SVOLGIMENTO

Si hanno prove indipendenti perché le estrazioni sono <u>con</u> reinserimento.

In ogni prova abbiamo 3 risultati con probabilità $p_B = \frac{3}{8}$, $p_R = \frac{3}{8}$, $p_N = \frac{2}{8}$ (uso notazioni diverse da p_1, p_2, p_3)

1) Con notazioni ovvie la probabilità richiesta è

$$P(R_1 \cap N_2 \cap N_3 \cap B_4) = P(R_1)P(N_2)P(N_3)P(B_4) = p_R\, p_N\, p_N\, p_B = p_B\, p_R\, p_N^2 = \boxed{\frac{3}{8}\cdot\frac{3}{8}\cdot\left(\frac{2}{8}\right)^2} = \frac{36}{4096}.$$

<u>OSS</u>

vista

L'espressione $p_B\, p_R\, p_N^2$ può essere vista come $p_1^{k_1} p_2^{k_2} p_3^{k_2}$ con $k_1 = 1$, $k_2 = 1$, $k_3 = 2$ ((1B, 1R, 2N) in un ordine fissato). Abbiamo una parte della formula della multinomiale senza il coefficiente multinomiale (del resto è una sequenza fissata).

2) $P(\text{"2R e 1N" in un qualsiasi ordine}) \overset{\triangledown}{=}$ 4 palline estratte

$= P(\text{"1B, 2R, 1N" in qualsiasi ordine}) = \boxed{\dfrac{4!}{1!\,2!\,1!}} \underbrace{\left(\dfrac{3}{8}\right)^1\left(\dfrac{3}{8}\right)^2\left(\dfrac{2}{8}\right)^1}_{=\frac{54}{4096}} = \dfrac{648}{4096}$

$\boxed{= \dfrac{4\cdot3\cdot\cancel{2}}{\cancel{2}} = 12}$

3) $P(\text{"2R" in un qualsiasi ordine}) \overset{\triangledown}{=}$ 4 palline estratte, contano solo rosse e non rosse (senza distinguere tra bianche e nere)

$= \dbinom{4}{2}\left(\dfrac{3}{8}\right)^2\left(1-\dfrac{3}{8}\right)^{4-2} = 6\left(\dfrac{3}{8}\right)^2\left(\dfrac{5}{8}\right)^2 = \dfrac{1350}{4096}$.

$\boxed{\nexists\ \#\text{ROSSE estratte} \sim \text{BIN}\left(n=4, p=p_R=\tfrac{3}{8}\right)}$

OSS. Se volessimo tenere conto dei 3 colori si ha

$P(\text{"2R"}) = \underbrace{P(\text{"2R, 1B, 1N"})}_{} + \underbrace{P(\text{"2R, 2B"})}_{} + \underbrace{P(\text{"2R, 2N"})}_{} = \dfrac{648 + 486 + 216}{4096} = \dfrac{1350}{4096}$

vedere risposta a domanda precedente

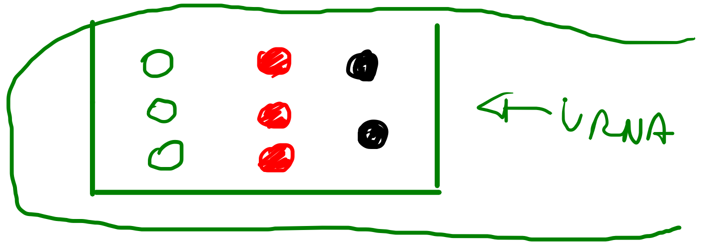
$= \dfrac{4!}{2!\,2!\,0!}\left(\dfrac{3}{8}\right)^2\left(\dfrac{3}{8}\right)^2\left(\dfrac{1}{8}\right)^0 \qquad = \dfrac{4!}{0!\,2!\,2!}\left(\dfrac{3}{8}\right)^0\left(\dfrac{3}{8}\right)^2\left(\dfrac{2}{8}\right)^2$

$\dfrac{2}{8}$

Calcoli più complicati metodo meno conveniente

ESERCIZIO PRECEDENTE CON ESTRAZIONI "SENZA REINSERIMENTO" (ANZICHÉ "CON REINSERIMENTO")

1) $P(R_1 \cap N_2 \cap N_3 \cap B_4) = \underbrace{P(R_1)}_{=\frac{3}{8}} \underbrace{P(N_2 | R_1)}_{=\frac{2}{7}} \underbrace{P(N_3 | R_1 \cap N_2)}_{=1/6} \underbrace{P(B_4 | R_1 \cap N_2 \cap N_3)}_{=\frac{3}{5}} = \frac{3}{8} \cdot \frac{\cancel{2}}{7} \cdot \frac{1}{\cancel{6}} \cdot \frac{\cancel{3}}{5} = \frac{3}{280}$



2) $P(\text{"2R e 1N"}) = P(\text{"1B, 2R, 1N"}) =$

ROSSE E NON ROSSE senza distinguere tra bianche e nere

$$= \frac{\binom{3}{1}\binom{3}{2}\binom{2}{1}}{\binom{8}{4}} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 2}{70} = \frac{18}{70} = \frac{9}{35}$$

$$\binom{8}{4} = \frac{8!}{4!(8-4)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{4! \, \cancel{4!}} = \frac{\cancel{8} \cdot 7 \cdot \overset{2}{\cancel{6}} \cdot 5}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}} = 70$$

3) $P(\text{"2R"}) = \frac{\binom{3}{2}\binom{5}{2}}{\binom{8}{4}} = \frac{3 \cdot 10}{70} = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$

$$P(\text{"2R"}) = \underbrace{P(\text{"2R, 1B, 1N"})}_{=18/70} + \underbrace{P(\text{"2R, 2B"})}_{= \frac{\binom{3}{2}\binom{3}{2}\binom{2}{0}}{\binom{8}{4}} = \frac{9}{70}} + \underbrace{P(\text{"2R, 2N"})}_{= \frac{\binom{3}{0}\binom{3}{2}\binom{2}{2}}{\binom{8}{4}} = \frac{3}{70}} = \frac{18+9+3}{70} = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$$

CANCELLARE

PAG.7

PROSSIMI ARGOMENTI (ALTRE DISTRIBUZIONI DISCRETE NOTEVOLI)

→ UNIFORME DISCRETA

→ POISSON (nome di un matematico francese)

→ GEOMETRICA E DISTRIBUZIONI COLLEGATE
(queste nelle prossime lezioni)

PAG. 10

OSS. Spesso saranno definite a partire dalla espressione della distribuzione (o della densità discreta) senza fare riferimento a $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

DISTRIBUZIONE UNIFORME DISCRETA

Si tratta del caso in cui, per un insieme finito $E = \{x_1, \dots, x_n\} \subset \mathbb{R}$, si ha

lettere minuscole

$$P(X \in B) = \frac{\#(B \cap E)}{\# E} = \frac{\#(B \cap E)}{n} \qquad \forall\, B \subset \mathbb{R}.$$

Non ho scritto la densità e la scrivo qui:

$p_X(x_1) = 1/n$

$\vdots$

$p_X(x_n) = 1/n$

ESEMPIO: Si ha questa distribuzione con $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ se X è la v.a. che indica il numero che esce lanciando un dado equo.