

제 2 교시

수리·탐구 영역(I)

자연계

성명

수험번호

—

A형

1

- 먼저 본인이 선택한 계열의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지와 답안지에 수험 번호와 성명을 정확히 기입하고, 답안지의 '계열 표기'란에는 수험생이 지원한 계열을, '문형 표기'란에는 수험생이 받은 문제지의 문형(A 또는 B)을 정확히 기입하고 표기하십시오.
- 답안지에 수험 번호, 계열, 문형, 답안을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $x = 2 - \sqrt{3}$, $y = 2 + \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값은? [1 점]

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

2. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 5$ 를 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 3 이다. a 의 값은? [1 점]

- ① 0
- ② 2
- ③ 3
- ④ -2
- ⑤ -3

3. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 일 때, A^3 은? [1 점]

- ① $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- ② $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
- ⑤ $\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

4. 정적분 $\int_{-1}^1 |x| e^x dx$ 의 값은? [1 점]

- ① $2(e + 1)$
- ② $2(1 - e^{-1})$
- ③ $2(1 - e - e^{-1})$
- ④ $2(e^{-1} - e)$
- ⑤ $2(e + e^{-1})$

수리·탐구 영역(I)

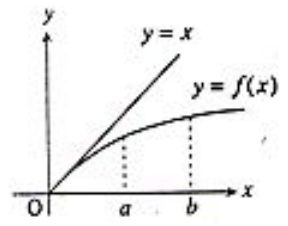
5. 방정식 $\cos^2 x - \sin^2 2x = 0$ 을 만족하는 $0 \leq x \leq 2\pi$ 인 서로 다른 실근의 개수는? [1 점]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

6. 삼각형 ABC 에 대한 명제 ‘ $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이면 $\angle B = \angle C$ 이다’의 역, 이, 대우 중 참인 명제를 모두 적은 것은? [1 점]

- ① 대우
- ② 역, 이
- ③ 이, 대우
- ④ 역, 대우
- ⑤ 역, 이, 대우

7. 오른쪽 그림은 미분 가능한 함수 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프이다. $0 < a < b$ 일 때 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [1 점]



