

1. 【相】

- (a) 体系由两种气体按任意比例混合而成，此系统包含 _____ 相。
- (b) 体系由四种气体按任意比例混合而成，此系统包含 _____ 相。
- (c) 体系由液体和饱和蒸汽组成，此系统包含 _____ 相。
- (d) 体系由水和乙醚组成，此系统包含 _____ 相。
- (e) 体系由溶质 (例如溶解于水中的盐) 和溶剂 (例如水) 组成，而且溶解未达到饱和状态，此系统包含 _____ 相。

2. 如果系统含有两种以上的相，此系统称为 _____。

3. 如果系统含有两种以上组元，此系统称为 _____。

4. 多元系是含有两种或两种以上化学组分的系统。【对或错】

5. 空气柱包含多种化学成分 (如 O_2 、 CO_2 、 CO 等)，如按照物质的物理和化学性质来划分系统，它是属于多元复相系。【对或错】

6. 整个系统在物理、化学性质上都均匀一致的系统称为 _____。

7. 【均匀系】

- (a) 均匀系肯定是单相系。【对或错】
- (b) 单相系一定是均匀系。【对或错】
- (c) 单元单相系一定是均匀系。【对或错】
- (d) 多元系可以是均匀系，也可以是复相系。【对或错】
- (e) 复相系一定不是均匀系。【对或错】

8. 【系统的分类】

- (a) 根据系统与外界互相作用的情况，可以对系统进行分类。其中与外界既没有物质交换也没有能量交换的系统称为 _____。
- (b) 根据系统与外界互相作用的情况，可以对系统进行分类。其中与外界既有物质交换又有能量交换的系统称为 _____。
- (c) 根据系统与外界互相作用的情况，可以对系统进行分类。其中与外界没有物质交换但有能量交换的系统称为 _____。
- (d) 与其它物体既没有 _____ 交换也没有 _____ 交换的系统称为孤立系。

9. 当系统与外界作用十分微弱，交换的粒子数远小于系统本身的粒子数、相互作用的能量远小于系统本身的能量，在讨论中可以忽略不计时，我们就可以把系统看作闭系。【对或错】

10. 热力学中所特有的状态参量为 _____，它是实现两系统达到热平衡的充分且必要条件。

11. 对于一定量的理想气体，当分子热运动变剧烈时，压强必变大。【对或错】

12. 强度量是它的大小与系统的总质量的多少无关的状态参量。【对或错】
13. 大小与系统质量或摩尔数无关，不具可加性的状态参量称为 _____，它是引起系统状态发生变化的主动因素。
14. 大小与系统质量或摩尔数有关，具有可加性的状态参量称为 _____，它是引起系统状态发生变化的被动因素。
15. 只需要 _____ 和 _____ 两个状态参量便可以确定简单系统的状态。
16. 【平衡态】
- (a) 定态可能是非平衡态。【对或错】
 - (b) 定态一定是平衡态。【对或错】
 - (c) 若体系具有确定的温度，则体系一定处于平衡态。【对或错】
 - (d) 若体系处在一个确定的平衡态，则体系必具有确定的温度。【对或错】
17. 【平衡态】
- (a) 一均匀金属杆，一端与恒定的高温热源接触，另一端与恒定的低温热源接触，当杆中的温度梯度为常量不随时间变化时，此杆处于平衡态。【对或错】
 - (b) 和两个不同温度的恒温热源热接触的一根棒，当棒上各点温度达到恒定数值时，此棒处于 _____ 态。
 - (c) 和两个不同温度的恒温热源接触的一根棒，当棒上各点温度达到恒定数值时将处于平衡态。【对或错】
18. 从热力学的角度说明平衡态与稳恒态 (定态) 的区别。
19. 【理想气体的物态方程】
- (a) 1 mol 理想气体的物态方程为 _____。
 - (b) 5 mol 理想气体的物态方程为 _____。
 - (c) n mol 理想气体的物态方程为 _____。
20. 【三个系数】
- (a) 物体的体胀系数是指在压强保持不变的条件下，温度升高 1 K 所引起的物体体积的相对变化，试求理想气体的体胀系数。
 - (b) 物体的体胀系数是指在压强保持不变的条件下，温度升高 1 K 所引起的物体体积的相对变化。某气体满足状态方程 $p(V - b) = RT$ ，试求该气体的体胀系数。
 - (c) 物体的压强系数是指在体积保持不变的条件下，温度升高 1 K 所引起的物体压强的相对变化，试求理想气体的压强系数。
 - (d) 物体的等温压缩系数是指在温度保持不变的条件下，增加单位压强所引起的物体体积的相对变化，试求理想气体的等温压缩系数。

