

Übungen zum Brückenkurs B

SoSe 2024

Prof. Dr. J. Harz / S. Weber

Blatt 04 - 28. März, 2024

Die Aufgaben sind unterteilt in

◦ Verständnisaufgaben, ◻ Vertiefungsaufgaben, * schwierige Aufgaben

Aufgabe 1: * *Mitternachtsformel*

Leiten Sie für die allgemeine quadratische Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ die allgemeine Lösung, die sogenannte Mitternachtsformel

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

her. Tipp: Verwenden Sie quadratische Ergänzung.

Aufgabe 2: ◦ *Wurzelgleichungen*

Bestimmen Sie Definitionsmenge und Lösungsmenge folgender Wurzelgleichungen.

- a) $\sqrt{x} = 4$
- b) $\sqrt{11x + 3} = -5$
- c) $\sqrt[3]{-2x - 1} = -3$
- d) $\sqrt{8x} - x = 2$

Aufgabe 3: ◦ *Wurzelungleichungen*

Bestimmen Sie Definitionsmenge und Lösungsmenge folgender Wurzelungleichungen.

- a) $\sqrt{x} \leq 4$
- b) $\sqrt{11x + 3} > -5$
- c) $\sqrt[3]{-2x - 1} \geq -3$
- d) $\sqrt{8x} - x > 2$

Aufgabe 4: ◦ *Logarithmus-Gleichungen*

Bestimmen Sie Definitionsmenge und Lösungsmenge folgender Logarithmus-Gleichungen.

- a) $\log_2(x) = 4$
- b) $\ln(x + 2) = 5$

c) $\log_3\left(\frac{1}{x} - 1\right) = 2$

Aufgabe 5: ◦ *Logarithmus-Ungleichungen*

Bestimmen Sie Definitionsmenge und Lösungsmenge folgender Logarithmus-Ungleichungen.

a) $\log_2(x) \geq 4$

b) $\ln(x + 2) \leq 5$

c) $\log_3\left(\frac{1}{x} - 1\right) > 2$

Aufgabe 6: ◦ *Exponential-Gleichungen*

Bestimmen Sie Definitionsmenge und Lösungsmenge folgender Exponential-Gleichungen.

a) $2^x = 8$

b) $3 \cdot 4^{x-1} = 48$

c) $e^{\frac{1}{x}} = 2$

Aufgabe 7: ◦ *Exponential-Ungleichungen*

Bestimmen Sie Definitionsmenge und Lösungsmenge folgender Exponential-Ungleichungen.

a) $2^x \geq 8$

b) $3 \cdot 4^{x-1} \leq 48$

c) $e^{\frac{1}{x}} > 2$

Aufgabe 8: ◦ *Betrags-Gleichungen*

Bestimmen Sie Definitionsmenge und Lösungsmenge folgender Betrags-Gleichungen.

a) $|x| = 3$

b) $|x - 2| - x = 0$

c) $|x - 2| + x = 0$

Aufgabe 9: ◦ *Betrags-Ungleichungen*

Bestimmen Sie Definitionsmenge und Lösungsmenge folgender Betrags-Ungleichungen.

a) $|x| \geq 3$

b) $|x - 2| - x < 0$

c) $|x - 2| + x > 0$

Aufgabe 10: ◦ *Gleichungen mit Parametern*

Bestimmen Sie Definitionsmenge und Lösungsmenge folgender Gleichungen abhängig von dem Parameter $p \in \mathbb{R}$.

a) $2x + p = 5$

- b) $x^2 = p^2$
- c) $\sqrt{x+p} = 2$

Aufgabe 11: \circ *Ungleichungen mit Parametern*

Bestimmen Sie Definitionsmenge und Lösungsmenge folgender Ungleichungen abhängig von dem Parameter $p \in \mathbb{R}$.

- a) $2x + p \geq 5$
- b) $x^2 > p^2$
- c) $\sqrt{x+p} < 2$

Aufgabe 12: \circ *Substitutionsmethode*

Lösen Sie die folgenden Gleichungen mit Hilfe der Substitutionsmethode.

- a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$
- b) $3x^{10} + 12x^5 - 15 = 0$
- c) $(2^x)^2 - 62^x + 8 = 0$

Aufgabe 13: \circ *Faktorisierung von Polynomgleichungen*

Faktorisieren Sie folgende Polynomgleichungen

- a) $x^2 - 4 = 0$
- b) $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$
- c) $x^4 - 16x^2 = 0$

Aufgabe 14: \circ *Polynomdivision*

Finden Sie die Nullstellen folgender Polynomgleichungen durch Polynomdivision.

- a) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$
- b) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
- c) $-x^3 + 2x + 4 = 0$

Aufgabe 15: \circ *Lineare Gleichungssysteme: Gleichsetzungsverfahren*

Lösen Sie folgende lineare Gleichungssysteme mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

- a) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$

Aufgabe 16: \circ *Lineare Gleichungssysteme: Additionsverfahren*

Lösen Sie folgende lineare Gleichungssysteme mit Hilfe des Additionsverfahrens.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 3 \\ -3x + 4y = 5 \end{cases}$$

Aufgabe 17: \circ *Lineare Gleichungssysteme: Einsetzungsverfahren*

Lösen Sie folgende lineare Gleichungssysteme mit Hilfe des Einsetzungsverfahrens.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x + y = 7 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$$

Aufgabe 18: \square *Polynomdivision*

Führen Sie für die folgenden Paare von Polynomen jeweils die Polynomdivision durch.

$$\text{a) } (x^3 - x^2 - 5x - 3), (3 - x)$$

$$\text{b) } (x^{10} - 1), (1 - x + x^2 - x^3 + x^4)$$