2004학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시 수리 영역

인문계 | 성명 | | 수험 번호 | | — | | 홀수형 1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

---

1. $\log_3 12 + \log_3 9 - \log_3 4$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $x = \sqrt{2}$ 일 때, $\dfrac{3}{x - \dfrac{x-1}{x+1}}$ 의 값은? [2점]

① $\sqrt{2} + 1$ ② $2(\sqrt{2} + 1)$ ③ $3(\sqrt{2} + 1)$
④ $4(\sqrt{2} + 1)$ ⑤ $5(\sqrt{2} + 1)$

3. $\cos\theta = -\dfrac{1}{3}$ 일 때, $\sin\theta \cdot \tan\theta$ 의 값은? [2점]

① $-\dfrac{10}{3}$ ② $-\dfrac{8}{3}$ ③ $-\dfrac{5}{3}$
④ $\dfrac{5}{3}$ ⑤ $\dfrac{8}{3}$

4. 부등식 $(x-1)(x+3) < 5$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항식 $f(x)$를 $x+2$로 나눈 몫은 x^2+1이고 나머지가 2일 때, $f(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는? [2점]

① 20 ② 21 ③ 22
④ 23 ⑤ 24

6. 이차방정식

$$x^2-4=a(x-2)$$

가 중근을 갖기 위한 상수 a의 값은? [2점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

7. 이차함수 $f(x)=x^2-2x+a$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동시킨 그래프가 x축에 접할 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

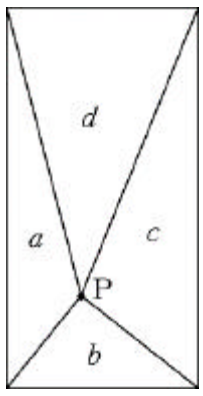
8. 두 실수 a와 b가 1이 아닌 양수일 때, 함수 $y=a^x$의 그래프와 함수 $y=\log_b x$의 그래프가 항상 만나는 경우를 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $a>1$이고 $b>1$
ㄴ. $a>1$이고 $0<b<1$
ㄷ. $0<a<1$이고 $0<b<1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

9. 점 P 가 가로의 길이가 1, 세로의 길이가 2 인 직사각형의 내부에서 움직이고 있다. 그림과 같이 점 P 와 각 꼭지점을 연결하였을 때 생기는 네 삼각형의 넓이를 a, b, c, d 라 하자.



행렬 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하지 않도록 하는 점 P 의 자취의 길이는? [3점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2
④ $\sqrt{5}$ ⑤ 3

10. 삼차함수 $y=f(x)$ 는 $x=1$ 에서 극값을 갖고, 그 그래프가 원점에 대하여 대칭일 때, 이 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표 중에서 양수인 것은? [3점]

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2
④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

11. 두 함수 $f(x)=[x^2]$ 과 $g(x)=[x]^2$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. $f(\sqrt{2})>g(\sqrt{2})$
ㄴ. x 가 정수이면 $f(x)=g(x)$ 이다.
ㄷ. $f(x)=g(x)$ 이면 x 는 정수이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

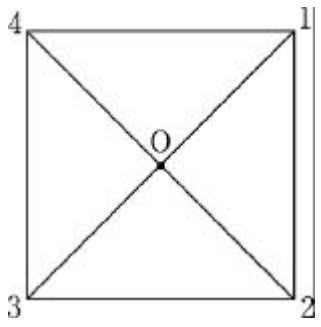
12. 집합 $A(k)$ 를 자연수 k 를 거듭제곱한 수들의 일의 자리의 수 전체의 집합이라 하자.
예를 들면, $k=2$ 인 경우에 $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32, \cdots$ 이므로 $A(2)=\{2,4,6,8\}$ 이다.
<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $1 \in A(3)$
ㄴ. $A(6) \subset A(3)$
ㄷ. $A(3^n)=A(3)$ 인 자연수 n 이 존재한다. (단, $n>1$)

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

13. 아래 그림과 같이 정사각형의 네 꼭지점을 각각 1, 2, 3, 4 라 하고, 두 대각선의 교점을 O 라 하자.



