Dr. Frank Schöpfer

Einführung in Matlab
Übung 3

Aufgabe 1: In der Vorlesung haben wir zusammen die Funktion `bisektion` erstellt.

(a) Ändern Sie die Funktion `bisektion` so ab, dass

- die Funktion vorzeitig verlassen (mit `return`) und $x = a$ bzw. $x = b$ zurückgegeben wird, falls schon $f(a) = 0$ oder $f(b) = 0$ gilt,
- ebenfalls vorzeitig verlassen und (z.B.) $x = a$ mit entsprechendem Warn-Hinweis zurückgegeben wird, falls $f(a)$ und $f(b)$ gleiches Vorzeichen haben,
- auch die Situation "$f(a) > 0$ und $f(b) < 0$" erlaubt ist.

Testen Sie alle Fälle geeignet, z.B. für die Funktion

$$f(x) = (x^2 - 1) \cdot (x^2 - 9)$$

Dazu ist es hilfreich, die Funktion zuerst zu plotten.

(b) Schreiben Sie eine Funktion `x=nullstelle(f,a,b,epsilon)` mit den gleichen Ein-und Ausgabevariablen wie `bisektion`, die folgendes macht:

- plotted die Funktion f auf dem Intervall $[a, b]$ mit Gitterlinien,
- berechnet Nullstelle mit `bisektion`,
- und markiert im gleichen Plot die gefundene Nullstelle mit einem Kreis.

(c) Erweitern Sie die Funktion `nullstelle` durch eine **benutzerfreundliche graphische Eingabe der Intervallgrenzen**: Die an `nullstelle` übergebene Funktion `f` soll wie eben zunächst auf dem Intervall $[a, b]$ geplottet werden, damit man sie sich anschauen kann. Dann sollen mittels Fadenkreuz (mit `ginput`) die Intervallgrenzen eines geeigneten Intervalls $[a_{neu}, b_{neu}]$ ausgewählt werden können, auf dem dann die Nullstelle berechnet, und wieder im ursprünglichen Plot auf Intervall $[a, b]$ markiert wird. Stellen Sie dabei auch sicher, dass immer $a_{neu} < b_{neu}$ erfüllt ist, egal in welcher Reihenfolge die Intervallgrenzen graphisch ausgewählt werden. **Testen** Sie mit $f_c(x) = x \cdot \sin(c \cdot x)$ auf dem Intervall $[0, 10]$ für **verschiedene Werte des Parameters** c.

Aufgabe 2: Schreiben Sie eine Funktion `I=trapez(f,a,b,n)`, welche für eine Funktion $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ das Integral

$$I = \int_a^b f(x)\, dx$$

numerisch nähert mit Hilfe der **summierten Trapezregel**: Setze $h = \frac{b-a}{n}$ und berechne mit $x_j = a + j \cdot h$ für $j = 0, \ldots, n$

$$I_T(n) := h \cdot \left(\frac{f(x_0)}{2} + \sum_{j=1}^{n-1} f(x_j) + \frac{f(x_n)}{2} \right)$$

Dabei soll f als Function Handle übergeben werden.
Test: Für größer werdende n sollte der Fehler $|I - I_T(n)|$ kleiner werden. Für $f(x) = \sin(x)$ gilt $I = \int_0^\pi \sin(x)\, dx = 2$. Berechnen und plotten Sie den Fehler gegen n, wenn n die Werte `n=1e3:100:1e4` durchläuft.