2000 학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시

수리·탐구 영역(I)

(자 연 계)

성명		수험번호			—					

홀수형 1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 주관 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

---

1. $\log_7 \frac{1}{\sqrt{7}}$ 의 값은? [2 점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

2. 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 에 대하여

$$|\vec{a}|=2,\ |\vec{b}|=3,\ |\vec{a}-2\vec{b}|=6$$

일 때, 내적 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 의 값은? [2 점]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

3. $4\cos^2 x+4\sin x=5$ 일 때, $\sin x$ 의 값은? [2 점]

① $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

4. 정적분 $\int_e^{e^2} \frac{3(\ln x)^2}{x}\,dx$ 의 값은? [2 점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

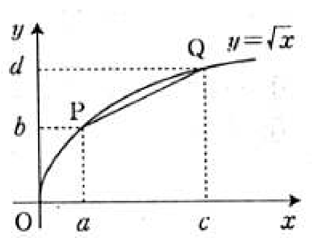
5. 복소수 z가

$$z+\bar{z}=2,\ \arg(z)=\frac{\pi}{3}$$

를 만족시킬 때, z^3의 값은? (단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이며, $\arg(z)$는 z의 편각이다.) [2점]

① $8+3\sqrt{3}i$　② $-8-3\sqrt{3}i$　③ $8i$
④ -2　⑤ -8

6. 함수 $y=\sqrt{x}$의 그래프 위의 두 점 P(a,b), Q(c,d)에 대하여 $\frac{b+d}{2}=1$ 일 때, 직선 PQ의 기울기는? (단, $0<a<c$) [3점]



① $\frac{1}{5}$　② $\frac{1}{4}$　③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$　⑤ 1

7. 시간 t에 따라 감소하는 함수 $f(t)$에 대하여

$$f(t+c)=\frac{1}{2}f(t)$$

를 만족시키는 양의 상수 c를 $f(t)$의 반감기라 한다. 함수 $f(t)=3^{-t}$ 의 반감기는? [3점]

① $\frac{1}{3}\log_3 2$　② $\frac{1}{2}\log_3 2$　③ $\log_3 2$
④ $2\log_3 2$　⑤ $3\log_3 2$

8. 고대 인도의 수학자 바스카라는 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$\sqrt{a+\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{\boxed{}}}{2}}+\sqrt{\frac{a-\sqrt{\boxed{}}}{2}}$$

$\boxed{}$ 안에 알맞은 것은? (단, $a\geq b\geq 1$) [2점]

① b　② a^2-b　③ a^2+b
④ $a+b$　⑤ $a-b$

9. 전체집합 $U=\{1, 2, 3, \cdots, 100\}$ 의 부분집합 A 에 대하여 $f(A)$ 를 A 에 속하는 모든 원소의 합이라고 하자. U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $f(\phi)=0$) [3 점]

<보 기>

ㄱ. $f(A^c)=f(U)-f(A)$

ㄴ. $A \subset B$ 이면, $f(A) \leq f(B)$ 이다.

ㄷ. $f(A \cup B)=f(A)+f(B)$

① ㄴ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 1 이 두 번만 나타나는 이진법의 수를 작은 수부터 차례로 배열하여 얻은 수열

$11_{(2)}$, $101_{(2)}$, $110_{(2)}$, $1001_{(2)}$, $1010_{(2)}$, $1100_{(2)}$, $\cdots$

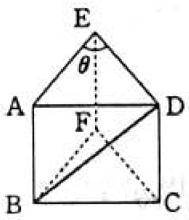
의 제 56 항과 같은 수는? [3 점]

① 2^9+1　② $2^{10}+2^9$　③ $2^{11}+1$
④ $2^{11}+2^{10}$　⑤ $2^{13}+1$

11. 곡선 $x^3-xy^2=10$ 위의 점 $(-2, 3)$에서의 접선의 기울기는? [3 점]

