

Brueckenkurs SoSe24 Uebungen

SoSe 2023

Prof. Dr. J. Harz / S. Weber

Aufgabenkatalog - März, 2024

1. Ermittlung Definitionsmenge und Lösungsmenge von linearen Gleichungen

Geben Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge für die folgenden Gleichungen an.

1. $2x + 3 = 7$
2. $4 - 3x = 10$
3. $5x - 8 = 2x + 4$
4. $2(3x - 1) = 4x + 6$
5. $2(x + 4) = 3(x - 1)$
6. $\frac{1}{2}(2x - 3) = \frac{1}{3}(6 - x)$
7. $\frac{3}{4}(4x + 5) = \frac{1}{2}(2x - 3)$
8. $\frac{2}{3}(3x - 4) + \frac{1}{2}(x + 6) = \frac{5}{2}$
9. $\frac{1}{3}(6 - x) = \frac{1}{4}(8 - 2x)$
10. $2(x - 3) = 3(x - 4) - 5$

2. Ermittlung Definitionsmenge und Lösungsmenge von linearen Ungleichungen:

1. $2x - 5 < 7$
2. $3x + 4 \geq 10$
3. $-2x + 8 > -4$
4. $\frac{1}{2}x + 3 \leq 5$
5. $3x - 7 \geq 2x + 1$
6. $4x + 9 < 3x - 5$
7. $\frac{1}{3}x - 2 > \frac{2}{3}x + 1$
8. $-3x + 5 \leq -2x + 3$
9. $2x + 7 < x + 12$
10. $\frac{1}{4}x + 2 \geq \frac{3}{4}x - 1$

3. Ermittlung Definitionsmenge und Lösungsmenge

1. $2x + 5 = 11$
2. $3x^2 - 7x + 2 = 0$
3. $\frac{x}{3} + 4 = 7$
4. $\sqrt{x} + 1 = 5$
5. $\frac{2x}{3} - 1 > 4$
6. $x^2 + 3x < 10$
7. $2\log_2(x) = 4$
8. $2x^2 - 5x \geq 3$
9. $\frac{1}{x} \leq 3$
10. $|3x + 1| = 7$

4. Graphische Darstellung linearer Gleichungen

Zeichnen Sie die Grafen folgender linearer Gleichungen

1. $y = 2x + 3$
2. $y = -3x + 5$
3. $y = \frac{1}{2}x - 2$
4. $y = -2x + 4$
5. $y = 3x - 1$
6. $y = -\frac{2}{3}x + 2$
7. $y = \frac{3}{4}x - 3$
8. $y = 4x + 1$
9. $y = -\frac{1}{4}x + 2$
10. $y = \frac{5}{2}x - 3$

5. Graphische Darstellung linearer Ungleichungen

Zeichnen Sie die Grafen folgender linearer Ungleichungen

1. $y < 2x + 3$
2. $y \geq -3x + 5$
3. $y \leq \frac{1}{2}x - 2$
4. $y > -2x + 4$
5. $y \geq 3x - 1$
6. $y < -\frac{2}{3}x + 2$
7. $y \leq \frac{3}{4}x - 3$

8. $y > 4x + 1$
9. $y \leq -\frac{1}{4}x + 2$
10. $y < \frac{5}{2}x - 3$

6. Graphische Darstellung quadratischer Gleichungen

Zeichnen Sie die Grafen folgender quadratischer Gleichungen

1. $y = x^2 - 2x + 1$
2. $y = -2x^2 + 4x - 3$
3. $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2$
4. $y = 3x^2 + 2x + 1$
5. $y = -x^2 + 5x - 6$
6. $y = 2x^2 - 4x + 3$
7. $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 1$
8. $y = \frac{1}{4}x^2 + x - 4$
9. $y = -2x^2 + 3x + 2$
10. $y = \frac{3}{2}x^2 - 5x + 1$

7. Scheitelpunktdarstellung

Finden Sie die Scheitelpunktsdarstellung folgender Gleichungen

1. $y = x^2 - 2x + 1$
2. $y = -2x^2 + 4x - 3$
3. $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2$
4. $y = 3x^2 + 2x + 1$
5. $y = -x^2 + 5x - 6$
6. $y = 2x^2 - 4x + 3$
7. $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 1$
8. $y = \frac{1}{4}x^2 + x - 4$
9. $y = -2x^2 + 3x + 2$
10. $y = \frac{3}{2}x^2 - 5x + 1$

8. Graphische Darstellung quadratischer Ungleichungen

Zeichnen Sie die Grafen folgender quadratischer Ungleichungen

1. $y < x^2 - 2x + 1$
2. $y \geq -2x^2 + 4x - 3$

3. $y \leq \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2$
4. $y > 3x^2 + 2x + 1$
5. $y \geq -x^2 + 5x - 6$
6. $y < 2x^2 - 4x + 3$
7. $y \leq -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 1$
8. $y > \frac{1}{4}x^2 + x - 4$
9. $y \geq -2x^2 + 3x + 2$
10. $y < \frac{3}{2}x^2 - 5x + 1$

9. Quadratische Ergänzung

Bestimmen Sie die Nullstellen folgender Gleichungen durch quadratische Ergänzung.

