1995학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시 **수리·탐구 영역(Ⅰ)**

자 연 계 | 성명 | 수험번호 — | A형 | *1*

○ 먼저 본인이 선택한 계열의 문제지인지 확인하시오.
○ 문제지와 답안지에 수험 번호와 성명을 정확히 기입하고, 답안지의 '계열 표기'란에는 수험생이 지원한 계열을, '문형 표기'란에는 수험생이 받은 문제지의 문형(A 또는 B)을 정확히 기입하고 표기하시오.
○ 답안지에 수험 번호, 계열, 문형, 답안을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. 이차방정식 $2x^2-4x-1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^3+\beta^3$ 의 값은? [1 점]

① 1
② 3
③ 4
④ 8
⑤ 11

2. 지수방정식 $3^{x+2}=96$ 의 근을 α 라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [1 점]

① $0<\alpha<1$
② $1<\alpha<2$
③ $2<\alpha<3$
④ $3<\alpha<4$
⑤ $4<\alpha<5$

3. 이차 방정식 A, B 에 대하여

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

일 때, 행렬 $\frac{1}{3}AB-BA$ 는? [1 점]

① $\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
② $\begin{pmatrix} -2 & 8 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$
③ $\begin{pmatrix} -4 & -8 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} -6 & -12 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$
⑤ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

4. 정적분 $\int_0^{\pi}(1-\cos^3 x)\cos x\sin x\,dx$ 의 값은? [1 점]

① 0
② $-\frac{1}{5}$
③ $-\frac{2}{5}$
④ $-\frac{3}{5}$
⑤ $-\frac{4}{5}$

5. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A \subset B$일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 <u>없는</u> 것은? (단, $U \neq \varnothing$) [1점]

① $A \cup B = B$

② $A \cap B = A$

③ $(A \cap B)^c = B^c$

④ $B^c \subset A^c$

⑤ $A - B = \phi$

6. $f(x) = 2x - 1$이다. 함수 $g(x)$는 모든 함수 $h(x)$에 대하여

$$(h \circ g \circ f)(x) = h(x)$$

를 만족시킨다. $g(3)$의 값은? (단, $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$는 실수 전체의 집합 R에서 R로의 함수이다.) [1점]

① -2

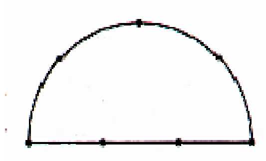
② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

7. 아래 그림과 같이 반원 위에 7개의 점이 있다. 이 중 세 점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 개수는? [1점]



① 34

② 33

③ 32

④ 31

⑤ 30

8. 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수 x에 대하여

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)} = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \cdots + \frac{a_{10}}{x-10}$$

이 성립할 때, $a_1 + a_2 + \cdots a_{10}$의 값은? [1.5점]

① 0

② -1

③ 1

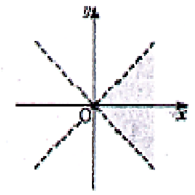
④ -10

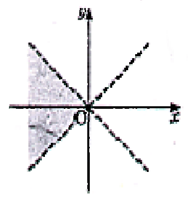
⑤ 10

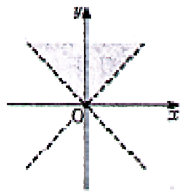
9. x와 y는 $(x+y)(x-y)\neq 0$ 인 실수이고

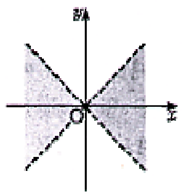
$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}=-\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}$$

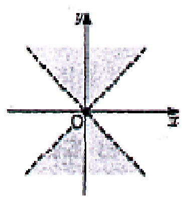
가 성립할 때, 점 $(x,\ y)$가 존재하는 영역을 좌표평면 위에 검게 나타내면? (단, 점선은 제외) [1 점]

①


②


③


④


⑤


10. 함수 $f(x)$는 $x=0$ 에서 연속이지만 미분가능하지 않다. 다음 <보기> 중 $x=0$ 에서 미분가능한 함수를 모두 고르면? [1.5 점]