이 정사각형을 점 O 를 중심으로 하여 시계 방향으로 90° 회전시키면 1은 2의 위치로, 2는 3의 위치로, 3은 4의 위치로, 4는 1의 위치로 이동한다. 이러한 꼭지점 사이의 이동을 함수 f_1로 나타내면,

$$f_1(1) = 2,\ f_1(2) = 3,\ f_1(3) = 4,\ f_1(4) = 1$$

이다. 이와 같은 방법으로 이 정사각형을 점 O 를 중심으로 하여 시계 방향으로 90°, 180°, 270°, 360° 회전시켰을 때, 꼭지점 사이의 이동을 나타내는 함수를 각각 f_1, f_2, f_3, f_4라 하자.

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?
(단, f^{-1}은 f 의 역함수이다.) [3점]

<보 기>

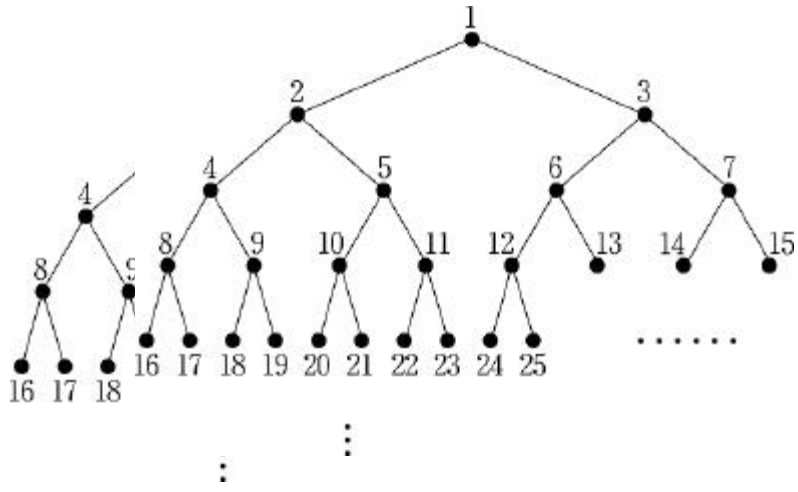
ㄱ. $f_2 \circ f_3 = f_4$
ㄴ. $f_1^{-1} = f_3$
ㄷ. $f_1 \circ f_3 = f_3 \circ f_1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 세 숫자 1, 2, 3 을 중복 사용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 1 과 2 가 모두 포함되어 있는 자연수의 개수는? [3점]

① 58 ② 56 ③ 54
④ 52 ⑤ 50

15. 아래 그림과 같이 각각의 점에 1 부터 연속된 자연수를 규칙적으로 대응시키고 이 점들을 선분으로 연결한다.



서로 다른 두 자연수 a 와 b 에 대응되는 두 점을 연결하는 선분들의 최소 개수를 $N(a, b)$ 라 하자. 예를 들면, $N(4, 6) = 4$ 이고 $N(12, 27) = 3$ 이다.

$N(32, 33) + N(32, 34) + N(32, 35) + \cdots + N(32, 63)$ 의 값은? [3점]

① 196 ② 258 ③ 270
④ 312 ⑤ 344

16. 함수 $f(x) = x^2 - 4x$ 에 대하여 좌표평면 위의 점 (a, b) 가 부등식 $y > f(x)$ 의 영역에 속할 때, <보기>에서 항상 성립하는 부등식을 모두 고른 것은? [3점]

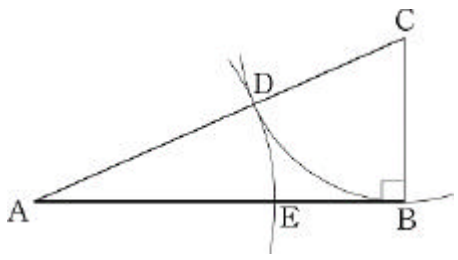
<보 기>

ㄱ. $\frac{b}{2} > f\left(\frac{a}{2}\right)$
ㄴ. $2b > f(2a)$
ㄷ. $-b < f(-a)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

17. 다음 순서로 선분 AB 위에 점 E 를 작도하여 보자.

