

2002학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시

수리 영역

인 문 계

성명

수험번호

홀수형

1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하십시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $(2 - \sqrt{3}i)(2 + \sqrt{3}i)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

2. $\log_2(4^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{2^5})^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

3. $\sin \frac{\pi}{6} + \tan \frac{9\pi}{4}$ 의 값은? [2점]

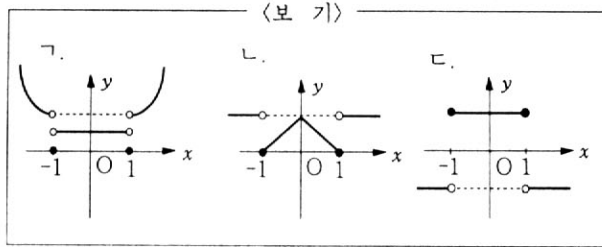
- ① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

4. 다음 식을 성립하게 하는 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? [2점]

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2+ax+b} = \frac{1}{3}$$

- ① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. <보기>에 주어진 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 중에서 $f(x) = f(x^2)$ 을 만족하는 그래프를 모두 고른 것은? [2점]

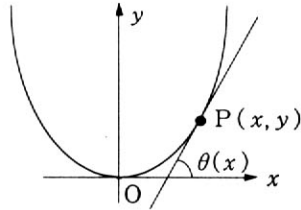


- ① 가 ② 나 ③ 가, 나
④ 나, 다 ⑤ 가, 나, 다

6. 포물선 $y = x^2$ 위의 한 점 $P(x, y)$ 에서 접선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 $\theta(x)$ 라 할 때

$$\int_0^1 \tan \theta(x) dx \text{ 의 값은?}$$

[2점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ 1

7. 5차 이하의 모든 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = f\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)a + f(0)b + f\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)a$$

를 성립시키는 상수 a, b 가 있다. a, b 를 순서대로 나열한 것은? [3점]

- ① $\frac{4}{9}, \frac{10}{9}$ ② $\frac{5}{9}, \frac{8}{9}$ ③ $\frac{2}{3}, \frac{2}{3}$
④ $\frac{7}{9}, \frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{8}{9}, \frac{2}{9}$

8. 세 자료

A : 1 부터 50 까지의 자연수

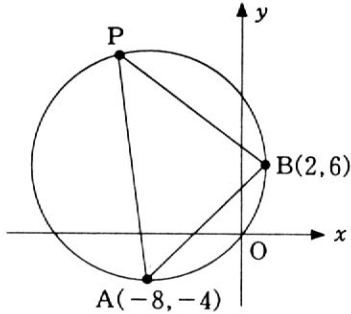
B : 51 부터 100 까지의 자연수

C : 1 부터 100 까지의 짝수

의 표준편차를 순서대로 a, b, c 라 할 때, a, b, c 의 대소관계를 바르게 나타낸 것은? [3점]

- ① $a = b = c$ ② $a = b < c$ ③ $a < b = c$
④ $a < b < c$ ⑤ $a < c < b$

9. 원 $(x+8)^2 + (y-6)^2 = 10^2$ 위에 두 점 $A(-8, -4)$, $B(2, 6)$ 가 있다. $\triangle PAB$ 의 넓이가 최대가 되도록 하는 원 위의 한 점 P 와 원의 중심을 지나는 직선의 방정식을 $y = ax + b$ 라고 할 때 $a + b$ 의 값은? [3점]



- ① 1 ② 0 ③ -1 ④ -2 ⑤ -3

10. 연립부등식 $x > 0$, $y + x \geq 0$, $y - 2x \leq 0$ 이 나타내는 좌표평면 위의 영역을 D 라 하자. D 에 속하는 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 에 대하여 $\frac{b+d}{a+c}$ 의 최대값과 최소값의 차는? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2
④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

11. 지수함수의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [2점]

<보 기>

ㄱ. $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면

$y = \frac{1}{2^x}$ 의 그래프가 된다.

ㄴ. $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동하면

$y = 2^x$ 의 그래프보다 아래에 놓이게 된다.

