

제 2 교시

# 수리·탐구 영역(I)

자 연 계

성명

수험번호

			—				
--	--	--	---	--	--	--	--

홀수형

1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 ‘수험생이 지켜야 할 일’에 따라 표기하시오.
- 주관 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1.  $\left\{\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{2}{3}}\right\}^{\frac{9}{4}}$  의 값은? [2 점]

- ①  $\frac{8}{27}$     ②  $\frac{16}{61}$     ③  $\frac{81}{16}$     ④  $\frac{27}{8}$     ⑤  $\frac{64}{81}$

2.  $\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}$  의 값은? [2 점]

- ①  $-2$     ②  $-\sqrt{3}$     ③  $1$     ④  $\sqrt{3}$     ⑤  $2$

3. 다항식  $2x^3 + x^2 + 3x$  를  $x^2 + 1$  로 나눈 나머지는? [3 점]

- ①  $x-1$     ②  $x$     ③  $1$   
④  $x+3$     ⑤  $3x-1$

4. 함수  $y = \frac{\ln x}{x}$  가 최대값을 가질 때의  $x$  의 값은? [2 점]

- ①  $1$     ②  $e$     ③  $\frac{1}{e}$     ④  $2e$     ⑤  $e^2$

5. 두 복소수  $z_1 = i$ ,  $z_2 = 1 + i$  에 대하여 다음 중 편각의 크기가 가장 큰 것은? (단,  $i = \sqrt{-1}$  이고, 편각의 크기  $\theta$  의 범위는  $0 \leq \theta < 2\pi$  로 한다.) [2 점]

- ①  $4z_1$     ②  $z_1 + z_2$     ③  $z_1 - z_2$   
④  $z_1 z_2$     ⑤  $\frac{z_1}{z_2}$

### 수리·탐구 영역(I)

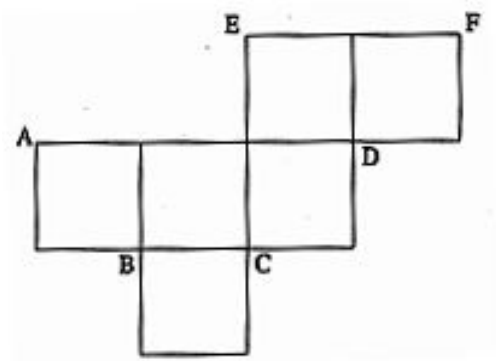
6. 좌표평면에서, 다음 함수 중 그 그래프가 임의의 직선과 항상 만나는 것은? [3 점]

- ①  $y = |x|$       ②  $y = x^2$       ③  $y = \sqrt{x}$   
 ④  $y = x^3$       ⑤  $y = \frac{1}{x}$

7. 이차방정식  $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$  의 한 근이 1 일 때 다른 한 근은? (단,  $m$  은 상수) [2 점]

- ① 3      ② 2      ③ 0      ④ -1      ⑤ -3

8. 다음은 어떤 정육면체의 전개도이다.



원래의 정육면체에서 벡터  $\overrightarrow{AB}$  와 같은 것은? [3 점]

- ①  $\overrightarrow{CD}$       ②  $\overrightarrow{DC}$       ③  $\overrightarrow{ED}$       ④  $\overrightarrow{DE}$       ⑤  $\overrightarrow{FD}$

9. 쌍곡선  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  위의 점  $(a, b)$ 에서의 접선과  $x$  축,  $y$

축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는? (단,  $a > 0$ ,  $b > 0$ ) [3 점]

- ①  $\frac{36}{ab}$       ②  $\frac{54}{ab}$       ③  $\frac{72}{ab}$       ④  $\frac{90}{ab}$       ⑤  $\frac{108}{ab}$

10. 실수  $x$  에 대하여  $x$  보다 크지 않은 최대의 정수를  $[x]$ 라 할 때, 다음 중 방정식

$$[x]^2 + [x] - 2 = 0$$

과 같은 해를 갖는 부등식은? [3 점]

