

# 제 2 교시 수리 · 탐구 영역( I )

자 연 계

성명

수험번호

홀수형

1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험번호, 응시계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하십시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 **2점** 또는 **3점**입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1.  $\log_2 6 - \log_2 \frac{3}{2}$  의 값은? [2점]

- ① 0      ② -1      ③ 1      ④ -2      ⑤ 2

2.  $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$  일 때  $\sin x \cos x$  의 값은? [2점]

- ① 1      ②  $\sqrt{2}$       ③  $-\sqrt{2}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $-\frac{1}{2}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{2x}$  의 값은 ? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{1}{3}$

4.  $z = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$  일 때, 복소평면 위에 세 복소수 1,  $z$ ,  $z^2$  을 나타내는 점을 각각 A, B, C 라 하자.  $\angle ABC$  의 크기는? [3점]

- ①  $30^\circ$       ②  $45^\circ$       ③  $60^\circ$       ④  $90^\circ$       ⑤  $120^\circ$

5. <보기> 중 같은 함수끼리 짝지어진 것을 모두 고르면? [2점]

<보 기>	
ㄱ.	$\begin{cases} y = \log(x-1)(x-2) \\ y = \log(x-1) + \log(x-2) \end{cases}$
ㄴ.	$\begin{cases} y = \frac{x^2-1}{x-1} \\ y = x+1 \end{cases}$
ㄷ.	$\begin{cases} y = x \\ y = \sqrt[3]{x^3} \end{cases}$

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄷ

6. 함수  $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$  의 역함수가  $f^{-1}(x) = \frac{ax+b}{x+c}$  일 때,

상수  $a, b, c$  의 합  $a+b+c$  는? [2점]

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

7. <보기>의 수열  $\{a_n\}$  중 극한값

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$$

이 존재하는 것을 모두 고르면? [3점]

—<보 기>—

㉠.  $a_n = n$

㉡.  $a_n = \frac{1}{2^n}$

㉢.  $a_n = (-1)^n$

- ① ㉠      ② ㉡      ③ ㉢  
④ ㉡, ㉢      ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

8. 자연수  $n$  에 대하여 집합  $A_n$  을

$$A_n = \{x \mid x \text{ 는 } n \text{ 과 서로 소인 자연수}\}$$

라고 할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

—<보 기>—

㉠.  $A_2 = A_4$

㉡.  $A_3 = A_6$

㉢.  $A_6 = A_3 \cap A_4$

- ① ㉠      ② ㉡      ③ ㉢  
④ ㉠, ㉢      ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

