제 2 교시

수리·탐구 영역(I)

인문, 예·체능계

성명 | 수험번호 —

A형

○ 먼저 본인이 선택한 계열의 문제지인지 확인하시오.
○ 문제지와 답안지에 수험 번호와 성명을 정확히 기입하고, 답안지의 '계열 표기'란에는 수험생이 지원한 계열을, '문형 표기'란에는 수험생이 받은 문제지의 문형(A 또는 B)을 정확히 기입하고 표기하시오.
○ 답안지에 수험 번호, 계열, 문형, 답안을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. 이차방정식 $2x^2-4x-1=0$ 의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha^3+\beta^3$ 의 값은? [1 점]

① 1
② 3
③ 4
④ 8
⑤ 11

2. 지수방정식 $3^{x+2}=96$ 의 근을 α라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [1 점]

① $0<\alpha<1$
② $1<\alpha<2$
③ $2<\alpha<3$
④ $3<\alpha<4$
⑤ $4<\alpha<5$

3. 이차 방정식 A, B 에 대하여

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

일 때, 행렬 $\frac{1}{3}AB-BA$ 는? [1 점]

① $\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
② $\begin{pmatrix} -2 & 8 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$
③ $\begin{pmatrix} -4 & -8 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} -6 & -12 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$
⑤ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

4. 정적분 $\int_0^3 |x-1|\,dx$ 의 값은? [1 점]

① 1
② $\frac{3}{2}$
③ 2
④ $\frac{5}{2}$
⑤ 3

5. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A \subset B$일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은? (단, $U \neq \varnothing$) [1 점]

① $A \cup B = B$
② $A \cap B = A$
③ $(A \cap B)^c = B^c$
④ $B^c \subset A^c$
⑤ $A - B = \varphi$

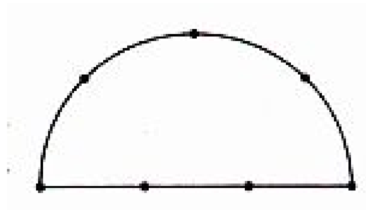
6. $f(x) = 2x - 1$이다. 함수 $g(x)$는 모든 함수 $h(x)$에 대하여

$(h \circ g \circ f)(x) = h(x)$

를 만족시킨다. $g(3)$의 값은? (단, $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$는 실수 전체의 집합 R에서 R로의 함수이다.) [1 점]

① -2
② -1
③ 0
④ 1
⑤ 2

7. 아래 그림과 같이 반원 위에 7개의 점이 있다. 이 중 세 점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 개수는? [1 점]



① 34
② 33
③ 32
④ 31
⑤ 30

8. 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수 x에 대하여

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)} = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \cdots + \frac{a_{10}}{x-10}$$

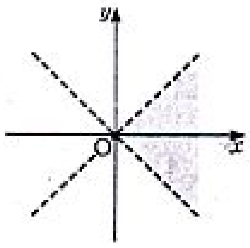
이 성립할 때, $a_1 + a_2 + \cdots a_{10}$의 값은? [1.5 점]

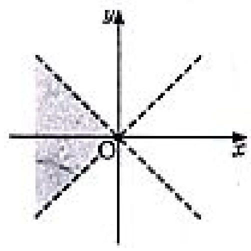
① 0
② -1
③ 1
④ -10
⑤ 10

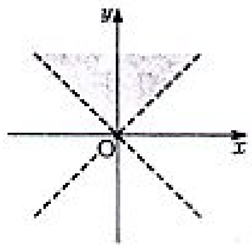
9. x와 y는 $(x+y)(x-y)\neq 0$ 인 실수이고

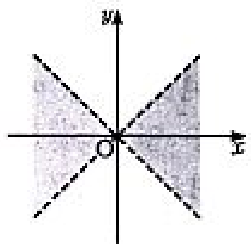
$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}=-\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}$$

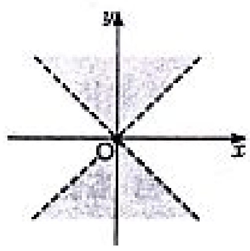
가 성립할 때, 점 (x, y)가 존재하는 영역을 좌표평면 위에 검게 나타내면? (단, 점선은 제외) [1 점]

