

Fingerübungen

Thema: Funktionsgraphen und Grenzwerte. Wie immer: Sie werden von diesen Aufgaben nur profitieren, wenn Sie sie per Hand lösen, ohne Computer- oder Taschenrechnereinsatz!

Einige Hilfsmittel zum Skizzieren von Funktionsgraphen (später kommen noch mehr dazu):

- Die wichtigsten kennen, z.B.: (affin-)lineare Funktionen \leftrightarrow Geraden; quadratische Funktionen \leftrightarrow Parabeln; Graph der Exponentialfunktion; etc.
- Einige Funktionswerte ausrechnen. Insbesondere $f(0)$ (Schnitt mit y -Achse); ggf. Schnitt mit x -Achse bestimmen (d.h. $f(x) = 0$ nach x auflösen)
- Verschiebungs- und Skalierungsgesetze ($a \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$):
 - Ersetzung von x durch $x - a$ bzw. von $f(x)$ durch $f(x) + a$ bewirkt Verschiebung des Graphen um a nach rechts bzw. nach oben.
 - Ersetzung von x durch $\frac{x}{c}$ bzw. von $f(x)$ durch $cf(x)$ bewirkt Streckung in x - bzw. y -Richtung um den Faktor $|c|$ (für $|c| < 1$ würde man wohl eher von Stauchung sprechen), und bei $c < 0$ zusätzlich Spiegelung an y - bzw. x -Achse.

1. Skizzieren Sie den Graphen folgender Funktionen. Definitionsbereich ist jeweils \mathbb{R} .

a) $f(x) = x$

b) $f(x) = 2x + 3$

c) $f(x) = x^2 - 1$

d) $f(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 - 1$

e) $f(x) = (x - 3)^2$

f) $f(x) = (x + 2)^2 + 1$

g) $f(x) = x^2 + 4x + 3$

h) $f(x) = 2e^{-x} + 2$

2. Skizzieren Sie die Graphen folgender Paare von Funktionen, jeweils im selben Koordinatensystem.

a) $f(x) = x + 1$, $g(x) = 2x + 1$

b) $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{2x}$

c) $f(x) = x^3$, $g(x) = \left(-\frac{x}{2}\right)^3$

d) $f(x) = e^x$, $g(x) = \frac{x^2}{2} + 1$

3. Skizzieren Sie den Graphen und bestimmen Sie den linksseitigen Grenzwert $\lim_{x \rightarrow x_0-} f(x)$ und den rechtsseitigen Grenzwert $\lim_{x \rightarrow x_0+} f(x)$.

a) $f(x) = \frac{1}{x}$, $x_0 = 0$

b) $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $x_0 = -1$

c) $f(x) = \frac{x}{x+1}$, $x_0 = 5$

d) $f(x) = \frac{x^2 + x}{x^2}$, $x_0 = 0$

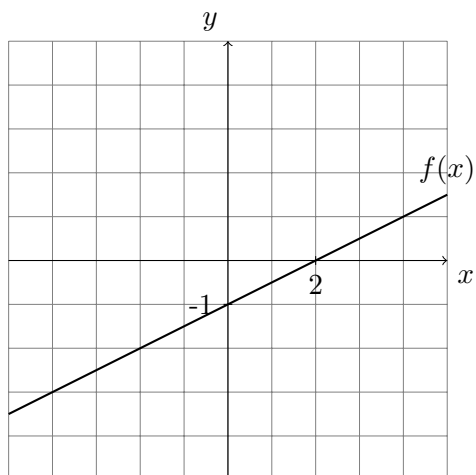
e) $f(x) = \frac{x - x^2}{x - 1} + 1$, $x_0 = 1$

f) $f(x) = |x - 3|$, $x_0 = 2$

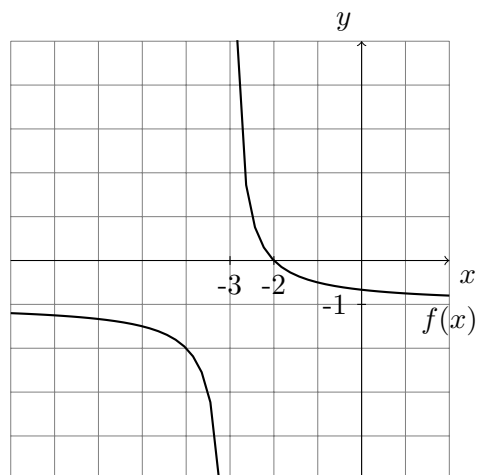
g) $f(x) = \frac{x}{|x|}$, $x_0 = 0$.

4. Finden Sie Funktionsterme, die zu den gegebenen Graphen führen können.

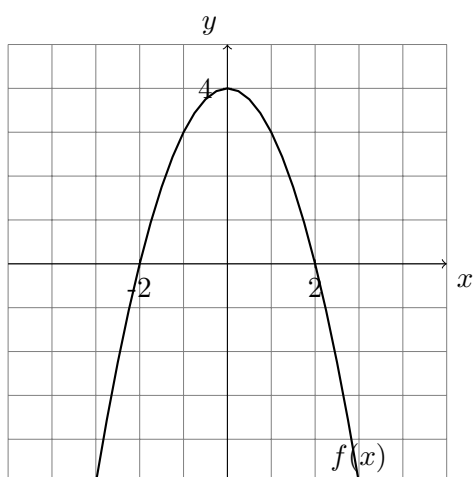
a)



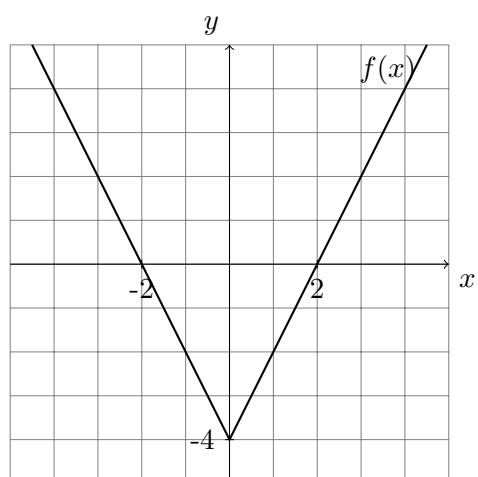
d)



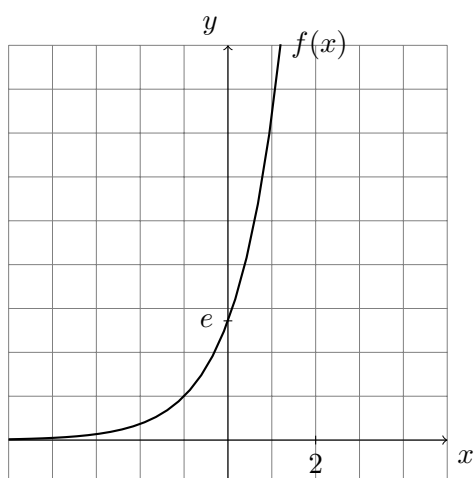
b)



e)



c)



f)

