

제 2 교시

수리·탐구 영역(I)

자 연 계

성명

수험번호

—

A 형

1

- 먼저 본인이 선택한 계열의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지와 답안지에 수험 번호와 성명을 정확히 기입하고, 답안지의 '계열 표기'란에는 수험생이 지원한 계열을, '문형 표기'란에는 수험생이 받은 문제지의 문형(A 또는 B)을 정확히 기입하고 표기하시오.
- 답안지에 수험 번호, 계열, 문형, 답안을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은? [2 점]

- ① 75
- ② 125
- ③ 900
- ④ 1000
- ⑤ 1225

2. $\alpha = -2 + i$, $\beta = 1 - 2i$ 일 때,
 $\alpha \bar{\alpha} + \bar{\alpha} \beta + \alpha \bar{\beta} + \beta \bar{\beta}$ 의 값은? (단, $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 는 α , β 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다)

[2 점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 4
- ④ 10
- ⑤ 20

3. 두 벡터 \vec{a} , \vec{b} 가 이루는 각이 60° 이다. \vec{b} 의 크기는 1 이고,
 $\vec{a} - 3\vec{b}$ 의 크기가 $\sqrt{13}$ 일 때, \vec{a} 의 크기는? [2 점]

- ① 1
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 7

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x^3 + 5x^2 + 4x)}{2x^3 + 2x^2 + x}$ 의 값은? [3 점]

- ① 4
- ② 3
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{\sin 3}{2}$

수리·탐구 영역(I)

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$$A * B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$$

라고 정의할 때, 항상 성립한다고 할 수 없는 것은? (단, $U \neq \emptyset$)

[2점]

- ① $A * U = U$
- ② $A * B = B * A$
- ③ $A * \emptyset = A^c$
- ④ $A * B = A^c * B^c$
- ⑤ $A * A^c = \emptyset$

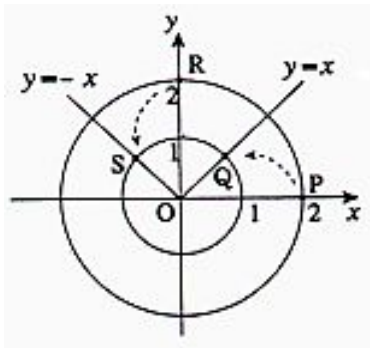
6. 어떤 일차변환은 점 $P(2, 0)$ 을 점 $Q\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ 로, 점

$R(0, 2)$ 를 점 $S\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ 로 옮긴다. 이 일차변환을 나

타내는 행렬을 A 라고 하자. $A^4 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 일 때,

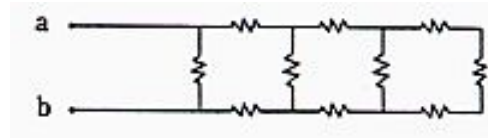
$\frac{a+bi}{1+i}$ 의 값은?

(단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]



- ① $-\frac{1}{16}$
- ② $\frac{\sqrt{2}}{8}$
- ③ $\frac{1}{16}i$
- ④ $\frac{\sqrt{2}+i}{8}$
- ⑤ $\frac{-1+\sqrt{2}}{16}$

7. 다음 그림은 동일한 저항(W) 10개가 연결된 회로이다. 이 회로와 연결 상태가 같은 것은? [2점]



- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

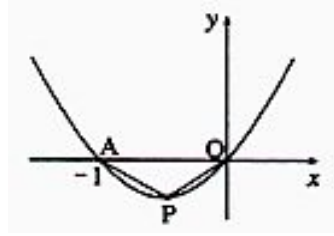
8. 어느 청량 음료 회사의 연간 청량 음료 판매량은 그 해 여름의 평균 기온에 크게 좌우된다. 과거 자료에 따르면, 한 해의 판매 목표액을 달성할 확률은 그 해 여름의 평균 기온이 예년보다 높을 경우에 0.8, 예년과 비슷할 경우에 0.6, 예년보다 낮을 경우에 0.3이다.

