

Aussagenlogik

× Aufgabe 1: Formalisieren von Aussagen

Bei welchen der folgenden Formulierungen handelt es sich um Aussagen, bei welchen nicht (und wenn nicht: warum)? Formalisiere alle *Aussagen*. Verwende auch Symbole für Teilaussagen. Schreibe dazu, welches Symbol für welche (Teil-)Aussage steht.

Beispiel: „Rom liegt in Italien und in Europa.“ ist eine Aussage und lässt sich durch $I \wedge E$ formalisieren, wobei (I) für „Rom liegt in Italien“ und (E) für „Rom liegt in Europa“ steht.

- | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ol style="list-style-type: none">1. Heute ist Sonntag, oder es scheint die Sonne.2. In Italien ist es heute wärmer.3. Studieren macht Spaß, Oldenburg ist schön und in China fällt ein Sack Reis um.4. Eine Maus ist ein kleines, graues Tier. | <ol style="list-style-type: none">5. Wenn wir nichts anderes vorhaben, oder uns jemand einlädt, dann gehen wir in den Zoo.6. $8+7$7. Die Tutorin Linda ist dann und nur dann glücklich, wenn sie viele Fragen beantworten darf. |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

× Aufgabe 2: Schlüssigkeit

Zeige, dass folgendes Argument schlüssig ist: $A \vee B, \neg A$ Also: B

Aufgabe 3: Negation

Negiere jeweils die Aussage in 1. und 3. aus Aufgabe 1, indem du sie zunächst in natürlicher Sprache negierst und anschließend formalisierst.

Findest du unterschiedliche Formulierungen (und Formalisierungen) der Verneinung? Kannst du Regelmäßigkeiten erkennen?

Aufgabe 4: Äquivalente Aussagen/ Beweisstrukturen

Zeige mit Hilfe der zugehörigen Wahrheitswerttafeln, dass folgende junktorenlogischen Verknüpfungen äquivalent zur Aussage $A \Rightarrow B$ sind.

1. $\neg B \Rightarrow \neg A$
2. $\neg(A \wedge \neg B)$

Finde zu jeder Verknüpfung ein sprachliches Beispiel.

Anmerkung: Diese Aufgabe wird später noch sehr interessant werden, da sie grundlegend für die gängigsten Beweismethoden ist.

Aufgabe 5: entweder ... oder

In der Mathematik ist der Junktor *oder* als *einschließendes oder* zu verstehen. Deswegen können Aussagen mit *ausschließendem oder* („entweder...oder...“) nicht einfach mit „ \vee “ formalisiert werden.

- a) Finde eine Formalisierung für folgende Aussage:

Entweder du studierst Mathe oder du studierst etwas Komisches.

- b) (*Zusatzaufgabe*) Begründe mit Hilfe einer Wahrheitstafel, dass deine in a) gefundene Formalisierung wirklich äquivalent ist zum „ausschließenden oder“.

Hinweis: Die WWT für „entweder...oder“ sieht so aus:

A	B	entweder A oder B
w	w	f
w	f	w
f	w	w
f	f	f

! Aufgabe 6

Die Mensa hat die Zutaten für das nächste Mittagessen bestellt. Allerdings haben sich die Lieferanten Pasta-Paul, Fritten-Fuhrwerk und Gemüse-Gustav verkracht und deswegen gibt es einige Einschränkungen:

- (i) Gemüse-Gustav und Pasta-Paul beliefern die Mensa nicht beide.
- (ii) Wenn Pasta-Paul liefert, dann liefert auch Fritten-Fuhrwerk.
- (iii) Wenn Pasta-Paul nicht liefert, dann liefert auch Gemüse-Gustav nicht.
- (iv) Fritten-Fuhrwerk liefert nicht oder Gemüse-Gustav liefert.

Zeige, dass es durchaus möglich ist, dass die Studenten hungern müssen: Die Mensa erhält keine Lieferung.

(Zeige also: Das Argument mit (i)-(iv) als Prämissen und „Weder Pasta-Paul noch Fritten-Fuhrwerk noch Gemüse-Gustav beliefert die Mensa.“ als Konklusion ist schlüssig.)

Zur besseren Vergleichbarkeit nutze folgende Reihenfolge in der WWT:

(P) Pasta-Paul beliefert die Mensa. (F) Fritten-Fuhrwerk beliefert die Mensa.

(G) Gemüse-Gustav beliefert die Mensa.

P	F	G	
w	w	w	
w	w	f	
w	f	w	
w	f	f	
f	w	w	
f	w	f	
f	f	w	
f	f	f	

Hinweis: Es kann hilfreich sein, zunächst Hilfsaussagen wie etwa $\neg P$ in die Tabelle einzutragen.