

Лабораторная работа 1. Теория погрешности

Подключим необходимые библиотеки: `matplotlib.pyplot` – для построения графиков, `numpy` – для работы с массивами.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

Задача 3. Экономизация степенного ряда

Определим функцию, которая по коэффициентам вычисляет частичную сумму ряда

```
#Реализуйте функцию с помощью цикла while.
#Обращаться к элементам массива можно традиционно: coef[i].
#coef.size (это не функция!) хранит размер массива.
def S(t,coef):
```

Вычислим коэффициенты разложения функции $f(x) = e^x$ с точностью до $\varepsilon = 10^{-8}$. Экспериментальным путем с помощью графика находим, что нужно раскладывать экспоненту вплоть до x^{11} .

```
#Создаем массив numpy состоящий из 12 элементов и заполненный нулями.
coef = np.zeros(12)
#Заполняем его оптимальным способом нужными нам значениями.
#В данном примере он заполняется значениями для экспоненты
coef[0] = 1
i = 1
while i < coef.size:
    coef[i] = coef[i-1]/i
    i += 1

#Для построения графика нам необходим массив значений по оси абсцисс
#Команда linspace создает массив чисел от -1 до 1, в количестве 100 штук.
#endpoint=true значит, что число 1 должно входить в этот набор.
x = np.linspace(-1,1,100,endpoint=True)

#Создадим массив значений функции, в данном случае константы, равной точности
→нашей задачи.
#Для создания массива используется уже знакомая вам команда создания массива,
→заполненного нулями.
#Далее над ним совершается арифметическая операция прибавления 10**(-8), которая
→совершается поэлементно.
#Таким образом получаем массив из 100 элементов, заполненный значением точности
→нашей задачи.
err = np.zeros(100)+10**(-8)

#Команда, строящая (но не отображающая) график.
plt.plot(x,err)
```

#Следующие две команды строят графики погрешности, при этом команды получают два
→ дополнительных аргумента.

#Аргумент `ls` определяет стиль линии, а `label` определяет имя кривой.

#Для отображения имен кривых, то есть создания "легенды", нужно вызвать команду
→ `legend()`.

#Обратите внимание, что здесь в качестве второго параметра стоит комбинация из
→ арифметических операций

#и вычисления абсолютного значения массивов. Все они являются поэлементными и
→ возвращают массив того же размера.

```
plt.plot(x,np.abs(np.exp(x)-S(x,coef)),ls="--",label="S11")
```

#Построим на том же графике вторую кривую.

#Обратите внимание, что функция `S` вторым параметром получает `coef[0:11]`. Такая
→ конструкция называется срезом.

#По сути это подмассив исходного массива с нулевого по десятый (включая) элемент.
→ Важно, что это не копия этих данных,

#а ссылка на эти данные.

```
plt.plot(x,np.abs(np.exp(x)-S(x,coef[0:11])),ls="-.",label="$S10$")
```