<보 기>

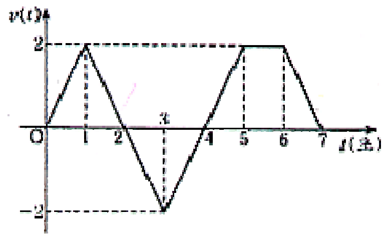
ㄱ. $y=xf(x)$

ㄴ. $y=x^2f(x)$

ㄷ. $y=\dfrac{1}{1+xf(x)}$

① ㄱ ② ㄴ
③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 원점을 출발하여 수직선 위를 7 초 동안 움직이는 점 P 의 t초 후의 속도 $v(t)$가 다음 그림과 같을 때, <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? [1.5 점]



<보 기>

ㄱ. 점 P 는 출발하고 나서 1 초 동안 멈춘 적이 있었다.

ㄴ. 점 P 는 움직이는 동안 방향을 4 번 바꿨다.

ㄷ. 점 P 는 출발하고 나서 4 초 후 출발점에 있었다.

① ㄱ ② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄴ, ㄷ

12. 폐구간 [0, 1]에서 정의된 모든 확률밀도함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 다음 중 확률밀도함수인 것은? [1 점]

① $f(x)-g(x)$

② $f(x)+g(x)$

③ $\dfrac{1}{2}\{f(x)-g(x)\}$

④ $\dfrac{1}{3}\{2f(x)+g(x)\}$

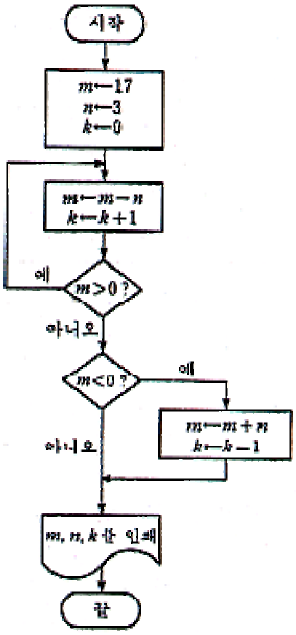
⑤ $2f(x)-g(x)$

수리 • 탐구 영역(Ⅰ)

13. $|z|=1$ 인 모든 복소수 z 에 대하여 $|z-\alpha|$ 의 값을 일정하게 만드는 복소수 α 의 개수는? [1.5 점]

① 1　② 2
③ 3　④ 4
⑤ 무한히 많다.

14. 다음 순서도에 의하여 인쇄되는 m, n, k의 값을 순서대로 적으면? [1.5 점]



① 0, 2, 5　② 0, 2, 6
③ 0, 5, 3　④ 2, 3, 6
⑤ 2, 3, 5

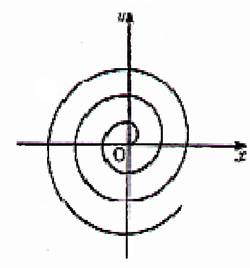
15. 좌표공간에 두 점 O(0, 0, 0), A(1, 0, 0)이 있고, 점 P(x, y, z)는 △OAP 의 넓이가 2 가 되도록 움직인다. $0 \leqq x \leqq 1$ 일 때, 점 P 의 자취가 만드는 도형을 평면 위에 펼쳤을 때의 넓이는? [1.5 점]

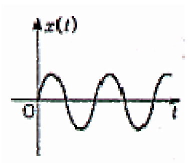
① 16π
② 8π
③ 5π
④ 2π
⑤ π

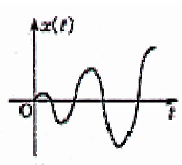
16. ∠C 가 직각이고 ∠B 의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 BC 위에 점 D 를 잡고, ∠BAD 의 크기를 θ 라 할 때, $\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}}$ 를 θ 의 함수로 나타내면? [1.5 점]

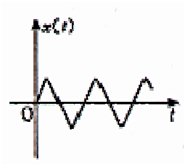
① $\sin\theta$
② $\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$
③ $\dfrac{2\sin\theta}{1+2\cos\theta}$
④ $\dfrac{2\sin\theta}{\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta}$
⑤ $\dfrac{1-\cos\theta}{2}$

