

Bitte ein paar schwierigere Aufgaben ~ Weirziel
Übungen aufnehmen.

Updaten

Brueckenkurs SoSe24 Uebungen

SoSe 2023

Prof. Dr. J. Harz / S. Weber

Aufgabenkatalog - März, 2024

Die Aufgaben sind unterteilt in

◦ Verständnisaufgaben, ◻ Vertiefungsaufgaben, * schwierige Aufgaben

Aufgabe 1: ◦ *Ermittlung Definitionsmenge und Lösungsmenge von linearen Gleichungen*
Geben Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge für die folgenden Gleichungen an.

- a) $2x + 3 = 7$
- b) $4 - 3x = 10$
- c) $5x - 8 = 2x + 4$
- d) $2(3x - 1) = 4x + 6$
- e) $2(x + 4) = 3(x - 1)$
- f) $\frac{1}{2}(2x - 3) = \frac{1}{3}(6 - x)$
- g) $\frac{3}{4}(4x + 5) = \frac{1}{2}(2x - 3)$
- h) $\frac{2}{3}(3x - 4) + \frac{1}{2}(x + 6) = \frac{5}{2}$
- i) $\frac{1}{3}(6 - x) = \frac{1}{4}(8 - 2x)$
- j) $2(x - 3) = 3(x - 4) - 5$

Pro Aufgabe jeweils
max. 5 ausgewählte
Aufgaben, die unterschiedlich
und nicht zu ähnlich sind.

Aufgabe 2: ◦ *Ermittlung Definitionsmenge und Lösungsmenge von linearen Ungleichungen*
Geben Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge für die folgenden Ungleichungen an.

- a) $2x - 5 < 7$
- b) $3x + 4 \geq 10$
- c) $-2x + 8 > -4$
- d) $\frac{1}{2}x + 3 \leq 5$
- e) $3x - 7 \geq 2x + 1$
- f) $4x + 9 < 3x - 5$
- g) $\frac{1}{3}x - 2 > \frac{2}{3}x + 1$

h) $-3x + 5 \leq -2x + 3$

i) $2x + 7 < x + 12$

j) $\frac{1}{4}x + 2 \geq \frac{3}{4}x - 1$

Aufgabe 3: \square *Ermittlung Definitionsmenge und Lösungsmenge*

Geben Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge für die folgenden Gleichungen an.

a) $2x + 5 = 11$

b) $3x^2 - 7x + 2 = 0$

c) $\frac{x}{3} + 4 = 7$

d) $\sqrt{x} + 1 = 5$

e) $\frac{2x}{3} - 1 > 4$

f) $x^2 + 3x < 10$

g) $2 \log_2(x) = 4$

h) $2x^2 - 5x \geq 3$

i) $\frac{1}{x} \leq 3$

j) $|3x + 1| = 7$

notwendig?
anders als andere Aufgaben?

Aufgabe 4: \circ *Graphische Darstellung linearer Gleichungen*

Zeichnen Sie die Graphen folgender linearer Gleichungen.

a) $y = 2x + 3$

b) $y = -3x + 5$

c) $y = \frac{1}{2}x - 2$

d) $y = -2x + 4$

e) $y = 3x - 1$

f) $y = -\frac{2}{3}x + 2$

g) $y = \frac{3}{4}x - 3$

h) $y = 4x + 1$

i) $y = -\frac{1}{4}x + 2$

j) $y = \frac{5}{2}x - 3$

Aufgabe 5: \circ *Graphische Darstellung linearer Ungleichungen*

Zeichnen Sie die Graphen folgender linearer Ungleichungen.

a) $y < 2x + 3$

b) $y \geq -3x + 5$

- c) $y \leq \frac{1}{2}x - 2$
- d) $y > -2x + 4$
- e) $y \geq 3x - 1$
- f) $y < -\frac{2}{3}x + 2$
- g) $y \leq \frac{3}{4}x - 3$
- h) $y > 4x + 1$
- i) $y \leq -\frac{1}{4}x + 2$
- j) $y < \frac{5}{2}x - 3$

Aufgabe 6: ◦ *Graphische Darstellung quadratischer Gleichungen*
 Zeichnen Sie die Graphen folgender quadratischer Gleichungen •

