

## 11. Übung zu Grundlagen der Theoretischen Informatik

### Aufgabe 46:

Quiz

(5 Punkte)

Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt, für jede falsche wird einer abgezogen. Minimal können 0 Punkte erreicht werden.

Wahr Falsch

- ☐ ☐ a) Weil  $K$  unentscheidbar ist, gibt es keine Turingmaschine, für die entschieden werden kann, ob sie angesetzt auf ihre eigene Binärkodierung anhält.
- ☐ ☐ b) Es existieren Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , die nicht algorithmisch berechenbar sind.
- ☐ ☐ c) Es gilt  $\mathbb{N} \sim \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  und  $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \prec \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ . Für die Relationen  $\sim$  und  $\prec$  siehe Skript Seite 98.
- ☐ ☐ d) Jede kontextfreie Sprache ist auch eine kontextsensitive Sprache und jede kontextfreie Grammatik ist auch eine kontextsensitive Grammatik.
- ☐ ☐ e) Noam Chomsky ist ein glühender Befürworter des aktuellen amerikanischen Präsidenten und Verfechter von dessen Politik.

### Aufgabe 47:

Cantor-Diagonalisierung

(2+2+2 Punkte)

Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- a) Sei  $I \neq \emptyset$  abzählbar und seien  $X_i \neq \emptyset$  für  $i \in I$  abzählbare Mengen, dann ist auch  $\bigcup_{i \in I} X_i$  abzählbar. *Hinweis:* Denken Sie auch an möglicherweise endliche Mengen. Das unten angegebene Kriterium gilt insbesondere auch für endliche Mengen.
- b) Sei  $A$  überabzählbar und  $B \subset A$  abzählbar, dann ist  $A \setminus B$  überabzählbar.

**Hinweis:** Sie können als Kriterium für die Abzählbarkeit einer Menge auch folgendes Korollar nutzen:

Eine nicht leere Menge  $M$  ist abzählbar gdw.  $\exists$  Surjektion  $\beta : \mathbb{N} \rightarrow M$

- c) Beweisen Sie das Kriterium aus dem Hinweis mit Hilfe der Aussagen von Seite 100 des Skriptes.

### Aufgabe 48:

Chomsky-0/1

(2+2 Punkte)

Gegeben Sei die Sprache  $L = \{a^n b^m c^{n \cdot m} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$ .

Zeigen Sie:

- a)  $L$  ist Chomsky-0.
- b)  $L$  ist kontextsensitiv.

**Hinweis:** Der direkte Weg über Angabe einer CH-0/kontextsensitiven Grammatik ist nicht der einfachste. Für Aufgabenteil (b) ist zudem eine Recherche außerhalb des Skriptes sinnvoll, z.B. im Wikipedia-Artikel zur Chomsky-Hierarchie.

**Aufgabe 49:**

Lückentext

**(5 Punkte)**

Ergänzen Sie die untenstehenden Lücken, sodass richtige und sinnvolle Aussagen entstehen. Sie erhalten einen Punkt pro korrektem Satz, bei fehlerhaften Antworten gibt es keinen lückenübergreifenden Punktabzug.

- a) \_\_\_\_\_ beschreiben dieselbe Sprachklasse wie \_\_\_\_\_ Grammatiken, nämlich die Klasse der CH-3 Sprachen.
- b) Aus \_\_\_\_\_ und \_\_\_\_\_ folgt  $X \sim Y$ .
- c) Das \_\_\_\_\_ beschreibt die Frage, ob eine Turingmaschine angesetzt auf die eigene Binärikodierung anhält.
- d) Es ist \_\_\_\_\_ ob ein gegebenes Wort  $w \in \{0, 1\}^*$  die Binärikodierung einer Turingmaschine ist.
- e) Das Wort \_\_\_\_\_ über  $\{0, 1\}$  ist \_\_\_\_\_ Binärikodierung einer Turingmaschine.

**Aufgabe 50:**

Reduktion

**(Selbstkontrolle)**

Sei  $G = \{bw_\tau \in B^* \mid \text{Die Turingmaschine } \tau \text{ hält bei Eingaben gerader Länge}\}$ . Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit von  $G$  durch eine geeignete Reduktion.