(i) 점 B 에서 선분 AB 에 수직인 직선을 그어 그 위에 $\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AB}$ 인 점 C 를 잡는다.



(ii) 선분 AC 위에 $\overline{CD} = \overline{CB}$ 인 점 D 를 잡는다.

(iii) 선분 AB 위에 $\overline{AE} = \overline{AD}$ 인 점 E 를 잡는다.

그러면 점 E 는 $\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EB}}$ 를 만족시킨다.

아래 증명은 이 성질을 증명한 것이다.

<증명>

△ABC 에서 $\overline{AB} = 2\overline{BC}$ 이므로 피타고라스의 정리에 의하여

$\overline{AC} =$ (가) $\overline{BC}$

따라서

$\overline{AE} = \overline{AD} = \overline{AC} - \overline{CD} =$ (나) $\overline{BC}$

$\overline{EB} = \overline{AB} - \overline{AE} =$ (다) $\overline{BC}$

이므로

$\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EB}}$

위의 빈칸 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [2점]

	(가)	(나)	(다)
①	2	$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$	$(3+\sqrt{5})$
②	$\sqrt{5}$	$(\sqrt{5}-1)$	$(\sqrt{5}+1)$
③	$\sqrt{5}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
④	$\sqrt{5}$	$(\sqrt{5}-1)$	$(3-\sqrt{5})$
⑤	3	2	$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

18. 다음은 두 자연수 x 와 y 에 대하여 x^2+xy+y^2 이 10 의 배수이면 x 와 y 가 어떤 성질을 가짐을 증명한 것이다.

<증명>

$N = x^2+xy+y^2$ 이라 하고 N 이 10 의 배수라 하자.

N 이 10 의 배수이므로 x, y 는 모두 짝수이다.

만일 x, y 중 하나만 10 의 배수이면 N 은 10 의 배수가 아니다.

한편, x, y 가 모두 10 의 배수가 아니면 x^2 과 y^2 의 일의 자리의 수는 4 또는 6 이다.

(i) x^2 의 일의 자리의 수가 4 이고 y^2 의 일의 자리의 수가 6 인 경우에 x 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 2 또는 8 뿐이고, y 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 4 또는 6 뿐이다. 따라서 xy 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 (가) 뿐이므로 N 은 10 의 배수가 아니다.

(ii) x^2 의 일의 자리의 수가 6 이고 y^2 의 일의 자리의 수가 4 인 경우에는 (i) 의 경우와 마찬가지로 N 은 10 의 배수가 아니다.

(iii) x^2 과 y^2 의 일의 자리의 수가 모두 4 이거나 모두 6 인 경우에 (i) 의 경우처럼 하면 xy 의 일의 자리의 수가 될 수 있는 것은 (나) 뿐이므로 N 은 10 의 배수가 아니다.

따라서 x^2+xy+y^2 이 10 의 배수이면 (다) 10 의 배수이다.

위의 빈칸 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	4 또는 6	2 또는 8	x, y 는 모두
②	4 또는 6	4 또는 6	x, y 는 모두
③	2 또는 8	4 또는 6	x, y 는 모두
④	2 또는 8	2 또는 8	x, y 중 하나만
⑤	2 또는 4	6 또는 8	x, y 중 하나만

19. 자료 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_{100}$ 에 대하여 다음 과정을 순서대로 시행하였다.

(가) 처음 두 수 x_1 과 x_2 의 평균을 구한다.
(나) x_3 을 추가하여 x_1, x_2, x_3 의 평균을 구한다.
(다) x_4 를 추가하여 x_1, x_2, x_3, x_4 의 평균을 구한다.
⋮
x_{100} 을 추가하여 $x_1, x_2, \cdots, x_{100}$ 의 평균을 구한다.

