

Задание 1.

Вычислить значение Z и оценить абсолютную и относительную погрешности результата, считая, что значения исходных данных получены в результате округления по дополнению. Записать результат с учетом погрешности. Указать верные цифры.

N	Z	N	Z
1	$\ln(2.333)(\cos(3.222) + 1.333)$	2	$1.00 - \ln 2.71 - (0.8)^3$
3	$(\sin(2.1) + \cos(1.512))e^{0.536}$	4	$\sin(\ln(1.11^2 + 5.55^2 + 0.44^2))$
5	$15.324 \sin(13.538) + 13.538 \sin(15.324)$	6	$\sqrt{7.9^2 + 1.7^3 + 2^4}$
7	$1.4^3 - 1.89^2 - 2.02$	8	$(0.0321 + 5.74^2)e^{-0.0321}$
9	$\cos 3.14 + 2.15 - 3.0^3$	10	$\cos 1.57 - \sqrt{3.007 - 1.4}$
11	$\log_2 2.01 - 2^{-1.006+2.0}$	12	$\ln(3.18 - 1.0) - 2^{1.55}$
13	$\sqrt{16.2} - 2 \cos 0.01 + 1.99$	14	$(\sqrt{10.1} + 1.423)^2 \cos(0.16)$
15	$\frac{1}{\sqrt{4.00}} - 0.11^2 - 3.6$	16	$\frac{1}{3.09^2} - 5.4^2 + 3.09$
17	$e^{\sqrt{3.18}} / (0.21^2 + 0.893)$	18	$\sqrt[3]{7.98} + 1.5 - 1.04^3$
19	$\ln 2.718 - 4.0 + 0.66^2$	20	$3.13^2 \arcsin(2.122 - 1.88)$
21	$5.05^2 - 0.21 - \frac{1}{1.718}$	22	$\sqrt{18.12} + \sqrt[3]{11.12} + \sqrt[4]{88.11}$
23	$1.25^3 + 1.687 - 2.2^2$	24	$e^{1.64} - 3^{-0.88} + 3.4$
25	$\ln(\cos(0.25 + 0.52 + \sqrt{0.25 \cdot 0.52}))$	26	$\ln(5.358 + \sqrt{5.538})/2.21$
27	$(\sqrt{1.03} - \sqrt{2.4} - \sqrt{3.52})^2$	28	$\sin(\ln 2.8 - 0.444)10.5$
29	$20.295 \arcsin(9.65/9.95)$	30	$2.1e^{-4.6} - 4.6e^{2.1} + 1.535e^{-4.6}$

Задание 2.

Локализовать корень нелинейного уравнения $f(x) = 0$ и найти его методом бисекции с точностью $\varepsilon = 0.01$.

N	$f(x)$	N	$f(x)$	N	$f(x)$
1	$\ln x + (x - 1)^2 - 2$	2	$1 - \ln x - (x - 2)^3$	3	$\sin x - x + 3$
4	$\frac{1}{x - 1} - \sqrt{x + 2}$	5	$\ln x - \sqrt{x - 2}$	6	$\ln(x + 1) - \sqrt{x - 1}$
7	$x^3 - x^2 + 3x - 2$	8	$\sin x - \ln(x + 3)$	9	$\cos x + 2 - x^3$
10	$3 \cos x - \sqrt{3x - 1}$	11	$\log_2 x - 2^{-x}$	12	$\ln(x - 1) - 2^{1-x}$
13	$\sqrt{x} - 2 \cos x + 1$	14	$e^{-x} - 2x - 4$	15	$\frac{1}{x - 2} - \sqrt{x} + 1$
16	$\frac{1}{(x + 1)^2} - x^2 + 2$	17	$\sqrt{x + 1} - x + 2$	18	$\sqrt[3]{x + 1} + 1 - x^3$
19	$\ln x - 4 + x^2$	20	$\ln(x - 1) - \frac{1}{x}$	21	$x^2 - 3x - \frac{1}{x + 1}$
22	$\sqrt{x - 1} - \frac{1}{x + 1}$	23	$x^3 + x - 3$	24	$e^x - 3^{-x} + 3$
25	$\ln(x + 1) + x^2 - 3$	26	$\ln x + 2 - \frac{1}{x}$	27	$\sin x - 2x + 4$
28	$\cos x - 3x - 3$	29	$e^x - x^2 + 6x$	30	$\sqrt{x - 1} - x + 4$

Задание 3.

Найти корень нелинейного уравнения из задачи 2 методом простой итерации. Для этого преобразовать уравнение $f(x) = 0$ к виду, удобному для итераций и проверить выполнение условия сходимости. В качестве отрезка локализации взять отрезок, полученный методом бисекции при решении задачи 2. Найти корень методом простой итерации с точностью $\varepsilon = 0.0001$.

УКАЗАНИЕ. Для поиска экстремумов функции допускается построение ее графика в любом математическом пакете. Соответствующий график должен быть приведен при оформлении задачи.

Задание 4.

Найти корень нелинейного уравнения $f(x) = 0$, локализованный на отрезке $[a, b]$, методом Ньютона с точностью $\varepsilon = 10^{-8}$.

