

Objektorientierte Modellierung und Programmierung

Dr. Christian Schönberg

Funktionale Programmierung

- Standard ML
 - Funktionen
 - Datentypen
 - Funktionen höherer Ordnung
- Funktionale Konzepte in Java

Programmierparadigmen

- Imperative Programmierung
- Objektorientierte Programmierung
- Aspektorientierte Programmierung
- Agentenorientierte Programmierung
- Funktionale Programmierung
- Logikorientierte Programmierung
- Regelbasierte Programmierung
- ...

Funktionale Programmierung

- Basiert auf Funktionen
- Keine Schleifen und ähnliche Kontrollstrukturen
- Dafür Funktionsaufrufe, Verkettung von Funktionen und Rekursion
- Genauso mächtig wie imperative Programmierung oder OOP
- Zustandslos, frei von Seiteneffekten
- Automatische Inferenz von Typen/Signaturen
- Viele funktionale Sprachen
 - SML, Lisp, Haskell, Mathematica, Erlang, F#, ...
- Viele Sprachen mit funktionalen Konstrukten
 - Java, JavaScript, C++, C#, XQuery, XSLT, Scala, ...

Standard ML

- Standard Meta Language, SML
- Standardisiert 1997
- Formale Spezifikation (Typregeln und Ausführungssemantik)
→ Beweisbarkeit
- Funktionen sind *First-Class Citizens*
- Einige imperative Anleihen
- Verschiedene Implementierungen
 - Standard ML of New Jersey (SML/NJ)
 - Referenzimplementierung
 - <https://www.smlnj.org/>
 - ...



Funktionen und Werte: Beispiel

$$factorial(n) = \begin{cases} 1, & \text{falls } n = 0 \\ n \cdot factorial(n - 1), & \text{sonst} \end{cases}$$

```
fun factorial(0) = 1  
  | factorial(n) = n * factorial(n - 1);
```

*pattern
matching*

```
val factorial = fn : int -> int
```

*automatische
Typinferenz*

```
val fact5 = factorial(5);
```

```
val fact5 = 120 : int
```

```
factorial(3);
```

```
val it = 6 : int
```

```
fun factorial(n) =  
  if n = 0  
  then 1  
  else n * factorial(n-1);
```


Funktionen: Beispiel (2)

```
fun plus(a, b) = a + b;
```

```
val plus = fn : int * int -> int
```

```
fun selFirst(x, y) = x;
```

```
val selFirst = fn : 'a * 'b -> 'a
```

```
fun swap(a, b) = (b, a);
```

```
val swap = fn : 'a * 'b -> 'b * 'a
```

Allgemeine Type wie 'a erlauben Polymorphie:

```
selfFirst(3, 5);
```

```
val it = 3 : int
```

```
selfFirst(true, false);
```

```
val it = true : bool
```

```
selfFirst("a", 7);
```

```
val it = "a" : string
```

```
swap(3.14, 9);
```

```
val it = (9, 3.14) : int * real
```

Gültigkeit und Nebeneffekte: Beispiel

```
val const = 3;
```

```
val const = 3 : int
```

```
fun giveConst() = const;
```

```
val giveConst = fn : unit -> int
```

```
giveConst();
```

```
val it = 3 : int
```

```
const = 4;
```

```
val it = false : bool
```

```
val const = 4;
```

```
val const = 4 : int
```

```
giveConst();
```

```
val it = 3 : int
```

Neue Definitionen überdecken alte Definitionen.

Jede Definition verwendet die zum Zeitpunkt der Definition gültigen Definitionen.

Basis-Datentypen: Beispiel

```
3;
```

```
val it = 3 : int
```

```
3.14;
```

```
val it = 3.14 : real
```

```
"abc";
```

```
val it = "abc" : string
```

```
#"x";
```

```
val it = #"x" : char
```

```
true;
```

```
val it = true : bool
```

Standard-Operatoren und Typ-Konvertierung: Beispiel

```
(3 + 4) div 3 * ~2;
```

```
val it = ~4 : int
```

```
6.4 / 2.5;
```

```
val it = 2.56 : real
```

```
3 + 3.14;
```

```
Error: operator and operand do not agree [overload conflict]
```

```
real(3) + 3.14;
```

```
val it = 6.14 : real
```

```
"ab" ^ "cd";
```

```
val it = "abcd" : string
```

```
str("#x") ^ "y";
```

```
val it = "xy" : string
```

```
(true orelse false) andalso not false;
```

```
val it = true : bool
```

```
((4 > 3) orelse (2 <= 1)) andalso not (5 <> 5);
```

```
val it = true : bool
```