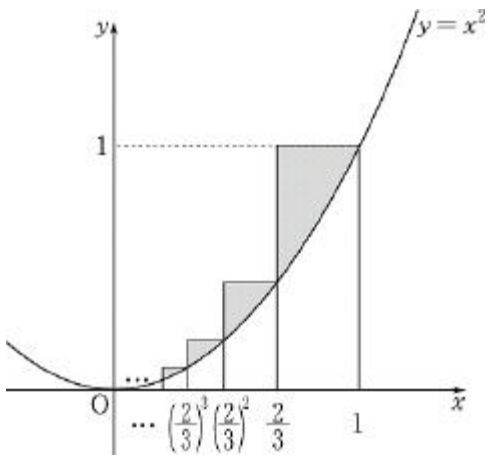
위의 과정을 시행한 결과, x_1 과 x_2 의 평균이 5 이고, 자료 하나가 추가될 때마다 평균이 1 씩 증가하였다.
이때, x_{100} 의 값은? [3점]

① 194 ② 196 ③ 198
④ 200 ⑤ 202

20. 아래 그림과 같이 x 좌표가 각각

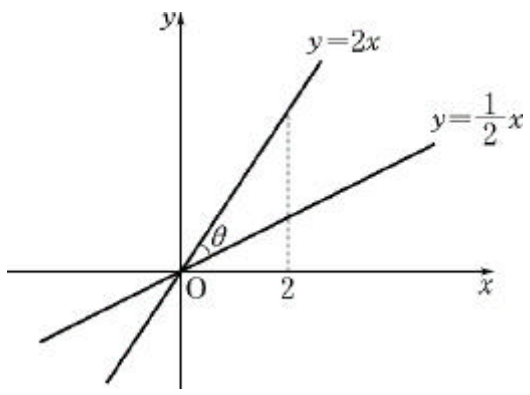
$$1, \frac{2}{3}, \left(\frac{2}{3}\right)^2, \left(\frac{2}{3}\right)^3, \cdots, \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}, \cdots$$

인 x 축 위의 점에서 y 축에 평행한 직선을 그어 곡선 $y = x^2$ 과 만나는 점을 한 꼭지점으로 하는 직사각형을 한없이 만든다. 이 직사각형들이 곡선 $y = x^2$ 에 의하여 잘려진 윗부분들의 넓이의 합은? [3점]



① $\frac{5}{57}$ ② $\frac{2}{19}$ ③ $\frac{7}{57}$
④ $\frac{8}{57}$ ⑤ $\frac{3}{19}$

21. 두 직선 $y = 2x$ 와 $y = \frac{1}{2}x$ 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, 아래 그림을 이용하여 $\cos\theta$ 의 값을 구하면? [3점]



① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{5}$
④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

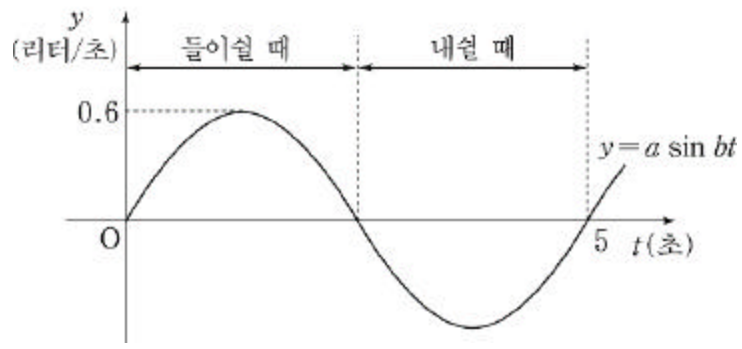
22. 다음 표는 10 진법의 수를 16 진법의 수로 나타낸 것이다.

