

Part - III
MATHEMATICS (SCIENCE)

Maximum : 80 Scores

HSS LIVE

Time : 2½ Hours
Cool off time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are neither allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool off time'.
- Use the 'cool off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read the questions carefully before answering.
- All questions are compulsory and only internal choice is allowed.
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except nonprogrammable calculators are not allowed in the Examination Hall.

നിർദ്ദേശങ്ങൾ:

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയ വിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതണം. ഇന്റേണൽ ചോയ്സ് മാത്രമേ അനുവദിക്കുകയുള്ളൂ.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഉപ ചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യ നമ്പറിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തര പേപ്പറിൽത്തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

1. Let $A = \{x : x \in W, x < 5\}$,

$B = \{x : x \text{ is a prime number less than } 5\}$ and

$U = \{x : x \text{ is an integer, } 0 \leq x \leq 6\}$.

a) Write A, B in roster form. (1)

b) Find $(A - B) \cup (B - A)$. (2)

c) Verify $(A \cup B)' = A' \cap B'$. (2)

2. a) Find the domain of the

function $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x^2 - 5x + 4}$. (2)

b) Sketch the graph of the function $f(x) = |x + 1|$. (2)

c) Consider $A = \{1, 2, 3, 5\}$ and $B = \{4, 6, 9\}$. Define a relation $R: A \rightarrow B$ by $R = \{(x, y) : x - y \text{ is odd, } x \in A, y \in B\}$. Write R in roster form and find the range of R . (2)

3. a) Which one of the following values of $\sin x$ is incorrect?

- i) 0 ii) $1/2$
iii) 3 iv) 1 (1)

b) Prove that

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \sqrt{2} \cos x \quad (2)$$

c) A tree breaks due to a storm and the broken part bends so that the top of the tree touches the ground making an angle 30° with it. The distance between the foot of the tree to the point where the top touches the ground is 8 m. Find the height of the tree. (3)

OR

1. $A = \{x : x \in W, x < 5\}$,

$B = \{x : x \text{ എന്നത് } 5\text{-ൽ കുറവായ ഒരു അഭാജ്യ സംഖ്യ}\}$

$U = \{x : x \text{ ഒരു പൂർണ്ണ സംഖ്യ, } 0 \leq x \leq 6\}$ ആയാൽ,

a) A, B എന്നിവയുടെ റോസ്റ്റർ രൂപം എഴുതുക. (1)

b) $(A - B) \cup (B - A)$ കാണുക. (2)

c) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ശരിയാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുക. (2)

2. a) $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x^2 - 5x + 4}$ എന്ന

ഏകദത്തിന്റെ മണ്ഡലം കാണുക. (2)

b) $f(x) = |x + 1|$ എന്ന ഏകദത്തിന്റെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക. (2)

c) $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{4, 6, 9\}$ ആണ്. $R = \{(x, y) : x - y \text{ എന്നത് ഒറ്റ സംഖ്യ, } x \in A, y \in B\}$ എന്നത് A യിൽനിന്നും B യിലേയ്ക്കുള്ള ഒരു ബന്ധവും ആയാൽ, R -നെ പട്ടികാരിയിൽ എഴുതി രംഗം കാണുക. (2)

3. a) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതിൽ $\sin x$ ന്റെ വില അല്ലാത്തത് ഏത്?

- i) 0 ii) $1/2$
iii) 3 iv) 1 (1)

b) $\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \sqrt{2} \cos x$
-എന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

c) ഒരു മരം കാറ്റത്തൊടിഞ്ഞ് ഒടിഞ്ഞ ഭാഗം ചരിഞ്ഞ് മുകൾ ഭാഗം തറയിൽ 30° കോണിൽ സ്ഥിരപ്പെടുന്നു. മരച്ചുവട്ടിൽ നിന്നും മുകൾ ഭാഗം തറയിൽ സ്ഥിരപ്പെട്ട ബിന്ദു 8 മീറ്റർ അകലത്തിലാണ്. എന്നാൽ മരത്തിന്റെ ഉയരം കണക്കാക്കുക. (3)

അല്ലെങ്കിൽ

OR

a) $\sin 225^\circ = \dots\dots\dots$

i) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ii) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

iii) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ iv) $\frac{1}{2}$ (1)

b) Find the principal and general solutions of

$$\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$
 (2)

c) Prove that

$$\tan\left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2}$$
 (3)

4. A statement $p(n)$ for a natural number n is given by

$$p(n) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}$$

a) Verify that $p(1)$ is true. (1)b) By assuming that $p(k)$ is true for a natural number k , show that $p(k+1)$ is true. (3)5. a) Represent the complex number $1 + \sqrt{3}i$ in the polar form. (2)b) Find the square root of the complex number $-7 - 24i$. (3)6. a) The interval representing the solution of the inequality $3x - 1 \geq 5, x \in R$ is

i) $[5, \infty)$ ii) $[2, \infty)$
iii) $[3, \infty)$ iv) $(-\infty, \infty)$ (1)

b) Solve the system of inequalities graphically.