①


②


③


④


⑤


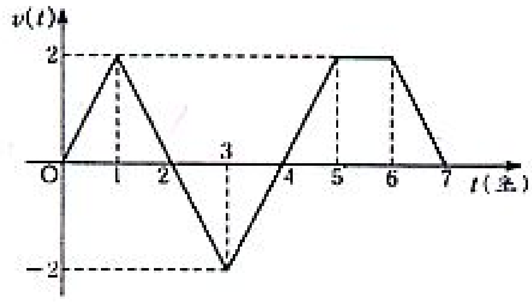
10. $x=a$에서 함수 $f(x)$의 미분계수는 2 이다. 미분가능한 함수 $g(x)$에 대하여

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+2h)-f(a)-g(h)}{h}=0$$

이 성립할 때, $\lim_{h\to 0}\frac{g(h)}{h}$ 의 값은? [1.5 점]

① 4
② 2
③ 0
④ -2
⑤ -4

11. 원점을 출발하여 수직선 위를 7 초 동안 움직이는 점 P 의 t 초 후의 속도 $v(t)$가 다음 그림과 같을 때, <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? [1.5 점]



<보 기>

ㄱ. 점 P는 출발하고 나서 1초 동안 멈춘 적이 있었다.
ㄴ. 점 P는 움직이는 동안 방향을 4번 바꿨다.
ㄷ. 점 P는 출발하고 나서 4초 후 출발점에 있었다.

① ㄱ ② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄴ, ㄷ

12. 폐구간 [0, 1]에서 정의된 모든 확률밀도함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 다음 중 확률밀도함수인 것은? [1 점]

① $f(x)-g(x)$
② $f(x)+g(x)$
③ $\frac{1}{2}\{f(x)-g(x)\}$
④ $\frac{1}{3}\{2f(x)-g(x)\}$
⑤ $2f(x)-g(x)$

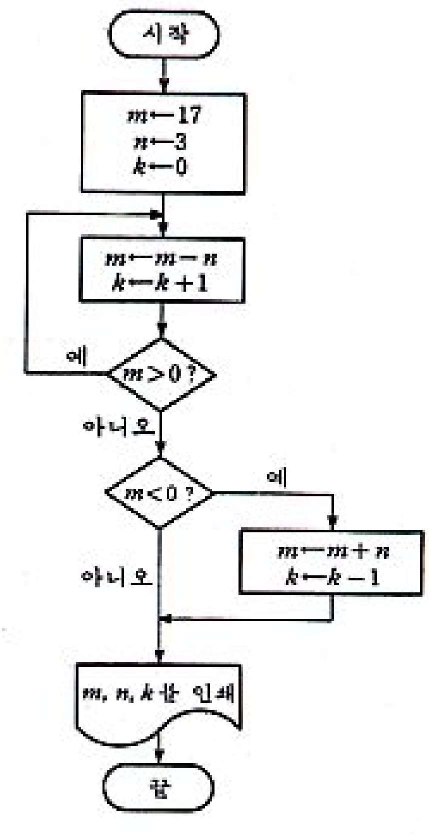
13. 이차 정사각행렬 A, B에 대하여

$$A^2 + A = E, \quad AB = 2E$$

가 성립할 때, B^2을 A와 E로 나타내면? (단, E는 이차 단위행렬) [1.5 점]

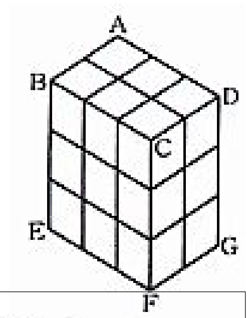
① $2A + 4E$
② $2A - E$
③ $4A + 8E$
④ $4A - 2E$
⑤ $8A - 4E$

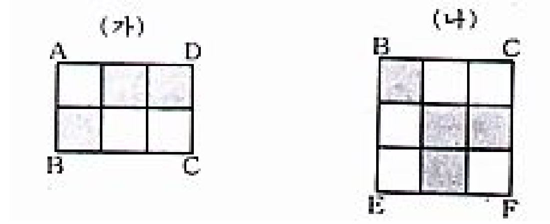
14. 다음 순서도에 의하여 인쇄되는 m, n, k의 값을 순서대로 적으면? [1.5 점]