10 진법	0	1	…	9	10	11	12	13	14	15
16 진법	0	1	…	9	A	B	C	D	E	F

컴퓨터에서 색을 표현하는 RGB 방식에서는 빛의 삼원색인 빨강(R), 초록(G), 파랑(B)의 양을 여섯 자리 문자열로 지정하여 원하는 색을 얻는다. 여섯 자리 문자열 중 처음 두 자리는 R 의 양, 다음 두 자리는 G 의 양, 마지막 두 자리는 B 의 양을 나타낸다. 이때, 각각의 두 자리 문자열은 0 부터 255 까지의 정수에 대응되는 16 진법의 수이다.
예를 들어, 문자열 FF021A 를 입력하였다고 하자.
FF , 02, 1A 는 각각 16 진법의 수 FF , 2, 1A 를 나타내고, 이것은 각각 10 진법의 수 255, 2, 26 에 대응된다. 따라서, R , G , B 의 양이 각각 255, 2, 26 인 색을 얻게 된다.
R , G , B 의 양이 각각 100, 245, 64 인 색을 얻기 위하여 입력해야 할 문자열은? [2점]

① 80F 840 ② 64F 540 ③ 64F 840
④ 40F 580 ⑤ 80F 380

23. 다음 그래프는 어떤 사람이 정상적인 상태에 있을 때 시각에 따라 호흡기에 유입되는 공기의 흡입률(리터/초)을 나타낸 것이다.
숨을 들이쉬기 시작하여 t초일 때 호흡기에 유입되는 공기의 흡입률을 y라 하면, 함수 $y = a\sin bt$ (a, b는 양수)로 나타낼 수 있다. 이때, y의 값은 숨을 들이쉴 때는 양수, 내쉴 때는 음수가 된다.



이 함수의 주기가 5초이고, 최대 흡입률이 0.6 (리터/초)일 때, 숨을 들이쉬기 시작한 시각으로부터 처음으로 흡입률이 -0.3 (리터/초)이 되는 데 걸리는 시간은? [3점]

① $\frac{35}{12}$ 초 ② $\frac{37}{12}$ 초 ③ $\frac{30}{11}$ 초
④ $\frac{31}{11}$ 초 ⑤ $\frac{35}{31}$ 초

24. 지면에 정지해 있던 열기구가 수직 방향으로 출발한 후 t분일 때, 속도 $v(t)$ (m/분)를

$$v(t) = \begin{cases} t & (0 \leqq t \leqq 20) \\ 60 - 2t & (20 \leqq t \leqq 40) \end{cases}$$

라 하자. 출발한 후 $t = 35$분일 때, 지면으로부터 열기구의 높이는? (단, 열기구는 수직 방향으로만 움직이는 것으로 가정한다.) [3점]

① 225 m ② 250 m ③ 275 m
④ 300 m ⑤ 325 m

주관식 문항 (25 30)

25. 역행렬이 존재하는 두 행렬 A와 B가

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} B$$

를 만족시킬 때, 행렬 $AB^{-1} + BA^{-1}$의 모든 성분의 합을 구하시오. [2점]

26. $\lim_{x \to -2} \frac{2x + 4}{\sqrt{x + 11} - 3}$의 값을 구하시오. [2점]

27. 이차방정식 $x^2 + 6x + a = 0$ 의 한 근이 $b + \sqrt{3}\,i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 실수이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [3점]

28. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$$n(A) = 14,\ n(B) = 16,\ n(C) = 19,$$
$$n(A \cap B) = 10,\ n(A \cap B \cap C) = 5$$

일 때, $n(C - (A \cup B))$ 의 최소값을 구하시오.
(단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.) [3점]

29. x 축에 접하는 서로 다른 두 원이 점 A (2, 5) 와 점 B (4, 1) 에서 만날 때, 두 원의 중심을 지나는 직선과 공통외접선과의 교점의 x 좌표를 구하시오. [3점]

30. $\log_2 7$ 의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b 라 할 때, $3^a + 2^b$ 의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오.
(단, $0 \leqq b < 1$ 이다.) [3점]

* 확인 사항
○ 문제지와 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 문제지와 답안지를 함께 제출합니다. 답안지는 오른쪽에 문제지는 왼쪽에 놓으시오.