① $-\frac{1}{4}$　② $-\frac{1}{6}$　③ 0　④ $\frac{1}{6}$　⑤ $\frac{1}{4}$

12. 오른쪽 삼각기둥에서 두 정사각형 ABFE 와 CDEF 의 한 변의 길이는 1 이다. $\angle AED=\theta$ 일 때, 선분BD 의 길이를 θ 의 함수로 나타낸 것은? [3 점]

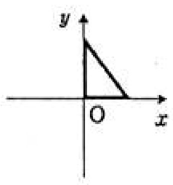


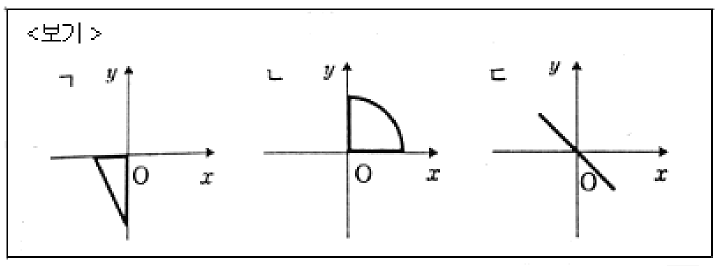
① $\sqrt{3-2\cos\theta}$　② $\sqrt{3+2\cos\theta}$　③ $\sqrt{3}$
④ $\sqrt{3-2\sin\theta}$　⑤ $\sqrt{3+2\sin\theta}$

13. 주사위를 한 번 던져 나오는 눈의 수를 4로 나눈 나머지를 확률변수 X라 하자. X의 평균은? (단, 주사위의 각 눈이 나올 확률은 모두 같다.) [3점]

① 2 ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

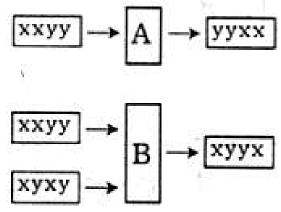
14. 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형이 일차변환에 의해 옮겨질 수 있는 도형을 <보기> 중에서 모두 고른 것은? [2점]



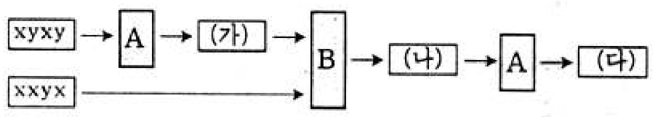


① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

15. 두 개의 논리상자 A와 B가 있다. 논리상자 A는 문자 x와 y로 이루어진 네 자리 문자열을 x는 y로, y는 x로 바꾼다. 논리 상자 B는 두 개의 네 자리 문자열을 각 자리의 문자가 서로 같으면 x, 서로 다르면 y인 하나의 네 자리 문자열로 바꾼다.



다음과 같은 논리 회로에 두 문자열 xyxy, xxyx를 입력하였을 때, 출력 (다)에 들어갈 문자열은? [3점]



① xxxx ② xxxy ③ xxyy
④ xyyy ⑤ yyyy

16. 음이 아닌 정수 n에 대하여 n을 5로 나눈 나머지를 $f(n)$, 10으로 나눈 나머지를 $g(n)$이라 하자. <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

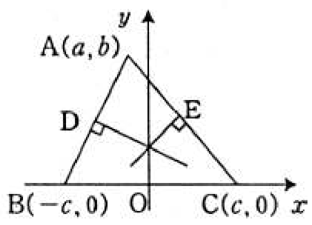
ㄱ. $f(f(n))=f(n)$
ㄴ. $g(f(n))=g(n)$
ㄷ. $f(g(n))=f(n)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

17. 다음은 △ABC 의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명한 것이다.