ㄷ. $y = \sqrt{2} \cdot 2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 평행이동하여

$y = 2^x$ 의 그래프를 얻을 수 있다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sqrt{17} - 4 = \frac{1}{8 + a_1} = \frac{1}{8 + \frac{1}{8 + a_2}} = \frac{1}{8 + \frac{1}{8 + \frac{1}{8 + a_3}}} = \dots$$

을 만족시킬 때, a_{2002} 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{17} - 4$ ② $3 - \sqrt{17}$ ③ $5 - \sqrt{17}$
④ $\sqrt{17}$ ⑤ $\sqrt{17} + 4$

13. 그림과 같이 넓이가 다른 세 종류의 직사각형 종이 네 장을 이용하여

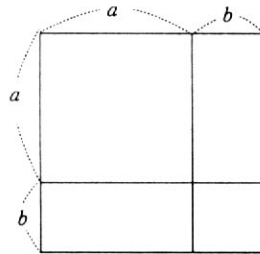
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

임을 보일 수 있다. 이와 유사한 방법으로 부피가 다른 몇 종류의 직육면체 나무토막을 이용하여

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

임을 보이려고 한다. 최소로 필요한 나무토막의 종류의 수와 전체의 개수를 순서대로 적은 것은? [2점]

- ① 3, 4 ② 3, 6 ③ 3, 8
④ 4, 6 ⑤ 4, 8



14. 한 평면에 서로 다른 n 개의 직선을 그려서 나누어진 영역의 수의 최소값을 $f(n)$, 최대값을 $g(n)$ 이라 하자. <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

- ㄱ. $f(2)=3$, $g(2)=4$ 이다.
ㄴ. 모든 n 에 대하여 $f(n)=n+1$ 이다.
ㄷ. 모든 n 에 대하여 $g(n) \leq f(n+1)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 다음을 만족하는 다항함수에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

$$f_0(x) = 1,$$

$$f_1(x) = x,$$

$$f_{n+1}(x) = xf_n(x) + f_{n-1}(x) \quad (n \text{ 은 자연수})$$

<보 기>

- ㄱ. $f_{2n-1}(0) = 0$, $f_{2n}(0) = 1$ 이다.
ㄴ. $f_{2n-1}(x)$ 는 기함수이고, $f_{2n}(x)$ 는 우함수이다.
ㄷ. $f_{2n-1}(x)$ 와 $f_{2n}(x)$ 의 항의 개수는 각각 n 개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 함수 $f(x) = [x[x]]$ 에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

- ㄱ. $f(x) = -1$ 이 되는 x 는 존재하지 않는다.
ㄴ. 자연수 n 에 대해서 집합 $\{f(x) \mid n \leq x < n+1\}$ 의 원소의 개수는 n 개이다.
ㄷ. 자연수 n 에 대해서 집합 $\{f(x) \mid -n \leq x < -n+1\}$ 의 원소의 개수는 $n+1$ 개이다.

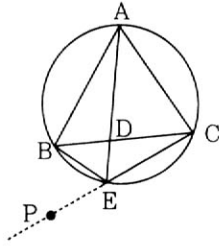
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 다음은 정삼각형 ABC의 변 BC

위의 한 점 D를 잡아 직선 AD가
△ABC의 외접원과 만나는 점을
E라 할 때,

$$\frac{1}{DE} = \frac{1}{EB} + \frac{1}{CE}$$

임을 보인 것이다.



<증명>

선분 CE의 연장선 위에 $\overline{EB} = \overline{EP}$ 인 점 P를
잡는다. 네 점 A, B, E, C는 한 원 위에 있으므로

$$\angle AEC = \angle ABC = 60^\circ \text{ 이고}$$

$$\angle AEB = \angle ACB = 60^\circ \text{ 이다.}$$

따라서 $\angle AEC = 60^\circ$ 이고 $\overline{EB} = \overline{EP}$ 이므로

△EBP는 정삼각형이다.

$$\text{그러므로 } \angle BPE = 60^\circ = \angle DEC \text{ 이고}$$

선분 BP와 DE는 평행하다. △CBP와 △CDE는 닮음
이므로

$$\overline{BP} : \overline{DE} = \overline{CP} : \overline{CE} \text{ 이고}$$

$$\overline{BP} \cdot \overline{CE} = \overline{DE} \cdot \overline{CP} \text{ 이다. 또한}$$

$$\overline{BP} = \overline{EP} = \overline{EB}, \quad \overline{CP} = \overline{CE} + \overline{EP} \text{ 이므로,}$$

$$\begin{aligned} \overline{EB} \cdot \overline{CE} &= \overline{DE} (\overline{CE} + \overline{EP}) \\ &= \overline{DE} (\overline{CE} + \overline{EB}) \end{aligned}$$

가 된다. 양변을 $\overline{EB} \cdot \overline{CE} \cdot \overline{DE}$ 로 나누면

$$\frac{1}{DE} = \frac{1}{EB} + \frac{1}{CE} \text{ 이다.}$$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

(가)	(나)	(다)
① $\angle PEB$	$\angle BPE$	\overline{CE}
② $\angle PEB$	$\angle BPE$	\overline{CD}
③ $\angle EBP$	$\angle CBE$	\overline{CE}
④ $\angle PEB$	$\angle DCE$	\overline{CD}
⑤ $\angle PEB$	$\angle BED$	\overline{CD}

18. 다음은 자연수 m, n 에 대해서 $m^4 + 4^n$ 이 소수이고

$m \neq 1$ 또는 $n \neq 1$ 이면, m 은 홀수이고 n 은 짝수임을
증명한 것이다.