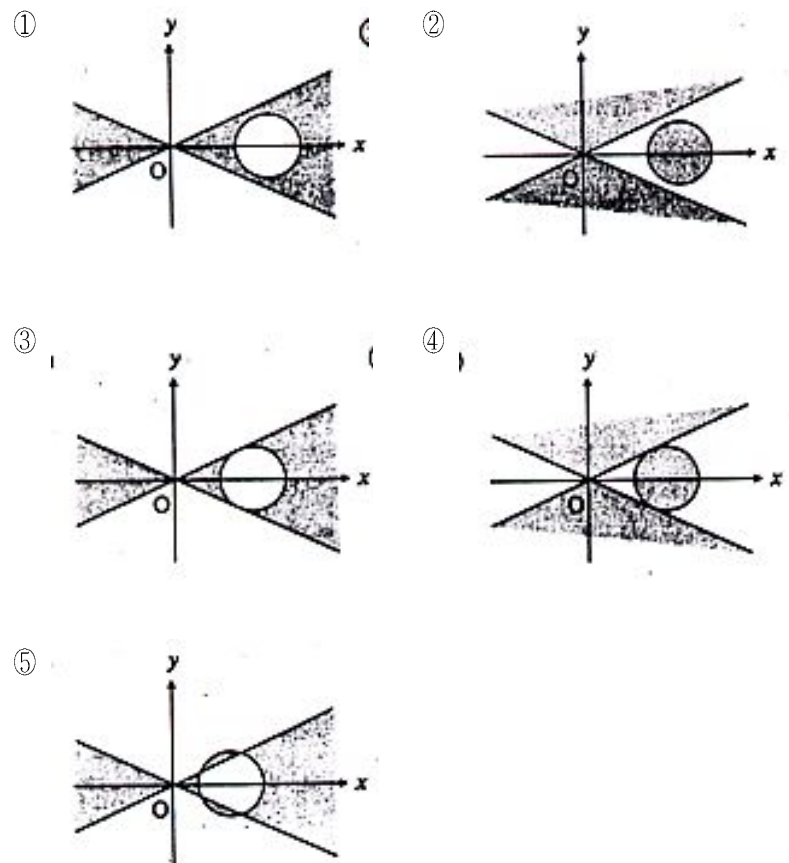
<보 기>

- ㄱ. $\frac{f(a)}{a} < \frac{f(b)}{b}$
- ㄴ. $f(b) - f(a) > b - a$
- ㄷ. $f'(a) > f'(b)$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

8. 부등식 $(x^2 - 4y^2)(x^2 - 6x + y^2 + 8) \leq 0$ 의 영역을 좌표평면 위에 점게 나타내면? (단, 검은 부분의 경계선은 포함한다.)

[1 점]



수리·탐구 영역(I)

9. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 주어져 있다. 아래의 그래프로 주어진 함수

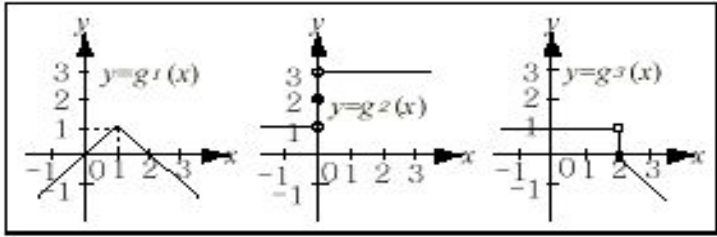
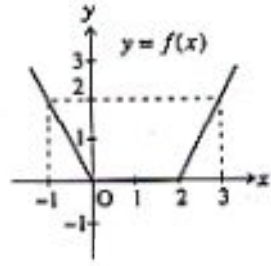
$$y = g_1(x), y = g_2(x),$$

$$y = g_3(x) \text{ 중에서}$$

$f(x)$ 와 곱하여 얻어지는 함수

$$y = f(x)g_k(x)$$

($k = 1, 2, 3$)이 구간 $[-1, 3]$ 에서 연속이 되는 $g_k(x)$ 를 모두 고르면? [1 점]



- ① $g_1(x)$ ② $g_2(x)$
 ③ $g_1(x), g_2(x)$ ④ $g_1(x), g_3(x)$
 ⑤ $g_1(x), g_2(x), g_3(x)$

10. $k = 1, 2, 3, 4, \dots$ 에 대하여 b_k 가 0 또는 1이고

$$\log_7 2 = \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2^2} + \frac{b_3}{2^3} + \frac{b_4}{2^4} + \dots$$

일 때, b_1, b_2, b_3 의 값을 순서대로 적으면? [1.5 점]

- ① 0, 0, 0 ② 0, 1, 0
 ③ 0, 0, 1 ④ 0, 1, 1
 ⑤ 1, 1, 1

11. $\overline{AB} = 2, \overline{BC} = 1, \angle B = 90^\circ$

인 직각삼각형 ABC 가 있다. 변

AB 를 n 등분한 점을 오른쪽 그림과

같이 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_{n-1}$ 이

라 하고, 각 점에서 변 BC 에 평행하

게 직선을 그어 변 AC 와 만나는 점을

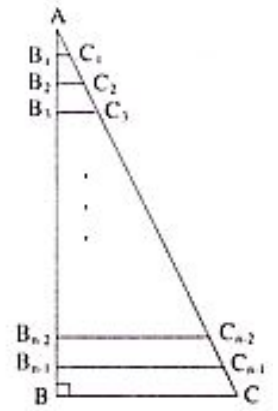
각각 $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{n-1}$

이라 할 때

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\pi}{n} \sum_{k=1}^{n-1} \overline{B_k C_k}^2$$

의 값은? [1 점]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$
 ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2\pi}{3}$
 ⑤ π



12. 다음 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 것은? [1 점]