#Создаем легенду

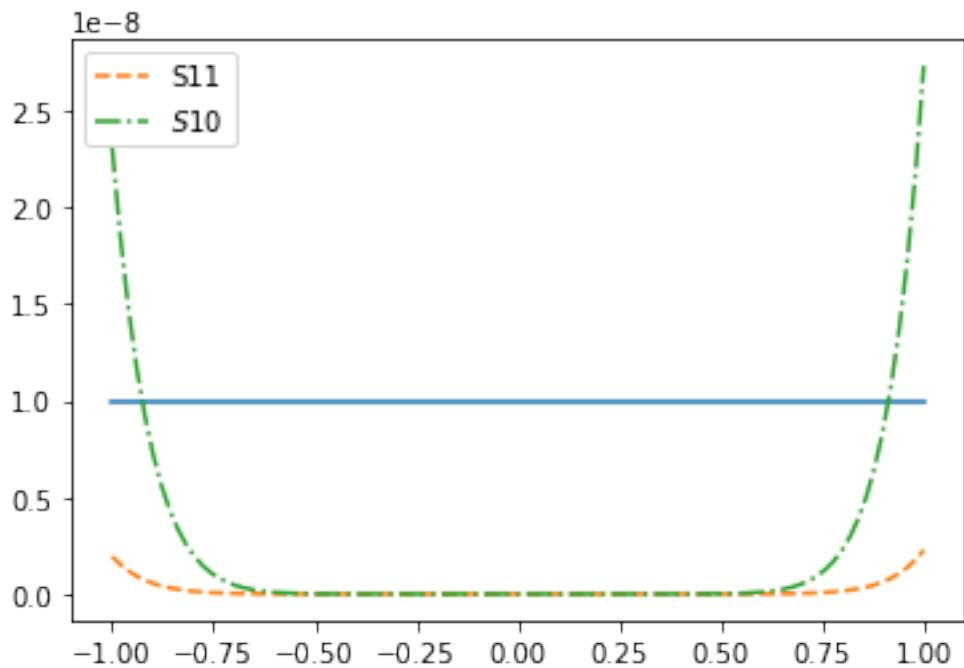
```
plt.legend()
```

#Команда показывает график. После её вызова нарисованные данные сбрасываются.

#Чтобы сохранить график как изображение в нужном вам качестве можно вместо `show`
→ вызвать

#`plt.savefig("name.png", dpi = 500)`, где `dpi` задает качество.

```
plt.show()
```