일기 예보에 따르면, 내년 여름의 평균 기온이 예년보다 높을 확률이 0.4, 예년과 비슷할 확률이 0.5, 예년보다 낮을 확률이 0.1이라고 한다. 이 회사가 내년에 목표액을 달성할 확률은? [2점]

- ① 0.55
- ② 0.60
- ③ 0.65
- ④ 0.70
- ⑤ 0.75

수리·탐구 영역(I)

9. 포물선 $y = x(x + 1)$ 위에 점 $A(-1, 0)$ 이 있다. 점 P 가 점 A 에서 포물선을 따라 원점 O 로 한없이 가까이 갈 때, $\angle APO$ 의 크기의 극한값은? [3 점]



- ① 90°
 ② 120°
 ③ 135°
 ④ 150°
 ⑤ 180°

10. 다항식 $P(x)$ 가 다음 항등식을 만족한다.

$$P(P(x) + x) = (P(x) + x)^2 - (P(x) + x) + 1$$

이 때 미분계수 $P'(0)$ 의 값은? [3 점]

- ① -2
 ② -1
 ③ 0
 ④ 1
 ⑤ 2

11. 모든 실수 x 에 대하여 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

$$f(1 - x) = 1 - f(x)$$

다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은? [3 점]

- ① $f(0) + f(1) = 1$
 ② $f'(0) = f'(1)$
 ③ $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2}$
 ④ $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$
 ⑤ $f(0) = 0$

12. 연속확률변수 X 가 평균 m , 표준편차 σ 인 정규분포를 따른다. X 의 확률밀도함수는

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-m)^2}$$

$$(-\infty < x < \infty)$$

이다. 아래의 표준정규분포표를 이용하여

표준정규분포표

$$\int_4^{6.6} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{(x-5)^2}{8}} dx$$

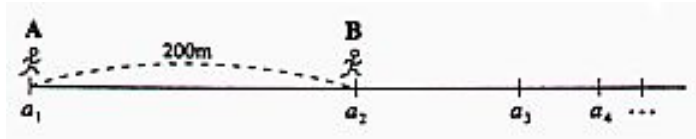
의 근사값을 구하면? [2 점]

- ① 0.1199
 ② 0.3864
 ③ 0.6826
 ④ 0.9505
 ⑤ 1.9184

z	$P(0 < Z \leq z)$
0.1	0.0398
0.2	0.0793
0.3	0.1179
0.4	0.1554
0.5	0.1915
0.6	0.2257
0.7	0.2580
0.8	0.2881
0.9	0.3159
1.0	0.3413

수리·탐구 영역(I)

13. 다음 그림과 같이 A와 B가 직선 위를 따라 같은 방향으로 움직인다. B는 A보다 200 m 앞에서 A와 동시에 출발한다. A의 출발점을 a_1 , B의 출발점을 a_2 , A가 a_2 에 도달했을 때 B의 위치를 a_3 , A가 a_3 에 도달했을 때 B의 위치를 a_4 라고 하자. 이와 같은 방법을 계속하여 점 a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$)을 정한다. A의 속도가 B의 속도의 2배이면, A와 B사이의 거리가 1 m 이내가 되기 시작할 때 A의 위치는? [3 점]



- ① a_4 와 a_5 사이
- ② a_6 와 a_7 사이
- ③ a_8 와 a_9 사이
- ④ a_{10} 와 a_{11} 사이
- ⑤ a_{12} 와 a_{13} 사이

14. 모든 실수에 대하여 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = x^2 \quad (-1 \leq x \leq 1) \text{ 과}$$

$f(x+2) = f(x)$ 를 만족하는 주기함수이다. 좌표평면 위에서 각 자연수 n 에 대하여 직선 $y = \frac{1}{2n}x + \frac{1}{4n}$ 과 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와의 교점의 개수를 a_n 이라고 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} \text{의 값은? [2 점]}$$

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

15. 포물선 $y = (x - a)^2 + b$ 위의 두 점 $P(s + a, s^2 + b)$ 와 $Q(t + a, t^2 + b)$ 에서 각각 그은 이 포물선의 접선은 서로 수직이다. 이 두 접선과 위 포물선으로 둘러싸인 도형의 면적을 A 라고 하자. 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $s < 0 < t$)

[2 점]

<보 기>

- ㄱ. s 가 증가하면 t 도 증가한다.
 ㄴ. a 가 증가하면 면적 A 도 증가한다.
 ㄷ. b 가 변하면 면적 A 도 변한다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

16. '12진법 모임'의 회원들은 자연수를 다음 표와 같이 대응하여 적는다고 한다.

