

Vorbemerkung: Nur in der ersten Aufgabe geht es darum, Ihr Schulwissen aufzufrischen. Danach können Sie den Gebrauch des in der Vorlesung eingeführten Summen- und Produktzeichens trainieren.

Fingerübungen

1. Finden Sie alle reellen Lösungen der Gleichungen:

a) $x + 3 = 2 - 2x$

d) $x^2 = 4$

b) $\frac{x}{3} - 1 = 1 - \frac{x}{2}$

e) $x^2 + 4x + 4 = 0$

c) $\frac{x+1}{x+2} = 5$

f) $x^2 = 1 - x$

2. Schreiben Sie diese Summen, bzw. Produkte, mit Hilfe des in der Vorlesung eingeführten Summen-, bzw. Produktzeichens, auf:

a) $4 + 5 + 6 + 7 + \dots + n$

d) $(-3) \cdot 7 \cdot 101$

b) $3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12 \cdot 15 \cdot 18 \cdot 21$

e) $3 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{9}{4} \cdot \dots \cdot \frac{19}{9}$

c) $6n + 8n + 10n + 12n$

f) $1 + 3 + 7 + 15 + 31$

3. Führen Sie bei den folgenden Summen und Produkten eine Umindizierung durch, so dass der Index n ist und bei 0 beginnt. Beispiel: $\sum_{i=3}^5 i = \sum_{n=0}^2 (n+3)$

(Hinweis: Eine recht zuverlässige Methode ist: $i = 3 \iff i - 3 = 0$, also sollten wir $n = i - 3$ setzen. Für $i = 5$ folgt $n = 5 - 3 = 2$, also ist die neue obere Grenze 2. Außerdem folgt aus $n = i - 3$, dass $i = n + 3$.)

a) $\sum_{k=4}^{10} 3k$

d) $\prod_{r=3}^7 4^{r-2}$

b) $\prod_{t=-2}^0 (4-t)$

e) $\sum_{\alpha=2}^8 (\alpha-2)(2\alpha+3)$

c) $\sum_{p=5}^{10} t$

f) $\prod_{i \in \{1,3,5,7\}} a_i$

4. Fassen Sie zu einer Summe, bzw. einem Produkt, zusammen, wenn möglich:

a) $\prod_{k=3}^5 k \cdot \prod_{t=7}^9 (t-1)$

d) $\sum_{t=4}^8 2^t + \sum_{n=1}^5 2n$

b) $\sum_{n=2}^5 a_n - \sum_{r=1}^4 b_r$

e) $\prod_{r=0}^4 \kappa \cdot \prod_{\kappa=5}^{15} \kappa$

c) $\sum_{i=3}^7 i + \sum_{i=3}^{10} 3i$

f) $\left(\sum_{i=0}^2 c_i \right) \cdot \left(\sum_{j=0}^4 d_j \right)$