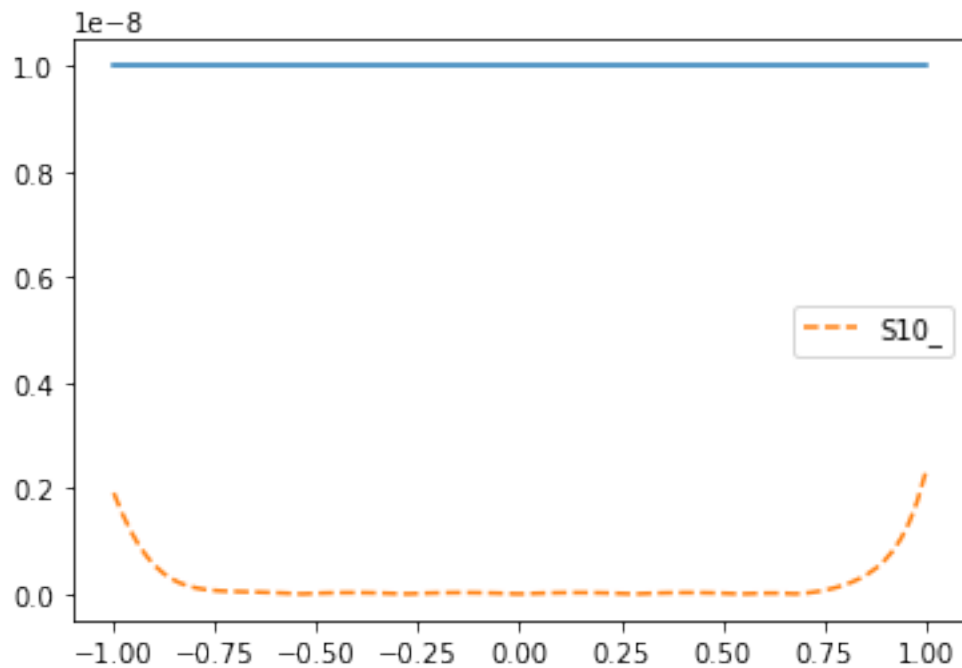


Произведем экономизацию ряда до тех пор, пока сохраняется точность вычисления

```
#Копируем в новую переменную подмассив с нулевого по десятый элемент.
coef10 = coef[0:11].copy()

#Пользуясь формулами экономизации обновляем значения коэффициентов ряда.
#Вам необходимо проделать это самостоятельно.

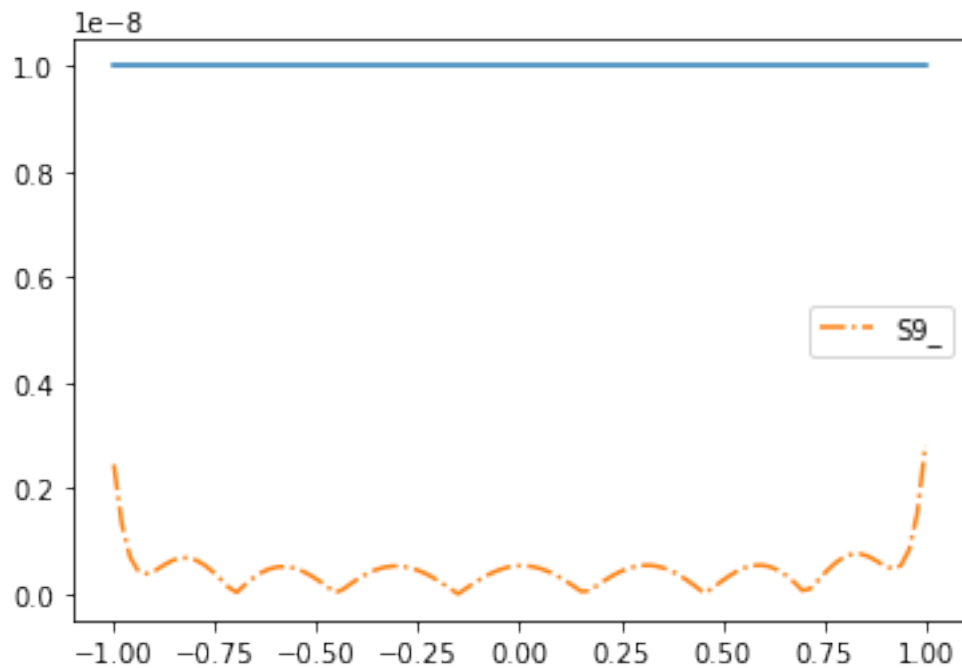
#Для проверки, что сохраняется точность вычислений, строим график
plt.plot(x,err)
plt.plot(x,np.abs(np.exp(x)-S(x,coef10)),ls="--",label="S10_")
plt.legend()
plt.show()
```



```
#Копируем в новую переменную подмассив с нулевого по девятый элемент.
coef9 = coef10[0:10].copy()

#Пользуясь формулами экономизации обновляем значения коэффициентов ряда.
#Вам необходимо проделать это самостоятельно.

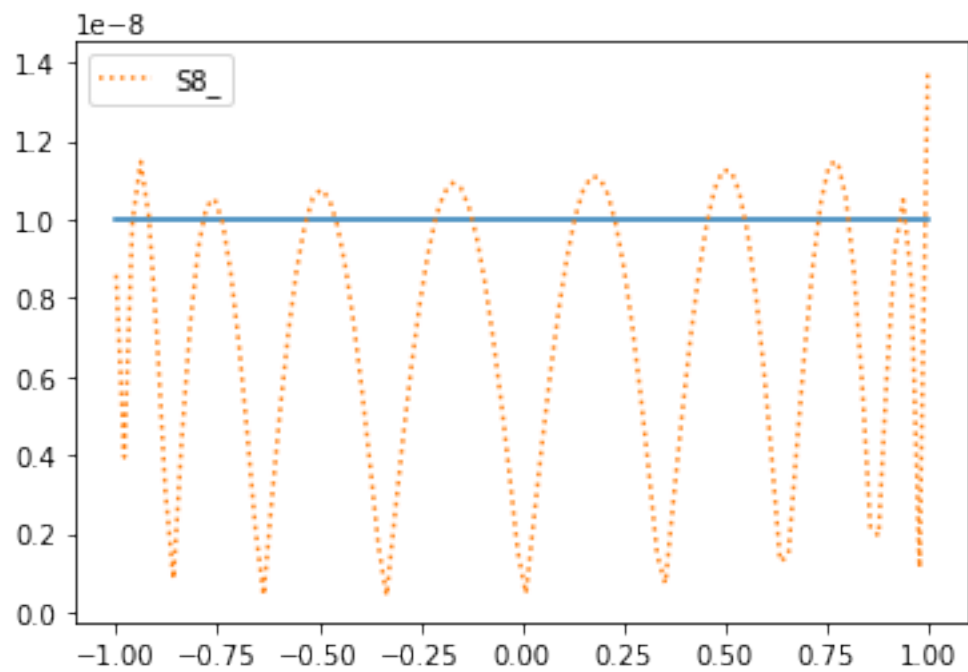
#Для проверки, что сохраняется точность вычислений, строим график
plt.plot(x,err)
plt.plot(x,np.abs(np.exp(x)-S(x,coef9)),ls="-.",label="S9_")
plt.legend()
plt.show()
```



```
#Копируем в новую переменную подмассив с нулевого по восьмой элемент.
coef8 = coef9[0:9].copy()

#Пользуясь формулами экономизации обновляем значения коэффициентов ряда.
#Вам необходимо проделать это самостоятельно.

#Для проверки, что сохраняется точность вычислений, строим график
plt.plot(x,err)
plt.plot(x,np.abs(np.exp(x)-S(x,coef8)),ls=":",label="S8_")
plt.legend()
plt.show()
```



Делаем вывод, что уменьшить количество слагаемых можно вплоть до x^9 .