

제 2 교시

수리·탐구 영역(I)

공 통

성명

수험번호

—

A 형

1

- 먼저 문제지와 답안지에 수험 번호와 성명을 정확히 기입하고, 답안지의 '문제 유형'란에는 수험생이 받은 문제지의 유형(A 또는 B)을 표기하시오.
- 답안지에 수험 번호, 문제 유형, 답안을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.

1. a, x, y 가 양의 실수이고

$$A = \log_a \frac{x^2}{y^3}, \quad B = \log_a \frac{y^2}{x^3}$$

일 때, $3A + 2B$ 와 같은 것은? (단, $a \neq 1$)

- ① $\log_a \frac{1}{x^5}$
- ② $\log_a \frac{1}{y^5}$
- ③ $\log_a \frac{1}{xy}$
- ④ $\log_a \frac{x^5}{y^5}$
- ⑤ $\log_a \frac{x^5}{y^7}$

2. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(a + \frac{b}{n}\right) - f\left(a - \frac{b}{n}\right) \right\}$$

의 값은? (단, $b \neq 0$)

- ① $\frac{1}{b} f'(a)$
- ② 0
- ③ $f'(a)$
- ④ $bf'(a)$

⑤ $2bf'(a)$

3. 행렬 A, B 는 역행렬을 갖는 2차의 정사각행렬이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $(A^2)^{-1} = (A^{-1})^2$
- ② $(B^{-1}AB)^2 = B^{-1}A^2B$
- ③ $A^2 = B^2$ 이면 $A = B$ 또는 $A = -B$ 이다.
- ④ $A^{-1}(A+B)B^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$
- ⑤ $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이면 $x = y = 0$ 이다.

4. 고대 이집트의 수학 문헌인 아메스 파피루스(기원전 1650년경)에는 다음과 같은 문제가 기록되어 있다.

다섯 사람에게 120개의 빵을 나누어 주는데, 각자의 배당몫이 등차수열을 이루고, 가장 적게 배당받는 사람과 그 다음으로 적게 배당받는 사람의 몫의 합이 나머지 세 사람 몫의 합의 $\frac{1}{7}$ 이 되도록 하라.

위와 같이 빵을 나누어 줄 때, 가장 많이 배당받는 사람의 몫은?

- ① 52
- ② 50
- ③ 48
- ④ 46
- ⑤ 44

수리·탐구 영역(I)

