

0.1 Метод линейной оптимизации

- 1 Руководство банка желает оптимизировать численность персонала с целью уменьшить статью расходов на заработную плату. Число служащих, задействованных в обслуживании клиентов, зависит от потока клиентов и изменяется в течении рабочего дня. Было рассчитано необходимое для качественного обслуживания количество персонала в каждом часовом промежутке с 9 до 19 ч. Результаты представлены в таблице.

Временной период, ч.	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19
Число сотрудников, чел.	16	30	31	45	66	72	61	34	16	10

Служащие, занятые в банке полный день, работают либо с 9 до 17 ч с перерывом на обед с 12 до 13 ч, либо с 11 до 19 ч с перерывом на обед с 14 до 15 ч. Их часовая ставка составляет 8 бел. руб. Возможно также использование служащих, занятых неполный день (4 рабочих часа подряд). Их часовая ставка зависит от временного промежутка, на который их нанимают, следующим образом:

Время найма, ч.	9-17	11-19	9-13	10-14	11-15	12-16	13-17	14-18	15-19
Оплата в час, бел. руб.	8	8	6	7	9	10	8	6	6

- а) Рассчитайте оптимальное количество служащих на полный день и с неполной занятостью и составьте расписание их работы. Какова общая заработная плата всех служащих в день?
- б) Результаты расчета вызвали недовольство руководства, и управляющий потребовал, чтобы в любое время в банке работало не менее 4 служащих, занятых полный день. Составьте новое расписание. Какова теперь общая заработная плата всех служащих в день?
- в) Новые результаты также показали руководству неудовлетворительными, так как общее число служащих превысило 100 человек, что должно привести к переходу организации в другую налоговую группу и общему увеличению различных налоговых выплат. Необходимо сократить количество персонала, работающего с клиентами, до 94 человек. Составьте новое расписание. Какова теперь общая заработная плата всех служащих в день?
- 2 В call-центре одной компании работают 28 человек. Сведения об их стаже, квалификации (по 10-балльной шкале) и дневной оплате представлены в таблице:

Оператор	Навыки	Стаж	Зарботная плата
№ 28	3	1	7
№ 27	3	1	7
№ 26	3	1	7
№ 25	4	1	9
№ 24	4	2	10
№ 23	4	2	10
№ 22	4	3	11
№ 21	4	3	11
№ 20	5	2	12
№ 19	5	3	13
№ 18	5	3	13
№ 17	5	3	13
№ 16	5	4	14
№ 15	5	4	14

Оператор	Навыки	Стаж	Зарботная плата
№ 14	5	5	15
№ 13	6	3	15
№ 12	7	2	16
№ 11	7	4	18
№ 10	7	5	19
№ 09	8	2	18
№ 08	8	4	20
№ 07	8	4	20
№ 06	8	5	21
№ 05	8	6	22
№ 04	9	4	22
№ 03	9	4	22
№ 02	9	5	23
№ 01	10	3	23

Управляющий отделом операторов желает составить понедельный график дежурств операторов. Его основная задача — обеспечить требуемое качество услуг. Анализ показывает, что качество услуг прямо пропорционально сумме показателей квалификации и стажа работы для всех операторов, находящихся на дежурстве.

Высший рейтинг для имеющихся операторов — 14, как видно из таблицы. Так как в разные дни недели трафик операторской службы сильно различается, то для обеспечения высокого качества услуг в любой день приходится тщательно подбирать состав операторов для каждого дня недели. В понедельник и пятницу нагрузка выше всего, поэтому требуется, чтобы параметр качества был не менее 220 единиц. В субботу и воскресенье нагрузка, напротив, сильно падает, так что параметр качества допустимо опустить до 80 ед. В остальные дни этот параметр должен быть не ниже 180.

- а) Составьте расписание работы операторов, удовлетворяющее параметрам качества. Учтите, что каждый оператор должен быть занят 5 дней в неделю.
- б) Так как руководство компании очень внимательно относится к служащим, проработавшим в компании много лет, управляющему отделом велено предоставлять выходные в субботу и воскресенье всем операторам со стажем не менее 5 лет. Скорректируйте расписание дежурств с учетом этого обстоятельства.