N	$f(x)$	$[a, b]$	N	$f(x)$	$[a, b]$	N	$f(x)$	$[a, b]$
1	$2x - \sin x - 7$	$[3, 5]$	2	$\ln(x+3) + \frac{x}{x+3}$	$[-2, 1]$	3	$x + 2 \sin 2x - 1$	$[-1, 1]$
4	$\frac{4}{x^3} + e^x + 1$	$[-4, -1]$	5	$2x - \cos x + 8$	$[-5, -3]$	6	$4x^3 - \cos x$	$[-1, 1]$
7	$\ln(x+3) + 6x + 1$	$[-2, 1]$	8	$5x^4 - x - 6$	$[0, 2]$	9	$\frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{x}$	$[4, 6]$
10	$2x - 5 + \frac{1}{(x+1)^2}$	$[1, 3]$	11	$2 \cos x - \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$	$[4, 6]$	12	$4x^3 - 14x + 1$	$[1, 3]$
13	$\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^3}$	$[1, 3]$	14	$e^x + 2 \sin 2x$	$[-1, 1]$	15	$x - 2e^{-x} - 1$	$[1, 3]$
16	$x - \frac{1}{\sqrt{x-1}} - 2$	$[2, 5]$	17	$e^{x-2} - \frac{1}{2\sqrt{x+2}}$	$[0, 2]$	18	$\ln x - e^{-x} + 1$	$[0.5, 2]$
19	$\ln(x+2) + 2x + 1$	$[-1, 2]$	20	$4(x-3.5)^3 - e^{-x}$	$[3, 5]$	21	$2x + \frac{1}{\sqrt{x-1}} - 6$	$[2, 5]$
22	$e^x - 2x - 5$	$[0, 3]$	23	$3x^2 - \frac{1}{x} - 5$	$[1, 3]$	24	$x - \frac{1}{x} - 2$	$[2, 4]$
25	$e^x - \frac{1}{2\sqrt{x+4}}$	$[-2, 0]$	26	$2x + \cos x + 1$	$[-1, 1]$	27	$2x - \frac{1}{(x-1.5)^2} + 5$	$[-3, -1]$
28	$e^x - 3(x+2)^2$	$[-2, 0]$	29	$x^3 - \frac{1}{\sqrt{x+2}}$	$[0, 2]$	30	$e^{x-1} - x^2$	$[-2, 0]$

Задание 5.

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом Гаусса (схема единственного деления).

N	A				b	N	A				b	N	A				b
1	1	-4	1	6	26	2	-7	-2	-5	0	-33	3	7	-4	0	-7	59
	-10	37	-13	-52	-250		70	11	57	9	440		-35	25	-5	40	-355
	5	1	24	-29	29		63	36	35	-13	93		0	-10	5	-16	200
	-2	17	9	-28	-26		35	-17	70	54	579		63	-76	55	-80	721
4	8	2	0	-8	-40	5	8	7	-4	-2	-44	6	1	7	-1	-9	84
	64	21	-5	-67	-279		-8	-8	-5	9	82		4	23	-4	-32	300
	-16	-54	58	55	-319		-40	-29	79	-29	2		-4	-43	-6	49	-363
	32	-32	-24	-88	-600		-64	-52	28	-31	145		-2	16	12	-15	39
7	5	4	2	4	23	8	8	9	-9	-4	-113	9	8	-2	-5	-2	42
	-10	-1	-1	-7	-19		24	23	-22	-19	-338		-72	13	41	9	-369
	15	68	34	27	229		16	2	-3	-43	-299		-16	-16	-5	-42	0
	-50	-40	-56	-102	266		64	112	-157	-2	-1399		72	-18	-40	-70	626
10	-9	8	7	-10	109	11	4	-8	-7	4	-21	12	-4	-4	-10	5	73
	-63	64	41	-75	670		0	5	-9	-6	-131		-24	-16	-57	29	390
	27	-80	28	56	252		16	-72	35	72	965		0	0	5	-6	-9
	-72	80	89	-26	1191		-32	89	-52	0	-432		24	0	96	-73	-383
13	-8	-3	-1	-5	21	14	-3	0	4	8	49	15	3	3	-8	6	-1
	40	23	-1	16	-19		-24	-10	22	61	351		6	3	-18	6	-39
	-8	-83	66	78	-902		12	-30	-50	-37	-275		15	21	-29	35	69
	56	-11	52	54	-680		-6	70	54	69	705		-12	-3	-18	45	90

N	A				b	N	A				b	N	A				b
16	7	9	-9	-3	98	17	4	-4	-3	-2	6	18	1	-10	9	7	-133
	-49	-66	64	11	-616		-20	24	23	4	6		6	-70	47	32	-728
	35	57	-43	16	294		-8	40	73	-36	278		2	80	97	108	-1038
	35	63	-21	7	434		36	-32	-4	8	116		-6	70	-83	-6	1010
19	-5	9	8	4	-122	20	-8	-4	-4	-10	2	21	9	-8	6	5	-43
	0	-9	-1	-3	84		16	17	-1	14	-67		45	-41	36	33	-331
	30	-135	-48	-44	1502		-48	-6	-52	-63	-191		-45	33	17	35	-673
	-40	63	-18	-29	-1008		56	82	64	-43	289		27	-17	-64	-76	1318
22	-5	-5	8	-4	-76	23	-5	7	4	4	-77	24	-1	-6	4	8	95
	-15	-12	30	-11	-305		-40	49	24	22	-557		7	41	-35	-63	-760
	10	7	-28	16	292		35	-70	-59	-57	720		4	34	50	40	550
	50	38	-110	49	1135		40	-105	-53	-110	1018		10	64	20	-63	-380
25	-2	-10	9	4	-136	26	-5	5	9	3	-116	27	4	3	1	3	5
	14	77	-72	-19	944		25	-35	-38	-9	377		28	17	10	25	7
	-2	-38	39	-35	-38		30	-30	-53	-24	747		-32	-24	-1	-21	-34
	-12	-102	138	-21	-1038		-20	10	38	43	-872		-4	21	-89	-56	105
28	-10	7	0	-6	-35	29	-1	9	-6	4	-7	30	-2	3	-2	-10	66
	-50	36	-2	-25	-125		5	-39	30	-27	66		-18	30	-27	-84	546
	-70	48	-5	-51	-274		9	-69	59	-55	125		12	-21	23	57	-355
	-90	63	21	-37	-343		-9	51	-49	60	-176		-2	-12	29	-68	390

Задание 6.