5. 두 다항식

$$(1+x+x^2+x^3)^3, (1+x+x^2+x^3+x^4)^3$$

의 x^3 의 계수를 각각 a, b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

- ① $4^3 - 5^3$
 ② $3^3 - 3^4$
 ③ 0
 ④ 1
 ⑤ -1

6. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x)g(x) = 0$$

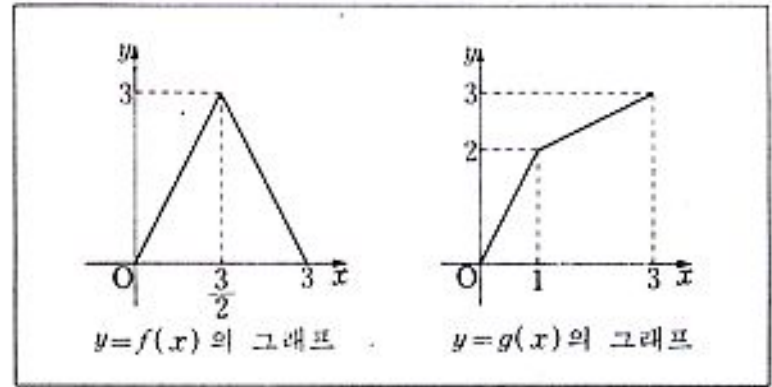
을 만족시킨다. 두 집합

$$A = \{x \mid f(x) = 0\}, \quad B = \{x \mid g(x) = 0\}$$

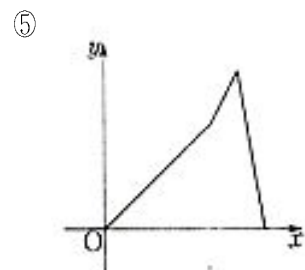
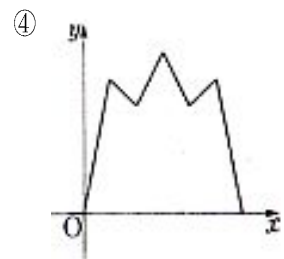
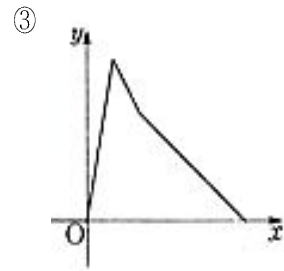
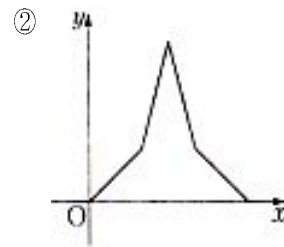
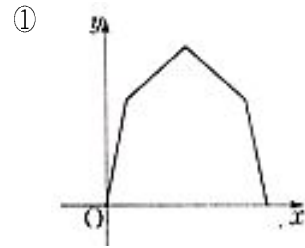
에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① A 와 B 는 모두 무한집합이다.
 ② A 와 B 는 모두 유한집합이다.
 ③ A 가 유한집합이면 B 는 무한집합이다.
 ④ A 가 무한집합이면 B 는 유한집합이다.
 ⑤ A 가 무한집합이면 B 는 무한집합이다.

7. 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 각각 아래 그림과 같다.



다음 중 $y=(g \circ f)(x)$ 의 그래프의 개형은?



수리·탐구 영역(I)

12. 집합 P 는 실수 전체의 집합의 부분집합으로서 다음 성질 (A)와 (B)를 갖는다.

(A) 임의의 실수 a 에 대하여

$$a \in P, \quad a = 0, \quad -a \in P$$

중 적어도 하나는 성립하지만, 두 가지 이상은 동시에 성립하지 않는다.

(B) $a \in P$ 이고 $b \in P$ 이면 $ab \in P$ 이다.

다음은 위의 성질을 이용하여 ‘ $a \in P$ 이면 $\frac{1}{a} \in P$ 이다.’를 증명한 것이다.

(증명) 가정에서 $a \in P$ 이므로 (A)에 의해 $a \neq 0$ 이다.

따라서, 실수 $\frac{1}{a}$ 은 0이 아니므로 (가)에 의하여

$$\frac{1}{a} \in P \text{ 또는 } -\frac{1}{a} \in P \text{이다.}$$

$-\frac{1}{a} \in P$ 인 경우에는 (나)와 가정에 의하여

$$-1 = a \times \left(-\frac{1}{a}\right) \in P \text{이다. 그런데, } -1 \in P \text{라면 (B)에}$$

의하여 $1 = (-1) \times (-1) \in P$ 가 되어 (다)에 모순이다.

따라서, $\frac{1}{a} \in P$ 이다.

위의 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① (A), (B), (A)
- ② (A), (B), (B)
- ③ (B), (A), (A)
- ④ (A), (A), (B)
- ⑤ (B), (A), (B)

13. 좌표평면 위에 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = r^2$ 과 원 밖의 점 $A(5, 4)$ 가 있다. 점 A 에서 원에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, 반지름의 길이 r 의 값은?

- ① $\sqrt{10}$
- ② $\sqrt{11}$
- ③ $\sqrt{12}$
- ④ $\sqrt{13}$

⑤ $\sqrt{14}$

14. 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 를 이은 선분 AB 를 4:3으로 내분하는 점과 외분하는 점의 좌표를 각각 $C(x_3, y_3)$ 과 $D(x_4, y_4)$ 라 하자. 이 때,

$$X \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{pmatrix}$$

를 항상 만족시키는 2차의 정사각행렬 X 를 구하면?