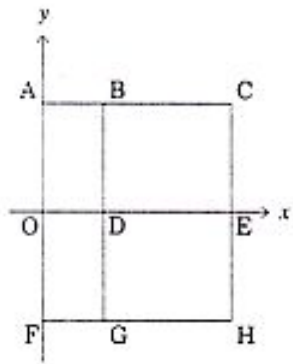
- ① 1, 5, 1, 5, 1, 5, 1, 5, 1, 5
 ② 1, 5, 1, 5, 1, 5, 3, 3, 3, 3
 ③ 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4
 ④ 2, 4, 2, 4, 2, 4, 3, 3, 3, 3
 ⑤ 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4

수리·탐구 영역(I)

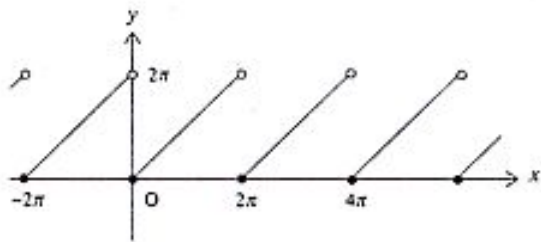
13. 오른쪽 그림에서 직사각형

AODB와 OFGD는 합동이고 직사각형 BDEC와 DGHE도 합동이다. 어떤 일차변환이 점 B를 점 E로, 점 D를 점 A로 옮길 때, 점 A가 옮겨지는 점은? [1.5 점]

- ① B ② C
③ F ④ G
⑤ H

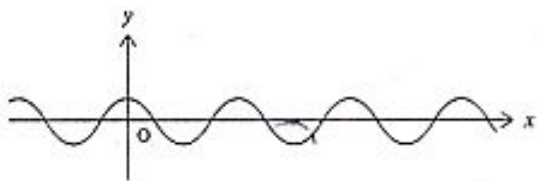


14. 실수 전체에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 아래와 같다.



$g(x) = \sin x$ 일 때 합성함수 $y = (g \circ f)(x)$ 의 그래프의 개형은? [1 점]

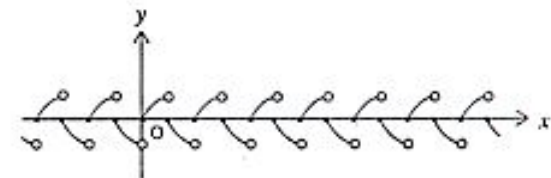
①



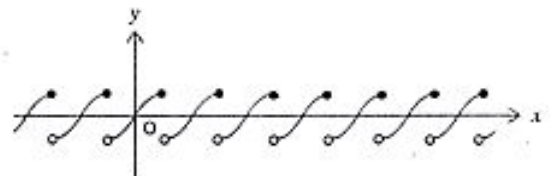
②



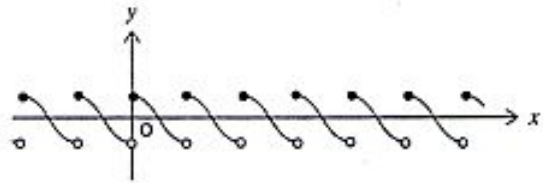
③



④



⑤



15. 그림과 같은 자동차 경주 코스를 두 자동차 A, B가 같은 방향으로 돌고 있다. 자동차 A, B의 속력은 각각 a km/분과 b km/분이고, 경주 코스 한 바퀴의 길이는 c km이다.

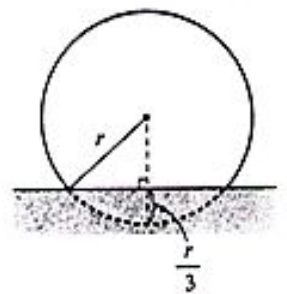


$$3a - 3b = 2c$$

가 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은? [1.5 점]

- ① 3분마다 A는 B보다 두 바퀴 더 돈다.
② 3분마다 A는 B보다 한 바퀴 더 돈다.
③ 2분마다 A는 B보다 세 바퀴 더 돈다.
④ 2분마다 B는 A보다 두 바퀴 더 돈다.
⑤ 2분마다 B는 A보다 세 바퀴 더 돈다.