Записать LU разложение матрицы A из задачи 5 (не проводя дополнительных расчетов). Используя полученное разложение, найти решение системы $Ax = d$.

N	d	N	d	N	d	N	d	N	d	N	d	N	d	N	d	N	d
1	2	2	60	3	-112	4	24	5	27	6	9	7	-33	8	3		
	46		-465		595		183		63		45		45		60		
	-465		-780		-123		37		-682		67		-361		315		
	-144		267		-1089		184		-490		-116		1166		159		
9	-84	10	-79	11	80	12	-132	13	-15	14	10	15	52	16	-37		
	731		-584		-83		-819		240		1		81		248		
	40		455		1048		105		-1644		-257		236		-99		
	-902		-698		-559		1738		-528		717		396		91		
17	59	18	-132	19	63	20	6	21	54	22	-33	23	32	24	50		
	-363		-816		-38		24		320		-166		119		-321		
	-737		42		-785		259		97		145		-683		-454		
	136		536		1011		-1149		-348		594		-999		-884		
25	-94	26	39	27	-19	28	-30	29	87	30	-26	30	-279	30			
	621		-81		-110		-139		-381		-279						
	96		-266		131		-255		-680		218						
	-492		400		91		-143		508		73						

Задание 7.

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом Холецкого.

N	A			b	N	A			b	N	A			b
1	36	36	12	-576	2	9	27	21	228	3	81	27	9	450
	36	72	24	-864		27	90	75	786		27	25	11	70
	12	24	72	-480		21	75	66	675		9	11	14	-26
4	64	64	56	-1456	5	36	24	48	480	6	64	48	40	64
	64	80	80	-1776		24	17	41	399		48	37	35	77
	56	80	134	-2244		48	41	226	1999		40	35	59	239
7	64	48	24	720	8	1	7	7	49	9	25	20	15	-370
	48	37	27	458		7	113	57	511		20	20	18	-324
	24	27	154	-1108		7	57	75	489		15	18	22	-256
10	49	49	56	-154	11	64	48	32	-256	12	25	25	35	245
	49	65	64	-186		48	45	42	-372		25	89	43	109
	56	64	69	-186		32	42	68	-568		35	43	51	333
13	49	0	21	105	14	1	4	1	19	15	16	32	28	108
	0	1	5	-17		4	17	5	73		32	65	57	217
	21	5	83	-138		1	5	27	-234		28	57	66	334
16	49	49	14	665	17	49	35	0	231	18	4	12	2	90
	49	50	18	703		35	29	18	79		12	37	13	256
	14	18	21	351		0	18	145	-707		2	13	75	-128
19	1	9	8	-20	20	36	12	12	-192	21	81	81	18	-288
	9	82	74	-180		12	68	76	504		81	145	74	-1256
	8	74	149	-79		12	76	134	918		18	74	57	-939
22	4	16	2	24	23	49	56	0	-63	24	25	20	10	-260
	16	100	56	-192		56	128	32	152		20	65	57	-257
	2	56	101	-588		0	32	41	37		10	57	134	-234
25	25	5	15	180	26	64	56	0	-248	27	25	25	30	-90
	5	37	39	180		56	50	4	-214		25	29	34	-110
	15	39	54	216		0	4	65	61		30	34	121	34
28	49	63	14	217	29	4	6	12	-82	30	1	7	5	42
	63	97	50	551		6	34	33	-393		7	85	41	486
	14	50	77	651		12	33	46	-411		5	41	62	314

Задание 8.

Решить систему уравнений $Ax = b$ методом прогонки.

УКАЗАНИЕ. Промежуточные результаты вычислять с шестью знаками после запятой.

N	A					b	N	A					b	N	A					b
1	9	5	0	0	0	33	2	2	1	0	0	0	-2	3	11	-6	0	0	0	73
	-5	15	3	0	0	-131		-1	12	-5	0	0	126		-5	18	4	0	0	-67
	0	-2	9	-3	0	0		0	2	4	-1	0	-18		0	-1	13	-6	0	18
	0	0	-2	10	-4	8		0	0	1	3	1	-43		0	0	-2	8	-3	50
	0	0	0	-1	2	-10		0	0	0	5	10	-80		0	0	0	-5	8	-84

