Prof. Dr. Ernst-Rüdiger Olderog
Christopher Bischopink, M.Sc.

Ausgabe: 22.11.2019
Abgabe: 29.11.2019 bis 14^{00} Uhr
in den Fächern im ARBI-Flur

6. Übung zu Grundlagen der Theoretischen Informatik

Aufgabe 23: Quiz **(5 Punkte)**

Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt, für jede falsche wird einer abgezogen. Minimal können 0 Punkte erreicht werden.

Wahr	Falsch	
☐	☐	a) Es gibt keine inhärent mehrdeutige kontextfreie Sprachen.
☐	☐	b) Für einen NEA $A = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ und einen Buchstaben $a \in \Sigma$ gibt es einen Algorithmus, der prüft, ob jedes Wort der von A erzeugten Sprache mindestens ein a enthält.
☐	☐	c) Es gibt kontextfreie Sprachen, bei denen der Index der Nerode-Rechtskongruenz endlich ist.
☐	☐	d) Die Grammatik $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, \{S \to AB \| BA, A \to aA \| a, B \to Bb \| \varepsilon\}, S)$ ist eindeutig.
☐	☐	e) Jede reguläre Sprache ist auch kontextfrei, aber nicht jede kontextfreie Sprache ist auch regulär.

Aufgabe 24: Grammatiken für reguläre Sprachen **(2+2 Punkte)**

In der Vorlesung noch nicht behandelt wurde die Klasse (G_{reg}) an Grammatiken die genau die regulären Sprachen (L_{reg}) erzeugen. Solch eine Klasse existiert, d.h.
$\forall L \in L_{reg} : \exists G \in G_{reg} : L(G) = L$ und $\forall G \in G_{reg} : L(G) \in L_{reg}$.

a) Geben Sie eine Einschränkung für kontextfreie Grammatiken an, sodass die von diesen eingeschränkten Grammatiken erzeugten Sprachen genau die regulären Sprachen sind. (Beweis erst in (b))

b) Zeigen Sie, dass von solchen Grammatiken genau die regulären Sprachen erzeugt werden.

Hinweis: Sie können sich hierzu überlegen, wie man zu einem gegebenen endlichen Automaten eine Grammatik erzeugen kann, die dieselbe Sprache erzeugt.

Aufgabe 25: Kontextfreie Sprachen? **(2+2+2+2 Punkte)**

Untersuchen Sie die folgenden Sprachen auf Kontextfreiheit. Zeigen Sie dazu entweder mit Hilfe des Pumping Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die Sprache nicht kontextfrei ist, oder geben Sie eine Grammatik an, die die jeweilige Sprache akzeptiert, und begründen Sie, warum diese die gewünschte Sprache erzeugt.

a) $L_1 = \{wcw^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$, wobei w^R für das gespiegelte Wort von w steht.
Das heißt: $w^R = w_n \cdot w_{n-1} \cdot \cdots \cdot w_1$ für $w = w_1 \cdot \cdots \cdot w_n$.

b) $L_2 = \{wcw \mid w \in \{a,b\}^*\}$

c) $L_3 = \{a^i b^j c^i d^j \mid i, j \in \mathbb{N}\}$

d) $L_4 = \{a^i b^j c^j d^i \mid i, j \in \mathbb{N}\}$

Hinweis: Zwei der Sprachen sind kontextfrei, zwei sind es nicht.

Aufgabe 26: Mehrdeutige Grammatik **(2+1 Punkte)**

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, A, X, B, C, D\}, \{a, b, c, d\}, \{S \to AXDd,\ A \to Aa|\varepsilon,\ B \to bB|b,\ C \to cC|c,\ D \to dD|\varepsilon,\ X \to bBCc|BCc\ \}, S)$. Zeigen Sie, dass G mehrdeutig ist, und geben Sie dann eine eindeutige kontextfreie Grammatik G' mit $L(G) = L(G')$ an.