- (e) 若记 A 为在保持体积不变的条件下温度升高 1 K 所引起的物体压强的相对变化；记 B 为在保持压强不变的条件下温度升高 1 K 所引起的物体体积的相对变化；记 C 为在保持温度不变的条件下增加单位压强所引起的物体体积的相对变化。试写出由 $n\text{ mol}$ 理想气体所组成的系统的物态方程，并求其 A 、 B 、 C 。
- (f) 已知常温常压下氢气可视为理想气体，摩尔气体常量记为 R 。现有 $n\text{ mol}$ 氢气处于平衡态时的压强为 p ，体积为 V ，温度为 T 。(1) 试写出上述氢气的物态方程。(2) 体胀系数，也称定压膨胀系数，是指在压强保持不变的条件下，温度升高 1 K 所引起的物体体积的相对变化，通常用希腊字母 α 表示。试写出其数学表达式，并计算氢气的体胀系数。(3) 压强系数，也称为定容压强系数，是指在体积保持不变的条件下，温度升高 1 K 所引起的物体压强的相对变化，通常用希腊字母 β 表示。试写出其数学表达式，并计算氢气的压强系数。(4) 等温压缩系数，是指在温度保持不变的条件下，增加单位压强所引起的物体体积的相对变化，通常用希腊字母 κ_T 表示。试写出其数学表达式，并计算氢气的等温压缩系数。(5) 试由以上结果证明， $\alpha = p\beta\kappa_T$ 。

21. 【热力学第一定律】

- (a) 请写出热力学第一定律的数学表达式，并说明式子中各物理量的含义。
- (b) 热力学第一定律的数学表达式为 _____。

22. 下列理想气体的各种过程中，可能发生的过程是

- (A) 内能减小的等容加热过程
(B) 内能增加的绝热压缩过程
(C) 吸收热量的等压压缩过程
(D) 吸收热量的等温压缩过程

23. 质量一定的理想气体，从相同状态出发，分别经历了等温过程、等压过程和绝热过程，使其体积增加一倍，那么气体温度的改变 (绝对值) 在

- (A) 绝热过程中最大，等压过程中最小
(B) 绝热过程中最大，等温过程中最小
(C) 等压过程中最大，绝热过程中最小
(D) 等压过程中最大，等温过程中最小

24. 简要说明功和热量概念的相同点与不同点。

25. 【基本热力学过程的功】

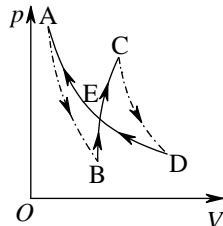
- (a) 当系统在恒定的外界压强 p 下体积由 V_1 变为 V_2 时，外界对系统所做的功为 $W = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (b) 当系统在恒定的外界压强 p 下体积由 V_1 变为 V_2 时，系统对外界所做的功为 $W = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (c) 在等容过程中，外界对系统所做的功为 $W = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- (d) 一理想气体从某初始状态出发，分别经过等压过程、等温过程、绝热过程，膨胀至相同体积，则经 _____ 过程完成的功最小。
- (e) 一理想气体从始态到末态如分别经过等压过程、等温过程、绝热过程，则经等压过程完成的功最大，经等温过程完成的功其次，经绝热过程完成的功最小。【对或错】

(f) 一理想气体从某初始状态出发, 分别经过等压过程、等温过程, 膨胀至相同体积, 则经 _____ 过程完成的功较小。

26. 理想气体在等温膨胀过程中, 系统吸收的热量等于系统对外作的功。【对或错】

27. 如下图所示, 绝热过程 AB、CD, 等温过程 DEA, 和任意过程 BEC, 组成一循环过程。若图中 ECD 所包围的面积为 70 J, EAB 所包围的面积为 30 J, DEA 过程中系统放热 100 J, 则