- a) $y = x^2 - 2x + 1$
- b) $y = -2x^2 + 4x - 3$
- c) $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2$
- d) $y = 3x^2 + 2x + 1$
- e) $y = -x^2 + 5x - 6$
- f) $y = 2x^2 - 4x + 3$
- g) $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 1$
- h) $y = \frac{1}{4}x^2 + x - 4$
- i) $y = -2x^2 + 3x + 2$
- j) $y = \frac{3}{2}x^2 - 5x + 1$

Aufgabe 7: ◦ *Scheitelpunktdarstellung*
 Finden Sie die Scheitelpunktsdarstellung folgender Gleichungen •

- a) $y = x^2 - 2x + 1$
- b) $y = -2x^2 + 4x - 3$
- c) $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2$
- d) $y = 3x^2 + 2x + 1$
- e) $y = -x^2 + 5x - 6$
- f) $y = 2x^2 - 4x + 3$
- g) $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 1$
- h) $y = \frac{1}{4}x^2 + x - 4$
- i) $y = -2x^2 + 3x + 2$
- j) $y = \frac{3}{2}x^2 - 5x + 1$

Aufgabe 8: ◦ *Graphische Darstellung quadratischer Ungleichungen*

Zeichnen Sie die Graphen folgender quadratischer Ungleichungen.

a) $y < x^2 - 2x + 1$

b) $y \geq -2x^2 + 4x - 3$

c) $y \leq \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2$

d) $y > 3x^2 + 2x + 1$

e) $y \geq -x^2 + 5x - 6$

f) $y < 2x^2 - 4x + 3$

g) $y \leq -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 1$

h) $y > \frac{1}{4}x^2 + x - 4$

i) $y \geq -2x^2 + 3x + 2$

j) $y < \frac{3}{2}x^2 - 5x + 1$

Aufgabe 9: ◦ *Quadratische Ergänzung*

Bestimmen Sie die Nullstellen folgender Gleichungen durch quadratische Ergänzung.

a) $y = x^2 + 6x + 9$

b) $y = x^2 + 4x + 4$

c) $y = x^2 + 10x + 25$

d) $y = x^2 - 8x + 16$

e) $y = x^2 + 12x + 36$

f) $y = x^2 - 5x + 4$

g) $y = x^2 + 7x + 10$

h) $y = x^2 - 3x + 1$

i) $y = x^2 + 9x + 18$

j) $y = x^2 - 11x + 30$

Aufgabe 10: ◦ *Satz von Vieta*

Bestimmen Sie die Nullstellen folgender Gleichungen mit Hilfe des Satzes von Vieta.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $2x^2 - 10x + 12 = 0$