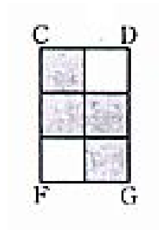
① 0, 2, 5
② 0, 2, 6
③ 0, 5, 3
④ 2, 3, 6
⑤ 2, 3, 5

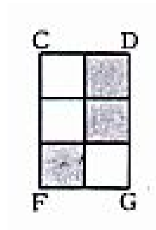
15. 크기가 같은 정육면체 모양의 18개의 투명한 유리 상자로 오른쪽 그림과 같이 직육면체를 만들었다. 이 중에서 적당히 몇 개의 유리 상자를 빼내고 같은 크기의 검은 색 상자로 바꾸어 넣었다. 이 직육면체의 위에서 직사각형 ABCD를 내려다 보았을 때의 모양을 (가), 이 직육면체를 정사각형 BEFC의 정면에서 보았을 때의 모양을 (나)라 하면 (가)와 (나)는 아래와 같다.

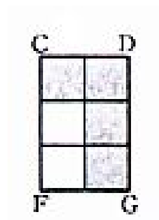


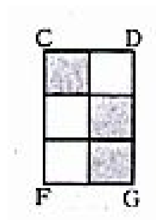


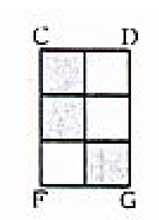
이 직육면체를 직사각형 CFGD의 정면에서 보았을 때의 모양은? [1.5 점]

①


②


③


④


⑤


16. 표본공간 S의 부분집합으로 $P(A) \neq 0$, $P(B) \neq 0$인 임의의 두 사건 A, B에 대하여, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

[1.5 점]

<보 기>

ㄱ. A, B가 독립사건이며, 조건부확률 $P(A \mid B)$와 $P(B \mid A)$는 같다.

ㄴ. A, B가 배반사건이며, $P(A) + P(B) \leq 1$이다.

ㄷ. $P(A \cup B) = 1$이면, B는 A의 여사건이다.

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 어느 회사원의 연간 소득은 Y원이다. 이 소득의 $a\%$에 대해서는 세금이 부과되지 않고, 그 나머지 소득에 대해서만 $b\%$의 세금이 부과된다. 이 사람은 세금을 납부하고 난 후의 소득 중 C원을 소비하고 나머지는 모두 저축한다. 이 사람의 연간 저축액 S원은? [1 점]

① $S=\left(1-\frac{a}{100}-\frac{b}{100}\right)Y-C$

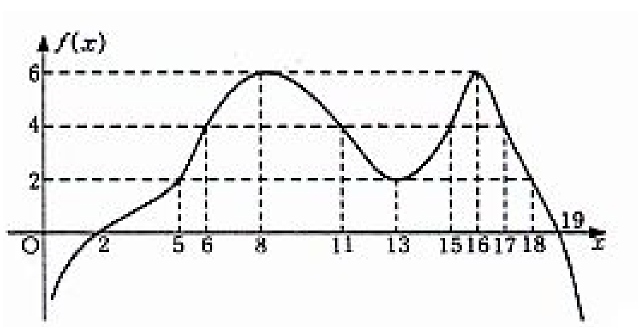
② $S=\left(1-\frac{a}{100}-\frac{b}{100}\right)Y+C$

③ $S=\left(1-\frac{a}{100}\cdot\frac{b}{100}+\frac{b}{100}\right)Y-C$

④ $S=\left(1+\frac{a}{100}\cdot\frac{b}{100}-\frac{b}{100}\right)Y+C$

⑤ $S=\left(1+\frac{a}{100}\cdot\frac{b}{100}-\frac{b}{100}\right)Y-C$

18. 아래 그림은 함수 $y=f(x)$의 그래프이다. x에 관한 방정식 $f(f(x+2))=4$의 서로 다른 실근의 개수와 합을 순서대로 적으면? (단, $x<2$ 또는 $x>19$일 때 $f(x)<0$이다.) [1.5 점]



① 2, 20 ② 2, 22
③ 3, 30 ④ 4, 42
⑤ 4, 50

19. 자연수 n을 $n=2^p\cdot k$ (p는 음이 아닌 정수, k는 홀수)로 나타냈을 때, $f(n)=p$라 하자. 예를 들면, $f(12)=2$이다. 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [1 점]

<보 기>

ㄱ. n이 홀수이면, $f(n)=0$이다.
ㄴ. $f(8)<f(24)$이다.
ㄷ. $f(n)=3$인 자연수 n은 무한히 많다.

