2001학년도 대학수학능력시험 문제지

제2교시 수리 · 탐구 영역(I)

(예·체능계) 성명 | 수험번호 | 홀수형 1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $(\sqrt{2})^5$ 의 값은? [2점]

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

2. 이차방정식 $x^2+7x+1=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2+\beta^2)+7(\alpha+\beta)$ 의 값은? [3점]

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

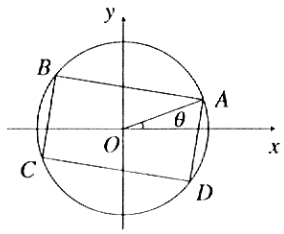
3. $(2+2\sin\frac{\pi}{3})(2-\tan\frac{\pi}{3})$ 의 값은? [3점]

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

4. 다항식 x^3+3x^2+ax+b 가 $x+1$ 로 나누어 떨어질 때, $a-b$ 의 값은? [3점]

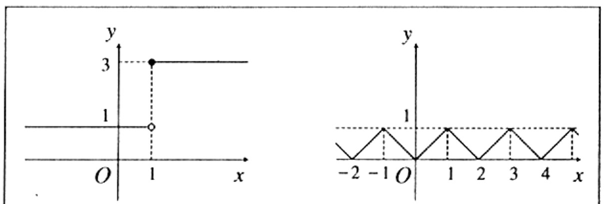
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 그림과 같이 직사각형 $ABCD$가 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원에 내접해 있다. x축과 선분 OA가 이루는 각을 θ라 할 때, $\cos(\pi-\theta)$와 같은 것은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$) [3점]



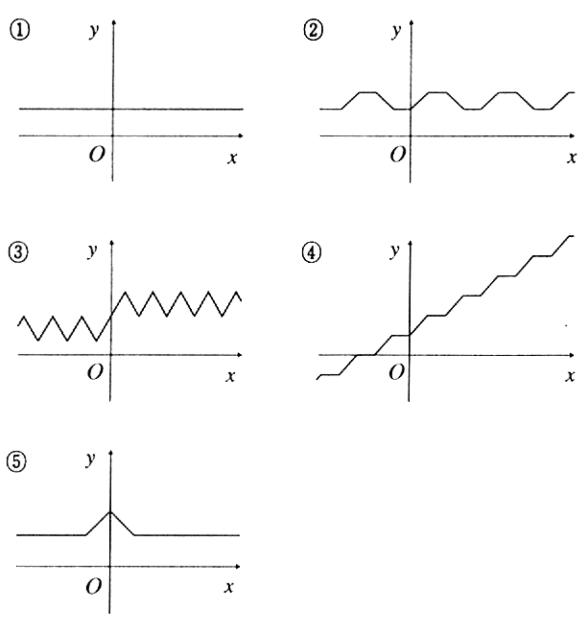
① A의 x좌표　② B의 y좌표　③ C의 x좌표
④ C의 y좌표　⑤ D의 x좌표

6. 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 각각 아래 그림과 같다.



$y=f(x)$의 그래프　　$y=g(x)$의 그래프

다음 중 $y=(g\circ f)(x)$의 그래프의 개형은? [3점]



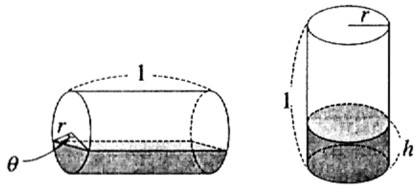
7. 두 다항식 x^3-1, x^3-2x+1의 최대공약수는? [3점]

① x　② $x-1$　③ $x+1$　④ $x-2$　⑤ $x+2$

8. 분수함수 $y=\frac{1}{x}$의 그래프가 직선 $y=ax$에 대하여 대칭이 되는 상수 a의 값을 모두 구하면? [3점]

