

Übungen zum Brückenkurs B

SoSe 2024

Prof. Dr. J. Harz / S. Weber

Blatt 09 - 08. April, 2024

Die Aufgaben sind unterteilt in

◦ Verständnisaufgaben, □ Vertiefungsaufgaben, * schwierige Aufgaben

Aufgabe 1: * *Riemannsche Integrale*

Bestimmen Sie die Fläche unter dem Grafen $f(x) = x^2$ zwischen $x_0 = 0$ und $x_1 = 1$ indem Sie passende Ober- und Untersummen bilden und deren Grenzwerte betrachten.

Hinweis: Nutzen Sie $\sum_{j=0}^n j^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Aufgabe 2: *Stammfunktionen*

Geben Sie jeweils eine Stammfunktion für folgende Funktionen an.

a) ◦ $f(x) = x$

b) ◦ $f(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$

c) ◦ $f(x) = e^{2x}$

d) ◦ $f(x) = \frac{1}{x+1}$

e) ◦ $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$

f) ◦ $f(x) = \cos(x+2)$

g) ◦ $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

h) ◦ $f(x) = \frac{1}{2(x-3)^3}$

i) ◦ $f(x) = e^{x+2} + (x+2)$

j) □ $f(x) = 3(e^x + 1)^2$

k) □ $f(x) = e^\pi$

l) □ $f(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}$

m) □ $f(x) = x^{n-2}$

n) □ $f(x) = x^\pi$

o) * $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{für } x < 0 \\ x & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$

Aufgabe 3: *Integrationsrechnung*

Bestimmen Sie die Werte folgender Integrale

a) $\circ \int_0^1 (x^2 + x + 1) \, dx$

b) $\circ \int_0^{\pi/2} \cos(2) \sin(x) \, dx$

c) $\square \int_0^2 \cos(x) \, dx + \int_2^4 \cos(x) \, dx + \int_4^{2\pi} \cos(x) \, dx$

d) $\square \int_0^0 (x^{10} e^{\sin(x)}) \, dx$

e) $\square \int_0^1 e^{x^2} \, dx + \int_1^0 e^{x^2} \, dx$

f) $\square \int_0^1 x^2 e^x \, dx$

g) $\square \int_1^2 x^2 \ln(x) \, dx$

h) $\square \int_{\ln(\pi)}^{\ln(2\pi)} e^x \sin(e^x) \, dx$

i) $\ast \int_0^{\pi/2} \cos(x) \sin(x) \, dx$

j) $\ast \int_0^{2\pi} 4x \sin(2x^2 + 3) \, dx$

k) $\ast \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} \, dx$

l) $\ast \int_{-\infty}^0 e^{2x} \, dx$

m) $\ast \int_0^4 \frac{1}{2\sqrt{x}} \, dx$

n) $\ast \int_{-1}^1 f(x) \, dx$ mit $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{für } x < 0 \\ x & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$