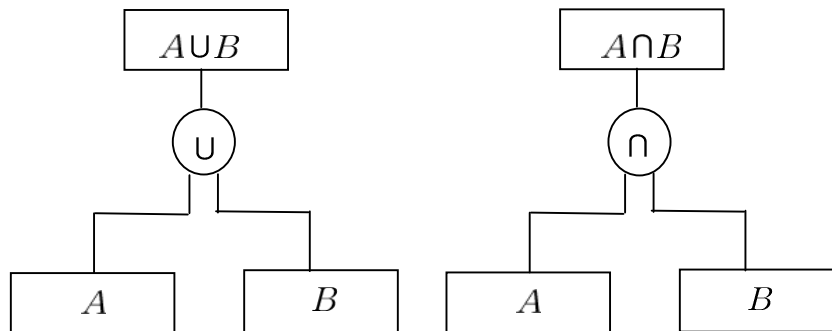
9. 모든 실수  $x$  에 대하여 정의된 함수

$$f(x) = [x] + [-x]$$

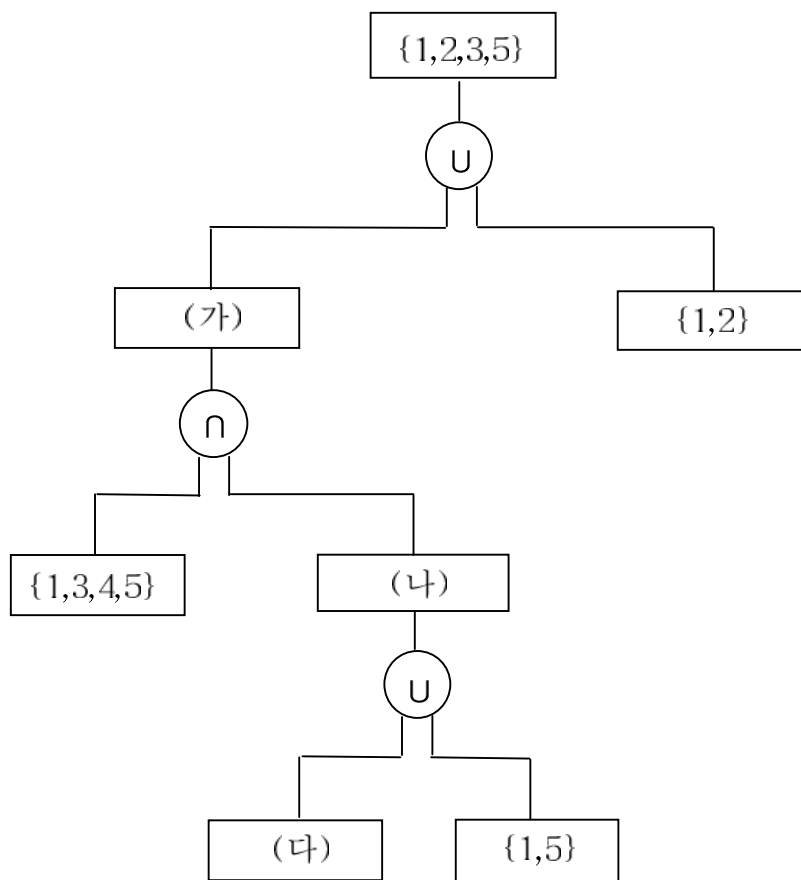
의 치역은? (단,  $[x]$  는  $x$  를 넘지 않는 최대정수이다.) [3점]

- ①  $\{0, -1\}$       ②  $\{1, -1\}$       ③  $\{0, 1\}$   
④  $\{0, 1, -1\}$       ⑤  $\{0\}$

10. 두 집합  $A, B$  의 합집합과 교집합을 다음 그림과 같이 나타내었다.



아래 그림에서 (가)에 알맞은 것은? [3점]



- ① {1,2,3,4}      ② {1,2,3,5}      ③ {2,3,5}  
 ④ {1,3,5}      ⑤ {3,5}

11. 다음 정적분 중 그 값이  $\int_a^b \frac{1}{x} dx$  와 같은 것은?

(단,  $0 < a < b$ ) [3점]

- ①  $\int_{a+1}^{b+1} \frac{1}{x} dx$       ②  $\int_{2a}^{2b} \frac{1}{x} dx$       ③  $\int_{a^2}^{b^2} \frac{1}{x} dx$   
 ④  $\int_{\sqrt{a}}^{\sqrt{b}} \frac{1}{x} dx$       ⑤  $\int_{\frac{1}{a}}^{\frac{1}{b}} \frac{1}{x} dx$

12. 흰 공 2 개, 검은 공 2 개가 들어있는 상자에서 1 개의 공을 꺼내어 그것이 흰 공이면 동전을 3 회 던지고 검은 공이면 동전을 4 회 던질 때, 앞면이 3 회 나올 확률은? (단, 동전의 앞면과 뒷면이 나올 확률은 같다.) [3점]

- ①  $\frac{3}{16}$       ②  $\frac{5}{16}$       ③  $\frac{7}{16}$       ④  $\frac{9}{16}$       ⑤  $\frac{11}{16}$

13. 두 실수  $x, y$  에 대하여  $x*y$  를

$$x*y = \begin{cases} x & (x \geq y \text{ 일 때}) \\ y & (x \leq y \text{ 일 때}) \end{cases}$$

로 나타내기로 하자. 예를 들면,  $2*1=2$  이다. 서로 다른 4 개의 실수로 이루어진 집합  $A = \{a, b, c, d\}$  의 원소들이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $A$ 의 임의의 원소  $x$ 에 대하여  $x*a=x$  이다.  
(나)  $c*d < c*b$

다음 중 옳은 것은? [3점]

- ①  $b < c < a$       ②  $b < d < a$       ③  $d < b < c$   
④  $a < b < c$       ⑤  $a < c < b$

14. 좌표평면 위의 점  $P(x, y)$  가 다음과 같은 규칙에 따라 이동하거나 이동하지 않는다.  $P$  가 점  $A(6, 5)$  에서 출발하여 어떤 점  $B$ 에서 더 이상 이동하지 않게 되었다.  $A$ 에서  $B$ 에 이르기까지 이동한 회수는? [2점]

- (가)  $y = 2x$  이면 이동하지 않는다.  
(나)  $y < 2x$  이면  $x$  축 방향으로 -1 만큼 이동한다.  
(다)  $y > 2x$  이면  $y$  축 방향으로 -1 만큼 이동한다.

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

15. 다음은 1보다 큰 자연수  $n$ 에 대한 명제 ‘ $\sqrt{n}$ 보다 작거나 같은 모든 소수가  $n$ 을 나누지 않으면,  $n$ 은 소수이다.’를 증명한 것이다.