① -1, 1　② -2, 2　③ -3, 3
④ -4, 4　⑤ -5, 5

9. 반지름의 길이가 r 이고 높이가 1 인 원기둥에 물이 들어 있다. 원기둥을 수평으로 뉘였을 때 수면과 옆면이 만나서 이루는 현에 대한 중심각을 θ 라 하자. 원기둥을 세웠을 때 수면의 높이 h 를 θ 로 표시하면? (단, $0 < \theta < \pi$, $0 < h < \frac{1}{2}$) [2점]



① $h = \frac{1}{2\pi}\theta$

② $h = \frac{1}{2\pi}\sin\theta$

③ $h = \theta - \sin\theta$

④ $h = \frac{1}{2\pi}(\theta+\sin\theta)$

⑤ $h = \frac{1}{2\pi}(\theta-\sin\theta)$

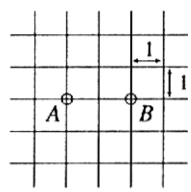
10. 좌표평면에서 두 점 (1, 3), (3, 1) 을 지나는 직선과 원점 사이의 거리는? [3점]

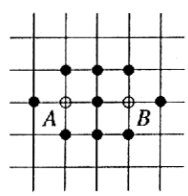
① 1　② $\sqrt{2}$　③ $2\sqrt{2}$　④ 3　⑤ $3\sqrt{2}$

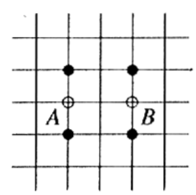
11. 두 함수 $f(x) = x+1$, $g(x) = x^2 - 2x + 1$ 가 $(g \circ f)(2^x) = \frac{1}{4}$ 을 만족시킬 때, x 의 값은? [2점]

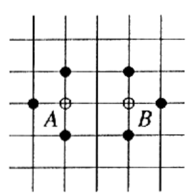
① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

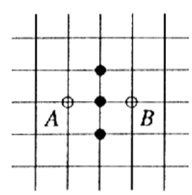
12. 그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 1 인 바둑판 모양의 도로망이 있다. 두 차량이 각각 A 와 B 에서 출발하여 A, B 이외의 교차로 P 에서 만났다. 두 차량이 움직인 거리의 합이 4 가 되는 P 의 위치를 모두 표시하면? [3점]

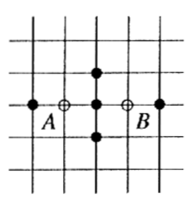


①


②


③


④


⑤


13. 다음은 좌표평면 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D에 대한 설명이다.

(가) 점 A와 점 B는 x축 위에 있다.
(나) 점 B의 x좌표는 점 A의 x좌표보다 크다.
(다) $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{BC}=\overline{AD}=\overline{CD}$

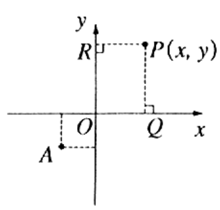
점 A, B, C, D의 x좌표를 각각 a, b, c, d라 할 때 옳은 것은? [3점]

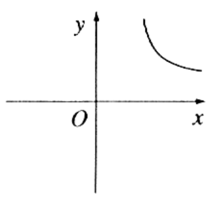
① $a<d<c<b$ ② $c<a<d<b$ ③ $c<d<a<b$
④ $d<a<c<b$ ⑤ $d<c<a<b$

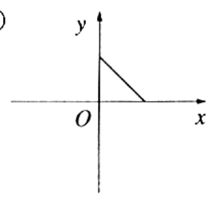
14. 좌표평면의 제 1 사분면 위의 점 P에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하자. 점 $A(-1, -1)$에 대하여

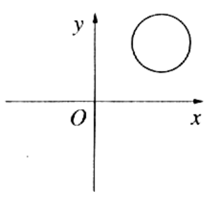
$$\overline{PA}=\overline{PQ}+\overline{PR}$$

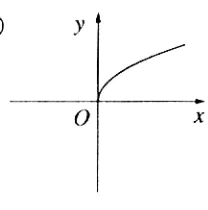
를 만족시키는 점 P의 자취의 개형은? [3점]