N	A					b	N	A					b	N	A					b
4	11	-6	0	0	0	28	5	4	-2	0	0	0	6	6	7	-4	0	0	0	-47
	3	15	-5	0	0	31		3	12	-3	0	0	-114		-2	8	-3	0	0	46
	0	-4	11	2	0	-80		0	-6	19	4	0	-5		0	0	3	-2	0	-22
	0	0	-3	7	-1	47		0	0	2	11	-4	-88		0	0	-3	12	3	69
	0	0	0	-5	10	-100		0	0	0	2	4	-44		0	0	0	-2	4	-14
7	12	-6	0	0	0	18	8	4	2	0	0	0	-18	9	2	-1	0	0	0	-15
	-5	18	-4	0	0	1		-4	16	-4	0	0	36		0	7	-4	0	0	37
	0	2	9	-3	0	-26		0	0	11	-6	0	-135		0	1	5	2	0	38
	0	0	-3	14	-5	-167		0	0	3	13	-4	83		0	0	-3	15	5	71
	0	0	0	-5	9	131		0	0	0	-6	12	-132		0	0	0	5	9	-32
10	7	-4	0	0	0	-60	11	4	-2	0	0	0	52	12	4	-2	0	0	0	2
	2	9	-3	0	0	-28		-1	3	1	0	0	-34		2	8	3	0	0	91
	0	1	2	1	0	11		0	-2	6	1	0	47		0	-3	12	3	0	87
	0	0	5	20	5	-40		0	0	-5	11	1	4		0	0	-2	6	-1	-26
	0	0	0	-1	2	6		0	0	0	-4	8	-84		0	0	0	-6	11	88
13	10	-5	0	0	0	105	14	8	5	0	0	0	5	15	9	-5	0	0	0	57
	3	7	-1	0	0	-32		4	17	5	0	0	-89		-5	12	2	0	0	-8
	0	-4	16	5	0	67		0	-3	8	-1	0	44		0	4	11	-2	0	-28
	0	0	0	7	4	-71		0	0	1	8	4	-26		0	0	-1	10	-5	52
	0	0	0	-2	4	-26		0	0	0	-1	2	21		0	0	0	-4	7	20
16	8	4	0	0	0	20	17	10	-5	0	0	0	105	18	9	5	0	0	0	29
	1	14	-6	0	0	-143		-3	13	-4	0	0	-131		0	5	-3	0	0	-37
	0	3	9	2	0	-3		0	-5	10	-1	0	35		0	-6	20	5	0	115
	0	0	3	17	-6	-48		0	0	-4	8	1	1		0	0	1	3	1	10
	0	0	0	-1	2	-8		0	0	0	5	10	-30		0	0	0	-1	2	5
19	2	1	0	0	0	19	20	7	-4	0	0	0	-16	21	7	-4	0	0	0	1
	4	13	-3	0	0	103		-4	10	-1	0	0	-64		1	10	-4	0	0	11
	0	-1	10	4	0	45		0	5	16	4	0	-154		0	-4	17	-5	0	-153
	0	0	3	7	1	37		0	0	-2	16	-6	-206		0	0	-4	18	5	92
	0	0	0	-6	11	26		0	0	0	1	2	8		0	0	0	-2	4	-34
22	4	2	0	0	0	2	23	11	-6	0	0	0	27	24	4	-2	0	0	0	-8
	1	10	-4	0	0	51		-5	16	-3	0	0	10		0	4	2	0	0	44
	0	5	12	1	0	74		0	5	18	5	0	-74		0	4	9	-1	0	94
	0	0	5	18	5	-172		0	0	5	21	-6	-108		0	0	-5	19	-5	-132
	0	0	0	1	2	-21		0	0	0	-3	6	3		0	0	0	-3	6	-36
25	8	-5	0	0	0	21	26	6	-3	0	0	0	-33	27	8	4	0	0	0	-48
	-2	8	-3	0	0	0		-6	16	2	0	0	-100		-2	12	4	0	0	-94
	0	-3	9	-2	0	-47		0	1	3	1	0	-26		0	-2	7	2	0	-55
	0	0	0	8	4	68		0	0	5	16	-4	44		0	0	3	10	-3	-114
	0	0	0	-2	4	-2		0	0	0	-1	2	7		0	0	0	-4	7	43

N	A					b	N	A					b	N	A					b
28	4	-2	0	0	0	-8	29	2	1	0	0	0	-6	30	5	3	0	0	0	5
	2	13	5	0	0	-129		1	6	3	0	0	-20		5	18	5	0	0	75
	0	-3	14	5	0	97		0	5	13	-2	0	-16		0	-1	10	5	0	20
	0	0	4	18	5	132		0	0	5	22	-6	-194		0	0	-6	18	-3	156
	0	0	0	-5	10	35		0	0	0	4	8	-88		0	0	0	-4	8	-92

Задание 11.

Дана система уравнений $Ax = b$. Привести ее к виду, удобному для итераций, проверить выполнение достаточного условия сходимости указанных ниже методов. Выполнить три итерации по методу Якоби и три итерации по методу Зейделя. Определить, во сколько раз уменьшится норма невязки в каждом случае. Используя апостериорную оценку, вычислить погрешность приближенного решения, полученного на третьей итерации каждого метода.

УКАЗАНИЕ. Для обеспечения выполнения достаточного условия сходимости воспользоваться перестановкой строк в исходной системе уравнений.

N	A					b	N	A					b	N	A					b
1	-1	64	5	-1	191	2	75	8	-2	-3	644	3	-8	122	-7	0	143			
	124	-10	7	5	-89		-5	-6	0	81	-252		-10	0	3	97	864			
	6	0	-3	42	-372		9	7	138	-5	-498		7	-6	126	-8	-456			
	9	-2	71	0	-148		1	95	6	9	-612		114	5	2	6	53			
4	4	94	5	-4	35	5	-7	8	-2	82	-749	6	-8	89	0	4	-716			
	-8	2	86	3	-141		-6	113	5	4	-728		-10	9	149	3	956			
	8	-4	-10	142	-660		57	-1	2	-3	-461		-1	-8	-3	58	330			
	76	-10	-1	5	356		-6	2	61	-4	625		59	6	2	-3	128			
7	9	149	-2	-10	-676	8	2	8	0	63	37	9	-2	7	84	1	502			
	121	3	-8	8	-746		9	142	-6	5	-242		77	2	-3	-1	227			
	-6	2	-9	94	189		1	6	83	9	326		-3	3	-7	102	-1065			
	4	4	92	-9	218		99	-7	-5	-7	-911		9	101	-7	4	147			
10	50	-2	-1	5	-350	11	5	-10	-2	123	569	12	1	8	114	-5	-1096			
	4	3	98	-10	-993		6	4	73	0	-127		36	-4	-2	0	8			
	-5	5	4	74	507		-7	129	4	-7	-1172		-2	-5	9	83	-437			
	0	80	6	6	-252		124	-10	8	0	-290		5	85	0	6	231			
13	-9	-10	1	121	-830	14	154	-8	-9	7	-227	15	-6	79	2	6	399			
	0	9	67	-1	538		-10	-4	0	68	476		-9	-7	142	5	265			
	-7	70	-1	2	-639		-9	112	4	-6	504		-4	7	-10	131	-493			
	111	5	-8	-9	839		2	2	44	0	-346		138	-9	9	-2	-571			
16	72	-1	-7	6	133	17	-5	8	-10	141	1008	18	9	8	-4	121	1130			
	-8	-2	5	80	-620		-8	-9	135	-4	-716		-4	127	-7	9	1037			
	9	177	-7	-10	-1174		103	0	7	-6	-895		6	-4	121	-7	879			
	3	-4	70	0	457		-10	143	-3	7	1424		81	-4	2	7	128			
19	49	0	2	-4	-370	20	-5	6	100	3	-202	21	109	-9	-3	1	544			
	5	6	-10	103	-820		-4	5	-4	100	-481		9	-8	-10	162	-549			
	-1	78	2	9	-152		2	36	2	1	101		-2	-7	63	1	-469			
	-2	-10	103	3	-513		110	6	6	-6	146		-2	118	6	9	148			