- ①  $\frac{(x+2)(x-2)}{(x+1)(x-1)} \leq 0$   
 ②  $\frac{(x+1)(x+2)}{(x-1)(x-2)} \leq 0$   
 ③  $\frac{1}{(x+1)(x-1)} \leq 0$   
 ④  $\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-2)} \leq 0$   
 ⑤  $\frac{(x-2)(x-3)}{(x+2)(x+3)} \leq 0$

수리·탐구 영역(I)

11. 오른쪽 그림과 같이 1부터 9까지 숫자가 쓰여진 표적이 있다. 5명의 사격선수 A, B, C, D, E가 10발씩 사격하여 맞춘 10개의 수의 평균이 모두 5가 되었다. 5명이 사격한 결과는 다음과 같다.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

**A**

1	2	3
4	5	6
7	8	9

**B**

1	2	3
4	5	6
7	8	9

**C**

4	2	3
4	5	6
7	8	9

**D**

1	2	3
4	5	6
7	8	9

**E**

1	2	3
4	5	6
7	8	9

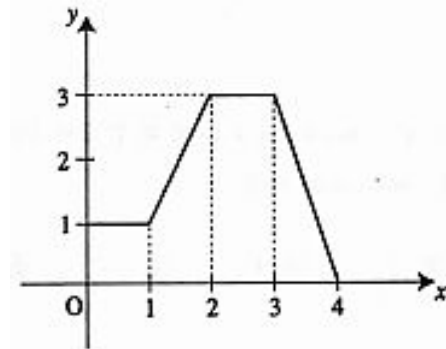
5명 중 맞춘 10개 수의 표준편차가 가장 작은 사람은? [2점]

- ① A      ② B      ③ C      ④ D      ⑤ E

12.  $(\frac{1+i}{1-i})^{1998}$ 의 값은? (단,  $i=\sqrt{-1}$ 이다.) [2점]

- ① -1      ② 1      ③ -i      ④ i      ⑤ 1998

13. 다음 그림은  $0 \leq x \leq 4$ 에서 정의된 함수  $y=f(x)$ 의 그래프이다. 정적분  $\int_0^1 f(2x+1)dx$ 의 값은? [2점]



- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

14. 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 동전의 앞면과 뒷면이 나올 확률은 같다.) [2점]

- <보 기>
- ㄱ. 동전을 10회 던질 때 앞면이 4회 나타날 확률과 앞면이 6회 나타날 확률은 같다.
- ㄴ. 동전을 10회 던질 때 앞면이 5회 나타날 확률과 20회 던질 때 앞면이 10회 나타날 확률은 같다.
- ㄷ. 동전을 10회 던질 때 앞면이 나타날 횟수가 5회 이하일 확률은 0.5보다 크다.

- ① ㄱ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄱ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

### 수리·탐구 영역(I)

15. 수열  $\{a_n\}$ 은 처음 6개 항  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ 이 서로  
다르고,  $a_{n+6} = a_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ )을 만족시킨다.

다음과 같이 정의된 수열  $\{b_n\}$  중  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$   
의 값이 모두 나타나는 것은? [3 점]

- ①  $b_n = a_{2n+1}$
- ②  $b_n = a_{3n+1}$
- ③  $b_n = a_{4n+1}$
- ④  $b_n = a_{5n+1}$
- ⑤  $b_n = a_{6n+1}$

16. 임의의 자연수  $n$ 에 대하여,  $n$ 의 양의 약수들의 총합을  $f(n)$   
이라 하자. 예를 들면,  $f(3) = 4$ ,  $f(4) = 7$ 이다. 다음 <보기>  
중 옳은 것을 모두 고르면? [2 점]

<보 기>

- ㄱ.  $f(10) = 18$
- ㄴ.  $f(n) = n+1$ 이면  $n$ 은 소수이다.
- ㄷ. 임의의 자연수  $m, n$ 에 대하여,  
 $f(mn) = f(m)f(n)$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 다음은 명제 ‘ $3m^2 - n^2 = 1$ 을 만족하는  $\boxed{\text{(가)}}$ ’에 대한 증명  
에서 중간 부분을 적은 것이다.