10진법	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
12진법	1	2	3	4	5	6	7	8	9	x	y	10	11	...

12진법 덧셈의 예를 들면,

$$1 + 9 = x, \quad x + y = 19$$

이다. 12진법의 두 수 xxx 와 yyy 의 합 $xxx + yyy$ 의 값을 12진법으로 표기한 것은? [3 점]

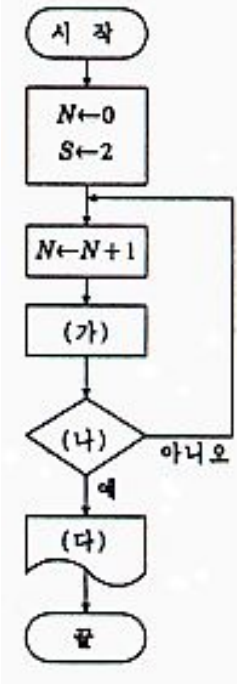
- ① 1779
- ② 2331
- ③ 1xx9
- ④ 1yy9
- ⑤ 1yyx

수리·탐구 영역(I)

17. 오른쪽 순서도는 부등식

$2^{n+1} < 9n^4$ 이 성립하지 않는 가장 작은 자연수 n 을 찾기 위하여 작성하였다. 오른쪽 순서도에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은? [2 점]

- ① $S \leftarrow S + 2$, $S \geq 9N^4$, $N + 1$ 을 인쇄
- ② $S \leftarrow S \times 2$, $S < 9N^4$, N 을 인쇄
- ③ $S \leftarrow S \times 2$, $S < 9N^4$, $N + 1$ 을 인쇄
- ④ $S \leftarrow S \times 2$, $S \geq 9N^4$, N 을 인쇄
- ⑤ $S \leftarrow S \times 2$, $S \geq 9N^4$, $N + 1$ 을 인쇄



18. 다음은 명제 「 $x^2 + y^2 + z^2 = 1111$ 을 만족하는 (가) 」에 대한 증명에서 중간 부분을 적은 것이다.

<증명>

… (생략) …

정수 x, y, z 를 각각 8로 나누면 나머지가 각각 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 중 하나이다. 따라서 x^2, y^2, z^2 을 각각 8로 나누면 나머지가 0, 1, 4 중 하나이다. 그러므로 $x^2 + y^2 + z^2$ 을 8로 나누었을 때 나머지는 각각 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 중 하나이다. 그런데, 1111을 8로 나누면 나머지는 7이다.

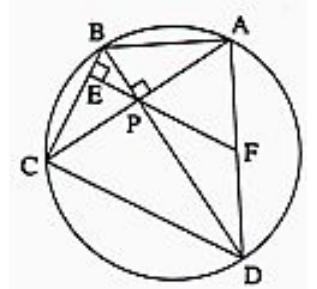
… (생략) …

다음 중 위의 (가)에 알맞은 것은? [2 점]

- ① x, y, z 중 적어도 하나는 정수이다.
- ② x, y, z 중 어느 것도 정수가 아니다.
- ③ x, y, z 가 모두 정수인 해가 적어도 하나 있다.
- ④ x, y, z 가 모두 정수인 해가 오직 하나 있다.

⑤ x, y, z 가 모두 정수인 해는 없다.

19. 오른쪽 그림에서 사각형 ABCD는 원에 내접하고 두 대각선 AC와 BD는 점 P에서 만나며 서로 수직이다. 또, 점 P에서 변 BC에 내린 수선의 발을 E라 하고, 직선 PE와 변 AD가 만나는 점을 F라고 하자. 다음 중 여기에서 증명될 수 없는 것은? [3 점]



- ① $\angle CBP = \angle PAD$
- ② $\angle APF = \angle PAF$
- ③ $\angle FPD = \angle FDP$
- ④ $\overline{AF} = \overline{FD}$
- ⑤ $\overline{AP} = \overline{AF}$

20. 구 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$ 위의 점에서 평면 $x + y + z = 10$ 에 이르는 거리의 최소값은? [3 점]

- ① $\frac{3\sqrt{3} - 3}{3}$
- ② $\frac{4\sqrt{3} - 3}{3}$
- ③ $\frac{3\sqrt{3} + 2}{3}$
- ④ $\frac{2\sqrt{3} + 5}{3}$
- ⑤ $\frac{3\sqrt{3} + 5}{3}$

수리·탐구 영역(I)

21. 2525년 여름쯤 2526년 1월의 계획을 세우려고 하는데, 그 해 (2525년) 1월부터 12월까지의 달력은 있으나 새해(2526년) 1월의 달력이 없다. 이 때, 2526년 1월의 달력과 요일 및 날짜가 같게 구성된 달을 2525년 달력 중에서 찾으려면? [3점]

- ① 3월 ② 5월
③ 7월 ④ 8월
⑤ 없다.

