

# Übungen zum Brückenkurs B

## SoSe 2024

Prof. Dr. J. Harz / S. Weber

Blatt 08 - 05. April, 2024

---

Die Aufgaben sind unterteilt in

○ Verständnisaufgaben,   □ Vertiefungsaufgaben,   \* schwierige Aufgaben

---

### Aufgabe 1: *Reihen*

Geben Sie an, ob die folgenden Reihen konvergieren und geben Sie in diesem Fall den Grenzwert an.

a) ○  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n!}$

b) ○  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$

c) ○  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{n}\right)$

d) ○  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

e) □  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n$

### Aufgabe 2: *Konvergenzkriterien für Reihen*

Beweisen Sie mit Hilfe des Quotientenkriteriums, des Majorantenkriteriums oder des Leibniz-Kriteriums, dass die folgenden Reihen konvergieren.

a) ○  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n!}$

b) ○  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+2n+1}$

c) ○  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$

d) □  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n}$

e) □  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$

f)  $\ast \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

Aufgabe 3: *Potenzreihen und Konvergenzradien*

Geben Sie den Grenzwert sowie den Konvergenzradius folgender Potenzreihen an.

a)  $\circ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

b)  $\circ \sum_{n=0}^{\infty} x^n$

c)  $\circ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$

d)  $\circ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

e)  $\square \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$

Aufgabe 4: *Taylorreihen*

Bestimmen Sie die Taylorentwicklung folgender Funktionen um die Stelle  $x_0$  bis zur zweiten Ordnung.

a)  $\square f(x) = e^x, \quad x_0 = 0$

b)  $\ast f(x) = e^x, \quad x_0 = 1$

c)  $\square f(x) = \sin(x), \quad x_0 = 0$

d)  $\ast f(x) = \sin(x), \quad x_0 = \frac{\pi}{2}$

e)  $\square f(x) = \cos(x), \quad x_0 = 0$

f)  $\ast f(x) = \cos(x), \quad x_0 = \frac{\pi}{2}$

g)  $\square f(x) = x, \quad x_0 = 0$

h)  $\ast f(x) = x, \quad x_0 = 1$

i)  $\square f(x) = x^3, \quad x_0 = 0$

j)  $\ast f(x) = x^3, \quad x_0 = 1$