
Anhang an Aufgabe 40c)

$x_b[x_a]$ und $y_b[y_a]$ sind die Punkte auf Ellipse B ausgedrückt in Abhängigkeit eines Punktes (x_a, y_a) auf Ellipse A:

$$\text{In[29]:= } x_b[x_a] := x_a + \left(da1 * (2 * x_a - 2 * aA1) * c \right) / \left(da1^2 * (2 * x_a - 2 * aA1)^2 + da2^2 * (2 * y_a - 2 * aA2)^2 \right)$$

$$\text{In[30]:= } y_b[y_a] := y_a + \left(da2 * (2 * y_a - 2 * aA2) * c \right) / \left(da1^2 * (2 * x_a - 2 * aA1)^2 + da2^2 * (2 * y_a - 2 * aA2)^2 \right)$$

Dies ist die vollständige Abstandsfunktion zwischen zwei beliebigen Punkten auf den Ellipsen. Im folgenden wird die Abstandsfunktion durch einsetzen der obigen Herleitungen umgeformt und später der Gradient berechnet.

$$\text{In[28]:= } abs[xa_, ya_, xb_, yb_] = (xa - ya)^2 + (xb - yb)^2$$

$$\text{Out[28]= } (xa - ya)^2 + (xb - yb)^2$$

Nun den Punkt auf der zweiten Ellipse in Abhängigkeit zum Ersten, eingesetzt in die Abstandsfunktion:

$$\text{In[31]:= } abs[xA, yA, x_b[xA], y_b[yB]]$$

$$\text{Out[31]= } (xA - yA)^2 + \left(xA + \frac{c \, da1 \, (-2 \, aA1 + 2 \, xA)}{da1^2 \, (-2 \, aA1 + 2 \, xA)^2 + da2^2 \, (-2 \, aA2 + 2 \, yA)^2} - yB - \frac{c \, da2 \, (-2 \, aA2 + 2 \, yB)}{da1^2 \, (-2 \, aA1 + 2 \, xA)^2 + da2^2 \, (-2 \, aA2 + 2 \, yB)^2} \right)^2$$

Gradient der Abstandsfunktion:

In[57]:= **Grad**[**abs**[**xA**, **yA**, **xb**[**xA**], **yB**[**yA**]], {**xA**, **yA**}]
 [Gradient

$$\begin{aligned} \text{Out[57]} = & \left\{ 2 (xA - yA) + 2 \left(1 - \frac{4 c da1^3 (-2 aA1 + 2 xA)^2}{(da1^2 (-2 aA1 + 2 xA)^2 + da2^2 (-2 aA2 + 2 yA)^2)^2} + \right. \right. \\ & \frac{4 c da1^2 da2 (-2 aA1 + 2 xA) (-2 aA2 + 2 yA)}{(da1^2 (-2 aA1 + 2 xA)^2 + da2^2 (-2 aA2 + 2 yA)^2)^2} + \\ & \left. \frac{2 c da1}{da1^2 (-2 aA1 + 2 xA)^2 + da2^2 (-2 aA2 + 2 yA)^2} \right) \\ & \left(xA - yA + \frac{c da1 (-2 aA1 + 2 xA)}{da1^2 (-2 aA1 + 2 xA)^2 + da2^2 (-2 aA2 + 2 yA)^2} - \right. \\ & \left. \frac{c da2 (-2 aA2 + 2 yA)}{da1^2 (-2 aA1 + 2 xA)^2 + da2^2 (-2 aA2 + 2 yA)^2} \right), \\ & -2 (xA - yA) + 2 \left(-1 - \frac{4 c da1 da2^2 (-2 aA1 + 2 xA) (-2 aA2 + 2 yA)}{(da1^2 (-2 aA1 + 2 xA)^2 + da2^2 (-2 aA2 + 2 yA)^2)^2} + \right. \\ & \frac{4 c da2^3 (-2 aA2 + 2 yA)^2}{(da1^2 (-2 aA1 + 2 xA)^2 + da2^2 (-2 aA2 + 2 yA)^2)^2} - \\ & \left. \frac{2 c da2}{da1^2 (-2 aA1 + 2 xA)^2 + da2^2 (-2 aA2 + 2 yA)^2} \right) \\ & \left(xA - yA + \frac{c da1 (-2 aA1 + 2 xA)}{da1^2 (-2 aA1 + 2 xA)^2 + da2^2 (-2 aA2 + 2 yA)^2} - \right. \\ & \left. \frac{c da2 (-2 aA2 + 2 yA)}{da1^2 (-2 aA1 + 2 xA)^2 + da2^2 (-2 aA2 + 2 yA)^2} \right) \} \end{aligned}$$

Nebenbedingungen

In[58]:= **nebenA**[**xA_**, **ya_**] = **da1** (**xA** - **aA1**)² + **da2** (**ya** - **aA2**)² - 1

Out[58]= -1 + da1 (-aA1 + xA)² + da2 (-aA2 + ya)²

In[59]:= **nebenB**[**xb_**, **yB_**] = **db1** (**xb** - **aB1**)² + **dB2** (**yB** - **aB2**)² - 1

Out[59]= -1 + db1 (-aB1 + xb)² + dB2 (-aB2 + yB)²

wobei in Nebenbedingung 2 auch die Variablen wie oben ersetzt werden:

In[61]:= **nebenBtoA**[**xA_**, **yB_**] = **nebenB**[**xb**[**xA**], **yB**[**yA**]]

Out[61]= -1 + db1 $\left(-aB1 + xA + \frac{c da1 (-2 aA1 + 2 xA)}{da1^2 (-2 aA1 + 2 xA)^2 + da2^2 (-2 aA2 + 2 yA)^2} \right)^2 +$
 $dB2 \left(-aB2 + yA + \frac{c da2 (-2 aA2 + 2 yA)}{da1^2 (-2 aA1 + 2 xA)^2 + da2^2 (-2 aA2 + 2 yA)^2} \right)^2$

Gradient der Nebenbedingung A:

```
In[62]:= Grad[nebenA[xA, yA], {xA, yA}]
          Gradient
```

```
Out[62]= {2 da1 (-aA1 + xA), 2 da2 (-aA2 + yA)}
```

auflösen der Gleichung nach (xA,yA)

```
In[63]:= NSolve[{Grad[abs[xA, yA, xb[xA], yb[yA]], {xA, yA}][[1]] -
                Löse nu... Gradient
                delta * Grad[nebenA[xA, yA], {xA, yA}][[1]] == 0,
                Gradient
                Grad[abs[xA, yA, xb[xA], yb[yA]], {xA, yA}][[2]] -
                Gradient
                delta * Grad[nebenA[xA, yA], {xA, yA}][[2]] == 0,
                Gradient
                nebenA[xA, yA] == 0, nebenBtoA[xA, yA] == 0}, {xA, yA, delta}]
```

```
Out[63]= $Aborted
```