22. 어떤 원자의 전자들은 에너지의 증감에 따라 세 가지 상태 a, b, c 로 바뀐다. 이 때, 다음 규칙이 적용된다고 하자.

규칙 1: 에너지가 증가하면 b 상태의 전자는 c 상태로 올라가고, a 상태의 전자 중 일부는 b 상태로, 나머지는 c 상태로 올라간다.

규칙 2: 에너지가 감소하면 b 상태의 전자는 a 상태로 내려가고, c 상태의 전자 중 일부는 b 상태로, 나머지는 a 상태로 내려간다.

<단계 1>에서 전자는 a 상태에 있다. 에너지가 증가하여 <단계 2>가 되면 이 전자는 b 상태 또는 c 상태가 된다. 이 때, 이 전자가 취할 수 있는 변화의 경로는 $a \rightarrow b$ 와 $a \rightarrow c$ 의 2가지이다. 다시 에너지가 감소하여 <단계 3>이 되면, 이 때까지의 가능한 변화 경로는 $a \rightarrow b \rightarrow a$, $a \rightarrow c \rightarrow b$, $a \rightarrow c \rightarrow a$ 의 3가지이다.

이와 같이 에너지의 증가와 감소가 교대로 계속될 때, <단계 1>부터 <단계 7>까지 이 전자의 가능한 변화 경로의 수는? [3점]

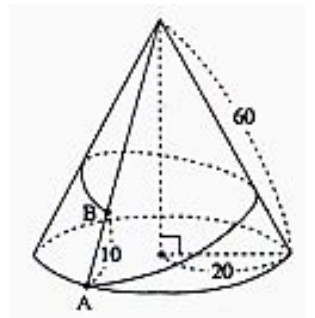
- ① 18 ② 19
③ 20 ④ 21
⑤ 22

23. 그림과 같이 높이가 100cm 이고 윗면은 반지름이 50cm, 아랫면은 반지름이 30cm 인 원으로 된 원뿔대 모양의 물통에 물이 가득 차 있었다. 이 물통의 바닥에 구멍이 나서 바닥에서부터 수면까지의 높이가 h cm일 때 매초 $4\sqrt{h}$ cm³의 양으로 물이 새어 나가고 있다. $h = 50$ 일 때 높이의 순간 변화율은?

(단위는 cm/sec) [4점]

- ① $-\frac{20\sqrt{2}}{\pi} \times 10^{-2}$ ② $-\frac{5\sqrt{2}}{\pi} \times 10^{-2}$
③ $-\frac{20\sqrt{2}}{9\pi} \times 10^{-2}$ ④ $-\frac{5\sqrt{2}}{4\pi} \times 10^{-2}$
⑤ $-\frac{4\sqrt{2}}{5\pi} \times 10^{-2}$

24. 오른쪽 그림과 같은 직원뿔 모양의 산이 있다. A 지점을 출발하여 산을 한 바퀴 돌아 B 지점으로 가는 관광 열차의 궤도를 최단거리로 놓으면, 이 궤도는 처음에는 오르막길이지만 나중에는 내리막길이 된다. 이 내리막길의 길이는? [4점]

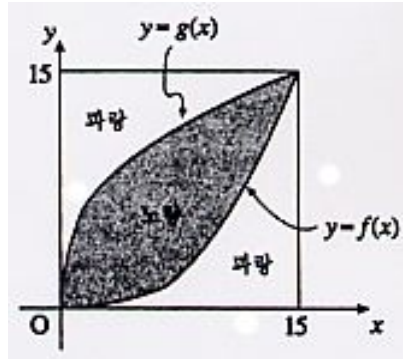


- ① $\frac{200}{\sqrt{19}}$ ② $\frac{300}{\sqrt{30}}$
③ $\frac{300}{\sqrt{91}}$ ④ $\frac{400}{\sqrt{91}}$
⑤ $\frac{300}{\sqrt{91}}$