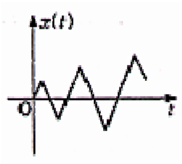
17. 오른쪽 그림과 같이 원점을 출발하여 나선형의 경로를 따라 일정한 속력으로 움직이는 물체가 있다. 이 물체의 시각 t에서의 x좌표를 $x(t)$라 할 때, t와 $x(t)$ 사이의 관계를 나타낸 그래프의 개형은 [1점]

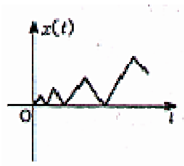


①


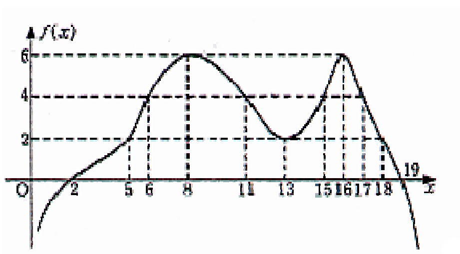
②


③


④


⑤


18. 아래 그림은 함수 $y=f(x)$의 그래프이다. x에 관한 방정식 $f(f(x+2))=4$의 서로 다른 실근의 개수와 합을 순서대로 적으면? (단, $x<2$ 또는 $x>19$일 때 $f(x)<0$이다.) [1.5점]



① 2, 20　　② 2, 22
③ 3, 30　　④ 4, 42
⑤ 4, 50

19. 자연수 n을 $n=2^p\cdot k$ (p는 음이 아닌 정수, k는 홀수)로 나타냈을 때, $f(n)=p$라 하자. 예를 들면, $f(12)=2$이다. 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [1점]

<보　기>

ㄱ. n이 홀수이면, $f(n)=0$이다.
ㄴ. $f(8)<f(24)$이다.
ㄷ. $f(n)=3$인 자연수 n은 무한히 많다.

① ㄱ　　② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ　　④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄴ, ㄷ

20. 집합 $U=\{1, 2, 3, 4, \cdots, 100\}$이다. 다음 U의 부분집합 A 중 아래 조건 (가)와 (나)를 만족시키며 원소의 개수가 가장 적은 것은? [1점]

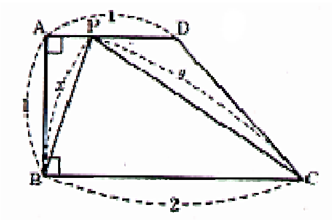
(가) $3\in A$
(나) $m, n\in A$이고 $m+n\in U$이면, $m+n\in A$이다.

① $A=\{3, 9, 15, 21, \cdots, 99\}$
② $A=\{3, 6, 9, 12, \cdots, 99\}$
③ $A=\{3, 4, 5, 6, \cdots, 100\}$
④ $A=\{1, 3, 5, 7, \cdots, 99\}$
⑤ $A=\{1, 2, 3, 4, \cdots, 100\}$

21. 아래 그림과 같은 사다리꼴 ABCD가 있다.

$\overline{AB}=\overline{AD}=1$, $\overline{BC}=2$, ∠A와 ∠B의 크기는 $\frac{\pi}{2}$ 이다.

윗변 AD에 임의의 점 P를 잡아 $\overline{PB}=x$, $\overline{PC}=y$라 할 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [1.5점]



<보 기>

ㄱ. $xy \geqq 2$ 이다.

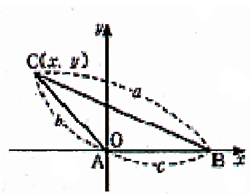
ㄴ. $xy=2$ 이면, △BCP는 직각삼각형이다.

ㄷ. $xy \leqq \sqrt{5}$ 이다.

① ㄱ　② ㄷ
③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. 다음은 삼각형의 변의 길이와 각의 코사인 사이의 관계인 제이 코사인법칙을 △ABC에서 ∠A가 둔각인 경우에 대하여 증명한 것이다.