$$\begin{aligned} x + 2y &\leq 8, & 2x + y &\leq 8, \\ x &\geq 0, & y &\geq 0. \end{aligned}$$
 (4)

അല്ലെങ്കിൽ

a) $\sin 225^\circ = \dots\dots\dots$

i) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ii) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

iii) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ iv) $\frac{1}{2}$ (1)

b) $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ എന്ന സമവാക്യ

ത്തിന്റെ പ്രിൻസിപ്പൽ സൊല്യൂഷനും ജനറൽ സൊല്യൂഷനും കാണുക. (2)

c) $\tan\left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{a-b}{a+b} \cot \frac{C}{2}$ എന്നു തെളിയിക്കുക. (3)

4. ഏതൊരു എണ്ണൽ സംഖ്യ 'n' നും

$$p(n) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}$$

ആയാൽ:

a) $p(1)$ ശരിയാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുക. (1)b) k എന്ന എണ്ണൽ സംഖ്യക്ക് $p(k)$ ശരിയാണെന്ന് സങ്കല്പിച്ച് $p(k+1)$ ശരിയാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)5. a) $1 + \sqrt{3}i$ എന്ന കോംപ്ലക്സ് നമ്പറിനെ പോളാർ രൂപത്തിൽ എഴുതുക. (2)b) $-7 - 24i$ എന്ന കോംപ്ലക്സ് നമ്പറിന്റെ വർഗ്ഗ മൂലം കാണുക. (3)6. a) ഏത് ഇൻറർവെൽ ആണ് $3x - 1 \geq 5, x \in R$ എന്ന അസമതയുടെ നിർദ്ധാരണ മൂല്യത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

i) $[5, \infty)$ ii) $[2, \infty)$
iii) $[3, \infty)$ iv) $(-\infty, \infty)$ (1)

b) $x + 2y \leq 8, 2x + y \leq 8, x \geq 0, y \geq 0$ എന്നീ അസമതകൾ ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. (4)

7. a) $\frac{0!}{1!} = \dots\dots\dots$

- i) 0 ii) 1
iii) 2 iv) 3 (1)

b) Find r , if $5 \times 4 P_r = 6 \times 5 P_{r-1}$ (2)

- c) Find the number of 8-letter arrangements that can be made from the letters of the word DAUGHTER so that all vowels do not occur together. (3)

OR

a) ${}^nC_{n-1} = \dots\dots\dots$

- i) $n-1$ ii) n
iii) 0 iv) 1 (1)

b) If ${}^nC_9 = {}^nC_8$, find nC_2 . (2)

- c) How many ways can a team of 5 persons be selected out of a group of 4 men and 7 women, if the team has at least one man and one woman? (3)

8. a) The number of terms in the expansion of $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$ is

- i) $n+1$ ii) n
iii) $2n+1$ iv) $2n+2$ (1)

b) Find a , if the 17th term and 18th term of the expansion of $(2+a)^{50}$ are equal. (3)

7. a) $\frac{0!}{1!} = \dots\dots\dots$

- i) 0 ii) 1
iii) 2 iv) 3 (1)

b) $5 \times 4 P_r = 6 \times 5 P_{r-1}$ ആയാൽ r ന്റെ വില കാണുക. (2)

- c) എല്ലാ സ്വര അക്ഷരങ്ങളും ഒരുമിച്ചു വരാതെ DAUGHTER എന്ന വാക്കിലെ അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് 8 അക്ഷരങ്ങൾ വരുന്ന എത്ര ക്രമീകരങ്ങൾ ഉണ്ടെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

അല്ലെങ്കിൽ

a) ${}^nC_{n-1} = \dots\dots\dots$

- i) $n-1$ ii) n
iii) 0 iv) 1 (1)

b) ${}^nC_9 = {}^nC_8$ ആയാൽ nC_2 കാണുക. (2)

- c) 4 പുരുഷന്മാരും 7 സ്ത്രീകളും ഉള്ള ഒരു കൂട്ടത്തിൽ നിന്നും ഒരു പുരുഷനും ഒരു സ്ത്രീയും എങ്കിലും വരുന്ന 5 പേരെടുക്കുന്ന എത്ര ടീമിനെ തെരഞ്ഞെടുക്കാം. (3)

8. a) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$ എന്നതിന്റെ വിപുലീകരണത്തിലെ പദങ്ങളുടെ എണ്ണം