Tupel und Records: Beispiel

```
();
```

```
val it = () : unit
```

```
(1, 2, 3);
```

```
val it = (1,2,3) : int * int * int
```

```
(1, "a", false);
```

```
val it = (1,"a",false) : int * string * bool
```

```
((true, "b"), 3, 4, #"z");
```

```
val it = ((true,"b"),3,4,#"z") : (bool * string) * int * int * char
```

```
val omp = { name = "OMP", semester = 2019 };
```

```
val omp = {name="OMP",semester=2019} : {name:string, semester:int}
```

```
omp = { semester = 2019, name = "OMP" };
```

```
val it = true : bool
```

Peano-Axiome für die Natürlichen Zahlen

- Formalisierung der Natürlichen Zahlen \mathbb{N} über fünf Axiome
 1. $0 \in \mathbb{N}$
 2. $\forall x \in \mathbb{N}: \text{succ}(x) \in \mathbb{N}$
 3. $\forall x \in \mathbb{N}: \text{succ}(x) \neq 0$
 4. $\forall x, y \in \mathbb{N}: \text{succ}(x) = \text{succ}(y) \Rightarrow x = y$
 5. $\forall S \supseteq \{0, \text{succ}(0), \text{succ}(\text{succ}(0)), \dots\}: \mathbb{N} \subseteq S$

Natürliche Zahlen als Datentyp

```
(* natural numbers *)  
datatype natural = Zero | Succ of natural;
```

```
fun add(x, Zero) = x  
  | add(x, Succ y) = add(Succ x, y);
```

```
val add = fn : natural * natural -> natural
```

```
fun sub(x, Zero) = x  
  | sub(Zero, y) = Zero  
  | sub(Succ x, Succ y) = sub(x, y);  
  
fun times(Zero, _) = Zero  
  | times(_, Zero) = Zero  
  | times(Succ x, y) = add(times(x, y), y);
```


Natürliche Zahlen als Datentyp

```
fun eq(Zero, Zero) = true
  | eq(Zero, _) = false
  | eq(_, Zero) = false
  | eq(Succ x, Succ y) = eq(x, y);

fun gt(Succ _, Zero) = true
  | gt(Zero, _) = false
  | gt(Succ x, Succ y) = gt(x, y);
```

Natürliche Zahlen als Datentyp

```
fun toInt(Zero) = 0
  | toInt(Succ x) = 1 + toInt(x);

fun toNat(0) = Zero
  | toNat(x) = if x < 0 then Zero else Succ (toNat(x-1));
```

Natürliche Zahlen als Datentyp

```
add(Succ (Succ Zero), Succ Zero);  
val it = Succ (Succ (Succ Zero)) : natural  
sub(Succ (Succ Zero), Succ Zero);  
val it = Succ Zero : natural  
times(Succ (Succ Zero), Succ Zero);  
val it = Succ (Succ Zero) : natural  
times(Succ (Succ Zero), Succ (Succ Zero));  
val it = Succ (Succ (Succ (Succ Zero))) : natural  
eq(Succ (Succ Zero), Succ Zero);  
val it = false : bool  
eq(Succ (Succ Zero), Succ (Succ Zero));  
val it = true : bool  
gt(Succ (Succ Zero), Succ Zero);  
val it = true : bool  
toInt(Succ (Succ Zero));  
val it = 2 : int  
toNat(3);  
val it = Succ (Succ (Succ Zero)) : natural
```

Listen: Beispiel

```
[1,2,3,4];
```

```
val it = [1,2,3,4] : int list
```

```
[true,false,false];
```

```
val it = [true,false,false] : bool list
```

```
["a", "bc", "def", "gh"];
```

```
val it = ["a","bc","def","gh"] : string list
```

```
[(3, false), (7, true)];
```

```
val it = [(3,false),(7,true)] : (int * bool) list
```

```
[3, 9, 3.14, 2];
```

```
Error: operator and operand don't agree [literal]
```

Listen: Beispiel (2)

```
1 :: [2, 3, 4];
```

```
val it = [1,2,3,4] : int list
```

```
1 :: 2 :: [3, 4];
```

```
val it = [1,2,3,4] : int list
```

```
[1, 2] @ [3, 4];
```

```
val it = [1,2,3,4] : int list
```

```
1::2::3::4::nil;
```

```
1::2::3::4::[];
```

```
val it = [1,2,3,4] : int list
```

```
[[1, 2], [3, 4]];
```

```
val it = [[1,2],[3,4]] : int list list
```