(1) 整个循环过程 (ABCDEA) 系统对外做功为 _____ J; (2) BEC 过程中系统从外界吸热为 _____ J。



28. 已知常温常压下氧气可视为刚性双原子分子理想气体。现有 n mol 氧气, 由初始平衡态 (p_1, V_1, T_1) 经过一绝热过程演化到另一平衡态 (p_2, V_2, T_2) 。(1) 试写出该绝热过程中压强和温度所满足的方程。(2) 试计算该绝热过程中氧气对外界所做的功。(3) 试计算该绝热过程中氧气从外界所吸收的热量。(4) 试计算该绝热过程中氧气内能的变化量。(5) 试计算氧气在始末状态熵的改变量。

29. 已知经历绝热过程的理想气体的压强 p 和体积 V 满足关系 $pV^\gamma = C$, 试求压强 p 和温度 T 以及体积 V 和温度 T 所满足的关系。

30. $pV^\gamma = C$ 是理想气体的状态方程。【对或错】

31. 【卡诺循环】

(a) 卡诺循环包含哪几个准静态过程?

(b) 若以纵坐标表示压强 p , 横坐标表示体积 V , 构成 $p-V$ 图。试在图中画出可逆卡诺循环过程的曲线, 并标出各个过程。

(c) 若以纵坐标表示温度 T , 横坐标表示熵 S , 构成 $T-S$ 图。试在图中画出可逆卡诺循环过程的曲线, 并标出各个过程。

(d) 若以纵坐标表示温度 T , 横坐标表示熵 S , 构成 $T-S$ 图。试在图中画出可逆卡诺循环过程的曲线, 并利用 $T-S$ 图求出可逆卡诺循环的效率。

(e) 已知卡诺循环是由两个等温过程和两个绝热过程所组成的。若记 $A \rightarrow B$ 为等温膨胀过程, $B \rightarrow C$ 为绝热膨胀过程, $C \rightarrow D$ 为等温压缩过程, $D \rightarrow A$ 为绝热压缩过程。试分别在 $T-p$ 图示意画出理想气体可逆卡诺循环的曲线, 并标出 A、B、C、D 四个态。

(f) 已知卡诺循环是由两个等温过程和两个绝热过程所组成的。若记 $A \rightarrow B$ 为等温膨胀过程, $B \rightarrow C$ 为绝热膨胀过程, $C \rightarrow D$ 为等温压缩过程, $D \rightarrow A$ 为绝热压缩过程。试分别在 $p-T$ 图示意画出理想气体可逆卡诺循环的曲线, 并标出 A、B、C、D 四个态。

32. 【可逆过程】

- (a) 可逆过程一定是准静态过程。【对或错】
- (b) 准静态过程不一定是可逆过程。【对或错】
- (c) 液体的蒸发、蒸气的凝固一定是不可逆过程。【对或错】
- (d) 无摩擦的准静态过程都是可逆过程。【对或错】

33. 理想气体向真空自由膨胀过程是非准静态过程。【对或错】

34. 所有工作于两个一定温度之间的热机，可逆机的效率最高。【对或错】

35. 热力学第二定律的数学表达式为 _____。

36. 有人利用地球表面与地球内部温度的不同，做一个热机用来发电，称为地热发电，把地球的内能变为有用的电能，这是否违背热力学第二定律？

37. 【单一热源吸热做功】

(a) 一热机从单一热源吸收热量，并将其全部用来对外做功，效率等于 1。该热机的基本原理

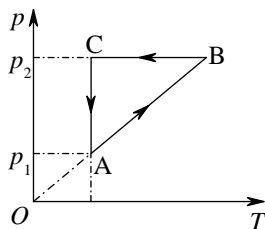
- (A) 不违反热力学第一定律，但违反热力学第二定律
- (B) 不违反热力学第一定律，也不违反热力学第二定律
- (C) 不违反热力学第二定律，但违反热力学第一定律
- (D) 违反热力学第一定律，也违反热力学第二定律

