Prof. Dr. Ernst-Rüdiger Olderog
Christopher Bischopink, M.Sc.

Ausgabe: 01.11.2019
Abgabe: 08.11.2019 bis 14^{00} Uhr
in den Fächern im ARBI-Flur

3. Übung zu Grundlagen der Theoretischen Informatik

Aufgabe 10: Quiz **(5 Punkte)**
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt, für jede falsche wird einer abgezogen. Minimal können 0 Punkte erreicht werden.

Wahr	Falsch	
☐	☐	a) Sei L_1 eine reguläre Sprache und L_2 eine nicht reguläre Sprache mit $L_1 \cap L_2 \neq \varnothing$, dann ist auch $L_1 \cap L_2$ immer eine nicht reguläre Sprache.
☐	☐	b) Mit dem Pumping Lemma für reguläre Sprachen kann gezeigt werden, dass eine Sprache regulär ist.
☐	☐	c) Die Sprache $L(a^*b^*) \cap \{w \in \{a,b\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$ ist regulär.
☐	☐	d) Zu einem Minimalautomaten, der die Sprache L akzeptiert, kann es keinen NEA B mit $L(B) = L$ geben, der weniger Zustände besitzt.
☐	☐	e) Die Sprache $\{a^ib^j \mid i,j \in \mathbb{N}\} \cap \{uuw \mid u \in \{a\}^*, w \in \{a,b\}^*\}$ ist regulär.

Aufgabe 11: regulärer Ausdruck $\rightsquigarrow$ Sprache **(1+1+2 Punkte)**
Geben Sie zu jedem der folgenden regulären Ausdrücke re_i $(1 \leq i \leq 3)$ die Sprache L_i mit $L(re_i) = L_i$ an. Jede der Sprachen *soll formal korrekt* in Mengenschreibweise der Form $L_i = \{\ldots\}$ angegeben werden, wobei die drei Punkte geeignet zu ersetzen sind und keinen regulären Ausdruck enthalten dürfen.

a) $re_1 = a^*b^*$ b) $re_2 = (a+b)^*c(a+b)^*$ c) $re_3 = a(a+c)^*(bb)^*c(a+b+c)^*$

Aufgabe 12: Pumping Lemma und reguläre Ausdrücke **(4+6+1 Punkte)**
Untersuchen Sie die folgenden Sprachen auf Regularität. Zeigen Sie entweder mit Hilfe des Pumping Lemmas für reguläre Sprachen, dass die Sprache nicht regulär ist, oder geben Sie einen regulären Ausdruck an, dessen Sprache äquivalent zur jeweiligen Sprache ist.

a) $L_1 = \{w \in \{a,b\}^* \mid \exists v \in \{a,b\}^* : w = vv\}$

b) $L_2 = \{a^ib^jb^k \mid i,j,k \in \mathbb{N} : i \leq 3, i+k = j\}$

c) $L_3 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid \exists u \in \{a,c\}^*, v \in \{a,b,c\}^*, i \in \mathbb{N} : w = aub^{2i}cv\}$

d) $L_4 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid \#_a(w) > \#_b(w)\}$

e) Erklären Sie außerdem anhand der Definition des Pumping Lemmas, warum jede endliche Sprache die Pumping Lemma Eigenschaften erfüllt.

Hinweis: Zwei der angegebenen Sprachen sind regulär, zwei sind es nicht.

Aufgabe 13: Satz von Myhill und Nerode **(Selbstkontrolle)**

Bestimmen Sie zu den beiden folgenden Sprachen jeweils mit dem Satz von Myhill und Nerode, ob sie regulär sind. Zeigen Sie dazu entweder, dass $\equiv_L$ unendlich viele Äquivalenzklassen besitzt, oder geben Sie alle (endlich vielen) Äquivalenzklassen an und konstruieren Sie daraus den Äquivalenzklassenautomaten. Zu jeder Äquivalenzklasse müssen Sie die Menge der darin enthaltenen Wörter angeben.

a) $L = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid \#_a(w) = 2 \wedge \#_c(w) = 1\}$

b) $L = \{a^i b^k c^m \mid i,k,m \in \mathbb{N} \wedge (i = k \vee k = m)\}$