- 3 Группа электростанций должна обеспечивать потребности региона в электроэнергии. Суточное потребление электроэнергии непостоянно. В таблице даны средние потребности в электрических мощностях в разное время суток для текущего времени года:

Время, ч.	Мощность, МВт
с 12:00 до 6:00	15 000
с 6:00 до 9:00	30 000
с 9:00 до 15:00	25 000
с 9:00 до 15:00	40 000
с 18:00 до 12:00	27 000

В группе электростанций представлены генераторы трех типов: двенадцать генераторов типа 1, десять — типа 2 и пять — типа 3. Каждый генератор, если он запущен, должен быть нагружен не менее чем на некоторую допустимую минимальную мощность. Кроме этого существует, разумеется, и верхний предел мощности для каждого типа генератора. Стоимость одного часа работы каждого генератора складывается из постоянной части — стоимости работы генератора на нижнем уровне мощности и переменной части — пропорциональной количеству мегаватт мощности сверх минимума, обеспечиваемой генератором в текущем режиме. Запуск генератора также влечет некоторую постоянную издержку. Вся эта информация приведена в таблице:

	Мин. мощность, МВт	Макс. мощность, МВт	Стоимость 1 ч. работы на мин. уровне мощности, тыс. руб.	Стоимость 1 МВт · час сверх минимального уровня, тыс. руб.	Стоимость запуска генератора, тыс. руб.
Тип 1	850	2000	175	150	150
Тип 2	1250	1750	200	120	60
Тип 3	1500	4000	390	200	90

- а) Составьте график работы генераторов в течение дня, позволяющий минимизировать издержки по выработке электроэнергии.
- б) Какова наименьшая стоимость производства 1 кВт·ч электричества?

- 4 Ресторан открыт с 8 утра до 10 вечера ежедневно. Помимо этого одна команда рабочих должна появляться на 1 ч раньше, чтобы подготовить ресторан к работе, а другая должна оставаться на 1 ч после закрытия ресторана для проведения необходимой уборки. Поскольку среди сотрудников ресторана много почасовых рабочих, отдел по работе с персоналом выделяет 9 рабочих смен (табл. 1). В таблице представлены данные операционной службы ресторана о количестве рабочих, требуемом в каждом из 2-часовых блоков, на которые менеджмент разбивает время работы ресторана.

В табл. 2 представлены сведения об оплате труда рабочих разных категорий при работе в соответствующие смены. Менеджмент ресторана считает необходимым, чтобы по крайней мере 40% всех работающих в часы пик — с 11 до 13 и с 17 до 19 — составляли штатные работники ресторана (числящиеся на ставке). По крайней мере 2 штатных работника должны быть в команде работающих с 7 до 9 и с 21 до 23 ч. Сколько рабочих — почасовиков и штатников нужно иметь в каждой из 9 смен, чтобы удовлетворить требованиям операционной службы и минимизировать затраты на оплату сотрудников?

Табл. 1 Блоки	Требуется рабочих
7-9	8
9-11	10
11-13	22
13-15	15
15-17	10
17-19	20
19-21	16
21-23	8

Табл. 2. Блоки	Тип рабочего	Оплата за день, руб.
7-9	Почасовик	15
7-11	Почасовик	25
7-15	Ставка	52
11-15	Почасовик	22
11-19	Ставка	54
15-19	Почасовик	24
15-23	Ставка	55
19-23	Почасовик	23
21-23	Почасовик	16

