

Was ist Mathematik?

Gemeinschaftsaufgabe: Dreieck oder Viereck

Gegeben sei ein quadratisches Stück Papier. Wenn wir dieses derart falten, dass die untere rechte Ecke auf das Papier gelegt wird, so hängt die geometrische Form des umgefalteten Teils des Blattes offenbar von der Position der Blattecke auf dem Papier ab, wie in Abbildung 1 zu erkennen ist. In einer Position besitzt der umgefaltete Teil die Form eines Dreiecks, in einer anderen die Form eines Vierecks.

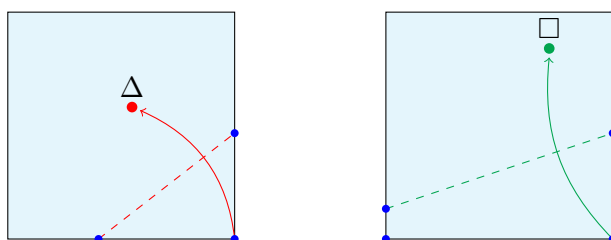


Abbildung 1: Zwei mögliche Faltschritte eines quadratischen Papierblattes. Wir erhalten für den umgefalteten Teil links die Form eines Dreiecks und rechts die eines Vierecks.

Wann besitzt der umgefaltete Teil des Papierblattes (ausgehend von der unteren rechten Ecke) die Form eines Dreiecks, wann die eines Vierecks?

Anschlussfrage: Sind noch andere Formen möglich?

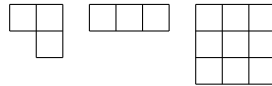
Aufgabe 1: Papierfalten

Gegeben sei ein länglicher Papierstreifen der Breite 1cm. Wieviele Faltkanten entstehen auf diesem, wenn er 15 mal immer wieder mittig gefaltet wird? Begründe deine Antwort so exakt wie möglich.

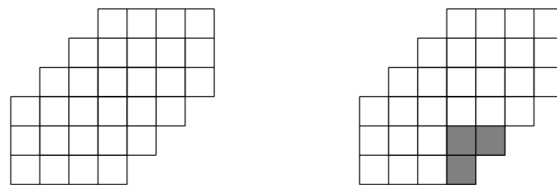
Das heißt, man halbiert den Streifen in seiner Länge durch den ersten Faltvorgang, halbiert diesen gefalteten Streifen dann erneut in der Länge durch den zweiten Faltvorgang und so weiter.

Aufgabe 2: Pflasterungen

- (a) Ist es möglich, ein Schachbrett (8×8) mit folgenden Steinen ohne Überdeckung auszulegen?



- (b) Betrachte die folgenden beiden Spielfelder, wobei in dem rechten Spielfeld drei Felder entfernt wurden (schattiert).



- (i) Ist es möglich, das linke Spielfeld mit Steinen der Form $\square\square\square$ vollständig und ohne Überdeckung zu pflastern?
- (ii) Ist es möglich, das rechte Spielfeld mit Steinen der Form $\square\square\square$ vollständig und ohne Überdeckung zu pflastern?

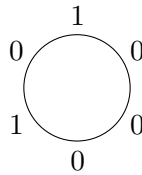
Aufgabe 3: Ich mag Züge

Am Oldenburger Hauptbahnhof werden Züge aus Wagons der Länge 1 und 2 zusammengehängt.

- (a) Wieviele Möglichkeiten gibt es einen Zug der Länge 1, 2, 3, 4 und 5 aus Wagons der Längen 1 und 2 zusammenzuhängen? Mache eine Tabelle und begründe dein Ergebnis.
- (b) Güterzüge und Züge im Fernverkehr sind länger als Regionalbahnen. Wieviele Möglichkeiten gibt es, einen Zug mit einer größeren Länge n zusammenzuhängen (also z.B. $n = 20$ oder $n = 87$)? Versuche dafür eine allgemeine Formel aufzustellen und diese zu begründen. Du musst keine konkreten Werte ausrechnen.

Aufgabe 4: Nullen und Einsen

Es sei ein Kreis mit sechs Einträgen 1 und 0 wie in der folgenden Abbildung gegeben.



Ist es möglich, dass alle Einträge an dem Kreis gleich groß werden, wenn immer zwei benachbarte Einträge gleichzeitig um 1 erhöht werden?

! Aufgabe 5: Seltsame Straßenführung

Wir betrachten das Straßennetz auf einer ostfriesischen Insel. Je zwei Städte auf dieser Insel sind durch genau eine Einbahnstraße miteinander verbunden. Begründe, ob es auf dieser Insel eine Stadt geben muss, welche man aus jeder anderen Stadt entweder direkt oder über höchstens eine andere Stadt erreicht? Wir setzen dabei natürlich voraus, dass sich alle Inselbewohner und -besucher an die Straßenverkehrsordnung halten.

! Aufgabe 6: Der arme Mathematiker

In Oldenburg gibt es eine ungerade Anzahl an MathematikerInnen, welche am π -Day (der 14. März, im Englischen „3/14“) gemeinsam eine große Party feiern. Mitten am Abend sagt der DJ an, dass alle MathematikerInnen genau dort stehen bleiben sollen, wo sie sich gerade befinden, und jeder seinem am nächsten stehenden Mathematiker-Kollegen (und nur diesem!) ein Bier ausgeben soll.

Begründe, warum es einen armen Mathematiker oder eine arme Mathematikerin geben muss, der oder die von keinem Kollegen ein Bier ausgegeben bekommt, falls die Abstände zwischen je zwei MathematikerInnen alle verschieden sind.