<증명>

...(생략)...

$m, n$ 이 정수이고  $3m^2 = n^2 + 1$ 이므로,  $n^2 + 1$ 은 3의  
배수이다.

한편, 정수  $n$ 이 어떤 정수  $k$ 에 대하여,

$n = 3k$ 이면

$$n^2 = (3k)^2 = 9k^2 = 3(3k^2),$$

$n = 3k + 1$ 이면

$$n^2 = (3k + 1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1,$$

$n = 3k + 2$ 이면

$$n^2 = (3k + 2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1$$

이므로,  $n^2$ 을 3으로 나눈 나머지는 0 또는 1이다.

따라서  $n^2 + 1$ 을 3으로 나눈 나머지는 1 또는 2이다.

...(생략)...

다음 중 위의  $\boxed{\text{(가)}}$ 에 가장 알맞은 것은? [2 점]

- ①  $m, n$  중 적어도 하나는 정수이다.
- ②  $m, n$  중 어느 것도 정수가 아니다.
- ③  $m, n$ 이 모두 정수인 해가 적어도 하나 있다.
- ④  $m, n$ 이 모두 정수인 해가 오직 하나 있다.
- ⑤  $m, n$ 이 모두 정수인 해는 없다.

수리·탐구 영역(I)

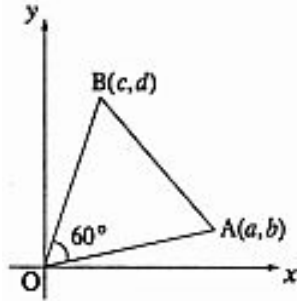
18. 다음은 명제 ‘좌표평면에서 세 꼭지점의 좌표가 모두 유리수인 정삼각형이 존재하지 않는다.’를 증명한 것이다.

<증명> 세 꼭지점의 좌표가 모두 (가) 인 정삼각형이 존재한다고 가정하자.

이 삼각형을 평행이동하여 오른쪽 그림과 같이 한 꼭지점이 좌표평면의 원점 O에 놓이도록 했을 때, 다른 꼭지점을 각각  $A(a, b)$ ,  $B(c, d)$ 라 하면,  $a, b, c, d$ 는 모두 (나) 가 된다. 그런데 B는 A를 원점을 중심으로  $60^\circ$  만큼 회전이동한 점이므로

$$c = \frac{1}{2}a - \frac{\sqrt{3}}{2}b, \quad d = \frac{\sqrt{3}}{2}a + \frac{1}{2}b$$

이다. 여기서  $b \neq 0$ 이면  $c$ 가 (다) 가 되고,  $b = 0$ 이면  $a \neq 0$  이므로  $d$ 가 (다) 가 된다, 이는 가정에 모순이다.



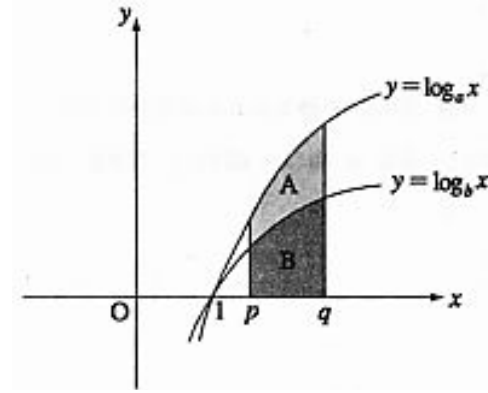
위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면? [3 점]

- ① 유리수, 유리수, 무리수
- ② 무리수, 유리수, 무리수
- ③ 유리수, 무리수, 유리수
- ④ 유리수, 유리수, 유리수
- ⑤ 무리수, 유리수, 유리수

19. 그림과 같이 두 직선  $x = p$ ,  $x = q$ 와  $x$ 축 및 곡선  $y = \log_a x$ 로 둘러싸인 부분을 곡선  $y = \log_b x$ 가 두 부분 A와 B로 나눈다.

