

Fingerübungen

Thema: Differenzialrechnung und trigonometrische Funktionen.

1. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(\cos(x^{19}))}{\sqrt{x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\sin(\cos(x^{19}))}{\sqrt{x}}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 125}{x - 5}$

2. Diskutieren Sie die folgenden Funktionen und machen Sie eine Skizze:

a) $p(x) = ax^2 + bx + c$, wobei $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

b) $q(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 4$.

3. Vereinfachen Sie die folgenden Funktionen und führen Sie diese auf die Standardfunktionen $\frac{1}{x}$, $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\ln(x)$, $\exp(x)$, $mx + b$ zurück. Machen Sie eine Skizze:

a) $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$.

b) $f(x) = \ln(x^2 - 1) - \ln(x - 1)$

c) $f(x) = \ln(5e^{2x})$

d) $f(x) = \sin(x)(1 + \sin(x)) + \cos(x)^2$.

4. Formen Sie in eine andere Koordinatendarstellung um; also von kartesischen in Polarkoordinaten und von Polarkoordinaten in kartesische Koordinaten.

a) $-2i$

b) $\sqrt{2}e^{i\pi}$

c) $3e^{5i\frac{\pi}{2}}$

d) $1 + i$

e) $\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}i)$

f) $5e^{\frac{3}{4}\pi i}$