N	A				b	N	A				b	N	A				b
22	7	5	-3	96	125	23	-10	5	143	-4	-967	24	118	1	-6	-8	814
	-3	-9	103	2	67		91	-9	1	-8	20		-10	-6	1	110	-656
	163	-8	-10	8	-922		-1	0	-5	74	-40		-2	-7	87	-3	-909
	-5	123	-5	-6	-597		2	99	6	4	748		9	111	7	7	615
25	-1	-7	-3	100	-456	26	6	-7	1	90	-497	27	-4	-7	-5	117	914
	-2	45	-3	1	300		102	-5	4	3	-345		90	-10	-4	-3	-833
	151	7	7	8	628		-3	1	72	-10	-9		5	9	128	3	265
	-1	5	87	-6	142		-7	99	-2	-8	459		1	51	0	-6	-562
28	6	9	5	110	-1037	29	144	9	-7	-5	950	30	-5	-1	-1	72	393
	2	-6	43	1	419		-5	-4	-2	84	-367		-3	7	103	-8	-849
	5	89	-6	1	-375		-9	90	6	1	-391		-3	88	3	-4	-29
	105	3	9	-3	1044		-7	0	76	0	407		63	4	-3	-3	-306

Задание 12.

Выполнить три итерации по методу Зейделя для системы уравнений $Ax = b$ (не переставляя строк). В качестве начального приближения взять нулевой вектор. Изобразить графически поведение итерационного процесса. Сопоставить наблюдаемое поведение метода с выполнением достаточных условий сходимости метода.

N	A	b	N	A	b	N	A	b	N	A	b	N	A	b	
1	4	-4	20	2	4	2	8	3	3	4	6	4	5	5	15
	4	4	16		2	4	20		3	3	3		4	5	10
6	1	4	5	7	1	4	4	8	3	3	6	9	3	3	3
	4	1	2		4	1	1		3	-3	-3		4	3	3
11	4	-4	8	12	5	5	25	13	3	1	15	14	3	3	9
	4	4	4		5	4	16		1	3	9		3	4	16
16	3	-3	15	17	3	-3	15	18	3	3	3	19	-5	5	-10
	3	3	15		3	3	15		5	3	6		5	5	10
21	4	5	4	22	5	1	20	23	2	4	2	24	3	3	9
	5	4	12		1	5	15		4	2	4		3	-3	-15
26	3	4	3	27	3	3	12	28	2	2	10	29	4	4	16
	4	4	4		5	3	6		-2	2	2		-4	4	12

Задание 13.

Функция $y = y(x)$ задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить функцию многочленами 1-й и 2-й степеней. Для каждого приближения определить величину среднеквадратичной погрешности. Построить на одном чертеже точечный график функции и графики многочленов.

N	таблица						N	таблица					
1	x	-1	-0,5	0	0,5	1	2	x	-3,8	-1,9	0	1,9	3,8
	y	0,2	2,3	5,4	2,4	1		y	2,7	2,6	-1,1	-4,1	-6,5
3	x	-2,4	-1,2	0	1,2	2,4	4	x	-2,2	-1,1	0	1,1	2,2
	y	-1,6	-1,6	-2,3	-3,9	-6,9		y	3,1	5,6	9,3	8,3	5,9
5	x	-3,6	-1,8	0	1,8	3,6	6	x	-1,6	-0,8	0	0,8	1,6
	y	-3,7	-2,6	-3,6	-7,1	-10,2		y	1,9	4,9	5,9	3,9	3,3