① ㄱ ② ㄴ
③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
⑤ ㄴ, ㄷ

20. 집합 $U=\{1, 2, 3, 4, \cdots, 100\}$이다. 다음 U의 부분집합 A 중 아래 조건 (가)와 (나)를 만족시키며 원소의 개수가 가장 적은 것은? [1 점]

(가) $3\in A$
(나) $m, n\in A$이고 $m+n\in U$이면, $m+n\in A$이다.

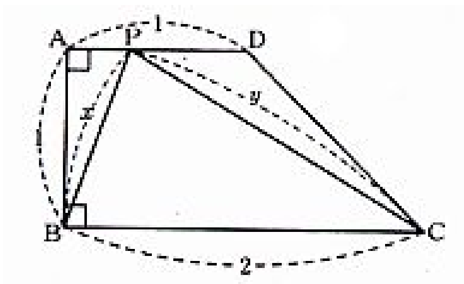
① $A=\{3, 9, 15, 21, \cdots, 99\}$
② $A=\{3, 6, 9, 12, \cdots, 99\}$
③ $A=\{3, 4, 5, 6, \cdots, 100\}$
④ $A=\{1, 3, 5, 7, \cdots, 99\}$
⑤ $A=\{1, 2, 3, 4, \cdots, 100\}$

수리 • 탐구 영역(Ⅰ)

21. 아래 그림과 같은 사다리꼴 ABCD가 있다.

$\overline{AB}=\overline{AD}=1$, $\overline{BC}=2$, ∠A와 ∠B의 크기는 $\frac{\pi}{2}$ 이다.

윗변 AD에 임의의 점 P를 잡아 $\overline{PB}=x$, $\overline{PC}=y$라 할 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [1.5 점]



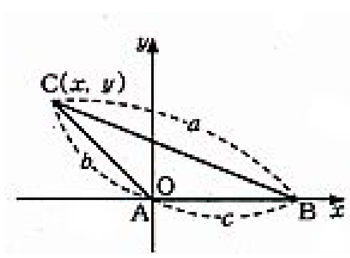
<보 기>

ㄱ. $xy \geqq 2$ 이다.
ㄴ. $xy=2$ 이면, △BCP는 직각삼각형이다.
ㄷ. $xy \leqq \sqrt{5}$ 이다.

① ㄱ ② ㄷ
③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. 다음은 삼각형의 변의 길이와 각의 코사인 사이의 관계인 제이 코사인법칙을 △ABC에서 ∠A가 둔각인 경우에 대하여 증명한 것이다.

(증명) 오른쪽 그림과 같이 세 변의 길이가 a, b, c인 △ABC를 좌표평면의 원점에 꼭지점 A가 놓이도록 하자. 꼭지점 C의 좌표를 $(x,\ y)$라 하면,



$x=\boxed{(가)}$, $y=\boxed{(나)}$

이므로, 피타고라스의 정리에 의하여 다음이 성립한다.

$a^2=(\boxed{(다)})^2+y^2$

$=b^2+c^2-2bc\cos A$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [1 점]

① $b\cos A$, $b\sin A$, $c+x$
② $b\cos A$, $b\sin A$, $c-x$
③ $b\cos A$, $-b\sin A$, $c+x$
④ $-b\cos A$, $-b\sin A$, $c-x$
⑤ $-b\cos A$, $-b\sin A$, $c+x$

23. 세 개의 실근을 갖는 삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+c=0$의 세 근을 α, β, γ라 하자. 다음은 세 근의 절대값 중 적어도 하나는 $\frac{|a|}{3}$보다 크거나 같음을 증명한 것이다.