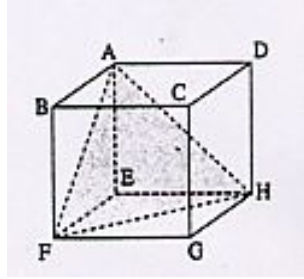
16. 반지름의 길이가 r 인 공이 잔잔한 물 위에 떠 있다. 오른쪽 그림과 같이 공의 수면 아래 부분의 깊이가 $\frac{r}{3}$ 일 때, 다음 중에서 수면 위에 있는 부분의 부피를 나타내는 수학적 표현은? [1.5 점]



- ① $\pi \int_{\frac{r}{3}}^{2r} (r^2 - y^2) dy$
② $\pi \int_{-\frac{2}{3}r}^r (r^2 - y^2) dy$
③ $\pi \int_{-\frac{2}{3}r}^r (r - y)^2 dy$
④ $\pi \int_{\frac{r}{3}}^{2r} (r - \sqrt{r^2 - y^2})^2 dy$
⑤ $\pi \int_{\frac{r}{3}}^r (r - \sqrt{r^2 - y^2})^2 dy$

수리·탐구 영역(I)

17. 오른쪽 정육면체에서 임의의 세 꼭지점을 택하여 삼각형을 만들 때, 그림과 같은 정삼각형과 합동인 삼각형을 만들 수 있는 방법의 수는? [1.5 점]



- ① 4
② 6
③ 8
④ 12
⑤ 24

18. 다음은 제품 P_n 을 만드는 방법과 소요시간에 대한 설명이다.
(단, $n = 2^k$, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$)

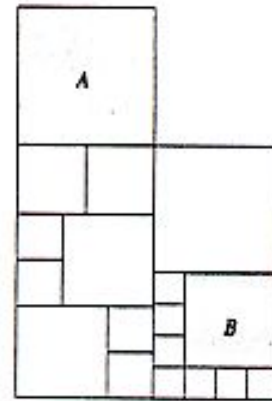
- 가. 제품 P_1 을 한 개 만드는 데 걸리는 시간은 1이다.
나. 제품 P_1 을 차례대로 두 개 만든 다음에 이를 연결하면 제품 P_2 가 만들어진다.
다. 제품 P_n 을 차례대로 두 개 만든 다음에 이를 연결하면 제품 P_{2n} 이 한 개 만들어진다. 이 때 제품 P_n 을 두 개 연결하는데 걸리는 시간은 $2n$ 이다.

이 때, 제품 P_{16} 을 한 개 만드는 데 걸리는 시간은? [1 점]

- ① 32 ② 64
③ 80 ④ 96
⑤ 112

19. 아래 그림은 정사각형들을 붙여 놓은 것이다. 정사각형 A의

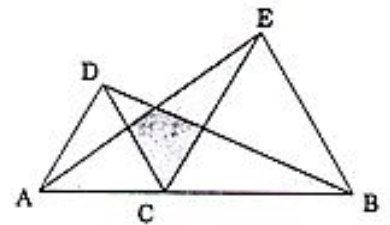
한 변의 길이와 B의 한 변의 길이의 비는? [1.5 점]



- ① 4 : 3 ② 8 : 5
③ 15 : 12 ④ 16 : 11
⑤ 17 : 13

20. 오른쪽 그림과 같이 선분

AB 위에 한 점 C를 잡고 선분 AB의 위쪽에 두 정삼각형 ACD, BCE를 만들었다. 다음은



$$\overline{AE} = \overline{DB}$$

임을 증명한 것이다.

