# Revisionsquiz

# Frage 1 – Beweise

Seien $a = b$ feste reelle Zahlen. In welcher Zeile ist eine falsche Implikation?

$$
\begin{aligned}
& & a &= b \\
\Rightarrow & & 2a &= a + b \\
\Rightarrow & & 2a - 2b &= a - b \\
\Rightarrow & & 2(a - b) &= 1(a - b) \\
\Rightarrow & & 2 &= 1 \\
\Rightarrow & & 1 &= 0
\end{aligned}
$$

# Frage 2 – Beweistechniken

Welche Aussage zeigt man bei dem Beweis durch Kontraposition, um $X \Rightarrow Y$ zu zeigen?

- $\neg Y \Rightarrow \neg X$
- $\neg X \Rightarrow \neg Y$
- $\neg(A \wedge \neg B)$
- $Y \Rightarrow X$

# Frage 3 – Lineare Algebra

Welche der folgenden Objekte lassen sich addieren?

(Mehrere Antworten möglich.)

- Vektor und Vektor
- Matrix und Vektor
- Skalar und Vektor
- Matrix und Matrix

# Frage 4 – Lineare Algebra

Gegeben ein Skalar $\lambda \in \mathbb{R}$, gibt es eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, sodass für alle $v \in \mathbb{R}^2$ gilt: $A \cdot v = \lambda \cdot v$?

- Ja
- Nein

# Frage 5 – Lineare Algebra

Was bewirkt die zu $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ gehörende lineare Abbildung?

- Drehung um $90^\circ$ gegen den Uhrzeigersinn
- Spiegelung an der Winkelhalbierenden
- Spiegelung an der $y$-Achse
- Punktspiegelung am Ursprung

# Frage 6 – Integralrechnung

Ist folgende Aussage wahr oder falsch?

Ist $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine (stetig differenzierbare) Funktion, so gilt:

$$\int_a^b f'(x)\,dx = f(b) - f(a)$$

# Frage 7 – Zahlbereiche

Für welche der folgenden Zahlbereiche $M$ gilt die Aussage

$$\forall a, b \in M : a - b \in M\,?$$

(Mehrere Antworten möglich.)

- $M = \mathbb{C}$
- $M = \mathbb{Q}$
- $M = \mathbb{N}$
- $M = \mathbb{Z}$

# Frage 8 – Komplexe Zahlen

Durch welche geometrische Figur lassen sich alle komplexen Zahlen $z = a + ib$, welche $|a + ib| < 1$ erfüllen, beschreiben?

- Rechteck
- Dreieck
- Kreisscheibe
- Quader

# Frage 9 – Logik

Welche der folgenden Aussagen ist die Negation der Aussage „Es ist nicht alles Gold, was glänzt“?

- Alles Gold glänzt nicht.
- Einiges Gold glänzt nicht.
- Alles, was glänzt, ist Gold.
- Einiges, was glänzt, ist nicht Gold.

# Frage 10 – Binomialkoeffizient

Seien $n, k \in \mathbb{N}$ und $k < n$. Welche der folgenden Gleichungen sind wahr?

(Mehrere Antworten möglich.)

- $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$
- $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k+1}$
- $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

# Frage 11 – Quadratische Gleichungen

Gegeben sei eine quadratische Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, mit $f(x) = x^2 + px + q$ und $(\frac{p}{2})^2 - q = 0$. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- f hat genau eine Nullstelle.
- f hat keine Nullstelle.
- f hat genau zwei Nullstellen.
- Die Anzahl der Nullstellen von f ist nicht eindeutig.

# Frage 12 – Quantorenlogik

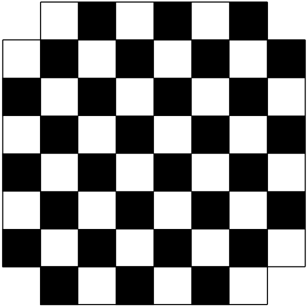
Was ist die Negation der folgenden Aussage:

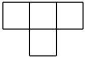
$$\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, n_0 \in \mathbb{N}\ \forall\, n \geq n_0 : |a_n - a| < \varepsilon$$

