

Übungen zum Brückenkurs B

SoSe 2024

Prof. Dr. J. Harz / S. Weber

Blatt 13 - 12. April, 2024

Die Aufgaben sind unterteilt in
◦ Verständnisaufgaben, □ Vertiefungsaufgaben, * schwierige Aufgaben

Aufgabe 1: *Matrizenoperationen*

Berechnen Sie $A + B$, $B + A$, λA , $A \cdot B$ und $B \cdot A$, falls möglich.

a) ◦ $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $\lambda = 4$

b) ◦ $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $\lambda = -1$

c) ◦ $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\lambda = 0$

d) ◦ $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\lambda = 1$

Aufgabe 2: *Determinanten*

Bestimmen Sie die Determinante der Matrix A mit Hilfe der Regel von Sarrus.

a) ◦ $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

b) ◦ $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3: *Matrixtransposition*

Bestimmen Sie die Transposition der Matrix A .

a) $\circ A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

b) $\circ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 4: *Komplexe Zahlen: Rechenoperationen*

Vereinfachen Sie die Ausdrücke.

a) $\circ (2 + 2i) + (3 + 4i)$

b) $\circ (2 - 2i) - (-3 + 4i)$

c) $\circ (2i) + (-3)$

d) $\circ (2 + 2i) \cdot (3 + 4i)$

e) $\circ (2 - 2i) \cdot (-3 + 4i)$

f) $\circ (2i) \cdot (-3)$

g) $\circ \frac{(2+2i)}{(3+4i)}$

h) $\circ \frac{(2-2i)}{(-3+4i)}$

i) $\circ \frac{(2i)}{(-3)}$

j) $\circ i^{17}$

Aufgabe 5: *Komplexe Zahlen: Konjugation*

Bilden Sie die zu der komplexen Zahl z konjugierte komplexe Zahl z^* .

a) $\circ z = 1 + 1i$

b) $\circ z = -3 - 4i$

c) $\circ z = -2$

d) $\circ z = 3i$

Aufgabe 6: *Komplexe Zahlen: Betrag*

Bilden Sie den Betrag $|z|$ der komplexen Zahl z .

a) $\circ z = 1 + 1i$

b) $\circ z = -3 - 4i$

c) $\circ z = -2$

d) $\circ z = 3i$

Aufgabe 7: *Komplexe Zahlen: Darstellungen*

Wandeln Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Normaldarstellung in die Polardarstellung um und umgekehrt. Zeichnen Sie die Zahlen in der komplexen Zahlenebene.

a) $z = 3 + 4i$

b) $z = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$

c) $z = 3i$

d) $z = 2(\cos(30^\circ) + i \sin(30^\circ))$

e) $z = (\cos(45^\circ) + i \sin(45^\circ))$

f) $z = -3 \cos(60^\circ)$

Aufgabe 8: * *Additionstheoreme*

Beweisen Sie die folgenden Additionstheoreme mit Hilfe der sogenannten Formel von Euler $e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + i \sin(\varphi)$.

a) $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$

b) $\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) + \cos(\alpha) \sin(\beta)$

c) $\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$