c) $x^2 - 4x + 4 = 0$

d) $x^2 - 1x + 12 = 0$

e) $x^2 + 7x + 12 = 0$

f) $x^2 - 9x + 18 = 0$

g) $x^2 - 6x + 9 = 0$

h) $x^2 - 2x - 1 = 0$

i) $x^2 - 1 = 0$

Aufgabe 11: ○ *Bruchgleichungen*

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Bruchgleichungen ,

a) $\frac{x}{2} + 3 = 5$

b) $\frac{2}{x} = 4$

c) $\frac{x-3}{4} = 7$

d) $\frac{5}{x+2} = 3$

e) $\frac{3x}{5} = 6$

f) $\frac{4}{x} - 2 = 5$

g) $\frac{x}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

h) $\frac{x-1}{2} + \frac{x+3}{4} = \frac{5}{2}$

i) $\frac{3x}{4} - \frac{2x}{3} = \frac{5}{12}$

j) $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-2}{2} = \frac{1}{6}$

und

Aufgabe 12: ○ *Bruchungleichungen*

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Bruchungleichungen ,

a) $\frac{x}{2} + 3 < 5$

b) $\frac{2}{x} \geq 4$

c) $\frac{x-3}{4} \leq 7$

d) $\frac{5}{x+2} > 3$

e) $\frac{3x}{5} \leq 6$

f) $\frac{4}{x} - 2 < 5$

g) $\frac{x}{3} + \frac{2}{3} \geq \frac{5}{3}$

h) $\frac{x-1}{2} + \frac{x+3}{4} \leq \frac{5}{2}$

i) $\frac{3x}{4} - \frac{2x}{3} > \frac{5}{12}$

j) $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-2}{2} < \frac{1}{6}$

und

Aufgabe 13: ○ *Wurzelgleichungen*

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Wurzelgleichungen ,

a) $\sqrt{x} = 4$

b) $\sqrt{x+3} = 5$

c) $\sqrt{2x-1} = 3$

und

- d) $\sqrt{4x} = 8$
- e) $\sqrt{x^2 - 9} = 2$
- f) $\sqrt{3x + 1} = 7$
- g) $\sqrt{x - 2} = 6$
- h) $\sqrt{2x + 5} = 4$
- i) $\sqrt{5x - 4} = 9$
- j) $\sqrt{x^2 + 7} = 5$

Aufgabe 14: \circ *Wurzelungleichungen*

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Wurzelungleichungen

- a) $\sqrt{x} < 4$
- b) $\sqrt{x + 3} \geq 5$
- c) $\sqrt{2x - 1} \leq 3$
- d) $\sqrt{4x} > 8$
- e) $\sqrt{x^2 - 9} \leq 2$
- f) $\sqrt{3x + 1} \geq 7$
- g) $\sqrt{x - 2} < 6$
- h) $\sqrt{2x + 5} > 4$
- i) $\sqrt{5x - 4} \leq 9$
- j) $\sqrt{x^2 + 7} < 5$

und

Aufgabe 15: \circ *Logarithmus-Gleichungen*

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Logarithmus-Gleichungen

- a) $\log(x) = 3$
- b) $\log(x + 2) = 5$
- c) $\log_2(x) = 4$
- d) $\log_3(x - 1) = 2$
- e) $\log_5(2x + 3) = 1$
- f) $\log(x^2) = 6$
- g) $\log_3(4x + 1) = 3$
- h) $\log_2(3x - 2) = 2$
- i) $\log_4(x + 3) = 3$
- j) $\log(2x - 1) = 4$

und

Aufgabe 16: \circ *Logarithmus-Ungleichungen*

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Logarithmus-Ungleichungen

- a) $\log(x) < 3$
- b) $\log(x + 2) \geq 5$
- c) $\log_2(x) \leq 4$
- d) $\log_3(x - 1) > 2$
- e) $\log_5(2x + 3) \leq 1$
- f) $\log(x^2) > 6$
- g) $\log_3(4x + 1) \geq 3$
- h) $\log_2(3x - 2) < 2$
- i) $\log_4(x + 3) \geq 3$
- j) $\log(2x - 1) < 4$

und

Aufgabe 17: \circ *Exponential-Gleichungen*

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Exponential-Gleichungen

- a) $2^x = 8$
- b) $3 \cdot 4^x = 48$
- c) $5 \cdot 10^x = 1250$
- d) $e^x = 20$
- e) $2 \cdot e^{2x} = 16$
- f) $3^x = 81$
- g) $4 \cdot 5^{x+1} = 100$
- h) $10 \cdot e^{3x} = 5000$
- i) $3^x \cdot 9^{x-1} = 27$
- j) $e^{2x} + e^x = 10$

und

Aufgabe 18: \circ *Exponential-Ungleichungen*

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Exponential-Ungleichungen

- a) $2^x < 8$
- b) $3 \cdot 4^x \geq 48$
- c) $5 \cdot 10^x \leq 1250$
- d) $e^x > 20$
- e) $2 \cdot e^{2x} \leq 16$
- f) $3^x \geq 81$

und

g) $4 \cdot 5^{x+1} < 100$

h) $10 \cdot e^{3x} \leq 5000$

i) $3^x \cdot 9^{x-1} \geq 27$

j) $e^{2x} + e^x < 10$

(kleinerer Strich überall)