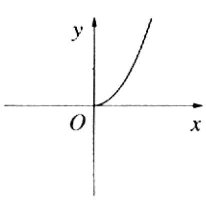


①


②


③


④


⑤


15. 자연수 n에 대하여 n^2을 오진법으로 표시했을 때 일의 자리수를 $f(n)$이라 하자. 〈보기〉 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보 기>
ㄱ. $f(3)=4$
ㄴ. $0\leqq f(n)\leqq 4$
ㄷ. $f(n)=2$인 자연수 n은 없다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 전체집합 $U=\{1,2,3,4,5\}$의 서로 다른 두 부분집합 X, Y에 대하여 $(X\cup Y)-(X\cap Y)$의 가장 작은 원소가 X에 속할 때, $X⇨Y$라 하자. U의 부분집합

$$A=\{2,3,4\},\quad B=\{1,2,5\},\quad C=\{2,4,5\}$$

에 대하여 옳은 것은? [3점]

① $A⇨B⇨C$ ② $A⇨C⇨B$ ③ $B⇨A⇨C$
④ $B⇨C⇨A$ ⑤ $C⇨A⇨B$

17. 다음은 지수법칙 $a^{r+s} = a^r a^s$ 으로부터 모든 양수 x, y에 대하여

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

가 성립함을 증명한 것이다. (단, $a \neq 1$, $a > 0$)

〈증명〉

$r = \log_a x$, $s = \log_a y$ 로 놓으면

$$a^r = x,\quad a^s = \boxed{(가)}$$

지수법칙으로부터

$$a^{r+s} = \boxed{(나)}$$

로그의 정의에 의하여

$$r + s = \log_a \boxed{(나)}$$

그러므로 $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [3점]

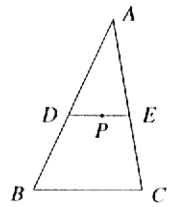
① x, $x + y$ ② y, $x + y$ ③ x, xy
④ y, xy ⑤ x, $\frac{x}{y}$

18. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB}$ 일 때, 삼각형 내부의 한 점 P 에 대하여

$$\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} < \overline{AB} + \overline{AC}$$

임을 증명한 것이다.

〈증명〉



가정에 의해

$\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB}$ 이므로

$\angle A < \angle B < \angle C$

점 P 를 지나고 선분 BC 에 평행한 직선이 선분 AB, AC 와 만나는 점을 각각 D, E 라고 하자.

선분 DE 와 선분 BC 가 평행하므로

$$\angle ADE = \angle B,\quad \angle AED = \angle C$$

따라서

$$\angle A < \angle ADE < \angle AED$$

그러므로 $\triangle ADE$ 에서

$$\boxed{\quad (가) \quad} \cdots\cdots ①$$

이고

$$\overline{PA} < \overline{AD} \cdots\cdots ②$$

$\triangle BDP$ 에서

$$\overline{PB} < \overline{PD} + \overline{DB} \cdots\cdots ③$$

$\triangle EPC$ 에서

$$\overline{PC} < \overline{PE} + \overline{EC} \cdots\cdots ④$$

①, ②, ③, ④ 에서

$$\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} < \overline{AB} + \overline{AC}$$

위의 증명에서 (가)에 알맞은 것은? [2점]

① $\overline{AD} < \overline{AE} < \overline{DE}$

② $\overline{AD} < \overline{DE} < \overline{AE}$

③ $\overline{AE} < \overline{AD} < \overline{DE}$

④ $\overline{AE} < \overline{DE} < \overline{AD}$

⑤ $\overline{DE} < \overline{AE} < \overline{AD}$

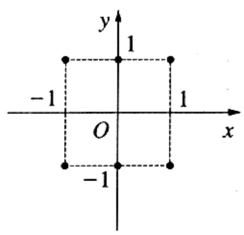
19. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 일 때,

$$\log(\sin\theta) - \log(\cos\theta) = \frac{1}{2}\log 3$$

을 만족시키는 θ의 값은? (단, log 는 상용로그) [3점]