<증명>

m 이 짝수이거나 n 이 홀수라 가정하자.

(i) m 이 짝수이면 $m = 2j$ 꼴의 정수이고,

$$m^4 + 4^n = 4 \cdot (4j^4 + 4^{n-1}) \text{ 이므로 } m^4 + 4^n \text{은 } \boxed{\text{가}}.$$

이것은 가정에 모순이므로 m 은 홀수이다.

(ii) n 이 홀수이면 $n = 2k-1$ 꼴의 정수이다.

$$m^4 + 4^n = m^4 + 4^{2k-1} \text{은 다음과 같이 인수분해 된다.}$$

$$m^4 + 4^{2k-1} = (\boxed{\text{나}})^2 (m^2 + m2^k + 2 \cdot 4^{k-1})$$

이 수는 소수이므로 $\boxed{\text{나}} = 1$ 또는

$$m^2 + m2^k + 2 \cdot 4^{k-1} = 1 \text{ 이다.}$$

그런데, $m^2 + m2^k + 2 \cdot 4^{k-1} > 1$ 이므로 $\boxed{\text{나}} = 1$ 이다.

$$\boxed{\text{나}} = (\boxed{\text{다}})^2 + 4^{k-1} = 1 \text{로부터}$$

$k=1, m=1$ 이다. 따라서, $m=1, n=1$ 이다.

이것은 가정에 모순이므로 n 은 짝수이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

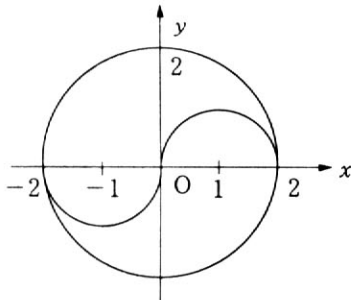
(가)	(나)	(다)
① 소수가 아니다	$m^2 - m2^k + 2 \cdot 4^{k-1}$	$m - 2^{k-1}$
② 소수이다	$m^2 - m2^k + 2 \cdot 4^{k-1}$	$m - 2^{k-1}$
③ 소수가 아니다	$m^2 - m2^{k+1} + 5 \cdot 4^{k-1}$	$m - 2^k$
④ 소수이다	$m^2 - m2^{k+1} + 5 \cdot 4^{k-1}$	$m - 2^k$
⑤ 소수가 아니다	$m^2 - m2^{k+2} + 17 \cdot 4^{k-1}$	$m - 2^{k+1}$

19. 다음 식을 만족하는 다항식 $f(x)$ 의 계수들의 합은? [3점]

$$f(f(x)) = \int_0^x f(t) dt - x^2 + 3x + 3$$

- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

20. 그림과 같이 좌표평면 위에 원과 반원으로 이루어진 태극 문양이 있다. 태극문양과 직선 $y = a(x-1)$ 이 서로 다른 다섯 점에서 만나게 되는 a 의 범위는? [3점]

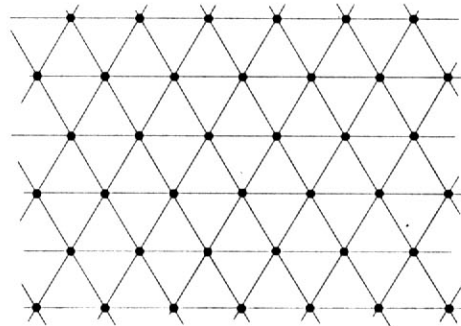


- ① $0 < a < \frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $0 < a < \frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $0 < a < \frac{2}{3}$
 ④ $0 < a < \frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $0 < a < \frac{\sqrt{6}}{3}$

21. 함수 $f(x) = x^2 - x - 6$, $g(x) = x^2 - ax + 4$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여 $(f \circ g)(x) \geq 0$ 이 되는 실수 a 의 범위는? (단, $f \circ g$ 는 g 와 f 의 합성함수이다.) [3점]

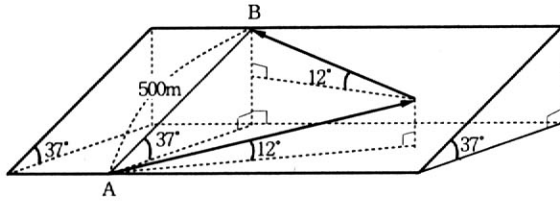
- ① $a \leq -1$, $a \geq 1$ ② $-1 \leq a \leq 1$ ③ $a \leq -2$, $a \geq 2$
 ④ $-2 \leq a \leq 2$ ⑤ $-4 \leq a \leq 4$