(증명)

정삼각형 ACD에서 [가] (1)

정삼각형 BCE에서 [나] (2)

또, $\angle ACD = \angle ECB = 60^\circ$ 이므로

$$\angle ACE = 60^\circ + \angle DCE = \angle DCB \text{ (3)}$$

(1), (2), (3)에서 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인 각의 크기가 같으므로

$$\triangle ACE \cong \triangle DCB$$

따라서 $\overline{AE} = \overline{DB}$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [1 점]

- | [가] | [나] |
|-----------------------------------|---------------------------------|
| ① $\overline{AC} = \overline{AD}$ | $\overline{CE} = \overline{BE}$ |
| ② $\overline{AC} = \overline{DC}$ | $\overline{CE} = \overline{BE}$ |
| ③ $\overline{AD} = \overline{CD}$ | $\overline{CB} = \overline{BE}$ |
| ④ $\overline{AC} = \overline{AD}$ | $\overline{CE} = \overline{CB}$ |
| ⑤ $\overline{AC} = \overline{DC}$ | $\overline{CE} = \overline{CB}$ |

수리·탐구 영역(I)

21. 다음은 ‘ p 가 짝수, q 가 홀수이면 방정식 $x^2 + px - 2q = 0$ 은 정수근을 갖지 않는다’는 것을 증명한 것이다.

(증명)

x 가 (가) 이면 x^2 은 (가) 이고 $px - 2q$ 는 짝수이다.

따라서 $x^2 + px - 2q$ 가 (가) 가 되므로 (나) 이 될 수 없다.

x 가 (다) 이면 $x^2 + px$ 는 4의 배수이고 $2q$ 는 4의 배수가 아니다.

그런데 (라) 이므로 모순이다.

따라서, 이 방정식은 정수근을 갖지 않는다.

위의 증명에서 (가)~(라)에 알맞은 것은? [1.5 점]

- | | (가) | (나) | (다) | (라) |
|---|-----|------|-----|-----------------|
| ① | 짝수, | 0, | 홀수, | $x^2 + px = 2q$ |
| ② | 짝수, | 이차식, | 홀수, | $2q$ 는 짝수 |
| ③ | 정수, | 0, | 짝수, | $x^2 + px = 2q$ |
| ④ | 홀수, | 이차식, | 짝수, | $2q$ 는 짝수 |
| ⑤ | 홀수, | 0, | 짝수, | $x^2 + px = 2q$ |

22. 1부터 10까지 자연수가 하나씩 적힌 열 개의 공이 들어 있는 상자가 있다. 이 상자 안의 공들을 잘 섞은 후에 차례로 두 개의 공을 꺼낼 때, 두 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 처음 꺼낸 공에 적힌 수보다 큰 수일 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다. 다음은 이에 대한 증명이다. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다)

(증명)

처음 꺼낸 공에 적힌 수를 X_1 , 두 번째 꺼낸 공에 적힌 수를 X_2 라 하고 구하는 확률을 p 라 하자. 1부터 10까지의 자연수 n 에 대하여 $X_1 = n$ 인 사건을 A_n 이라 하고,

$X_2 \geq n + 1$ 인 사건을 B_n 이라 하자. 그러면

$$\begin{aligned} p &= \sum_{n=1}^{10} \boxed{\text{(가)}} \cdot P(A_n) \\ &= \sum_{n=1}^9 \frac{10-n}{9} \cdot \boxed{\text{(나)}} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [1.5 점]

- | | (가) | (나) |
|---|-------------------|----------------|
| ① | $P(A_n \cap B_n)$ | $\frac{1}{10}$ |
| ② | $P(B_n)$ | $\frac{1}{10}$ |

③ $P(B_n)$ $\frac{1}{9}$

④ $P(B_n | A_n)$ $\frac{9}{10}$

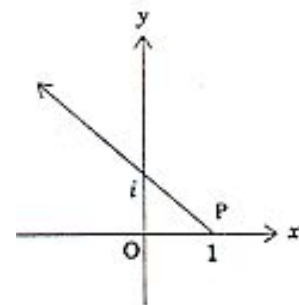
⑤ $P(B_n | A_n)$ $\frac{1}{10}$

23. 함수 $f(x) = \frac{x^2}{4} + a$ ($x \geq 0$)의 역함수를

$g(x)$ 라 할 때, 방정식 $f(x) = g(x)$ 가 음이 아닌 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a 의 값의 범위는? [1.5 점]

