

# Übungen zum Brückenkurs B

## SoSe 2024

Prof. Dr. J. Harz / S. Weber

Blatt 12 - 11. April, 2024

---

Die Aufgaben sind unterteilt in

○ Verständnisaufgaben,   □ Vertiefungsaufgaben,   \* schwierige Aufgaben

---

Aufgabe 1: \* *Kreuzprodukt und Levi-Civita Tensor*

Beweisen Sie die folgende Gleichung für das Kreuzprodukt  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$

$$c_k = \sum_{i,j} a_i b_j \epsilon_{ijk}$$

Aufgabe 2: *Geradengleichungen: Parameter-Form*

Bestimmen Sie eine Geradengleichung die durch den Punkt  $A$  geht und die Richtung  $\vec{b}$  hat.

a)  $A = (6, 1, 8), \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3: *Geradengleichungen: Zwei-Punkte-Form*

Bestimmen Sie eine Geradengleichung die durch die Punkte  $A$  und  $B$  geht.

a)  $A = (3, 8, -3), \quad B = (-1, -8, 1)$

Aufgabe 4: *Punkte auf einer Geraden*

Überprüfen Sie ob die folgenden Punkte auf den Geraden aus Aufgabe 2 und Aufgabe 3 liegen.

a)  $A = (-4, -1, -10)$

Aufgabe 5: *Schnittpunkte und Schnittwinkel von Geraden*

Überprüfen Sie, ob die Geraden aus Aufgabe 2 und Aufgabe 3 sich schneiden und geben Sie in diesem Fall den Schnittpunkt und den Winkel zwischen den beiden Geraden an.

Aufgabe 6: *Ebenengleichung: Parameter-Form*

Bestimmen Sie eine Ebenengleichung die durch den Punkt  $A$  geht und durch die beiden Richtungsvektoren  $\vec{u}$  und  $\vec{v}$  beschrieben wird.

$$\text{a) } A = (3, 0, 0), \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 7: *Ebenengleichung: Drei-Punkte-Form*

Bestimmen Sie eine Ebenengleichung die durch die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  geht.

$$\text{a) } A = (-1, 0, 0), \quad B = (-1, 1, 1), \quad C = (0, 2, 1)$$

Aufgabe 8: *Ebenengleichung: Normalenform*

Überführen Sie die Ebenengleichungen aus Aufgabe 6 und Aufgabe 7 in die Normalenform.

Aufgabe 9: *Ebenengleichung: Koordinatenform*

Überführen Sie die Ebenengleichungen aus Aufgabe 6 und Aufgabe 7 in die Koordinatenform.

Aufgabe 10: *Punkte auf einer Ebene*

Überprüfen Sie ob die folgenden Punkte auf den Ebenen aus Aufgabe 6 und Aufgabe 7 liegen.

$$\text{a) } A = (2, 1, 1)$$

Aufgabe 11: *Schnittpunkte und Schnittwinkel zweier Ebenen*

Überprüfen Sie ob sich die Ebenen aus Aufgabe 6 und Aufgabe 7 schneiden. Berechnen Sie in diesem Fall die Schnittpunkte und den Schnittwinkel.

Aufgabe 12: *Gleichungssysteme und Gauß-Verfahren*

Bestimmen Sie die Lösungsmenge folgender linearer Gleichungssysteme mit Hilfe des Gauß-Verfahrens. Was ist die geometrische Bedeutung der Gleichungssysteme und deren Lösung?

$$\text{a) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ -3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6 \\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 = -8 \\ 4x_1 - x_2 + 4x_3 = 12 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$$

Aufgabe 13: *Lineare Unabhängigkeit*

Geben Sie an, ob die Folgenden Vektoren linear unabhängig sind.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$