A와 B의 넓이를 각각  $\alpha$ ,  $\beta$ 라 할때,  $\frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

(단,  $1 < a < b$ ,  $1 < p < q$ ) [3 점]



- ①  $(\frac{b}{a} - 1)(q - p)$
- ②  $\frac{a}{b} - 1$
- ③  $\log_a b - 1$
- ④  $\log_b a - 1$
- ⑤  $(q - p) \log_b a$

20. 수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킨다. 무한급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}a_{n+2}}$ 의 합은? [3 점]

- ①  $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③  $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ 3

수리·탐구 영역(I)

21. 다음은 인공적인 핵분열을 가상적으로 모형화시킨 것이다.

모든 불안정한 원자핵은 두 개의 핵으로 분열하고, 이 때 생긴 핵은 안정할 수도 있고 불안정할 수도 있다. 불안정한 핵은 다시 두 개의 핵으로 분열하고, 이 과정은 안정한 핵들만 남을 때까지 계속된다. 또한 불안정한 핵이 불안정할 때마다 100MeV의 에너지가 생성된다.

어떤 불안정한 원자핵 하나가 위와 같은 핵분열을 거듭한 결과 8개의 안정한 핵들만 남았다면, 이 핵분열 과정에서 생성되는 총 에너지는 몇 MeV 인가? [3 점]

- ① 800    ② 700    ③ 600    ④ 500    ⑤ 400

22. 수질오염의 정도를 수치로 나타내는 한 방법으로 생물학적 지표가 사용된다. 이 지표는 유색생물의 수가 X, 무색생물의 수가 Y 일 때,

$$\frac{Y}{X+Y} \times 100 (\%)$$

로 정의된다. 지난 달 수질검사에서 어떤 호수의 생물학적 지표는 10(%)이었다. 이번 달에 이 호수의 수질을 검사한 결과, 지난 달에 비해 유색생물의 수는 2배, 무색생물의 수는 3배가 되었다. 이번 달 이 호수의 생물학적 지표는 몇 퍼센트(%)인가? [3 점]

- ① 약 14.3%    ② 약 15.2%    ③ 약 16.4%  
④ 약 17.1%    ⑤ 약 18.5%

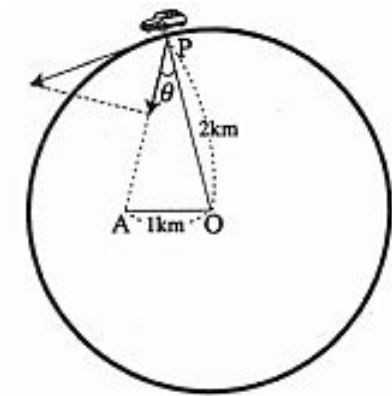
23. 정부가 통일 이후 필요한 통일비용을 마련하기 위해 예산의 일부를 2001년부터 매년 1월 1일 적립한다고 하자. 적립할 금액은 경제성장률을 감안하여 매년 전년도보다 6%씩 증액한다. 2001년 1월 1일부터 10조 원을 적립하기 시작한다면, 2010년 12월 31일까지 적립된 금액의 원리합계는 몇 조 원인가?