(증명) 오른쪽 그림과 같이 세 변의 길이가 a, b, c인 △ABC를 좌표평면의 원점에 꼭지점 A가 놓이도록 하자. 꼭지점 C의 좌표를 $(x,\ y)$라 하면,



$x=\boxed{\text{(가)}}$, $y=\boxed{\text{(나)}}$

이므로, 피타고라스의 정리에 의하여 다음이 성립한다.

$a^2=(\boxed{\text{(다)}})^2+y^2$

$\quad =b^2+c^2-2bc\cos A$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [1점]

① $b\cos A,\quad b\sin A,\quad c+x$
② $b\cos A,\quad b\sin A,\quad c-x$
③ $b\cos A,\quad -b\sin A,\quad c+x$
④ $-b\cos A,\quad -b\sin A,\quad c-x$
⑤ $-b\cos A,\quad -b\sin A,\quad c+x$

23. 세 개의 실근을 갖는 삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+c=0$의 세 근을 α, β, γ라 하자. 다음은 세 근의 절대값 중 적어도 하나는 $\frac{|a|}{3}$보다 크거나 같음을 증명한 것이다.

(증명) 결론을 부정하여 $\boxed{\text{(가)}}$ 가정하면,

$|\alpha|<\frac{|a|}{3}$, $|\beta|<\frac{|a|}{3}$, $|\gamma|<\frac{|a|}{3}$

이다. 근과 계수와의 관계에서

$a=\boxed{\text{(나)}}$

이므로

$|a| \leqq |\alpha+\beta|+|\gamma|$

$\quad \leqq \boxed{\text{(다)}}$

$\quad < \frac{|a|}{3}+\frac{|a|}{3}+\frac{|a|}{3}=|a|$

이다. 그런데 이것은 모순이므로, 절대값이 $\frac{|a|}{3}$보다 크거나 같은 근이 적어도 하나 존재한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [1점]

① 어떤 근의 절대값이 $\frac{|a|}{3}$보다 작다고,
　$-(\alpha+\beta+\gamma)$, $|\alpha|+|\beta|+|\gamma|$

② 어떤 근의 절대값이 $\frac{|a|}{3}$보다 작거나 같다고,
　$\alpha+\beta+\gamma$, $|\alpha|+|\beta|+|\gamma|$

③ 모든 근의 절대값이 $\frac{|a|}{3}$보다 작다고,
　$\alpha+\beta+\gamma$, $|\alpha+\beta+\gamma|$

④ 모든 근의 절대값이 $\frac{|a|}{3}$보다 작다고,
　$-(\alpha+\beta+\gamma)$, $|\alpha|+|\beta|+|\gamma|$

⑤ 모든 근의 절대값이 $\frac{|a|}{3}$보다 작거나 같다고,
　$\alpha+\beta+\gamma$, $|\alpha+\beta+\gamma|$

24. 다음은 조화평균에 관한 어떤 수학적 사실을 증명한 것이다.

> (증명) 양수 a, b, H에 대하여, 적당한 실수 r가 존재하여
>
> $a = H + \dfrac{a}{r}$, $H = b + \dfrac{b}{r}$ ································ (A)
>
> 가 성립한다고 하자. 그러면 $a \neq b$이고
>
> $\dfrac{a-H}{a} = \boxed{(가)}$ ··· (B)
>
> 이므로 $H = \boxed{(나)}$이다.
>
> 역으로, $a \neq b$인 양수, a, b에 대하여
>
> $H = \boxed{(나)}$이면, 식 (B)가 성립하고 $\dfrac{a-H}{a} \neq 0$이다.
>
> (B)에서 $\dfrac{a-H}{a} = \dfrac{1}{r}$이라 놓으면 식 (A)가 성립한다.
>
> 따라서 양수 a, b, H에 대하여 적당한 실수 r가 존재하여 식 (A)가 성립하기 위한 $\boxed{(다)}$ 조건은 $a \neq b$이고 $H = \boxed{(나)}$이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [1.5 점]