- $\forall\, \varepsilon > 0\ \exists\, n_0 \in \mathbb{N}\ \forall\, n \geq n_0 : |a_n - a| > \varepsilon$
- $\exists\, \varepsilon > 0\ \forall\, n_0 \in \mathbb{N}\ \exists\, n \geq n_0 : |a_n - a| < \varepsilon$
- $\exists\, \varepsilon > 0\ \forall\, n_0 \in \mathbb{N}\ \exists\, n < n_0 : |a_n - a| \geq \varepsilon$
- $\exists\, \varepsilon > 0\ \forall\, n_0 \in \mathbb{N}\ \exists\, n \geq n_0 : |a_n - a| \geq \varepsilon$

# Frage 13 – Was ist Mathematik?

Gegeben sei ein Schachbrett der Größe $8 \times 8$, in dem alle vier Ecken entfernt wurden.



Ist es möglich, dieses Schachbrett mit Spielsteinen in T-Form  vollständig und ohne Überlappung zu pflastern?

- Ja
- Nein

# Frage 14 – Mengenlehre

Wieviele Elemente hat die Potenzmenge der Potenzmenge der Potenzmenge der Potenzmenge der Potenzmenge der leeren Menge, also $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)))))$?

- 1
- 2
- 16
- 65 536

# Frage 15 – Mengenlehre

Wie lässt sich die Menge

$$\Big(\big([5,6] \cup [1,3) \cup (0,5)\big) \cap (-3,6)\Big) \setminus [4,5]$$

vereinfacht darstellen?

- $(-3,4) \cup (5,6)$
- $[1,4)$
- $(0,4) \cup (5,6)$
- Keines von diesen, sondern...

# Frage 16 – Funktionen und Abbildungen I

Gegeben sei eine beliebige Funktion $f : M \to N$ zwischen zwei Mengen $M$ und $N$. Ist die folgende Aussage wahr oder falsch?

„Wir können zu einer Menge $B \subseteq N$ das Urbild betrachten
und es gilt $f(f^{-1}(B)) = B$.“

- Die Aussage ist wahr.
- Die Aussage ist falsch, da Urbilder nur für bijektive Fuktionen definiert sind.
- Die Aussage ist falsch, da $f(f^{-1}(B)) = B$ nicht für jede Menge $B \subseteq N$ gelten muss.
- Die Aussage ist falsch, da $f(f^{-1}(B)) = B$ nur für $B \subsetneq N$ gilt.

# Frage 17 – Funktionen und Abbildungen I

Seien $M$ und $N$ zwei Mengen sowie $M_1$ und $M_2$ Teilmengen von $M$.
Sei $f : M \to N$ eine Abbildung.

Gilt in diesem Fall $f(M_1 \cap M_2) = f(M_1) \cap f(M_2)$?

- Ja.
- Nein, nur falls $f$ injektiv ist.
- Nein, nur falls $f$ surjektiv ist.
- Nein, nur falls $f$ bijektiv ist.

# Frage 18 – Funktionen und Abbildungen II

„Gegeben sei eine Funktion $f : M \to N$, welche keine Umkehrfunktion besitze. Dann ist es möglich, den Definitionsbereich und Wertevorrat von $f$ derart zu Teilmengen $A \subseteq M$ und $B \subseteq N$ abzuändern, dass $f : A \to B$ eine Umkehrabbildung besitzt."

Stimmt diese Aussage?

- Ja.
- Nein, nur falls $M \subseteq \mathbb{R}$ und $N \subseteq \mathbb{R}$.
- Nein, nur falls $M \not\subseteq \mathbb{R}$ und $N \not\subseteq \mathbb{R}$.
- Nein, nur falls $|M| < \infty$ und $|N| < \infty$.

# Frage 19 – Folgen und Grenzwerte

Konvergiert jede monoton fallende Folge?

- Ja.
- Nein.
- Nur am Sonntag.

## Frage 20 – Folgen und Grenzwerte

Nils trifft folgende Aussage: „Um zu zeigen, dass eine Folge $(a_n)_n$ in $\mathbb{R}$ gegen einen Wert $a \in \mathbb{R}$ konvergiert, müssen wir zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $n_0$ finden, sodass für ein $n \geq n_0$ gilt:

$$|a_n - a| < \varepsilon\,.“$$

Hat Nils recht?

- Ja.
- Ja, aber nur, wenn die Folge $(a_n)_n$ periodisch ist, d.h. dass sich alle Folgenglieder in einem bestimmten Zyklus wiederholen.
- Nein.