N	таблица					N	таблица						
7	x	-5,8	-2,9	0	2,9	5,8	8	x	-5,2	-2,6	0	2,6	5,2
	y	3,2	2,1	-0,3	-1,1	-3,7		y	-2,9	-0,3	0,2	2,5	5,7
9	x	-5,6	-2,8	0	2,8	5,6	10	x	-4,8	-2,4	0	2,4	4,8
	y	2,9	1	-2,6	0,6	1,7		y	-3,7	-5,1	-6,8	-10,2	-12,8
11	x	-2,2	-1,1	0	1,1	2,2	12	x	-4,8	-2,4	0	2,4	4,8
	y	1,8	1,4	1,4	1,4	3,3		y	-0,8	0,2	-1,7	-5,3	-9,2
13	x	-1,6	-0,8	0	0,8	1,6	14	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2
	y	-1	-4,4	-3,6	-1,5	-1		y	1,5	-1,3	1,7	4,9	8,3
15	x	-2,6	-1,3	0	1,3	2,6	16	x	-4,6	-2,3	0	2,3	4,6
	y	-2	-5,7	-8,1	-10,9	-11,3		y	-0,5	-4,1	-4,1	-7,8	-9,6
17	x	-3,6	-1,8	0	1,8	3,6	18	x	-2,6	-1,3	0	1,3	2,6
	y	3,8	0,1	-2,5	0,4	3,5		y	-2,9	-1,8	2,1	3,2	5,6
19	x	-1,4	-0,7	0	0,7	1,4	20	x	-2,2	-1,1	0	1,1	2,2
	y	-1,5	1,8	3,6	4,9	5,4		y	0,2	3,7	6	3,4	3,2
21	x	-4,8	-2,4	0	2,4	4,8	22	x	-1,4	-0,7	0	0,7	1,4
	y	0,3	-0,5	-0,9	-4	-6,1		y	-0,1	-1,1	-2,6	0,7	0,9
23	x	-5,2	-2,6	0	2,6	5,2	24	x	-1	-0,5	0	0,5	1
	y	-1,2	1,6	5,1	3,1	2,4		y	-0,2	-3,4	-4,3	-4,8	-5,5
25	x	-4,6	-2,3	0	2,3	4,6	26	x	-3,6	-1,8	0	1,8	3,6
	y	0,1	-3,4	-7,2	-9	-11,8		y	0,7	-1,3	-2,7	-6	-9,3
27	x	-5,6	-2,8	0	2,8	5,6	28	x	-4	-2	0	2	4
	y	-2,9	-5,6	-8	-11,1	-11,8		y	-3	-5,3	-9	-6,6	-4,5
29	x	-4,6	-2,3	0	2,3	4,6	30	x	-1,8	-0,9	0	0,9	1,8
	y	-2,3	-5,5	-7,9	-8	-11,6		y	-3,1	-3	0,6	2,4	2,7

Задание 14.

Функция $y = y(x)$ задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить ее функцией вида $\Phi(x) = a\varphi_0(x) + b\varphi_1(x)$. Определить величину среднеквадратичной погрешности. Построить на одном чертеже точечный график исходных данных и график функции $\Phi(x)$.

N	$\varphi_0(x)$	$\varphi_1(x)$	таблица						
			x	4,4	4,6	5	5,2	6	6,4
1	1	$\cos(x+2)$	x	4,4	4,6	5	5,2	6	6,4
			y	5,684	5,586	5,134	4,799	3,065	2,206
2	x	$1/(x+0.2)$	x	1,6	1,8	2,4	3,9	4,9	5,9
			y	2,789	3,05	3,869	6,021	7,487	8,965
3	1	$1/(x+0.2)$	x	3,3	4,7	5,3	5,7	5,9	6,6
			y	2,943	2,616	2,527	2,478	2,456	2,388
4	1	$\cos(1/x)$	x	0,2	2,1	5,1	5,5	6,3	6,9
			y	5,197	6,044	6,173	6,177	6,182	6,185
5	1	$1/(x+0.2)^2$	x	4,2	4,5	5,4	5,8	6,2	6,5
			y	3,922	3,895	3,837	3,819	3,805	3,796
6	1	$\sin(x+2)$	x	1,4	3	3,2	4,1	6	6,5
			y	0,223	0,012	0,035	0,245	0,597	0,54

N	$\varphi_0(x)$	$\varphi_1(x)$	таблица						
7	x	$\cos(x/2)$	x	2	2,6	5	5,1	6,3	6,4
			y	10,675	12,529	20,016	20,377	25,25	25,705
8	1	$1/(x + 0.5)^2$	x	0,1	4,3	4,4	5,4	6,4	6,9
			y	3,089	1,722	1,721	1,714	1,711	1,709
9	x	3^{x-4}	x	0,3	1,5	2,2	3,2	3,4	5,6
			y	1,104	5,49	8,114	12,101	12,964	28,279
10	x	$\ln(x + 0.2)$	x	4,3	4,7	4,8	5,9	6,3	6,6
			y	19,605	21,231	21,634	25,98	27,528	28,681
11	x	x^2	x	0,6	4	5,1	5,6	5,9	6
			y	1,236	16,4	24,276	28,336	30,916	31,8
12	x	$\sin 2x$	x	1,1	3,5	3,6	4,9	6,3	6,6
			y	2,458	5,907	6,194	6,984	9,484	10,492
13	x	$1/(x + 0.5)$	x	3,4	4,8	5,3	5,9	6,1	6,8
			y	7,357	9,78	10,673	11,757	12,12	13,399
14	1	$\sin(x/2)$	x	1,3	2,6	4,1	5,1	5,6	6,3
			y	6,179	7,469	7,195	6,008	5,206	3,97
15	$\sin x$	$\cos 2x$	x	3,7	4,7	5,2	5,7	5,9	6,9
			y	-0,296	-3,299	-2,432	-0,401	0,408	1,537
16	$\sin x$	$\sin 3x$	x	0,7	2,5	3,4	5	6,2	6,7
			y	6,18	6,3	-3,917	-1,265	-1,353	5,551
17	1	$\cos x$	x	0,3	1,5	2,3	4,1	4,6	6,7
			y	5,786	1,54	-1,998	-1,559	0,662	5,589
18	$x - 3$	$\cos x$	x	3,8	3,9	4,2	4,4	5,1	5,4
			y	3,123	3,562	4,893	5,788	8,933	10,27
19	x	$\sin(x/2)$	x	1,8	3,1	3,5	4,9	5	6,4
			y	8,618	13,969	15,41	19,724	19,996	23,534
20	1	3^{x-4}	x	4,1	4,7	4,8	5,3	5,6	6,9
			y	4,881	5,61	5,786	7,02	8,16	21,034
21	$\sin x$	$\sin 2x$	x	2,1	4,6	5,4	5,7	6	6,2
			y	0,573	-3,548	-7,03	-5,825	-3,215	-0,978
22	1	$x/(x + 1)$	x	1,1	4,9	5,4	5,7	6,3	6,7
			y	5,033	5,463	5,481	5,491	5,508	5,518
23	$x - 2$	$\sin x$	x	1,6	3,6	4,8	5,1	5,2	5,6
			y	2,958	3,101	4,496	5,722	6,209	8,509
24	x	$\cos 2x$	x	0,2	0,4	0,8	5,3	6,3	6,6
			y	2,398	2,734	2,907	18,916	25,109	25,871
25	1	$\sin(1/x)$	x	2,5	3	3,8	5,3	6,2	6,7
			y	1,984	1,891	1,79	1,681	1,641	1,623
26	1	3^{x-3}	x	2	4	5,1	5,9	6,3	6,8
			y	1,8	7,4	22,195	51,901	79,935	137,646