Listen: Beispiel (3)

```
fun member(x, nil)    = false  
  | member(x, y::ys) = x=y orelse member(x, ys);
```

```
val member = fn : 'a * 'a list -> bool
```

```
member(3, [1,2,3,4]);
```

```
val it = true : bool
```

```
member(7, [1,2,3,4]);
```

```
val it = false : bool
```

Listen: Beispiel (4)

```
fun insert(x, nil) = [x]  
  | insert(x, y::ys) = if x<y then x::y::ys  
                      else y::insert(x, ys);
```

```
val insert = fn : int * int list -> int list
```

```
insert(3, [1,2,4,5]);
```

```
val it = [1,2,3,4,5] : int list
```

```
fun getLarger(l1,l2) =  
  if length(l1) > length(l2) then l1 else l2;
```

```
val getLarger = fn : 'a list * 'a list -> 'a list
```

Listen: Nützliche Funktionen

- **null(*l*)**: Liste *l* ist leer (**nil**)
- **length(*l*)**: Anzahl der Elemente von *l*
- **hd(*l*)**: Kopfelement von *l* (head)
- **tl(*l*)**: Alle bis auf das Kopfelement von *l* (tail)
- **List.nth(*l*, *i*)**: Das *i*-te Element von *l*
- **map *f* *l***: Wendet die Funktion *f* auf jedes Element von *l* an

Listen und Strings

```
concat(["list", " of ", "strings"]);
```

```
val it = "list of strings" : string
```

```
explode("hello");
```

```
val it = [#"h",#"e",#"l",#"l",#"o"] : char list
```

```
implode([#"h",#"e",#"l",#"l",#"o"]);
```

```
val it = "hello" : string
```

```
val factorial = fn : int -> int
```

- Auch bekannt als Lambda-Funktionen (λ)
- Eine Funktionsdefinition, die keinem Identifikator (Funktionsnamen) zugewiesen ist
- Funktionen in SML sind *First-Class Citizens*
 - Funktionen können Variablen zugewiesen werden oder in Datenstrukturen referenziert werden
 - Funktionen können Parameter oder Rückgabetyt von anderen Funktionen sein
- Vergleich: Methoden in Java sind **keine** *First-Class Citizens*

Anonyme Funktionen: Beispiel

```
fun plus(a, b) = a + b;
```

```
val plus = fn : int * int -> int
```

```
val plus = fn (a, b) => a + b;
```

```
val plus = fn : int * int -> int
```

```
plus(3, 6);
```

```
val it = 9 : int
```

```
fun factorial(0) = 1  
  | factorial(n) = n * factorial(n - 1);
```

```
val factorial = fn : int -> int
```

```
val factorial = fn 0 => 1  
                | n => n * factorial(n-1);
```

```
val factorial = fn : int -> int
```

Listen: Beispiel (5)

map f l: Wendet die Funktion **f** auf jedes Element von **l** an

```
map (fn x => x+1) [1, 2, 3, 4];
```

```
val it = [2,3,4,5] : int list
```

SML Funktionen Höherer Ordnung

```
fun apply(f, x) = f(x);
```

```
val apply = fn : ('a -> 'b) * 'a -> 'b
```

```
apply(factorial, 3);
```

```
val it = 6 : int
```

```
fun applyTwice(f, x) = f(f(x));
```

```
val applyTwice = fn : ('a -> 'a) * 'a -> 'a
```

SML Funktionen Höherer Ordnung (2)

```
fun createAdder(x) = fn y => x + y;
```

```
val createAdder = fn : int -> int -> int
```

```
val plus3 = createAdder(3);
```

```
val plus3 = fn : int -> int
```

```
plus3(5);
```

```
val it = 8 : int
```

SML Funktionen Höherer Ordnung (2)

```
fun createAdder(x) = fn y => x + y;
```

```
val createAdder = fn : int -> int -> int
```

```
val plus3 = createAdder(3);
```

```
val plus3 = fn : int -> int
```

```
plus3(5);
```

```
val it = 8 : int
```

createAdder(x)

=> $\lambda(y)$
=> $x + y$

createAdder(3)

=> $\lambda(y)$
=> $3 + y$

↑
plus3

SML Funktionen Höherer Ordnung (2)

```
fun createAdder(x) = fn y => x + y;
```

```
val createAdder = fn : int -> int -> int
```

```
val plus3 = createAdder(3);
```

```
val plus3 = fn : int -> int
```

```
plus3(5);
```

```
val it = 8 : int
```

createAdder(x)