(단, 연이율 6%, 1년마다의 복리로 계산하고,  $(1.06)^{10}$ 은 1.8로 계산한다.) [4 점]

- ① 160    ② 162    ③ 180    ④ 198    ⑤ 220

수리·탐구 영역(I)

24. 반지름의 길이가 2km 인 원형의 자동차 시험장에서 초속 20m 의 일정한 속력으로 자동차가 달리고 있다. 원의 중심 O 에서 1km 떨어진 지점 A 에 속도 측정기가 놓여 있어, 자동차의 속도 중 자동차의 위치 P 로부터 A 방향으로의 성분을 측정하고 있다. 이 때,  $\angle APO = \theta$  이면, 이 성분의 크기는  $20 \sin \theta$  (m/초)이다. 이 자동차가 한 바퀴 도는 동안 속도 측정기가 기록하는 최대값은 몇 m/초 인가? [3 점]



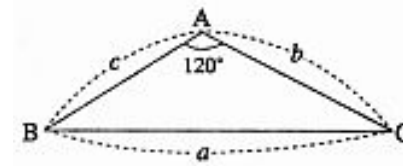
- ① 8    ② 10    ③  $10\sqrt{2}$     ④  $10\sqrt{3}$     ⑤ 20

주관식 문항 (25~30)

25. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$  에 대하여  $A^2$  의 모든 성분의 합을 구하시오.

[2 점]

26.  $\triangle ABC$  에서  $b = 8$ ,  $c = 7$ ,  $\angle A = 120^\circ$  일 때,  $a$  의 값을 구하시오. [3 점]



27. 구  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  위의 점  $(-\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}, 0)$  에서 구에 접하는 평면을  $\alpha$ , 점  $(0, -\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$  에서 구에 접하는 평면을  $\beta$  라 한다. 평면  $\alpha$  위에 있는, 넓이가 100 인 삼각형을 평면  $\beta$  위로 정사영시켜 얻은 도형의 넓이를 구하시오. [3 점]

## 수리·탐구 영역(I)

28. 오른쪽 그림과 같이 4개의 섬이 있다. 3개의 다리를 건설하여 4개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하시오. [3 점]

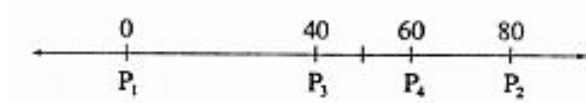


30. 수직선 위에 두 점  $P_1(0)$ 과  $P_2(80)$ 이 있다.

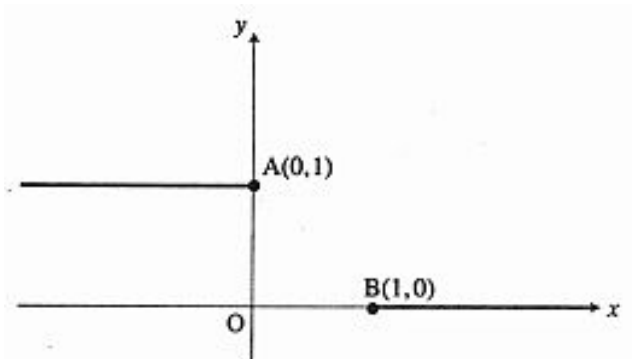
선분  $P_1P_2$ 의 중점을  $P_3(x_3)$ , 선분  $P_2P_3$ 의 중점을  $P_4(x_4), \dots$ ,

선분  $P_nP_{n+1}$ 의 중점을  $P_{n+2}(x_{n+2})$ 라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 의 값을 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하시오. [3 점]



29. 다음 그림은 함수  $y = 1$ 과 함수  $y = 0$ 의 그래프의 일부이다. 두점  $A(0, 1)$ ,  $B(1, 0)$  사이를  $0 \leq x \leq 1$ 에서 정의된 함수  $y = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ 의 그래프를 이용하여 연결하였다. 이렇게 연결된 그래프 전체를 나타내는 함수가 구간  $(-\infty, \infty)$ 에서 미분가능하도록 상수  $a$ ,  $b$ ,  $c$ 의 값을 정할 때,  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하시오. [4 점]



※ 확인 사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.