(증명) 결론을 부정하여 $\boxed{(가)}$ 가정하면,

$|\alpha|<\frac{|a|}{3}$, $|\beta|<\frac{|a|}{3}$, $|\gamma|<\frac{|a|}{3}$

이다. 근과 계수와의 관계에서

$a=\boxed{(나)}$

이므로

$|a| \leqq |\alpha+\beta|+|\gamma|$

$\leqq \boxed{(다)}$

$<\frac{|a|}{3}+\frac{|a|}{3}+\frac{|a|}{3}=|a|$

이다. 그런데 이것은 모순이므로, 절대값이 $\frac{|a|}{3}$보다 크거나 같은 근이 적어도 하나 존재한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [1 점]

① 어떤 근의 절대값이 $\frac{|a|}{3}$보다 작다고, $-(\alpha+\beta+\gamma)$, $|\alpha|+|\beta|+|\gamma|$

② 어떤 근의 절대값이 $\frac{|a|}{3}$보다 작거나 같다고, $\alpha+\beta+\gamma$, $|\alpha|+|\beta|+|\gamma|$

③ 모든 근의 절대값이 $\frac{|a|}{3}$보다 작다고, $\alpha+\beta+\gamma$, $|\alpha+\beta+\gamma|$

④ 모든 근의 절대값이 $\frac{|a|}{3}$보다 작다고, $-(\alpha+\beta+\gamma)$, $|\alpha|+|\beta|+|\gamma|$

⑤ 모든 근의 절대값이 $\frac{|a|}{3}$보다 작거나 같다고, $\alpha+\beta+\gamma$, $|\alpha+\beta+\gamma|$

24. 다음은 조화평균에 관한 어떤 수학적 사실을 증명한 것이다.

> (증명) 양수 a, b, H에 대하여, 적당한 실수 r가 존재하여
>
> $a = H + \frac{a}{r}$, $H = b + \frac{b}{r}$ ································ (A)
>
> 가 성립한다고 하자. 그러면 $a \neq b$이고
>
> $\frac{a-H}{a} = \boxed{(가)}$ ·· (B)
>
> 이므로 $H = \boxed{(나)}$이다.
>
> 역으로, $a \neq b$인 양수, a, b에 대하여
>
> $H = \boxed{(나)}$이면, 식 (B)가 성립하고 $\frac{a-H}{a} \neq 0$ 이다.
>
> (B)에서 $\frac{a-H}{a} = \frac{1}{r}$ 이라 놓으면 식 (A)가 성립한다.
>
> 따라서 양수 a, b, H에 대하여 적당한 실수 r가 존재하여 식 (A)가 성립하기 위한 $\boxed{(다)}$ 조건은 $a \neq b$이고 $H = \boxed{(나)}$이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [1.5 점]

① $\frac{H-b}{b}$, $\frac{2ab}{a+b}$, 필요충분

② $\frac{H-b}{b}$, $\frac{ab}{a+b}$, 필요충분

③ $\frac{H-b}{b}$, $\frac{2ab}{a+b}$, 충분

④ $\frac{b-H}{b}$, $\frac{2ab}{a+b}$, 필요

⑤ $\frac{b-H}{b}$, $\frac{ab}{a+b}$, 충분

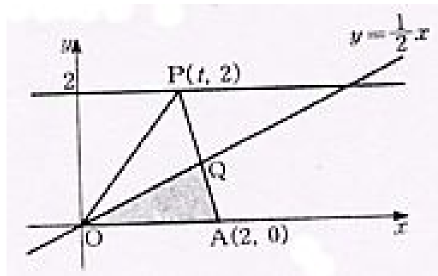
25. 모든 자연수 n에 대하여, 다항식 $f_n(x)$는 다음 두 성질 (가)와 (나)를 갖는다.