1. $y = x^2 + 6x + 9$
2. $y = x^2 + 4x + 4$
3. $y = x^2 + 10x + 25$
4. $y = x^2 - 8x + 16$
5. $y = x^2 + 12x + 36$
6. $y = x^2 - 5x + 4$
7. $y = x^2 + 7x + 10$
8. $y = x^2 - 3x + 1$
9. $y = x^2 + 9x + 18$
10. $y = x^2 - 11x + 30$

10. Satz von Vieta

Bestimmen Sie die Nullstellen folgender Gleichungen mit Hilfe des Satzes von Vieta.

1. $x^2 - 5x + 6 = 0$
2. $2x^2 - 10x + 12 = 0$
3. $x^2 - 4x + 4 = 0$
4. $x^2 - 1x + 12 = 0$
5. $x^2 + 7x + 12 = 0$
6. $x^2 - 9x + 18 = 0$
7. $x^2 - 6x + 9 = 0$
8. $x^2 - 2x - 1 = 0$
9. $x^2 - 1 = 0$

11. Bruchgleichungen

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Bruchgleichungen

1. $\frac{x}{2} + 3 = 5$
2. $\frac{2}{x} = 4$
3. $\frac{x-3}{4} = 7$
4. $\frac{5}{x+2} = 3$
5. $\frac{3x}{5} = 6$
6. $\frac{4}{x} - 2 = 5$
7. $\frac{x}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$
8. $\frac{x-1}{2} + \frac{x+3}{4} = \frac{5}{2}$
9. $\frac{3x}{4} - \frac{2x}{3} = \frac{5}{12}$
10. $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-2}{2} = \frac{1}{6}$

12. Bruchungleichungen

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Bruchungleichungen

1. $\frac{x}{2} + 3 < 5$
2. $\frac{2}{x} \geq 4$
3. $\frac{x-3}{4} \leq 7$
4. $\frac{5}{x+2} > 3$
5. $\frac{3x}{5} \leq 6$
6. $\frac{4}{x} - 2 < 5$
7. $\frac{x}{3} + \frac{2}{3} \geq \frac{5}{3}$
8. $\frac{x-1}{2} + \frac{x+3}{4} \leq \frac{5}{2}$
9. $\frac{3x}{4} - \frac{2x}{3} > \frac{5}{12}$
10. $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-2}{2} < \frac{1}{6}$

13. Wurzelgleichungen

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Wurzelgleichungen

1. $\sqrt{x} = 4$
2. $\sqrt{x+3} = 5$
3. $\sqrt{2x-1} = 3$
4. $\sqrt{4x} = 8$
5. $\sqrt{x^2-9} = 2$

6. $\sqrt{3x+1} = 7$

7. $\sqrt{x-2} = 6$

8. $\sqrt{2x+5} = 4$

9. $\sqrt{5x-4} = 9$

10. $\sqrt{x^2+7} = 5$

14. Wurzelgleichungen

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Wurzelungleichungen

1. $\sqrt{x} < 4$

2. $\sqrt{x+3} \geq 5$

3. $\sqrt{2x-1} \leq 3$

4. $\sqrt{4x} > 8$

5. $\sqrt{x^2-9} \leq 2$

6. $\sqrt{3x+1} \geq 7$

7. $\sqrt{x-2} < 6$

8. $\sqrt{2x+5} > 4$

9. $\sqrt{5x-4} \leq 9$

10. $\sqrt{x^2+7} < 5$

15. Logarithmus-Gleichungen

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Logarithmus-Gleichungen

1. $\log(x) = 3$

2. $\log(x+2) = 5$

3. $\log_2(x) = 4$

4. $\log_3(x-1) = 2$

5. $\log_5(2x+3) = 1$

6. $\log(x^2) = 6$

7. $\log_3(4x+1) = 3$

8. $\log_2(3x-2) = 2$

9. $\log_4(x+3) = 3$

10. $\log(2x-1) = 4$

16. Logarithmus-Ungleichungen

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Logarithmus-Ungleichungen

1. $\log(x) < 3$
2. $\log(x + 2) \geq 5$
3. $\log_2(x) \leq 4$
4. $\log_3(x - 1) > 2$
5. $\log_5(2x + 3) \leq 1$
6. $\log(x^2) > 6$
7. $\log_3(4x + 1) \geq 3$
8. $\log_2(3x - 2) < 2$
9. $\log_4(x + 3) \geq 3$
10. $\log(2x - 1) < 4$