- i) $n+1$ ii) n
iii) $2n+1$ iv) $2n+2$ (1)

b) $(2+a)^{50}$ എന്നതിന്റെ വിപുലീകരണത്തിലെ 17-ാം പദവും 18-ാം പദവും തുല്യമായാൽ a കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

9. a) The 3rd term of the sequence

whose n^{th} term is $\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}$ is

- i) $\frac{9}{4}$ ii) $\frac{3}{2}$
 iii) $\frac{18}{3}$ iv) $\frac{81}{16}$ (1)

b) Insert three numbers between 1 and 256 so that the resulting sequence is a G.P. (2)

c) If m^{th} term of an A.P. is n and n^{th} term is m , where $m \neq n$, find p^{th} term. (3)

OR

a) The 6th term of the sequence

whose n^{th} term is $a_n = \frac{2n-3}{6}$ is

- i) 3 ii) $\frac{1}{2}$
 iii) $\frac{3}{2}$ iv) $\frac{1}{3}$ (1)

b) Find the sum to infinity of the sequence $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$ (2)

c) If a, b, c are in A.P. and $a^{1/x} = b^{1/y} = c^{1/z}$, prove that x, y, z are in A.P. (3)

9. a) n -ാം പദം $\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}$ ആയ

ശ്രേണിയുടെ 3-ാം പദം:

- i) $\frac{9}{4}$ ii) $\frac{3}{2}$
 iii) $\frac{18}{3}$ iv) $\frac{81}{16}$ (1)

b) 1 നും 256 നും ഇടയിൽ മൂന്ന് സംഖ്യകൾ ഉൾപ്പെടുത്തി അവയെ ഒരു സമഗുണിത പ്രോഗ്രഷൻ ആക്കുക. (2)

c) ഒരു സമാന്തര പ്രോഗ്രഷന്റെ m -ാം പദം n ഉം n -ാം പദം m ഉം ആയാൽ p -ാം പദം കാണുക. (3)

അല്ലെങ്കിൽ

a) n -ാം പദം $a_n = \frac{2n-3}{6}$ ആയ

ശ്രേണിയുടെ 6-ാം പദം:

- i) 3 ii) $\frac{1}{2}$
 iii) $\frac{3}{2}$ iv) $\frac{1}{3}$ (1)

b) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$ എന്ന അനന്തശ്രേണിയുടെ തുക കാണുക. (2)

c) a, b, c എന്നിവ ഒരു സമഗുണിത പ്രോഗ്രഷനിലെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളും $a^{1/x} = b^{1/y} = c^{1/z}$ ഉം ആയാൽ x, y, z എന്നിവ ഒരു സമാന്തര പ്രോഗ്രഷനിലെ തുടർച്ചയായ പദങ്ങളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

10. a) Find the equation of the line passing through the points $(3, -2)$ and $(-1, 4)$. (2)

b) Reduce the equation $\sqrt{3}x + y - 8 = 0$ into normal form. (2)

c) If the angle between two lines is $\pi/4$ and slope of one of the lines is $1/2$, find the slope of the other line. (2)

11. a) Directrix of the parabola $x^2 = -4ay$ is

i) $x + a = 0$ ii) $x - a = 0$
iii) $y - a = 0$ iv) $y + a = 0$ (1)

b) Find the equation of the ellipse whose length of the major axis is 20 and foci are $(0, \pm 5)$. (3)

12. a) A point in the XZ plane is

i) $(1, 1, 1)$ ii) $(2, 0, 3)$
iii) $(2, 3, 0)$ iv) $(-1, 2, 3)$ (1)

b) Show that the points $A(1, 2, 3)$, $B(-1, -2, -1)$, $C(2, 3, 2)$ and $D(4, 7, 6)$ are the vertices of a parallelogram. (3)

10. a) $(3, -2)$, $(-1, 4)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽകൂടി കടന്നു പോകുന്ന രേഖയുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

b) $\sqrt{3}x + y - 8 = 0$ എന്ന രേഖയുടെ സമവാക്യത്തെ നോർമൽ ഫോമിലാക്കുക. (2)

c) രണ്ടു രേഖകൾക്കിടയിലുള്ള കോൺ $\pi/4$ ഉം അതിലെ ഒരു രേഖയുടെ സ്ലോപ്പ് $1/2$ ഉം ആയാൽ മറ്റേ രേഖയുടെ സ്ലോപ്പ് കാണുക. (2)

11. a) $x^2 = -4ay$ എന്ന പരാബോളയുടെ ഡയറക്ട്രിക്സ്:

i) $x + a = 0$ ii) $x - a = 0$
iii) $y - a = 0$ iv) $y + a = 0$ (1)

b) മേജർ അക്ഷത്തിന്റെ നീളം 20 ഉം ഫോക്കസുകൾ $(0, \pm 5)$ ഉം ആയ എലിപ്സിന്റെ സമവാക്യം കാണുക. (3)

12. a) XZ തലത്തിലെ ഒരു ബിന്ദു ആകുന്നത്:

i) $(1, 1, 1)$ ii) $(2, 0, 3)$
iii) $(2, 3, 0)$ iv) $(-1, 2, 3)$ (1)

b) $A(1, 2, 3)$, $B(-1, -2, -1)$, $C(2, 3, 2)$, $D(4, 7, 6)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരു സായാന്തരികത്തിന്റെ മൂലകൾ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

13. a) Match the following :

(3)

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$	1) 1
ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos 5x$	2) 0
iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{x}$	3) 2
	4) 8

b) Find the derivative of $\tan x$ using the first principle.