> (가) $f_1(x) = x^2$
>
> (나) $f_{n+1}(x) = f_n(x) + f_n'(x)$

$f_{25}(x)$의 상수항은? [1.5 점]

① 548 ② 550
③ 552 ④ 554
⑤ 556

26. 좌표평면 위에 두 점 O(0, 0), A(2, 0)과 직선 $y = 2$ 위를 움직이는 점 P(t, 2)가 있다. 선분 AP와 직선 $y = \frac{1}{2}x$가 만나는 점을 Q라 하자. △QOA의 넓이가 △POA의 넓이의 $\frac{1}{3}$일 때 t의 값을 t_1, $\frac{1}{2}$일 때 t의 값을 t_2, …, $\frac{n}{n+2}$일 때 t의 값을 t_n이라 하면 $\lim_{n\to\infty} t_n$의 값은? [2 점]



① 0
② 1
③ 2
④ 3
⑤ 4

27. 함수 $f(x) = \log_9(5-x) + \log_3(x+4)$의 최대값은? [1.5 점]

① $\frac{7}{2}$

② 4

③ $\frac{2}{5} + \log_3 4$

④ $\frac{3}{2} + \log_3 2$

⑤ $4 + \log_3 6$

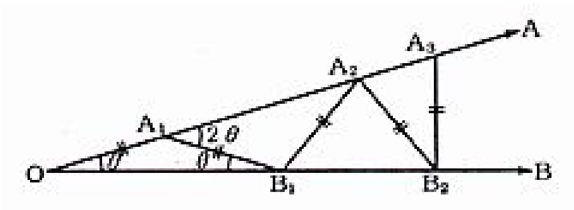
28. 아래 그림과 같이 반직선 OA 위에 A_1, A_2, … 와 반직선 OB 위에 B_1, B_2, … 를

$\overline{OA_1} = \overline{A_1B_1} = \overline{B_1A_2} = \cdots$

이 되도록 정한다. 이런 방법으로 하면 네 개의 이등변삼각형

$\triangle OA_1B_1$, $\triangle A_1B_1A_2$, $\triangle B_1A_2B_2$, $\triangle A_2B_2A_3$

을 만들 수 있고, 다섯 번째 이등변삼각형은 만들 수 없다. ∠AOB의 크기를 θ라 할 때, θ의 범위는? [2 점]



① $\frac{\pi}{4} \leq \theta < \frac{\pi}{2}$
② $\frac{\pi}{7} \leq \theta < \frac{\pi}{5}$
③ $\frac{\pi}{10} \leq \theta < \frac{\pi}{8}$
④ $\frac{\pi}{14} \leq \theta < \frac{\pi}{12}$
⑤ $\frac{\pi}{17} \leq \theta < \frac{\pi}{15}$

29. 어떤 산업에서 노동의 투입량을 x, 자본의 투입량을 y라 할 때, 그 산업의 생산량 z는 다음과 같다.

$z = 2x^{\alpha}y^{1-\alpha}$ (α는 $0 < \alpha < 1$ 인 상수)

자료에 의하면 1993년도의 노동 및 자본의 투입량은 1980년도보다 각각 4배와 2배이고, 1993년도 산업생산량은 1980년도 산업생산량의 2.5배이다. 이 사실로부터 상수 α의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하면? (단, $\log_{10} 2 = 0.30$) [2 점]

① 0.50
② 0.33
③ 0.25
④ 0.20
⑤ 0.10

30. 완전 자동화된 선반 제작 공장에서 두 종류의 선반 '갑'과 '을'을 생산한다. 이들 선반의 생산을 위하여 두 종류의 기계 A와 B가 사용된다. 기계의 관리상 기계 A는 하루에 총 18시간, 기계 B는 하루에 총 20시간을 초과하여 가동하지 못한다. 또한 선반 '갑'을 1대 생산하려면 기계 A를 3시간, 기계 B를 5시간 사용해야 하고, 선반 '을'을 1대 생산하려면 기계 A를 6시간, 기계 B를 5시간 사용해야 한다. 선반의 대당 판매 가격은 '갑'이 200만원, '을'이 300만원이다. 생산된 선반은 즉시 팔린다고 할 때, 하루 동안의 최대 매출액은? [2 점]

	선반 '갑'	선반 '을'	기계의 가동 제한 시간
기계 A	3시간	6시간	18시간
기계 B	5시간	5시간	20시간
선반의 판매가격	200만원	300만원	

① 900만원
② 1000만원
③ 1100만원
④ 1200만원
⑤ 1300만원

※ 확인 사항
○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.