=> $\lambda(y)$
=> $x + y$

createAdder(3)

=> plus3(y)
=> $3 + y$

plus3(5)

=> $3 + 5$

SML Funktionen Höherer Ordnung (3)

```
fun high(x, f) = fn (y, g) => (f(x, y) + g(f(x, y)), y);
```

```
val high = fn : 'a * ('a * 'b -> int) -> 'b * (int -> int) -> int * 'b
```

- **Currying**, auch Schönfinkelisation, ist die Umwandlung einer Funktion mit mehreren Argumenten in eine Folge von Funktionen mit jeweils einem Argument
- Vorteile
 - zweiter Parameter (und dritter, ...) können später definiert werden
→ teilweise Auswertung der Funktion
 - in der theoretischen Informatik: Beweise über Funktionen
→ alle Funktionen haben die gleiche Form
(ein Parameter)

Currying: Beispiel

- $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 - $f(x, y, z) = x + y + z$
- wird zu
- $g: \mathbb{R} \rightarrow (\mathbb{R} \rightarrow (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}))$
 - $g(x) = x \Rightarrow x + h$
 - $h: \mathbb{R} \rightarrow (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R})$
 - $h(y) = y \Rightarrow y + i$
 - $i: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 - $i(z) = z$
 - $g(x)(y)(z) = x + h(y)(z) = x + y + i(z) = x + y + z$

Currying: Beispiel (2)

- **fun plus(x, y) = x + y**
 - **val plus = fn : int * int -> int**
 - **plus** ist eine Funktion mit zwei Parametern
- **fun cplus(x)(y) = x + y**
 - **val cplus = fn : int -> int -> int**
 - **cplus** ist eine Funktion mit einem Parameter
 - **cplus(x)** ist eine Funktion mit einem Parameter
 - **cplus** ist die „curried“ Version von **plus**
- **plus(3, 5) = 8**
- **cplus(3)(5) = cplus3(5) = 8**
 - **cplus3(x) = x + 3**

Currying: Beispiel (3)

```
fun addThree(x, y, z) = x + y + z;
```

```
val addThree = fn : int * int * int -> int
```

```
fun addThree(x) = fn (y) => fn (z) => x + y + z;
```

```
val addThree = fn : int -> int -> int -> int
```

Currying: Beispiel (4)

```
fun plus(x, y) = x + y;
```

```
val plus = fn : int * int -> int
```

```
fun curry(f) = fn x => fn y => f(x,y);
```

```
val curry = fn : ('a * 'b -> 'c) -> 'a -> 'b -> 'c
```

```
val cplus = curry(plus); f x y f(x, y)
```

```
val cplus = fn : int -> int -> int
```

```
cplus(3)(5);
```

```
val it = 8 : int
```

```
fun uncurry f (x, y) = f x y;
```

```
val uncurry = fn : ('a -> 'b -> 'c) -> 'a * 'b -> 'c
```

```
uncurry(curry(plus));
```

```
val it = fn : int * int -> int
```

Funktionale Konzepte in Java

Lambda-Ausdrücke (Wiederholung)



- **Lambda-Ausdrücke** sind keine anonymen Klassen, sondern **anonyme Methoden**
- Sie werden aber eingesetzt, um die Implementierung von funktionalen Interfaces durch einen einfachen, kompakten Ausdruck zu ersetzen
 - funktionale Interfaces sind Interfaces, die nur eine einzige nicht-statische und nicht-default Methode definieren
 - Instanzen von funktionalen Interfaces können direkt durch einen Lambda-Ausdruck ersetzt werden
 - dabei wird die Lambda-Funktion auf die eine Methode des Interfaces abgebildet
- Aufbau: `FunctionalInterface instance = (parameters) -> expression/block;`

Lambdas in Java und SML

- Lambda-Ausdrücke in Java sind **keine** Methoden, sondern nur eine verkürzte Schreibweise für eine Klassendefinition
- Lambda-Funktionen in SML sind echte Funktionen

```
fun f(x) = fn y => x * y;
```

```
val f = fn : int -> int -> int
```

```
f(3)(4);
```

```
val it = 12 : int
```

```
public interface Function {  
    int calc(int x);  
}
```

```
public interface FunctionOfFunction {  
    Function calc(int x);  
}
```

```
FunctionOfFunction f = (x) -> (y) -> x * y;  
System.out.println(f.calc(3).calc(4));
```

12

- Standard ML
 - Funktionen
 - Datentypen
 - Funktionen höherer Ordnung
- Funktionale Konzepte in Java