Aufgabe 19: \circ Betrags-Gleichungen

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Betrags-Gleichungen

a) $|x| = 3$

b) $|x - 2| = 5$

c) $|3x + 1| = 10$

d) $|2x - 5| = 7$

e) $|x + 4| = 2$

f) $|2x + 3| = 6$

g) $|x - 1| = 3$

h) $|4x + 2| = 8$

i) $|x - 3| = 4$

j) $|5x + 6| = 9$

und

Aufgabe 20: \circ Betrags-Ungleichungen

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Exponential-Gleichungen

a) $|x| < 3$

b) $|x - 2| \geq 5$

c) $|3x + 1| \leq 10$

d) $|2x - 5| > 7$

e) $|x + 4| \geq 2$

f) $|2x + 3| < 6$

g) $|x - 1| \leq 3$

h) $|4x + 2| > 8$

i) $|x - 3| \geq 4$

j) $|5x + 6| < 9$

und

Aufgabe 21: \circ Gleichungen mit Parametern

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Ungleichungen abhängig von dem Parameter p .

und

a) $2x + p = 5$

- b) $3x - 2p = 7$
- c) $px + 4 = 10$
- d) $5x - 3p = 8$
- e) $2px + 6 = 15$
- f) $4x - 2p = 3$
- g) $3x + 2p = 12$
- h) $px - 5 = 9$
- i) $6x - 4p = 14$
- j) $2px + 3 = 8$

Aufgabe 22: \circ *Ungleichungen mit Parametern*

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Ungleichungen abhängig von dem Parameter p .

und

- a) $2x + p > 5$
- b) $3x - 2p \leq 7$
- c) $px + 4 > 10$
- d) $5x - 3p < 8$
- e) $2px + 6 \geq 15$
- f) $4x - 2p \leq 3$
- g) $3x + 2p < 12$
- h) $px - 5 > 9$
- i) $6x - 4p \geq 14$
- j) $2px + 3 \leq 8$

Aufgabe 23: \circ *Substitutionsmethode*

Lösen Sie die folgenden Gleichungen mit Hilfe der Substitutionsmethode.

- a) $2x^4 - 8x^2 + 6 = 0$
- b) $3x^{10} + 12x^5 - 15 = 0$
- c) $x^6 - 6x^3 + 9 = 0$
- d) $4(e^x)^2 + 20e^x + 25 = 0$
- e) $\log(x)^2 + 8\log(x) + 16 = 0$

Aufgabe 24: \circ *Faktorisierung von Polynomgleichungen*

Faktorisieren Sie folgende Polynomgleichungen.

- a) $x^2 - 4 = 0$

- b) $x^3 - 8 = 0$
- c) $x^2 - 9x + 18 = 0$
- d) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$
- e) $x^4 - 16x^2 = 0$
- f) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$
- g) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$
- h) $x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0$
- i) $x^4 + 4x^3 - 5x^2 - 20x + 16 = 0$
- j) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

Aufgabe 25: \circ *Polynomdivision*

Finden Sie die Nullstellen folgender Polynomgleichungen durch Polynomdivision 

- a) $x^2 - 4 = 0$
- b) $x^3 - 8 = 0$
- c) $x^2 - 9x + 18 = 0$
- d) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$
- e) $x^4 - 16x^2 = 0$
- f) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$
- g) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$
- h) $x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0$
- i) $x^4 + 4x^3 - 5x^2 - 20x + 16 = 0$
- j) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

Aufgabe 26: \circ *Lineare Gleichungssysteme: Gleichsetzungsverfahren*

Lösen Sie folgende linearen Gleichungssysteme mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

- a) $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 4y = 10 \end{cases}$
- c) $\begin{cases} 5x + 2y = 8 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$
- d) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$

$$\text{e) } \begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 2x - 4y = -2 \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} x + 3y = 9 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

$$\text{h) } \begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\text{i) } \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$\text{j) } \begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 4x + 3y = 22 \end{cases}$$

Aufgabe 27: \circ *Lineare Gleichungssysteme: Additionsverfahren*

Lösen Sie folgende linearen Gleichungssysteme mit Hilfe des Additionsverfahren.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 4y = 10 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5x + 2y = 8 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 2x - 4y = -2 \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} x + 3y = 9 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

$$\text{h) } \begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\text{i) } \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$\text{j) } \begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 4x + 3y = 22 \end{cases}$$