17. Exponential-Gleichungen

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Exponential-Gleichungen

1. $2^x = 8$
2. $3 \cdot 4^x = 48$
3. $5 \cdot 10^x = 1250$
4. $e^x = 20$
5. $2 \cdot e^{2x} = 16$
6. $3^x = 81$
7. $4 \cdot 5^{x+1} = 100$
8. $10 \cdot e^{3x} = 5000$
9. $3^x \cdot 9^{x-1} = 27$
10. $e^{2x} + e^x = 10$

18. Exponential-Ungleichungen

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Exponential-Ungleichungen

1. $2^x < 8$
2. $3 \cdot 4^x \geq 48$
3. $5 \cdot 10^x \leq 1250$
4. $e^x > 20$
5. $2 \cdot e^{2x} \leq 16$
6. $3^x \geq 81$
7. $4 \cdot 5^{x+1} < 100$

8. $10 \cdot e^{3x} \leq 5000$

9. $3^x \cdot 9^{x-1} \geq 27$

10. $e^{2x} + e^x < 10$

19. Betrags-Gleichungen

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Betrags-Gleichungen

1. $|x| = 3$

2. $|x - 2| = 5$

3. $|3x + 1| = 10$

4. $|2x - 5| = 7$

5. $|x + 4| = 2$

6. $|2x + 3| = 6$

7. $|x - 1| = 3$

8. $|4x + 2| = 8$

9. $|x - 3| = 4$

10. $|5x + 6| = 9$

20. Betrags-Ungleichungen

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Exponential-Gleichungen

1. $|x| < 3$

2. $|x - 2| \geq 5$

3. $|3x + 1| \leq 10$

4. $|2x - 5| > 7$

5. $|x + 4| \geq 2$

6. $|2x + 3| < 6$

7. $|x - 1| \leq 3$

8. $|4x + 2| > 8$

9. $|x - 3| \geq 4$

10. $|5x + 6| < 9$

21. Gleichungen mit Parametern

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Ungleichungen abhängig von dem Parameter p

1. $2x + p = 5$

2. $3x - 2p = 7$
3. $px + 4 = 10$
4. $5x - 3p = 8$
5. $2px + 6 = 15$
6. $4x - 2p = 3$
7. $3x + 2p = 12$
8. $px - 5 = 9$
9. $6x - 4p = 14$
10. $2px + 3 = 8$

22. Ungleichungen mit Parametern

Bestimme Definitionsmenge, Lösungsmenge folgender Ungleichungen abhängig von dem Parameter p

1. $2x + p > 5$
2. $3x - 2p \leq 7$
3. $px + 4 > 10$
4. $5x - 3p < 8$
5. $2px + 6 \geq 15$
6. $4x - 2p \leq 3$
7. $3x + 2p < 12$
8. $px - 5 > 9$
9. $6x - 4p \geq 14$
10. $2px + 3 \leq 8$

23. Substitutionsmethode

Lösen Sie die folgenden Gleichungen mit Hilfe der Substitutionsmethode

1. $2x^4 - 8x^2 + 6 = 0$
2. $3x^{10} + 12x^5 - 15 = 0$
3. $x^6 - 6x^3 + 9 = 0$
4. $4(e^x)^2 + 20e^x + 25 = 0$
5. $\log(x)^2 + 8\log(x) + 16 = 0$

24. Faktorisierung von Polynomgleichungen

Faktorisieren sie folgende Polynomgleichungen

1. $x^2 - 4 = 0$
2. $x^3 - 8 = 0$
3. $x^2 - 9x + 18 = 0$
4. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$
5. $x^4 - 16x^2 = 0$
6. $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$
7. $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$
8. $x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0$
9. $x^4 + 4x^3 - 5x^2 - 20x + 16 = 0$
10. $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

25. Polynomdivision

Finden Sie die Nullstellen folgender Polynomgleichungen durch Polynomdivision

1. $x^2 - 4 = 0$
2. $x^3 - 8 = 0$
3. $x^2 - 9x + 18 = 0$
4. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$
5. $x^4 - 16x^2 = 0$
6. $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$
7. $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$
8. $x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0$
9. $x^4 + 4x^3 - 5x^2 - 20x + 16 = 0$
10. $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

26. Lineare Gleichungssysteme: Gleichsetzungsverfahren

Lösen Sie folgende linearen Gleichungssysteme mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