<증 명>

직선 BC 를 x 축, 변 BC 의 수직 이등분선을 y 축으로 잡고, $A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$ 라고 하자, (단, $b \neq 0$, $c > 0$)



(i) $a \neq c$ 이고 $a \neq -c$ 일때

직선 AC 의 기울기는 $\dfrac{b}{a-c}$ 이므로, 변 AC 의 중점 E 를 지나고 변 AC 에 수직인 직선의 방정식은

$$y = \boxed{\text{(가)}}\left(x - \frac{a+c}{2}\right) + \frac{b}{2} = \boxed{\text{(가)}}\,x + \boxed{\text{(나)}} \cdots ①$$

같은 방법으로, 변 AB 의 중점 D 를 지나고 변 AB 에 수직인 직선의 방정식은

$$y = -\frac{a+c}{b}x + \boxed{\text{(나)}} \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

두 직선 ①, ② 의 y 절편이 같으므로 세 변의 수직 이등분선은 y 축 위의 점 (0, $\boxed{\text{(나)}}$)에서 만난다.

따라서, △ABC 의 세 변의 수직 이등분선은 한 점에서 만난다.

(ii) $a = c$ 또는 $a = -c$ 일때,

△ABC 는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이므로, 세 변의 수직 이등분선은 D 또는 E 에서 만난다.

따라서 △ABC 의 세 변의 수직 이등분선은 한 점에서 만난다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [3 점]

① $-\dfrac{a-c}{b}$, $\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형

② $-\dfrac{a-c}{b}$, $\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 정삼각형

③ $-\dfrac{a-c}{b}$, $\dfrac{-a^2+b^2-c^2}{2b}$, 이등변삼각형

④ $\dfrac{a-c}{b}$, $\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 이등변삼각형

⑤ $\dfrac{a-c}{b}$, $\dfrac{-a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형

18. 다음은 $4k+3$ 꼴의 소수가 무수히 많음을 증명한 것이다. (단, k 는 음이 아닌 정수이다.)

<증 명>

$4k+3$ 꼴의 소수가 유한개 있다고 가정하고, 이것을 3, 7, 11, 19, ⋯, p 라 하자.

$n = 4(7 \cdot 11 \cdot 19 \cdot \cdots \cdot p)+3$ 이라 하면, n 은 3, 7, 11, 19, ⋯, p 로 $\boxed{\text{(가)}}$. n 의 모든 소인수는 $4k+1$ 또는 $4k+3$ 꼴의 정수이고, $4k+1$ 꼴의 두 정수를 곱하면 $\boxed{\text{(나)}}$ 꼴의 정수이다. 그러므로, n 의 모든 소인수가 $\boxed{\text{(나)}}$ 꼴이면, n 도 $\boxed{\text{(나)}}$ 꼴이다. 이것은 모순이므로, n 은 $\boxed{\text{(다)}}$ 꼴의 소인수 q 를 갖는다. n 은 q 로 나누어 떨어지므로, q 는 3, 7, 11, 19, ⋯, p 가 아닌 $4k+3$ 꼴의 소수가 존재한다. 이것은 가정에 모순이다.

따라서, $4k+3$ 꼴의 소수는 무수히 많다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [2 점]

① 나누어 떨어진다. $4k+1$, $4k+1$

② 나누어 떨어진다. $4k+3$, $4k+3$

③ 나누어 떨어지지 않는다. $4k+3$, $4k+1$

④ 나누어 떨어지지 않는다. $4k+1$, $4k+1$

⑤ 나누어 떨어지지 않는다. $4k+1$, $4k+3$

19. $0 \le \theta \le 2\pi$ 일 때, $\dfrac{1}{3+4\sin^2\theta}+\dfrac{1}{3+4\cos^2\theta}$ 의 최소값은? [3점]

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{2}{5}$ ③ $\dfrac{3}{10}$ ④ $\dfrac{1}{5}$ ⑤ $\dfrac{1}{10}$

20. 이차곡선

$$x^2-4x+9y^2-5=0$$

과 중심이 (2, 0)이고 반지름의 길이가 a 인 원이 서로 다른 네 점에서 만날 때, a 의 범위는? [3점]

① $0<a\leqq 2$ ② $1<a<3$ ③ $2\leqq a<4$
④ $0<a<4$ ⑤ $a\geqq 2$

21. 연립부등식

$$\begin{cases} 7-x \geqq 3|x-3| \\ \dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x-3} \geqq 0 \end{cases}$$

