Prof. Dr. Ernst-Rüdiger Olderog
Christopher Bischopink, M.Sc.

Ausgabe: 13.12.2019
Abgabe: 20.12.2019 bis 14^{00} Uhr
in den Fächern im ARBI-Flur

9. Übung zu Grundlagen der Theoretischen Informatik

Aufgabe 34: Quiz **(5 Punkte)**

Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt, für jede falsche wird einer abgezogen. Minimal können 0 Punkte erreicht werden.

Wahr	Falsch	
☐	☐	a) Sei $L = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$. Die Funktion $h(v) = \begin{cases} 1 & \text{falls } v \in L \\ \text{undef.} & \text{sonst} \end{cases}$ ist Turing-berechenbar.
☐	☐	b) Das Eingabealphabet Σ einer Turingmaschine $\tau = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \sqcup)$ ist nicht notwendigerweise endlich.
☐	☐	c) Eine Endkonfiguration einer Turingmachine $\tau = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \sqcup)$ ist eine Konfiguration, in welcher der auftretende Zustand ein Endzustand ist.
☐	☐	d) Die leere Sprache $\varnothing$ ist Turing-entscheidbar.
☐	☐	e) Die Sprache $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ist Turing-entscheidbar.

Aufgabe 35: Analyse einer Turingmaschine **(1+2+3+2+2 Punkte)**

Gegeben sei die Turingmaschine $\tau = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \sqcup)$ mit $Q = \{q_0, \ldots, q_6, q_f\}$, $\Sigma = \{|\}$, $\Gamma = \{|, X, \sqcup, a, b, c\}$ und δ gegeben durch folgende Turingtafel:

q_0	$\sqcup$	q_f	$\sqcup$	S
q_0	$\mid$	q_1	$\mid$	S
q_1	$\mid$	q_2	a	R
q_1	X	q_4	X	S
q_2	$\sqcup$	q_3	X	L
q_2	$\mid$	q_2	$\mid$	R
q_2	X	q_2	X	R
q_3	$\mid$	q_3	$\mid$	L
q_3	X	q_3	X	L
q_3	a	q_1	a	R

q_4	X	q_5	b	R
q_4	c	q_f	c	S
q_5	$\sqcup$	q_6	c	L
q_5	X	q_5	X	R
q_5	c	q_5	c	R
q_6	X	q_6	X	L
q_6	b	q_4	b	R
q_6	c	q_6	c	L

a) Zeichnen Sie τ. Verwenden Sie dabei die Transitions-Notation $q \xrightarrow{r/w;K} q'$ für die Zeile $q\,r \mid q'\,w\,K$ in der Turingtafel δ.

b) Geben Sie für die Wörter $v \in \{\varepsilon, |, ||\}$ mit Hilfe der Transitionsrelation $\vdash_\tau$ eine Transitionsfolge von der Anfangskonfiguration $\alpha(v)$ zu einer Endkonfiguration bzw. das Anfangstück eines unendlichen Laufes an.

c) Erklären Sie das Verhalten der Turingmaschine.

d) Geben Sie die berechnete Funktion der Turigmaschine als mathematische Funktion an. D.h. sagen Sie genau, wie das zu einem beliebigen Eingabewort zugehörige Ergebnis einer Endkonfiguration der Turingmaschine aussieht.

e) Geben Sie den Haltebereich/Definitionsbereich und den Ergebnisbereich/Wertebereich an.

Aufgabe 36: Konstruktion einer TM (Zahlencodierung) (**5 Punkte +3 Bonuspunkte**)

Konstruieren Sie eine Turingmaschine $\tau = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \sqcup)$ mit δ als Turingtafel oder graphisch, aber nicht als Flußdiagramm. Ihre Turingmaschine soll die Unärdarstellung einer Zahl n (diese hat die Form $|^n$) in ihre Binärdarstellung $bin(n) \in \{0,1\}^*$ überführen. Für die Funktion bin gilt zum Beispiel: $bin(\varepsilon) = 0, bin(|) = 1, bin(||) = 10, \ldots, bin(|^{10}) = 1010, \ldots$. *(Denken Sie an die Beschreibung Ihrer Turingmaschine!)*

Für Ihre Turingmaschine τ soll also für die berechnete Funktion $h_\tau(|^n) = bin(n)$, für den Definitionsbereich $M = \{|\}^*$ und für den Wertebereich $N = \{0,1\}^+$ gelten.

Hinweis: Überlegen Sie sich, was mit einer Binärzahl passiert, wenn man sie um eins inkrementiert.
Bonus: Testen Sie Ihre Turingmaschine, indem ihr für die Wörter $v \in \{\varepsilon, |, ||, |||\}$ mit Hilfe der Transitionsrelation $\vdash_\tau$ eine Transitionsfolge von der Anfangskonfiguration $\alpha(v)$ zu einer Endkonfiguration angeben.

Aufgabe 37: Sprache $\rightsquigarrow$ TM **(Selbstkontrolle)**

Geben Sie eine Turingmaschine an, die die Sprache $L = \{|^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\}$ akzeptiert. Die Turingmaschine soll dafür 2 Bänder benutzen, Nichtdeterminusmus ist zudem hilfreich.