(3)

OR

a) Match the following

(3)

i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x - 2}$	1) 0
ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \pi x}{\cos 2x}$	2) 32
iii) $\lim_{r \rightarrow 1} \pi r^2$	3) 3.0
	4) π

b) If $f(x) = \frac{x^{100}}{100} + \frac{x^{99}}{99} + \dots + \frac{x^2}{2} + x + 1$,

prove that $f'(1) = 100f'(0)$. (3)

14. a) Write the negation of the statement " $\sqrt{7}$ is rational". (1)

b) Prove that " $\sqrt{7}$ is irrational" by the method of contradiction. (3)

118

13. a) ചേരുമ്പടി ചേർക്കുക:

(3)

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$	1) 1
ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos 5x$	2) 0
iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{x}$	3) 2
	4) 8

b) $\tan x$ ന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് ഫസ്റ്റ് പ്രിൻസിപ്പിൾ ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

അല്ലെങ്കിൽ

a) ചേരുമ്പടി ചേർക്കുക:

(3)

i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x - 2}$	1) 0
ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \pi x}{\cos 2x}$	2) 32
iii) $\lim_{r \rightarrow 1} \pi r^2$	3) 3.0
	4) π

b) $f(x) = \frac{x^{100}}{100} + \frac{x^{99}}{99} + \dots + \frac{x^2}{2} + x + 1$,

ആയാൽ $f'(1) = 100f'(0)$

എന്നു തെളിയിക്കുക. (3)

14. a) " $\sqrt{7}$ is rational" എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ നെഗേഷൻ എഴുതുക. (1)

b) കോൺട്രാഡിക്ഷൻ മാർഗ്ഗം ഉപയോഗിച്ച് " $\sqrt{7}$ അഭിന്ന സംഖ്യ" ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

15. a) If \bar{x} is the mean and σ is the standard deviation of a distribution, then the coefficient of variation is

i) $\frac{\bar{x}}{\sigma} \times 100$ ii) $\frac{\sigma}{\bar{x}}$
 iii) $\frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$ iv) $\frac{\sigma}{\bar{x}} \times 50$ (1)

- b) Find the standard deviation for the following data :

x_i	3	8	13	18	23
f_i	7	10	15	10	6

(4)

16. a) The number of outcomes in the sample space of the random experiment of throwing two dice is

i) 6^3 ii) 6
 iii) 6^2 iv) 12 (1)

- b) Two students, Anil and Ashima appeared in an examination. The probability that Anil will qualify the examination is 0.05 and that Ashima will qualify the examination is 0.10. The probability that both will qualify the examination is 0.02.

Find the probability that both will not qualify the examination.

(3)

15. a) \bar{x} മീനും σ സ്റ്റാൻഡേർഡ് ഡീവിയേഷനുമായ ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷന്റെ കോയിഫിഷൻ വേരിയേഷൻ ആണ്.

i) $\frac{\bar{x}}{\sigma} \times 100$ ii) $\frac{\sigma}{\bar{x}}$
 iii) $\frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$ iv) $\frac{\sigma}{\bar{x}} \times 50$ (1)

- b) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടികയുടെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് ഡീവിയേഷൻ കാണുക.

x_i	3	8	13	18	23
f_i	7	10	15	10	6

(4)

16. a) രണ്ടു ഡൈസുകൾ എറിഞ്ഞാൽ കിട്ടാവുന്ന സംഖ്യാ ജോടികളുടെ എണ്ണം ആണ്:

i) 6^3 ii) 6
 iii) 6^2 iv) 12 (1)

- b) അനിലും അഷിമയും പരീക്ഷ എഴുതിയപ്പോൾ അനിൽ ജയിക്കുവാനുള്ള സാധ്യത 0.05 ഉം അഷിമ ജയിക്കുവാനുള്ള സാധ്യത 0.10 ഉം ആണ്. രണ്ടു പേരും ജയിക്കുവാനുള്ള സാധ്യത 0.02 ആയാൽ രണ്ടു പേരും തോൽക്കുവാനുള്ള സാധ്യത കണ്ടുപിടിക്കുക.

(3)