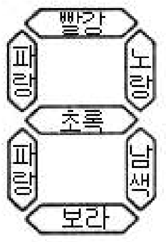
를 만족시키는 x 의 범위는? [3점]

① $x<1,\ 3<x\leqq 4$ ② $x<1,\ x\geqq 4$
③ $1<x\leqq 2,\ x\geqq 4$ ④ $1<x<3,\ 3<x\leqq 4$
⑤ $1<x\leqq 2,\ 3<x\leqq 4$

22. 어떤 원자의 에너지는 주양자수 n 인 에너지 상태에는 $2n^2$ 개의 서로 다른 궤도가 존재한다. 주양자수가 $n=1, 2, 3, \cdots, 9$ 인 에너지 상태에 있는 모든 궤도의 수는? (단, 주양자수가 다른 에너지 상태에 있는 궤도들은 서로 다르다.) [3점]

① 770 ② 570 ③ 408 ④ 350 ⑤ 182

23. 입력값의 전체 집합 $U=\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$에 대하여, 빨강에서 보라까지 7개의 전등으로 구성된 숫자판을 다음과 같이 점등하고자 한다.



입력값	이진법 표현	점등 모양
0	$00_{(2)}$	
1	$01_{(2)}$	
2	$10_{(2)}$	
3	$11_{(2)}$	

입력값을 이진법의 수로 $pq_{(2)}$와 같이 표현하였을 때, p가 1인 입력값의 집합을 P, q가 1인 입력값의 집합을 Q라 하자. 빨간 전등이 점등되는 모든 입력값의 집합을 올바르게 나타낸 것은? [3점]

① P ② Q ③ $P\cup Q^c$
④ $P^c\cup Q$ ⑤ $P^c\cap Q^c$

24. 컴퓨터 중앙처리장치의 속도는 1985년 1MHz 이던 것이 매 3년마다 약 4배의 비율로 빨라지고 있다. 한 연구에 의하면, 현재 기술로 이와 같은 발전을 지속할 수 있는 중앙처리장치 속도의 한계는 약 4,000MHz 라고 한다. 이 연구에서 현재 기술이 한계에 도달할 것으로 예측되는 해는? (단, MHz 는 중앙처리장치 속도의 단위이며, $\log 2=0.3$ 으로 계산한다.) [3점]

① 2003년 ② 2006년 ③ 2009년
④ 2012년 ⑤ 2024년

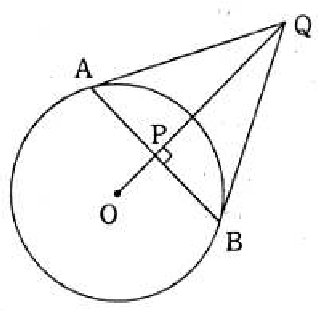
주관식 문항 (25~30)

25. 다항식 $x^3+5x^2+10x+6$이 $(x+a)(x^2+4x+b)$로 인수분해될 때, $a+b$의 값을 구하시오. [2점]

26. 다항함수 $f(x)$가 $\int_2^x f(t)dt=x^2+ax+2$를 만족시킬 때, $f(10)$의 값을 구하시오. [3점]

27. 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭인 두 직선 $y=ax$, $y=bx$ 가 이루는 각이 $30°$ 일 때, $3(a^2+b^2)$의 값을 구하시오. [3 점]

28. 반지름의 길이가 10 인 원 O 의 내부에 한 점 P 가 있다. 점 P 를 지나고 직선 OP 에 수직인 직선이 원과 만나는 두 점을 A, B 에서의 두 접선의 교점을 Q 라 하자.
$\overline{OP}=5$ 일 때, 선분 PQ 의 길이를 구하시오. [2 점]



29. 1 에서 10 까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 수를 임의로 선택할 때, 선택된 두 수의 곱이 짝수가 되는 경우의 수를 구하시오. [3 점]

30. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 부등식 $x+a \leq x^2 \leq 2x+b$ 가 항상 성립할 때, $b-a$ 의 최소값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. [3 점]

※ 확인 사항
- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.