Fingerübungen

Thema: Reihen. Ziel ist es diesmal, dass Sie Ihren Blick für Reihen schärfen. Resultate über Standard-Folgen bzw. -Reihen dürfen verwendet werden.

1. Konvergiert die Reihe?

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-1/3}$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{-1/3}$$

c)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1+2^n}}$$

d)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\sqrt[3]{n5^n}}$$

e)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{-n}}$$

f)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} \right)$$

g)
$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n}{n^3 - 1} - 3n \cdot 2^{-n} \right)$$

2. Berechnen Sie den Wert der folgenden Reihen. (Hier geht es darum, mit Hilfe der Potenzund anderer Rechengesetze die Verbindung zu Ihnen bekannten Reihen, z.B. der geometrischen Reihe, herzustellen.)

a)
$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2^n}{3^n}$$

$$b) \sum_{n=-1}^{\infty} 5^{-n}$$

c)
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{4^{n+1}}$$

d)
$$\sum_{n=0}^{\infty} 2^{-n/2}$$

e)
$$\frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \frac{1}{81} + \dots$$

$$f) \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n(n-1)}$$