = 6$ 일 때, $f(x)$ 를 $x - a^2$ 으로 나눈 나머지를 구하시오. [3점]

28. 방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라고 할 때, 자연수 n 에 대하여 함수 $f(n)$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$f(n) = \frac{\omega^{2n}}{\omega^n + 1}$$

이때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(20)$ 의 값을 구하시오. [3점]

29. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 - 6x^2 - n = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 n 의 개수를 구하시오. [3점]

30. 다음은 첫째 항이 $a - 15d$, 공차가 d, 항의 개수가 31 인 등차수열이다.

$$a - 15d, \cdots, a - d, a, a + d, \cdots, a + 15d$$

위 항들의 값의 표준편차를 σ 라고 할 때, $\frac{\sigma}{d}$ 의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오.
(단, $d > 0$ 이고 $\sqrt{5} = 2.24$ 로 계산한다.) [3점]

* 확인 사항
○ 문제지와 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 문제지와 답안지를 함께 제출합니다. 답안지는 오른쪽에 문제지는 왼쪽에 놓으시오.