<증명>

결론을 부정하여  $n$ 이 소수가 아니라고 가정하면,  
 $n = lm$ 인 1보다 큰 자연수  $l, m$ 이 존재한다.  
 $l$ 을 나누는 한 소수를  $p$ ,  $m$ 을 나누는 한 소수를  $q$ 라 하면,  $pq$ 는  $lm$ 을 나눈다. 그러므로  $pq \leq n$ 이다.  
만약  $p > \sqrt{n}$ 이고  $q > \sqrt{n}$ 이면,  $pq > \sqrt{n} \sqrt{n} = n$ 이므로 모순이다. 따라서 (가) 이다.  
즉  $n$ 의 약수 중에서  $\sqrt{n}$ 보다 작거나 같은 소수가 존재한다. 그런데 이것은 가정에 모순이므로,  $n$ 은 소수이다.

위의 증명에서 (가)에 알맞은 것은? [2점]

- ①  $p \leq \sqrt{n}$ 이거나  $q \leq \sqrt{n}$       ②  $p \leq \sqrt{n}$ 이고  $q \leq \sqrt{n}$   
③  $p \leq \sqrt{n}$ 이거나  $q \geq \sqrt{n}$       ④  $p \leq \sqrt{n}$ 이고  $q \geq \sqrt{n}$   
⑤  $p \geq \sqrt{n}$ 이거나  $q \geq \sqrt{n}$

16. 원  $x^2 + y^2 = 5$  위의 점  $(1, 2)$ 에서의 접선의 방정식은? [2점]

- ①  $x + y = 3$       ②  $2x - y = 0$       ③  $x - 2y = -3$   
④  $2x + y = 4$       ⑤  $x + 2y = 5$

17. 한 변의 길이가 1인 정사각형이 있다. 서로 수직인 임의의 두 직선을 이용하여 그림과 같이 네 개의 직사각형으로 나누었을 때, 이들의 넓이를 각각 A, B, C, D 라 하자. <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고르면? [3 점]

A	B
C	D

—<보 기>—

ㄱ.  $A > \frac{1}{4}$  이면,  $C < \frac{1}{4}$  이다.

ㄴ.  $A < \frac{1}{4}$  이면,  $D > \frac{1}{4}$  이다.

ㄷ.  $A > \frac{1}{4}$  이면,  $D < \frac{1}{4}$  이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄴ, ㄷ

18. 임의의 양의 실수  $x$  에 대하여,  $x$  를 넘지 않는 소수의 개수를  $f(x)$  라 하자. 예를 들면,  $f\left(\frac{5}{2}\right) = 1$  ,  $f(5) = 3$  이다. <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

—<보 기>—

ㄱ.  $f(10) = 4$

ㄴ. 임의의 양의 실수  $x$  에 대하여  $f(x) < x$  이다.

ㄷ. 임의의 양의 실수  $x$  에 대하여  $f(x+1) = f(x)$  이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

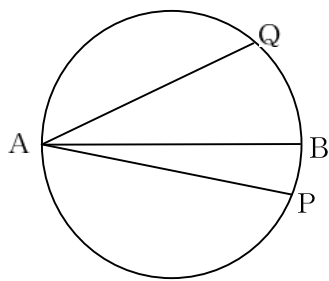
19. 공간벡터  $\overrightarrow{OP} = (1, -1, 1)$  를  $xy$  평면,  $yz$  평면,  $zx$  평면에 정사영시켜 얻은 벡터를 각각  $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OB}$ ,  $\overrightarrow{OC}$  라고 하자.  $\overrightarrow{OP} = a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OB} + c\overrightarrow{OC}$  일 때, 세 실수  $a, b, c$  의 합  $a+b+c$  는? [3 점]

- ①  $-\frac{3}{2}$                 ②  $-1$                       ③  $0$                       ④  $1$                       ⑤  $\frac{3}{2}$

20. 좌표평면에서 점  $(x, y)$  가 부등식  $-x \leq y \leq 2-x^2$  의 영역을 움직일 때,  $x+y$  의 최대값은? [3점]

- ①  $\frac{5}{4}$                       ②  $\frac{7}{4}$                       ③  $\frac{9}{4}$                       ④  $\frac{11}{4}$                       ⑤  $\frac{13}{4}$

21. 지름 AB의 길이가 10인 원이 있다. 원 위의 점 P, Q에 대하여  $\overline{AP} = 8$  이고,  
 $\angle QAB = 2\angle PAB$   
 이다. 선분  $\overline{AQ}$ 의 길이는? [3점]