수리·탐구 영역(I)

주관식 문항 (25~30)

25. 정사각형 모양의 타일이 좌표평면에 그림과 같이 가로, 세로가 각각 x 축, y 축과 일치되게 놓여 있다. 이 타일에 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프를 경계로 하여 파랑색과 노랑색을 칠하려고 한다. 파랑색과 노랑색이 칠해지는



부분의 면적의 비가 2 : 3 일 때,

$$\int_0^{15} f(x) dx \text{의 값을 구하여라.}$$

(단, 함수 $g(x)$ 는 함수 $f(x)$ 의 역함수이다) [2 점]

$$26. \text{ 함수 } f(x) = \begin{cases} \frac{71}{5} - \frac{19}{15}x & (x < 12) \\ 1 - 2 \log_3(x - 9) & (x \geq 12) \end{cases}$$

의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때,

$$(g \circ g \circ g \circ g \circ g)(x) = -3$$

을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

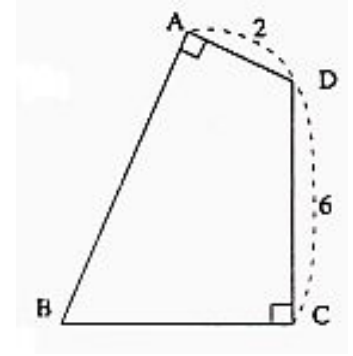
(단, $(g \circ g)(x) = g\{g(x)\}$ 이다) [3 점]

27. 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$ 의 각 변의 길이는 정수이고

$$\overline{AD} = 2, \quad \overline{CD} = 6,$$

$$\angle A = \angle C = 90^\circ$$

이다. 이 사각형 둘레의 최대 길이를 구하라. [3 점]



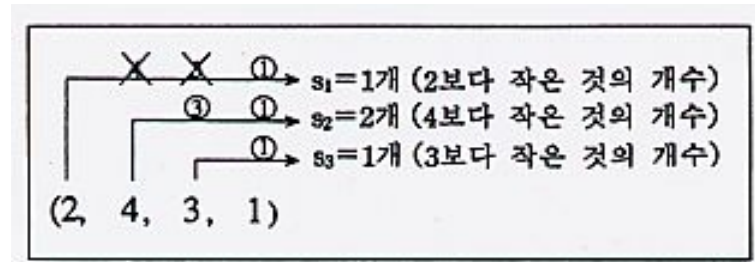
28. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 네 원소를 배열하여 만든 순열 (a_1, a_2, a_3, a_4) 에 대하여 각 숫자 a_k 의 오른쪽에 있는 수 중에서 a_k 보다 작은 것들의 개수를 s_k ($k = 1, 2, 3$) 이라고 하고,

이들의 합 $s_1 + s_2 + s_3$ 을

$$|(a_1, a_2, a_3, a_4)|$$

로 나타내자. 예를 들면

$$\begin{aligned} |(2, 4, 3, 1)| &= s_1 + s_2 + s_3 \\ &= 1 + 2 + 1 = 4 \end{aligned}$$



이다. 집합 A 에 대한 24 개의 모든 순열 (i_1, i_2, i_3, i_4) 마다 각각 정해지는 $|(i_1, i_2, i_3, i_4)|$ 의 총합을 구하여라. [4 점]

수리·탐구 영역(I)

29. 두 방정식 $P(x) = 0$, $Q(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 7개, 9개이고, 집합

$$A = \{ (x, y) \mid P(x)Q(y) = 0 \text{ 이고 } Q(x)P(y) = 0, \log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 11 = 1.041 \text{ 로 계산한 다음, 소수 } x \text{ 와 } y \text{ 는 실수} \}$$

는 무한집합이다. 집합 A 의 부분집합

$$B = \{ (x, y) \mid (x, y) \in A \text{ 이고 } x = y \}$$

의 원소의 개수를 $n(B)$ 라고 하면 이것은 $P(x)$, $Q(x)$ 에 따라 변한다. $n(B)$ 의 최대값을 구하라. [4 점]

30. $\log_{10} 275$ 의 값을

$\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 11 = 1.041$ 로 계산한 다음, 소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라. [2 점]

※ 확인 사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.
- 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.