- | | |
|------------------|---------------|
| ① $0 \leq a < 1$ | ② $a \geq 0$ |
| ③ $a < 1$ | ④ $0 < a < 2$ |
| ⑤ $a < 2$ | |

24. 복소평면 위의 점 $P(1)$ 에서 i 를 지나는 반직선 위의 점들의 집합을 A 라 하자. $z^5 = 1$ 을 만족하는 서로 다른 5개의 복소수 중에서 A 의 적당한 원소와의 곱이 실수가 되는 원소의 개수는? (단, $i = \sqrt{-1}$) [1.5 점]



- | | |
|-----|-----|
| ① 1 | ② 2 |
| ③ 3 | ④ 4 |
| ⑤ 5 | |

수리·탐구 영역(I)

25. 좌표평면 위의 세 점

$$A(0, 2),$$

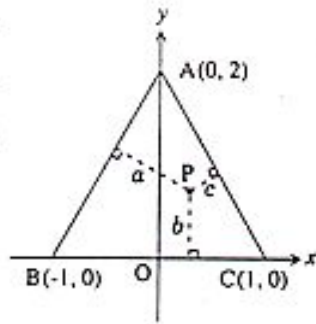
$B(-1, 0), C(1, 0)$ 으로 이루어지는 $\triangle ABC$ 의 내부 또는 변

위의 점 P 에서 변

AB, BC, CA 까지의 거리를 각각 a, b, c 라 하자.

$$4b = 5(a + c)^2 \text{ 일 때, 점}$$

P 의 자취는? [2 점]



- ① 한 점
- ② x 축에 평행인 선분
- ③ y 축에 평행인 선분
- ④ 포물선의 일부인 곡선
- ⑤ 원의 일부인 곡선

26. 좌표공간에서 두 개의 구

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6,$$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$$

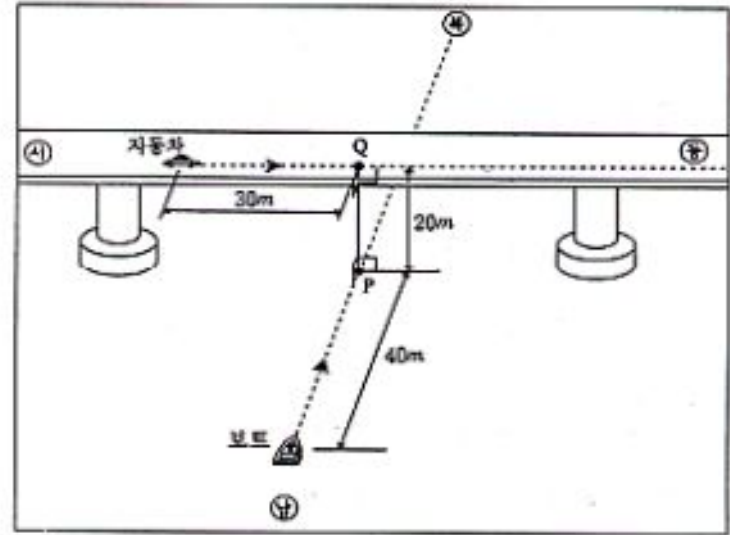
가 만나서 생기는 원을 포함하는 평면을 α 라 하자. 평면 α 와

xy 평면이 이루는 각의 크기를 θ 라고 할 때, $\cos \theta$ 의 값은?

