Prof. Dr. Ernst-Rüdiger Olderog
Christopher Bischopink, M.Sc.

Ausgabe: 08.11.2019
Abgabe: 15.11.2019 bis $14^{00}$ Uhr
in den Fächern im ARBI-Flur

## 4. Übung zu Grundlagen der Theoretischen Informatik

**Aufgabe 14:** Quiz **(5 Punkte)**
Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt, für jede falsche wird einer abgezogen. Minimal können 0 Punkte erreicht werden.

Wahr Falsch

☐ ☐ a) Es gibt verschiedene reguläre Ausdrücke $re_1$ und $re_2$, für die $L(re_1) = L(re_2)$ gilt.

☐ ☐ b) Das Äquivalenzproblem beschreibt die Frage: Gegeben zwei deterministische Automaten $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$ über dem Alphabet $\Sigma^*$, gilt für alle $w \in \Sigma^* : w \in L(\mathcal{A}_1) \Leftrightarrow w \in L(\mathcal{A}_2)$? Dieses Problem ist für reguläre Sprachen algorithmisch entscheidbar.

☐ ☐ c) Michael Oser Rabin und Dana Scott wurden im Jahre 1976 mit dem Turing Award ausgezeichnet. Sie erhielten die Auszeichnung für ein Papier aus dem Jahre 1959, indem sie unter anderem nichtdeterministische Automaten einführten und die Sprachäquivalenz zu einem konstruierten deterministischen Automaten zeigten.

☐ ☐ d) Für jede Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ gilt: $L^*$ ist unendlich.

☐ ☐ e) Der Minimalautomat für eine reguläre Sprache ist bis auf Isomorphie eindeutig.

**Aufgabe 15:** Pumping-Lemma, Abschlusseigenschaften und Nerode-Rechtskongruenz **(2+2+2 Punkte)**
Gegeben sei die Sprache $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$. Zeigen Sie

a) mit Hilfe des Pumping-Lemmas,

b) mit Hilfe der Abschlusseigenschaften der regulären Sprachen und

c) mit Hilfe der Nerode-Rechtskongruenz

dass $L$ nicht regulär ist.
**Hinweis:** Es ist ratsam Aufgabenteil (c) nach Aufgabe 16 zu bearbeiten.

**Aufgabe 16:** Äquivalenzklassen und Minimalautomat **(1+3+1 Punkte)**
Sei die Sprache $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}\backslash\{0\} \land j, k < 3\}$ gegeben. Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben:

a) Geben Sie einen regulären Ausdruck $re$ mit $L(re) = L$ an.

b) Bestimmen Sie die Äquivalenzklassen nach dem Satz von Myhill-Nerode von $L$. Beschreiben Sie für jede Äquivalenzklasse die Wörter dieser Äquivalenzklasse mit einem eigenen regulären Ausdruck.

c) Konstruieren Sie den Äquivalenzklassenautomaten.

**Aufgabe 17:** Entscheidbarkeitsfragen **(2+2 Punkte)**

Zeigen Sie, dass folgende Probleme für reguläre Sprachen entscheidbar sind. Gegeben sei ein beliebiger NEA $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ und $\Gamma \subseteq \Sigma$ und $a \in \Sigma$.

a) Gilt $L(A) = \Sigma^+$?

b) Gilt $L(A) \subseteq \Gamma^*$?

**Hinweis:** Geben Sie entweder einen Algorithmus an, der die obigen Probleme entscheiden kann, oder bringen Sie sie algorithmisch lösbar in die Form eines der entscheidbaren Probleme (Skript S. 32ff).