① $\frac{1}{6}\pi$ ② $\frac{1}{4}\pi$ ③ $\frac{2}{7}\pi$ ④ $\frac{1}{3}\pi$ ⑤ $\frac{2}{5}\pi$

20. 좌표평면 위에 여섯 개의 점 $(1,\ 1)$, $(1, -1)$, $(0,\ 1)$, $(0, -1)$, $(-1,\ 1)$, $(-1, -1)$ 이 있다. 이 중 세 점을 지나는 이차함수 $y = f(x)$ 의 개수는? [2점]



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

21. 함수 $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos^2(x+\pi)$ 의 최대값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

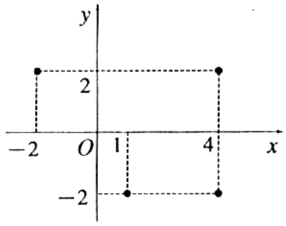
22. 영어의 알파벳 A, B, ⋯ , Z에 십진법의 수 1 부터 26 에 해당하는 이진법의 수 $00001_{(2)}$, $00010_{(2)}$, ⋯ , $11010_{(2)}$ 을 순서대로 대응시키자. 이진법의 수 α 와 β 의 각 자리의 수를 비교하여 같으면 0, 다르면 1을 그 자리에 대응시켜 얻은 이진법의 수를 $\alpha \wedge \beta$ 라 하자. 예를 들면

$$10001_{(2)} \wedge 10101_{(2)} = 00100_{(2)}$$
$$00001_{(2)} \wedge 10101_{(2)} = 10100_{(2)}$$

각 알파벳에 대응하는 이진법의 수를 $10101_{(2)}$ 과 연산 $\wedge$ 을 하여 얻은 이진법의 수로 그 알파벳을 암호화하였다. 예를 들면 암호가 $10100_{(2)}$ 인 알파벳은 A이다. 암호가 $11001_{(2)}$ 인 알파벳은? [2점]

① B ② D ③ L ④ P ⑤ S

23. 좌표평면 위의 네 점 $(-2,\ 2)$, $(4,\ 2)$, $(1,\ -2)$, $(4,\ -2)$에 있는 나사를 모두 조이는 작업을 반복하는 로봇팔의 한쪽 끝을 점 P에 고정시키려한다. 로봇팔은 점 P를 중심으로 360° 회전 가능하고, 점 P로부터의 거리가 로봇팔의 길이 이하인 모든 곳의 나사를 조일 수 있다. 로봇팔의 길이를 최소로 할 수 있는 점 P의 좌표는? [3점]



① (0, 0) ② (0, 1) ③ (0, −1) ④ (1, 0) ⑤ (1, 1)

24. 마라톤 경기의 총 구간의 거리는 42.195 km 이다. 어떤 마라톤 선수의 기록이 2 시간 6 분 30 초였다. 마지막 195 m 를 30 초에 달렸다면, 처음 42 km 구간에서 100 m 를 평균 몇 초에 달렸는가? [3점]

① 14 초 ② 15 초 ③ 16 초 ④ 17 초 ⑤ 18 초

주관식 문항 (25~30)

25. 삼차함수 $f(x) = ax^3 + b$ 의 역함수 f^{-1} 가 $f^{-1}(5) = 2$ 를 만족시킬 때, $8a + b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지가 $4x + 3$ 일 때, $f(2x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지를 구하시오. [2점]

27. $\log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \log_2 16$ 의 값을 구하시오. [2점]

28. $1 < a < 10$ 일 때

$$\sqrt{(a^2-100)^2} + \sqrt{(a^2-1)^2}$$

의 값을 구하시오. [2점]

29. 함수 $y = 10^{ax}$ 의 역함수가 $y = \frac{a}{100}\log x$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하시오. (단, log 는 상용로그) [3점]

30. $\frac{\sqrt{21}-\sqrt{5}}{\sqrt{21}+\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{21}+\sqrt{5}}{\sqrt{21}-\sqrt{5}}$ 의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. [2점]

* 확인 사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.