1.
$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 4y = 10 \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} 5x + 2y = 8 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 2x - 4y = -2 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x + 3y = 9 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 4x + 3y = 22 \end{cases}$$

27. Lineare Gleichungssysteme: Additionsverfahren

Lösen Sie folgende linearen Gleichungssysteme mit Hilfe des Additionsverfahren.

$$1. \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 4y = 10 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 5x + 2y = 8 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 2x - 4y = -2 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x + 3y = 9 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 4x + 3y = 22 \end{cases}$$

28. Lineare Gleichungssysteme: Einsetzungsverfahren

Lösen Sie folgende linearen Gleichungssysteme mit Hilfe des Einsetzungsverfahrens.

$$1. \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ x + 4y = 10 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 5x + 2y = 8 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 3y = -5 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 2x - 4y = -2 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x + 3y = 9 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 4x + 3y = 22 \end{cases}$$

29. Parabelflug

Ein Ball wird von der Position $(x, y) = (1, 0)$ in die Luft geworfen und erreicht an der Position $(x, y) = (5, 0)$ den Boden. Die Flugbahn des Balles folgt einer Parabel,

finden Sie die entsprechende Gleichung. Zeichnen Sie die Flugbahn in eine Koordinatensystem. An welcher Position erreicht der Ball seinen höchsten Punkt.

30. Ermittlung von Nullstellen

Ermitteln Sie die Nullstellen folgender Gleichungen.

1. $3x - 6 = 0$
2. $x^2 - 4x + 4 = 0$
3. $2x^2 + 5x = 0$
4. $4x^2 - 12x = 0$
5. $x^3 - 8 = 0$
6. $2x^2 - 10x + 12 = 0$
7. $x^4 - 16 = 0$
8. $3x^2 + 6x + 3 = 0$
9. $x^3 + x^2 - 2x = 0$
10. $4x^2 - 9 = 0$

31. *Polynomdivision*

Führen Sie für die folgenden Paare von Polynomen jeweils die Polynomdivision durch.

1. $(x^3 - x^2 - 5x - 3), (3 - x)$
2. $(x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1), (x^2 + x + 1)$
3. $(6x^4 - 12x^3 + 37x^2 - 48x + 45), (2x^2 - 4x + 4)$
4. $(x^5 + 4x^4 - 9x^3 - 40x^2 - 4x + 48), (x^2 + 4x + 4)$
5. $(x^5 + 4x^4 - 9x^3 - 40x^2 - 4x + 48), (x^3 - 13x + 12)$
6. $(2x^8 + 4x^7 + 3x^6 - 5x^5 - 16x^4 - 13x^3 + 4x^2 - 4x + 18), (x^3 + x - 4)$
7. $(x^8 - 4x^7 + 14x^6 - 4x^5 + 13x^4 + x^2 - 3), (x^5 - 4x^4 + 13x^3)$
8. $(x^{10} - 1), (1 - x + x^2 - x^3 + x^4)$

32. *Faktorisierung von Polynomen*

Bestimmen Sie für die folgenden Polynome jeweils alle reellen Nullstellen und überprüfen Sie, ob das Polynom über \mathbb{R} in Linearfaktoren zerfällt. Falls nicht, geben Sie die verbleibenden quadratischen Faktoren an und bestimmen Sie die zugehörigen komplexen Nullstellen.

- | | |
|-------------------|--------------------------------------|
| 1. $x^2 - 2x + 1$ | 5. $x^3 - 13x + 12$ |
| 2. $x^2 + 2x + 1$ | 6. $x^3 - 5x^2 + 7x - 3$ |
| 3. $x^2 + 4$ | 7. $6x^4 - 12x^3 + 36x^2 - 48x + 48$ |
| 4. $x^3 + 9x$ | 8. $x^8 - 2x^4 + 1$ |

33. Aufgabe 7: Logarithmus und Exponentialfunktion

Vereinfachen oder berechnen Sie:

1.

$$\log_2 8$$

2.

$$\ln \left(\frac{1}{\sqrt{e^3}} \right)$$

3.

$$\ln(b^5) + \ln\left(\frac{1}{b^5}\right)$$

4.

$$\ln(x^a) + \ln(x^b)$$

5.

$$\ln(b^x) + \ln(a^x)$$

6.

$$(\log_b a)(\log_a b)$$

7.

$$\ln(e) + e^{\ln(1)}$$

8.

$$\frac{e^{-3} \cdot e^4}{e^{-1}}$$

9.

$$e^{\ln(e^2)}$$

10.

$$2 \ln(e^3) + \ln \frac{1}{e^6}$$