N	$\varphi_0(x)$	$\varphi_1(x)$	таблица						
27	1	$\cos(x/2)$	x	0,8	2,9	5	5,2	6	6,7
			y	4,447	1,886	-1,064	-1,242	-1,668	-1,631
28	1	$(x+1)^2$	x	3,9	4	4,9	5,6	5,9	6,4
			y	8,102	8,3	10,262	12,012	12,822	14,252
29	1	$\sin(x-1)$	x	3	3,4	3,7	4	5,9	6
			y	7,31	6,304	5,238	4,007	-0,825	-0,723
30	1	$(x-1)^2$	x	3,4	4,5	4,9	5,5	5,9	6,6
			y	22,956	43,075	52,251	67,875	79,531	102,316

Задание 15.

Для функции $y = y(x)$, заданной таблицей своих значений, построить интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона. Используя их, вычислить приближенное значение функции в точке \tilde{x} .

N	таблица					\tilde{x}	N	таблица					\tilde{x}	N	таблица					
1	x	3	4	5	6	4,11	2	x	-2	-1	0	1	-0,6	3	x	-1	0	1	2	-0,89
	y	1	-1	0	-4			y	1	3	0	-3			y	-5	-3	0	-3	
4	x	-3	-2	-1	0	-2,36	5	x	2	3	4	5	2,67	6	x	-3	-2	-1	0	-2,83
	y	4	0	-1	-1			y	-3	0	2	-1			y	0	3	1	4	
7	x	-1	0	1	2	-0,88	8	x	4	5	6	7	4,21	9	x	-2	-1	0	1	-0,72
	y	1	0	1	-2			y	-3	-2	0	-4			y	-3	-2	0	1	
10	x	-4	-3	-2	-1	-3,62	11	x	-3	-2	-1	0	-2,24	12	x	-5	-4	-3	-2	-3,13
	y	-1	0	2	2			y	4	-2	0	2			y	0	-5	4	3	
13	x	-3	-2	-1	0	-1,2	14	x	-5	-4	-3	-2	-3,47	15	x	-4	-3	-2	-1	-2,59
	y	-4	0	3	3			y	0	3	-4	2			y	-4	-5	0	-3	
16	x	0	1	2	3	1,12	17	x	-4	-3	-2	-1	-3,46	18	x	1	2	3	4	1,51
	y	-4	-2	0	1			y	-1	0	-5	-2			y	0	-4	-1	-2	
19	x	4	5	6	7	4,54	20	x	-1	0	1	2	-0,18	21	x	1	2	3	4	1,62
	y	-3	0	3	-5			y	-1	3	0	1			y	1	2	0	-5	
22	x	-3	-2	-1	0	-1,59	23	x	-3	-2	-1	0	-2,79	24	x	-1	0	1	2	0,48
	y	0	3	-4	-1			y	3	0	1	1			y	-5	0	1	1	
25	x	-4	-3	-2	-1	-2,71	26	x	-4	-3	-2	-1	-2,89	27	x	-3	-2	-1	0	-1,39
	y	4	1	0	3			y	1	-4	0	1			y	-2	0	-5	-1	
28	x	3	4	5	6	3,32	29	x	0	1	2	3	1,35	30	x	4	5	6	7	5,51
	y	1	0	1	2			y	1	2	0	1			y	4	-1	0	4	

Задание 16.

Функция $y = y(x)$ задана таблицей своих значений. Вычислить приближенное значение функции в точке \tilde{x} , используя интерполяционные многочлены Ньютона первой, второй и третьей степеней. Для каждого вычисленного значения найти практическую оценку погрешности. Записать все результаты с учетом погрешности.

УКАЗАНИЕ. Перед построением многочленов следует переупорядочить таблицу, расположив точки в порядке удаления от \tilde{x} .