22. 어떤 물질은 원자를 구로 나타낼 경우 똑같은 구들을 규칙적으로 배열하여 얻은 정육각형 격자구조를 갖는다. 아래 그림은 이 격자구조의 한 단면에 놓여있는 원자의 중심을 연결한 것이다. 이 구조에서 한 원자의 에너지는 인접한 원자의 수와 거리에 영향을 받는다. 가장 인접한 원자의 중심간의 거리가 모두 1일 때, 동일 평면상에서 고정된 한 원자와 중심사이의 거리가 $\sqrt{7}$ 인 원자의 개수는? [3점]



- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 16

23. 직선거리가 500 m 인 A 지점과 B 지점을 연결하는 도로를 건설하려고 했지만, 경사도가 37° 여서 우회도로가 필요하였다. 그래서 그림과 같이 12° 의 경사도를 유지하는 도로를 건설하기로 결정하였다. A 지점에서 B 지점까지 이 우회도로의 거리는 약 몇 m 인가? (단, $\sin 12^\circ = 0.2$, $\sin 37^\circ = 0.6$ 으로 계산한다.) [3점]



- ① 800 m ② 1000 m ③ 1200 m
④ 1500 m ⑤ 1800 m

24. 중심도시에서 상품을 구매하는 주변도시의 전체 구매량은 다음과 같은 법칙을 따른다고 하자.

“각 주변도시 B, C 의 시민들이 중심도시 A 시에서 상품을 구매할 때, 각 도시의 전체 구매량은 그 도시의 인구수에 비례하고 A 시와의 거리의 제곱에 반비례한다.”

위 법칙과 아래 표에 의거하여 신도시 C 시를 건설하려고 한다.

구분 도시	인 구 (단위 : 명)	A 시로부터의 거리 (단위 : km)
B 시	500000	20
C 시	x	10

A 시에서 구매하는 C 시의 전체 구매량이 B 시의 전체 구매량의 절반이 되게 하려면 C 시의 인구 x 를 얼마로 예상해야 하는가? [3점]

- ① 42500 ② 52500 ③ 62500
④ 72500 ⑤ 82500

주관식 문항 (25~30)

25. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $\frac{1}{2002} \sum_{n=1}^{2002} A^n = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 일 때 $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+4} + 2x}{x^{2n} + 1}$ 일 때, $f\left(\frac{1}{2}\right) + f(2)$ 의 값을 구하시오. [2점]

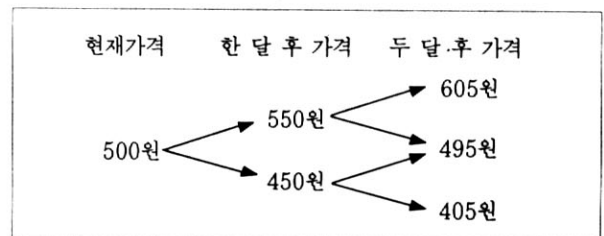
27. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때 $\{2, 3\} \cap A \neq \emptyset$ 를 만족시키는 U 의 부분집합 A 의 개수를 구하시오. [3점]

28. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하시오. [2점]

$$(\log_2 x)^3 + \log_2 x^3 = 4(\log_2 x)^2 + \log_2 x$$

29. 어떤 행사에서 20 종류의 스티커를 모으면 경품을 받을 수 있다고 한다. 갑은 네 종류, 을과 병은 각각 다섯 종류의 스티커를 모았다. 두 사람씩 비교하였을 때 각각 세 종류의 스티커가 공통으로 있었고, 세 사람을 함께 비교하였을 때는 두 종류의 스티커가 공통으로 있었다. 갑, 을, 병의 스티커를 모아서 경품을 받으려고 할 때, 최소로 더 필요한 스티커의 종류의 수를 구하시오. [3점]

30. 어떤 상품의 가격은 매달 0.5의 확률로 10% 상승하거나 0.5의 확률로 10% 하락한다. 이 상품의 현재가격은 500원이다. 두 달 후 이 상품의 가격이 500원 이하이면 500원에서 두 달 후 상품가격을 뺀 금액을 받고, 500원 이상이면 받지 않기로 하였다. 두 달 후 받을 수 있는 금액의 기대값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. (단, 첫 번째 달의 가격변동과 두 번째 달의 가격변동은 서로 독립이다.) [3점]



• 확인 사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.