

Übungsaufgaben zur Vorlesung „Analysis I“

Blatt 2

Aufgabe 1. Seien a, b, c, d Elemente eines Körpers. Beweisen Sie:

- a) $(-a) + (-b) = -(a + b)$
- b) $(a \cdot b)^{-1} = b^{-1} \cdot a^{-1}$, falls $a \neq 0$ und $b \neq 0$
- c) $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$
- d) $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$, falls $b \neq 0$ und $d \neq 0$

Aufgabe 2. Seien a, b, c und d Elemente von \mathbb{R} . Man beweise:

- a) $a < b, c < 0 \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$
- b) $a > 0 \Rightarrow a^{-1} > 0$
- c) Falls $a, b > 0$ ist, gilt $a < b \Rightarrow a^2 < b^2$
- d) $0 < a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- e) $a < b, c \leq d \Rightarrow a + c < b + d$

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung $||x - 5| - 3| \leq 4$ in \mathbb{R} .

Aufgabe 4.

- a) Beweisen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$$

- b) Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ und für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $x \geq -1$, gilt:

$$(1 + x)^n \geq 1 + nx$$

Abgabe: Bis 1. November vor Vorlesungsbeginn in das Postfach Ihrer Tutorin bzw. Ihres Tutors.

Aufgabe	1	2	3	4	
	4×1	5×1		a b	
Punkte	4	5	3	4 4	20

Präsenzaufgaben

1. Seien a , b und c Elemente eines Körpers. Zeigen Sie:

a) $-(-a) = a$

b) $(-a) \cdot b = -(a \cdot b)$

c) $2 \cdot 2 = 4$

d) $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$

2. Seien a , b und c Elemente von \mathbb{R} . Man beweise:

a) $a < b, c > 0 \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$

b) $a < b \Leftrightarrow -a > -b$

3. Bestimmen Sie alle reellen Lösungen von:

a) $|x + 5| < 2$

b) $|x + 1| + 5 = |2x - 4|$

4. Finden Sie die Summe aller ungeraden Zahlen, die kleiner als $2n$ mit $n \in \mathbb{N}$ sind.

5. Man zeige, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + (n-1)n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$$

6. Für welche Werte von $n \in \mathbb{N}$ gilt die Ungleichung

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} > \frac{13}{12}?$$

Hinweis: Vielleicht helfen Ihnen bei der Bearbeitung der Übungsaufgaben auch die aktuellen *Videoreihen* (QR-Codes unten) zu den Themen **Körperaxiome** (1), **Anordnungsaxiome** (2) und **Vollständige Induktion** (3):

(1):



(2):



(3):