N	таблица						\tilde{x}	N	таблица						\tilde{x}
1	x	1	1,8	2,2	3	3,4	1,96	2	x	0	0,4	1,2	2	2,8	0,61
	y	3	5,6	7,3	11,7	14,4			y	1	1,8	3,5	6,4	10,5	
3	x	0	0,4	0,8	1,2	2	0,62	4	x	2	2,8	3,2	4	4,4	3,03
	y	1	1,8	2,5	3,5	6,4			y	6,4	10,5	13	19	22,5	
5	x	4	4,4	4,8	5,2	5,6	5,01	6	x	2	2,4	3,2	4	4,4	3,31
	y	19	22,5	26,2	30,3	34,7			y	6,4	8,3	13	19	22,5	
7	x	3	3,4	3,8	4,2	4,6	3,92	8	x	0	0,4	0,8	1,6	2	1,07
	y	11,7	14,4	17,4	20,7	24,3			y	1	1,8	2,5	4,8	6,4	
9	x	3	3,4	4,2	5	5,4	4,48	10	x	4	4,4	5,2	6	6,4	5,35
	y	11,7	14,4	20,7	28,2	32,5			y	19	22,5	30,3	39,4	44,5	
11	x	1	1,4	1,8	2,2	3	2,05	12	x	1	1,4	1,8	2,6	3	1,61
	y	3	4,1	5,6	7,3	11,7			y	3	4,1	5,6	9,4	11,7	
13	x	3	3,4	4,2	4,6	5	4,43	14	x	2	2,4	2,8	3,6	4,4	2,95
	y	11,7	14,4	20,7	24,3	28,2			y	6,4	8,3	10,5	15,9	22,5	
15	x	3	3,8	4,6	5	5,4	4,8	16	x	3	3,8	4,2	5	5,4	4,05
	y	11,7	17,4	24,3	28,2	32,5			y	11,7	17,4	20,7	28,2	32,5	
17	x	0	0,4	0,8	1,2	1,6	0,93	18	x	1	1,4	2,2	2,6	3,4	1,55
	y	1	1,8	2,5	3,5	4,8			y	3	4,1	7,3	9,4	14,4	
19	x	4	4,4	5,2	6	6,8	5,37	20	x	1	1,4	1,8	2,6	3,4	1,62
	y	19	22,5	30,3	39,4	49,8			y	3	4,1	5,6	9,4	14,4	
21	x	4	4,8	5,6	6,4	7,2	5,88	22	x	1	1,4	2,2	2,6	3	2,46
	y	19	26,2	34,7	44,5	55,5			y	3	4,1	7,3	9,4	11,7	
23	x	0	0,4	1,2	2	2,4	0,69	24	x	3	3,4	4,2	4,6	5	3,66
	y	1	1,8	3,5	6,4	8,3			y	11,7	14,4	20,7	24,3	28,2	
25	x	0	0,8	1,6	2	2,8	1,71	26	x	3	3,8	4,6	5	5,8	4,08
	y	1	2,5	4,8	6,4	10,5			y	11,7	17,4	24,3	28,2	37	
27	x	3	3,8	4,6	5	5,4	4,74	28	x	0	0,8	1,2	2	2,8	1,48
	y	11,7	17,4	24,3	28,2	32,5			y	1	2,5	3,5	6,4	10,5	
29	x	3	3,8	4,2	5	5,4	3,95	30	x	2	2,8	3,6	4	4,4	3
	y	11,7	17,4	20,7	28,2	32,5			y	6,4	10,5	15,9	19	22,5	

Задание 17.

Функция $y = y(x)$ задана таблицей своих значений:

x	0	1	2	3
y	y_0	y_1	y_2	y_3

Построить параболический сплайн дефекта 1 для функции $y = y(x)$, если известно также дополнительное условие. На одном чертеже построить график сплайна и указать исходные точки (x_i, y_i) , $i = 0, \dots, 3$.

УКАЗАНИЕ. Для упрощения вычислений записать многочлен на отрезке $[x_{i-1}, x_i]$ в виде $P_i(x) = a_{i,0} + a_{i,1}(x - x_{i-1}) + a_{i,2}(x - x_{i-1})(x - x_i)$.

N	y_0	y_1	y_2	y_3	Доп. условие	N	y_0	y_1	y_2	y_3	Доп. условие
1	5	12	23	38	$S'(3) = 18$	2	-4	8	21	40	$S''(2 - 0) = S''(2 + 0)$
3	-5	-16	-34	-54	$S'(3) = -20$	4	-2	-3	0	0	$S''(1 - 0) = S''(1 + 0)$
5	-5	-7	-5	0	$S''(3) = 0$	6	0	-2	-3	-6	$S''(2 - 0) = S''(2 + 0)$
7	1	0	5	17	$S'(3) = 16$	8	0	7	13	10	$S''(3) = -8$
9	4	10	22	35	$S''(1 - 0) = S''(1 + 0)$	10	1	-5	-10	-6	$S''(3) = 8$
11	-5	-13	-28	-48	$S''(3) = -6$	12	0	6	14	17	$S''(1 - 0) = S''(1 + 0)$
13	-4	-11	-20	-28	$S'(3) = -9$	14	2	7	10	2	$S''(3) = -10$
15	-6	-15	-34	-56	$S''(1 - 0) = S''(1 + 0)$	16	1	0	5	11	$S''(1 - 0) = S''(1 + 0)$
17	4	-8	-21	-31	$S'(3) = -12$	18	8	-1	-15	-39	$S''(2 - 0) = S''(2 + 0)$
19	9	-8	-29	-62	$S''(2 - 0) = S''(2 + 0)$	20	2	2	1	-6	$S''(3) = -12$
21	-5	-4	-5	-1	$S'(3) = 8$	22	-4	-4	-4	-7	$S''(0) = -6$
23	2	8	21	32	$S''(3) = -12$	24	2	8	16	26	$S''(1 - 0) = S''(1 + 0)$
25	-1	-4	-15	-27	$S'(3) = -7$	26	0	-4	-5	0	$S'(0) = -6$
27	-2	-1	-3	-9	$S'(0) = 1$	28	0	-11	-23	-39	$S''(2 - 0) = S''(2 + 0)$
29	-5	-3	-5	-14	$S'(0) = 3$	30	-1	-4	-5	-2	$S''(1 - 0) = S''(1 + 0)$