Aufgabe 28: \circ *Lineare Gleichungssysteme: Einsetzungsverfahren*

Lösen Sie folgende linearen Gleichungssysteme mit Hilfe des Einsetzungsverfahrens.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 4y = 10 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5x + 2y = 8 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$$

$$\text{f) } \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 2x - 4y = -2 \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} x + 3y = 9 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

$$\text{h) } \begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$$

$$\text{i) } \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$\text{j) } \begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 4x + 3y = 22 \end{cases}$$

Aufgabe 29: \ast *Parabelflug*

Ein Ball wird von der Position $(x, y) = (1, 0)$ in die Luft geworfen und erreicht an der Position $(x, y) = (5, 0)$ den Boden. Die Flugbahn des Balles folgt einer Parabel, finden Sie die entsprechende Gleichung. Zeichnen Sie die Flugbahn in eine Koordinatensystem. An welcher Position erreicht der Ball seinen höchsten Punkt.

Aufgabe 30: ☐ *Ermittlung von Nullstellen*

Ermitteln Sie die Nullstellen folgender Gleichungen.

- a) $3x - 6 = 0$
- b) $x^2 - 4x + 4 = 0$
- c) $2x^2 + 5x = 0$
- d) $4x^2 - 12x = 0$
- e) $x^3 - 8 = 0$
- f) $2x^2 - 10x + 12 = 0$
- g) $x^4 - 16 = 0$
- h) $3x^2 + 6x + 3 = 0$
- i) $x^3 + x^2 - 2x = 0$
- j) $4x^2 - 9 = 0$

anders als
andere, vorherige Aufgaben?

Aufgabe 31: ☐ *Polynomdivision*

Führen Sie für die folgenden Paare von Polynomen jeweils die Polynomdivision durch.

- a) $(x^3 - x^2 - 5x - 3), (3 - x)$
- b) $(x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1), (x^2 + x + 1)$
- c) $(6x^4 - 12x^3 + 37x^2 - 48x + 45), (2x^2 - 4x + 4)$
- d) $(x^5 + 4x^4 - 9x^3 - 40x^2 - 4x + 48), (x^2 + 4x + 4)$
- e) $(x^5 + 4x^4 - 9x^3 - 40x^2 - 4x + 48), (x^3 - 13x + 12)$
- f) $(2x^8 + 4x^7 + 3x^6 - 5x^5 - 16x^4 - 13x^3 + 4x^2 - 4x + 18), (x^3 + x - 4)$
- g) $(x^8 - 4x^7 + 14x^6 - 4x^5 + 13x^4 + x^2 - 3), (x^5 - 4x^4 + 13x^3)$
- h) $(x^{10} - 1), (1 - x + x^2 - x^3 + x^4)$

Aufgabe 32: ☐ *Faktorisierung von Polynomen*

Bestimmen Sie für die folgenden Polynome jeweils alle reellen Nullstellen und überprüfen Sie, ob das Polynom über \mathbb{R} in Linearfaktoren zerfällt. Falls nicht, geben Sie die verbleibenden quadratischen Faktoren an und bestimmen Sie die zugehörigen komplexen Nullstellen.

- | | |
|-------------------|--------------------------------------|
| a) $x^2 - 2x + 1$ | e) $x^3 - 13x + 12$ |
| b) $x^2 + 2x + 1$ | f) $x^3 - 5x^2 + 7x - 3$ |
| c) $x^2 + 4$ | g) $6x^4 - 12x^3 + 36x^2 - 48x + 48$ |
| d) $x^3 + 9x$ | h) $x^8 - 2x^4 + 1$ |

haben komplexe
Zahlen nicht

Aufgabe 33: ☐ *Logarithmus und Exponentialfunktion*

Vereinfachen oder berechnen Sie:

a)

$$\log_2 8$$

b)

$$\ln \left(\frac{1}{\sqrt{e^3}} \right)$$

c)

$$\ln(b^5) + \ln\left(\frac{1}{b^5}\right)$$

d)

$$\ln(x^a) + \ln(x^b)$$

e)

$$\ln(b^x) + \ln(a^x)$$

f)

$$(\log_b a)(\log_a b)$$

g)

$$\ln(e) + e^{\ln(1)}$$

h)

$$\frac{e^{-3} \cdot e^4}{e^{-1}}$$

i)

$$e^{\ln(e^2)}$$

j)

$$2 \ln(e^3) + \ln \frac{1}{e^6}$$