① $\dfrac{H-b}{b}$, $\dfrac{2ab}{a+b}$, 필요충분

② $\dfrac{H-b}{b}$, $\dfrac{ab}{a+b}$, 필요충분

③ $\dfrac{H-b}{b}$, $\dfrac{2ab}{a+b}$, 충분

④ $\dfrac{b-H}{b}$, $\dfrac{2ab}{a+b}$, 필요

⑤ $\dfrac{b-H}{b}$, $\dfrac{ab}{a+b}$, 충분

25. 모든 자연수 n에 대하여, 다항식 $f_n(x)$는 다음 두 성질 (가)와 (나)를 갖는다.

> (가) $f_1(x) = x^2$
>
> (나) $f_{n+1}(x) = f_n(x) + f_n{}'(x)$

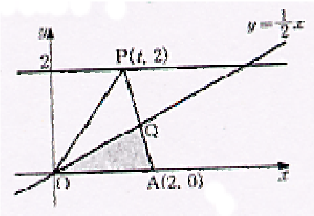
$f_{25}(x)$의 상수항은? [1.5 점]

① 548　　② 550

③ 552　　④ 554

⑤ 556

26. 좌표평면 위에 두 점 O(0, 0), A(2, 0)과 직선 $y=2$ 위를 움직이는 점 P(t, 2)가 있다. 선분 AP와 직선 $y=\dfrac{1}{2}x$가 만나는 점을 Q라 하자. △QOA의 넓이가 △POA의 넓이의 $\dfrac{1}{3}$일 때 t의 값을 t_1, $\dfrac{1}{2}$일 때 t의 값을 t_2, ⋯, $\dfrac{n}{n+2}$일 때 t의 값을 t_n이라 하면 $\lim\limits_{n\to\infty} t_n$의 값은? [2 점]



① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

27. 함수 $f(x) = \log_9(5-x) + \log_3(x+4)$의 최대값은? [1.5 점]

① $\dfrac{7}{2}$

② 4

③ $\dfrac{2}{5} + \log_3 4$

④ $\dfrac{3}{2} + \log_3 2$

⑤ $4 + \log_3 6$

28. 좌표평면 위의 세 점 P, Q, R가 다음 두 조건 (가)와 (나)를 만족시킨다.

(가) 두 점 P와 Q는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.
(나) $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{OR}$ (단, O는 원점)

점 P가 원점을 중심으로 하는 단위원 위를 움직일 때, 점 R는 어떤 도형 위를 움직이는가? [2점]

① 점
② 타원
③ 선분
④ 쌍곡선
⑤ 평행사변형

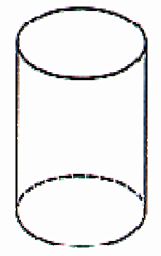
29. 어떤 산업에서 노동의 투입량을 x, 자본의 투입량을 y라 할 때, 그 산업의 생산량 z는 다음과 같다.

$z=2x^{\alpha}y^{1-\alpha}$ (α는 $0<\alpha<1$인 상수)

자료에 의하면 1993년도의 노동 및 자본의 투입량은 1980년도보다 각각 4배와 2배이고, 1993년도 산업생산량은 1980년도 산업생산량의 2.5배이다. 이 사실로부터 상수 α의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하면? (단, $\log_{10}2=0.30$) [2점]

① 0.50
② 0.33
③ 0.25
④ 0.20
⑤ 0.10

30. 사각형 모양의 철판 세 장을 구입하여, 두 장은 원 모양으로 오려 아랫면과 윗면으로, 나머지 한 장은 몸통으로 하여 오른쪽 그림과 같은 원기둥 모양의 보일러를 제작하려 한다. 철판은 사각형의 가로와 세로의 길이를 임의로 정해서 구입할 수 있고, 철판의 가격은 1m^2 당 1만원이다. 보일러의 부피가 64m^3가 되도록 만들기 위해 필요한 철판을 구입하는데 드는 최소 비용은? [2점]



① 110만원
② 104만원
③ 100만원
④ 96만원
⑤ 90만원

※ 확인 사항
○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.