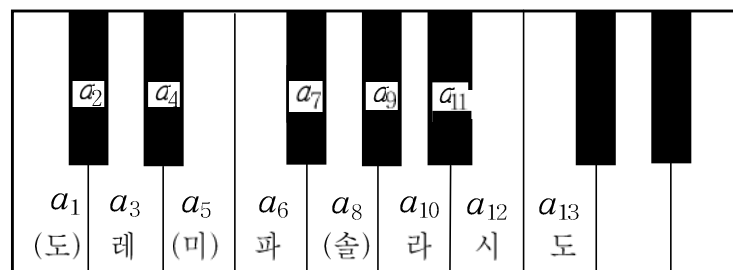
- ①  $\frac{10}{5}$     ②  $\frac{11}{5}$     ③  $\frac{12}{5}$     ④  $\frac{13}{5}$     ⑤  $\frac{14}{5}$

22. 어떤 고등학교 3학년 남학생 수는 여학생 수의 1.5 배이다. 대학수학능력시험 모의고사 성적의 통계에 따르면 남학생의 평균 점수는 400점 만점에 225점이고 여학생의 평균 점수는 235점이다. 3학년 전체 학생의 평균 점수는 몇 점인가? [2점]

- ① 229    ② 230    ③ 231    ④ 232    ⑤ 233

23. 서양음악의 12 음계에서 음의 주파수는, 반음 올라갈 때마다 일정 비율로 높아져, 12 반음 올라가면 2 배가 되는 등비수열을 이룬다. 아래 피아노 건반에 표시된 도, 미, 솔의 주파수비  $a_1:a_5:a_8$ 에 가장 가까운 정수비는?

(단,  $2^{\frac{1}{3}} = \frac{5}{4}$ ,  $2^{\frac{5}{12}} = \frac{4}{3}$ ,  $2^{\frac{7}{12}} = \frac{3}{2}$  으로 근사하여 계산한다.) [3점]



- ① 2:3:4    ② 3:4:5    ③ 4:5:6  
 ④ 5:6:8    ⑤ 6:8:9

24. 차량들이 고속도로를 차선의 변경 없이 모두 같은 속력  $v$  ( m/초)를 유지하면서 달리고 있다고 하자. 제동거리를 고려한 최소 차간거리는

$$f(v) = \frac{1}{20}v^2 + \frac{1}{2}v + 5 \quad (\text{m})$$

로 나타낼 수 있다. 60초 동안 한 차선의 일정 지점을 통과할 수 있는 차량의 수는 최대 몇 대인가? (단, 차량의 길이는 무시한다.) [3점]

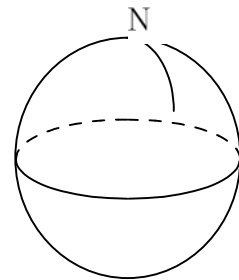
- ① 16    ② 40    ③ 60    ④ 90    ⑤ 225

주관식 문항 (25~30)

25. 좌표공간에서 중심이  $(1, 1, 1)$  이고 평면  $x + 2y - 2z = 31$  에 접하는 구의 반지름을 구하시오. [3점]

26. 두 부등식  $\frac{1}{x-3} \leq \frac{1}{x-2}$  과  $x^2 - ax + b < 0$  의 해가 같을 때, 두 실수  $a, b$  의 합  $a+b$  를 구하시오. [2점]

27. 반지름이 30인 구 위의 한 점 N에 길이가  $5\pi$  인 실의 한 끝을 고정한다. 실을 팽팽하게 유지하면서 구의 표면을 따라 실의 나머지 한 끝을 한 바퀴 돌렸을 때, 구의 표면에 생기는 실 끝의 자취의 길이를  $l$  이라 하자.  $\frac{l}{\pi}$  의 값을 구하시오. [3점]



28. 다음 조건을 모두 만족시키는 자연수  $n$  을 구하시오. [3점]

- (가)  $n$  은 60의 약수이다.  
 (나)  $n$  은 비가 3:7인 두 자연수의 합이다.  
 (다)  $n$  의 약수의 개수는 6이다.

29. 좌표평면에서의 회전변환  $f$  와 대칭변환  $g$  를 나타내는 행렬이 각각  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  ,  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  이다. 두 변환  $f$  와  $g$  를 유한 번 합성하여 얻을 수 있는 합성 변환에 의하여 점  $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$  가 옮겨 질 수 있는 점은  $P$  를 포함하여 모두 몇 개인가? [3점]

30. 은행의 예금상품은 연이율로 제시된다. 1년에 이자계산을  $n$  번 하는 복리예금의 경우 매번  $\frac{(\text{연이율})}{n}$  의 이율로 이자를 계산한다. 이 때 실효수익률은

$$\frac{(\text{1년 후의 이자총액})}{(\text{원 금})} \times 100 (\%)$$

로 정의된다. 6개월마다 복리로 이자를 계산하는 연이율 10%인 예금상품의 실효수익률(%)을 소수점 아래 둘째자리까지 구하시오. [3점]

\* 확인 사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.