0.2 Транспортная задача и её варианты

- 1 **Задача распределения кадров.** Имеется m групп специалистов A_1, A_2, \dots, A_m в количествах a_1, a_2, \dots, a_m человек соответственно. Имеется n видов работ B_1, B_2, \dots, B_n , проводимых на b_1, b_2, \dots, b_n рабочих местах, причем общее число специалистов равно общему числу рабочих. Каждая из групп A_1, A_2, \dots, A_m объединяет специалистов, обладающих одинаковой производительностью при выполнении работ B_1, B_2, \dots, B_n . Производительность группы специалистов A_i при выполнении работы B_j известна: a_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$). Найти оптимальное распределение специалистов по видам работ, т.е. такое распределение, при котором общий показатель производительности был бы максимальным.
- 2 **Задача размещения сельскохозяйственных культур по хозяйствам.** Имеется m видов сельскохозяйственных культур и n хозяйств, где их можно выращивать. Из-за различия условий (почв, расположения и т.д.) доход, получаемый с 1 га посева одной и той же культуры, в разных хозяйствах неодинаков. Обозначим его для i -й культуры и j -го хозяйства через c_{ij} . Общие площади посева культур a_i и площади пашни в хозяйствах b_j известны. Требуется составить такой план размещения сельскохозяйственных культур по хозяйствам, чтобы общий доход от их производства был максимальным.
- 3 Транспортная компания, ведающая перевозками сравнительно небольших грузов (которые можно перевозить на грузовиках), содержит парк грузовиков для междугородных перевозок. Внутригородские грузовики осуществляют местные перевозки и привозят товары на городскую товарную станцию, где их сортируют и передают на соответствующие междугородные грузовики. На товарной станции могут одновременно разместиться шесть внутригородских грузовиков. Помещение каждого грузовика на каждое из шести мест связано с определённой стоимостью (сортировки и передачи грузов). Требуется одновременно разместить на станции четыре внутригородских грузовика (номера от 1 до 4). Таблица стоимостей:

	Грузовик 1	Грузовик 2	Грузовик 3	Грузовик 4
Место 7	3	6	2	6
Место 8	7	1	4	4
Место 9	3	8	5	8
Место 10	6	4	3	7
Место 11	5	2	4	3
Место 12	5	7	6	2

- 4 Предположим, что некоторая компания в небольшом торговом городе распределяет женский труд. У неё есть постоянный оплачиваемый штат из четырёх женщин (номера от 1 до 4), которые являются специалистами каждая в своей области и, кроме того, разбираются в смежных областях. Вместе с тем у компании есть определенное количество девушек, которые не зачислены в штат, но обучаются различным работам и используются временно, когда увеличивается объём работ. Клиенты обычно платят за услуги в соответствии с произведённой работой (т.е. с количеством напечатанных писем, количеством оформленных накладных, заполненных документов и т.д.). В один из дней компания получает заказ на четыре работы (номера от 5 до 8), для каждой из которых по прошлому опыту известна возможная производительность каждой из оплачиваемых девушек. Известна таблица предполагаемых дневных доходов компании при назначении каждой из девушек i ($i = 1, 2, 3, 4$ и $j = 5, 6, 7, 8$):

	Работа 5	Работа 6	Работа 7	Работа 8
Девушка 1	1	8	4	1
Девушка 2	5	7	6	5
Девушка 3	3	5	4	2
Девушка 4	3	1	6	3

Необходимо так распределить работы между девушками, чтобы максимизировать доходы компании за день.

0.3 Задачи управления запасами

- 1 Пусть предприниматель должен поставить своему заказчику 24 000 единиц продукции в год. Так как получаемая продукция используется непосредственно на сборочной линии и заказчик не имеет для неё специальных складов, поставщик должен ежедневно отгружать дневную норму. В случае нарушения поставок поставщик рискует потерять заказ. Поэтому нехватка продукции недопустима, т.е. штраф при нехватке можно считать бесконечным. Хранение единицы продукции в месяц стоит 0.1 руб. Стоимость запуска в производство одной партии продукции составляет 350 руб. Требуется вычислить оптимальный размер партии q_0 , оптимальный интервал отгрузки партии продукции.
- 2 Пусть сохраняются все условия предыдущей задачи, но только штраф за нехватку теперь равен 0.2 руб. за одно изделие в месяц.