Übungen zum Brückenkurs B SoSe 2024

Prof. Dr. J. Harz / S. Weber

Blatt 09 - 08. April, 2024

Die Aufgaben sind unterteilt in \circ Verständnisaufgaben, \square Vertiefungsaufgaben, * schwierige Aufgaben

Aufgabe 1: *Integrationsrechnung*Bestimmen Sie die Werte folgender Integrale.

a)
$$\circ \int_{0}^{1} (x^2 + x + 1) dx$$

b)
$$\circ \int_{0}^{\pi/2} \cos(2)\sin(x) dx$$

c)
$$\Box \int_{0}^{2} \cos(x) dx + \int_{2}^{4} \cos(x) dx + \int_{4}^{2\pi} \cos(x) dx$$

d)
$$\Box \int_{0}^{0} (x^{10}e^{\sin(x)}) dx$$

e)
$$\Box \int_{0}^{1} e^{x^{2}} dx + \int_{1}^{0} e^{x^{2}} dx$$

f)
$$\Box \int_{1}^{2} x^{2} \ln(x) dx$$

g)
$$\Box \int_{0}^{1} x^{2}e^{x} dx$$

h)
$$\Box \int_{\ln(\pi)}^{\ln(2\pi)} e^x \sin(e^x) dx$$

i) *
$$\int_{0}^{\pi/2} \cos(x) \sin(x) dx$$

j) *
$$\int_{0}^{2\pi} 4x \sin(2x^2 + 3) dx$$

$$k) * \int_{1}^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$$

$$1) * \int_{-\infty}^{0} e^{2x} dx$$

$$m) * \int_{0}^{4} \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$$

n) *
$$\int_{-1}^{1} f(x) dx$$
 mit $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{für } x < 0 \\ x & \text{für } x \ge 0 \end{cases}$

Aufgabe 2: Partielle Integration

Bestimmen Sie die folgenden Integrale durch partielle Integration.

a)
$$\circ \int_{0}^{1} (2x+1)e^{2x} dx$$

b)
$$\circ \int_{1}^{2} (2x+1) \ln(x) dx$$

c)
$$\circ \int_{0}^{\pi} x \sin(\frac{1}{2}x) dx$$

Aufgabe 3: Substitutionsmethode

Bestimmen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe der Substitutionsmethode.

a)
$$\circ \int_{1}^{2} \frac{1}{x} \ln(x) dx$$

b)
$$\circ \int_{4}^{9} \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{-\sqrt{x}} dx$$

c)
$$\circ \int_{0}^{1} \frac{2x}{1+x^2} dx$$

Aufgabe 4: Fläche zwischen zwei Grafen

Aus einem Stück Metall soll eine Form geschnitten werden, die durch die Funktionen $f(x) = x^2 - 6x + 11$ und g(x) = -x + 11 begrenzt werden. Berechnen Sie die Fläche des Metallstückes.

Aufgabe 5: Anwendung Integrale

Die Zufluss/Abflussgeschwindigkeit von Wasser in einen See mit Talsperre wird modelliert durch die Funktion $f(x) = 100x^3 - 1500x^2 + 5000x$, mit x in Stunden (h) und f(x) in $m^3 h^{-1}$. Zu Beginn sind 10000 m^3 Wasser im See. Berechnen Sie, wie viele m^3 Wasser nach 4 Stunden im See sind.