① $\begin{pmatrix} \frac{4}{7} & \frac{3}{7} \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

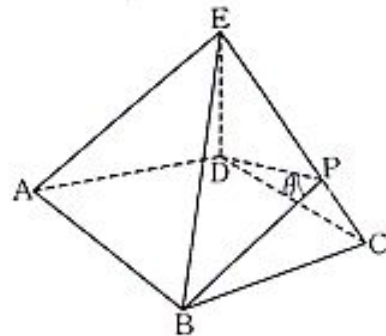
② $\begin{pmatrix} \frac{4}{7} & \frac{3}{7} \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

③ $\begin{pmatrix} \frac{3}{7} & -3 \\ \frac{4}{7} & 4 \end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix} \frac{3}{7} & \frac{4}{7} \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$

⑤ $\begin{pmatrix} \frac{3}{7} & \frac{4}{7} \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

15. 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 1인 정사각뿔이 있다. 모서리 EC 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\angle BPD = \theta$ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 최대값과 최소값의 합은?



- ① $-\frac{1}{3}$
- ② $-\frac{\sqrt{3}}{6}$
- ③ 0
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{6}$
- ⑤ $\frac{1}{3}$

수리·탐구 영역(I)

16. 아래와 같이 나열된 55 개의 수를 모두 더하면?

1
2 4
3 6 9
4 8 12 16
5 10 15 20 25
6 12 18 24 30 36
7 14 21 28 35 42 49
8 16 24 32 40 48 56 64
9 18 27 36 45 54 63 72 81
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

- ① 1755
- ② 1705
- ③ 1655
- ④ 1605
- ⑤ 1555

17. 좌표평면에서 세 부등식

$$3x + 4y - 16 < 0, \quad 3x - 4y + 10 > 0, \quad y > 0$$

을 동시에 만족시키는 영역에 속하는 점 중에서 이 영역의 경계를 이루는 세 선분과의 거리가 모두 자연수인 점의 개수는?

- ① 0
- ② 1
- ③ 3
- ④ 5
- ⑤ 7

18. 두 자동차 A, B가 같은 지점에서 동시에 출발하여 직선 도로를 한 방향으로만 달리고 있다. t 초 동안 A, B가 움직인 거리는 각각 미분가능한 함수 $f(t)$, $g(t)$ 로 주어지고, 다음이 성립한다고 한다.

가. $f(20) = g(20)$

나. $10 \leq t \leq 30$ 에서 $f'(t) < g'(t)$

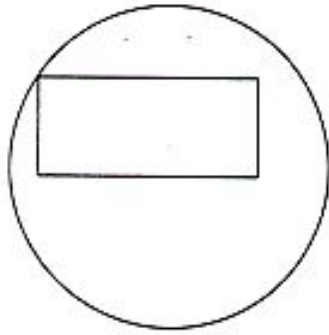
이로부터, $10 \leq t \leq 30$ 에서의 A와 B의 위치에 관한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① B가 항상 A의 앞에 있다.
- ② A가 항상 B의 앞에 있다.
- ③ B가 A를 한 번 추월한다.
- ④ A가 B를 한 번 추월한다.
- ⑤ A가 B를 추월한 후 B가 다시 A를 추월한다.

수리·탐구 영역(I)

⑤ 약 14.7%

19. 지름의 길이가 300 m인 원 모양의 땅에 둘레의 길이가 800 m인 직사각형 모양의 경기장을 만들려고 한다. 이 경기장의 넓이가 최소가 되게 하는 직사각형의 가로와 세로의 길이의 차는 몇 m인가?



- ① $100\sqrt{3}$
 ② $100\sqrt{2}$
 ③ $50\sqrt{2}$
 ④ $50\sqrt{3}$
 ⑤ 100

20. 1993년 우리 나라의 교육 예산은 GNP의 3.7% 수준이라고 한다. 1993년부터 1998년까지 우리 나라의 GNP 성장률이 매년 7%라고 가정할 때, 1998년에 교육 예산이 GNP의 5%가 되도록 하려면 앞으로 5년 동안 교육 예산을 매년 몇 %씩 증가시켜야 하는가?

상용로그표

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	비례부분								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1366	.1399	.1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1674	.1703	.1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27

($\log 3.7 = 0.5682$, $\log 5 = 0.6990$, $\log 7 = 0.8451$)

- ① 약 10.7%
 ② 약 11.7%
 ③ 약 12.7%
 ④ 약 13.7%

※ 확인 사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.