(단, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) [2 점]

- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ⑤ $\frac{3}{4}$

27. 보트가 남쪽에서 북쪽으로 10 m/초 의 등속도로 호수 위를 지나가고 있다. 수면 위 20 m 의 높이에 동서로 놓인 다리 위를 자동차가 서쪽에서 동쪽으로 20 m/초 의 등속도로 달리고 있다. 옆의 그림과 같이 지금 보트는 수면위의 점 P 에서 남쪽 40 m , 자동차는 다리위의 점 Q 에서 서쪽 30 m 지점에 각각 위치해 있



다. 보트와 자동차 사이의 거리가 최소가 될 때의 거리는? (단, 자동차와 보트의 크기는 무시하고, 선분 PQ 는 보트와 자동차의 경로에 각각 수직이다.) [1.5 점]

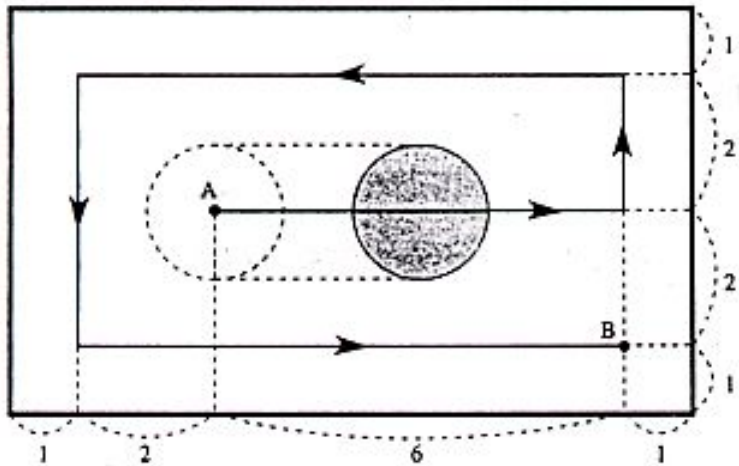
- ① 21 m
- ② 24 m
- ③ 27 m
- ④ 30 m
- ⑤ 33 m

28. 대학수학능력시험 수리·탐구 영역(I)의 문항수는 30개이고 배점은 40점이다. 문항별 배점은 1점, 1.5점, 2점의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 1점짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가? [1.5 점]

- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

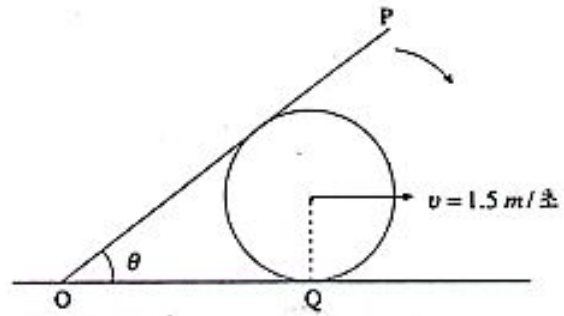
수리·탐구 영역(I)

29. 가로 길이가 10, 세로 길이가 6인 오른쪽 그림과 같은 직사각형의 내부에서 반지름의 길이가 1인 원이 지나간 자리에는 형광 페인트가 칠해진다고 한다. 원의 중심이 그림과 같이 A부터 B까지 화살표 방향의 경로를 따라 움직일 때, 직사각형의 영역 중 형광 페인트가 칠해지지 않는 부분의 넓이는? (단, 경로를 구성하는 모든 선분은 직사각형의 변에 평행하거나 수직이다.) [2점]



- ① 0
② $10 - \frac{5}{2}\pi$
③ $8 - 2\pi$
④ $6 - \frac{3}{2}\pi$
⑤ $4 - \pi$

30. 반지름의 길이 1 m인 원판에 기대어 있는 막대 \overline{OP} 의 한 끝은 옆 그림과 같이 평평한 지면 위의 한 점 O에 고정되어 있다. 원판이 지면과 접하는 점을 Q라 하자. 원판의 중심이 오른쪽으로 지면과 평행하게 등속도 1.5 m/초로 움직인다. $\overline{OQ} = 2$ m 되는 순간, 막대 \overline{OP} 가 지면과 이루는 각의 크기 θ 의 시간에 대한 순간변화율은? (단, 단위는 라디안/초이다) [2점]



- ① $-\frac{3}{5}$
② $-\frac{3}{2}$
③ $-\frac{3}{10}$
④ $-\frac{\sqrt{5}}{6}$
⑤ $-\frac{3}{2\sqrt{5}}$

※ 확인 사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.
- 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.