

Lösungen der Fingerübungen

1. Multiplizieren Sie aus und fassen Sie ggf. zusammen:

- a) $a(b + c) = ab + ac$
- b) $(x - 2)(3 + x^2) = 3x + x^3 - 6 - 2x^2$
- c) $(m - 5n)(n - 5m) = mn - 5m^2 - 5n^2 + 25mn = 26mn - 5m^2 - 5n^2$
- d) $(3x - 4y)(4 - 6x)(-2y - 1) = (12x - 18x^2 - 16y + 24xy)(-2y - 1) =$
 $-24xy + 36x^2y + 32y^2 - 48xy^2 - 12x + 18x^2 + 16y - 24xy =$
 $36x^2y + 32y^2 - 48xy^2 - 12x + 18x^2 + 16y - 48xy$
- e) $(a + b)^2 - a^2 = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 = 2ab + b^2$
- f) $(2c + 3)(-3 + 2c) - 2c = 4c^2 - 9 - 2c$

2. Schreiben Sie als Produkt, wenn möglich. Beispiel: $ab + ac = a(b + c)$.

- a) $x - x^2 = x(1 - x)$
- b) $a + bc$ kann nicht faktorisiert werden (außer in ‚künstlicher‘ Weise wie $\frac{1}{2}(2a + 2bc)$).
- c) $x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$
- d) $3x + x^3 - 2x^2 = x(3 + x^2 - 2x)$; mit komplexen Zahlen (werden später behandelt) ließe sich das weiter als $x(x - 1 - i\sqrt{2})(x - 1 + i\sqrt{2})$ faktorisieren.
- e) $ax - bx - ay + by = x(a - b) - y(a - b) = (x - y)(a - b)$
- f) $32gh^2 - 36jh^2 - 80gk^2 + 90jk^2 = 4h^2(8g - 9j) - 10k^2(8g - 9j) = (4h^2 - 10k^2)(8g - 9j)$

3. Schreiben Sie als einen Bruch und fassen Sie ggf. zusammen:

- a) $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{x + y}{2}$
- b) $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = \frac{3x}{6} - \frac{2y}{6} = \frac{3x - 2y}{6}$
- c) $\frac{x}{x-1} + \frac{x}{x+1} = \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x(x+1) + x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 + x + x^2 - x}{x^2 - 1} =$
 $\frac{2x^2}{x^2 - 1}$
- d) $\frac{3y-1}{3xy} - \frac{1-4z}{4xz} = \frac{4z(3y-1)}{12xyz} - \frac{3y(1-4z)}{12xyz} = \frac{12yz - 4z - 3y + 12yz}{12xyz} = \frac{24yz - 4z - 3y}{12xyz}$
- e) $\frac{x+a}{4\pi} + \frac{a-2}{2y} - \frac{xy}{\pi y} = \frac{y(x+a)}{4\pi y} + \frac{2\pi(a-2)}{4\pi y} - \frac{4xy}{4\pi y} = \frac{xy + ay + 2\pi a - 4\pi - 4xy}{4\pi y} =$
 $\frac{ay + 2\pi a - 4\pi - 3xy}{4\pi y}$
- f) $1 - \frac{a}{a-2b} + \frac{b}{a+2b} - \frac{ab}{4b^2 - a^2} = \frac{a^2 - 4b^2}{a^2 - 4b^2} - \frac{(a+2b)a}{a^2 - 4b^2} + \frac{(a-2b)b}{a^2 - 4b^2} - \frac{ab}{-(4b^2 - a^2)} =$
 $\frac{a^2 - 4b^2 - a^2 - 2ab + ab - 2b^2 + ab}{a^2 - 4b^2} = \frac{-6b^2}{a^2 - 4b^2}$

4. Kürzen Sie, wenn möglich. Beispiel: $\frac{x^2-3x}{x} = \frac{x(x-3)}{x} = x-3$.

a) $\frac{ab+ac}{a} = \frac{a(b+c)}{a} = b+c$

b) $\frac{12x-13y}{24x^2-26xy} = \frac{12x-13y}{2x(12x-13y)} = \frac{1}{2x}$

c) $\frac{n^2+7n}{2n^3-n^2+7n} = \frac{n(n+7)}{n(2n^2-n+7)} = \frac{n+7}{2n^2-n+7}$

d) $\frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = x+1$

e) $\frac{16x^2-25y^2}{8x-20y} = \frac{(4x+5y)(4x-5y)}{2(4x-10y)}$ kann nicht gekürzt werden.

f) $\frac{a^4-16b^4}{a+2b} = \frac{(a^2+4b^2)(a^2-4b^2)}{a+2b} = \frac{(a^2+4b^2)(a+2b)(a-2b)}{a+2b} = (a^2+4b^2)(a-2b)$