(b) 从单一热源吸引热量全部用于对外做功是不可能的。【对或错】

(c) 从单一热源吸引热量全部用于对外做功而不引起其它变化是不可能的。【对或错】

38. 热量不能从低温物体传给高温物体。【对或错】

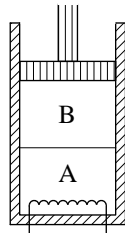
39. n mol 的双原子理想气体经历如下图所示的循环过程，其中 $p_2 = 3p_1$ 。试问：(1) 图中所示循环代表的是制冷机还是热机？请说明理由。(2) 如果是热机，求出其效率；如果是制冷机，求出其制冷系数。



40. 简要说明，如果热力学系统的热容量为温度的函数： $C(T) = AT^3$ (其中 A 为常数)，若取 $T = 0$ K 时， $S_0 = 0$ ，则此系统在温度为 T 时，熵 $S = \frac{1}{3}AT^3$ 。

41. 两个体积相同的容器盛有不同的理想气体，一种气体质量为 m_1 ，摩尔质量为 M_1 ；另一种气体质量为 m_2 ，摩尔质量为 M_2 ，它们的压强和温度都相同。现在将两容器相互连通起来，则气体开始了扩散。系统平衡后，两部分气体的熵增分别等于 _____ 和 _____。

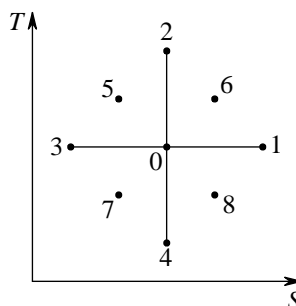
42. 如下图所示，一绝热气筒被一块位置固定的导热板隔成相等的两部分 A 和 B，其中各装有 1 mol 的理想气体氧气，温度均为 T_0 。若通过电阻丝对气体缓慢加热使 A 部分的氧气温度上升为 $2T_0$ ，试求此过程中：(1) A 部分的氧气所吸收的热量；(2) A、B 两部分气体各自的熵变；(3) 若将固定的导热板变换成可以自由滑动的绝热隔板，两部分气体的熵变又分别等于多少？



43. 已知一定的温度和压强下氧气可视为弹性双原子分子理想气体。现有 n mol 氧气，由初始平衡态 (p_1, V_1, T_1) 经过一绝热过程演化到另一平衡态 (p_2, V_2, T_2) 。(1) 试写出该绝热过程中压强和温度所满足的方程。(2) 试计算该绝热过程中氧气对外界所做的功。(3) 试计算该绝热过程中氧气从外界所吸收的热量。(4) 试计算该绝热过程中氧气内能的变化量。(5) 试计算氧气在始末状态熵的改变量。
44. 10 A 的电流通过一个 25 Ω 的电阻器，历时 1 s，若电阻器保持为室温 27 $^{\circ}\text{C}$ ，试求电阻器的熵增。
45. 试简述熵增加原理的内容。
46. 物体的初温 T_1 高于热源的温度 T_2 ，有一热机在此物体与热源之间工作，直到将物体的温度降低到 T_2 为止，若热机从物体吸取的热量为 Q ，试根据熵增原理计算此热机所能输出的最大功为多少？(已知 $S_1 - S_2$ 是物体的熵减少量)
47. 已知一个系统处在态 B 的熵 S_B ，小于态 A 的熵 S_A ，由熵增原理得 A 态不可能通过一个不可逆过程到达 B 态。【对或错】
48. 熵增加原理指出，系统经可逆过程后熵不变，经不可逆过程后熵增加，熵减少的过程是不可能实现的。【对或错】
49. 不可逆过程总是朝着混乱度增加的方向进行。【对或错】
50. 任何系统中发生的不可逆过程都是导致熵的增加。【对或错】
51. 任何体系经过可逆过程熵不变，经过不可逆过程熵增加。【对或错】
52. 对于孤立系或绝热系，体系在平衡态时熵为 _____。
53. 绝热过程就是等熵过程。【对或错】
54. 任何系统中发生的不可逆过程都导致内能的减少。【对或错】
55. 气体系统从初态开始进行绝热膨胀过程一定是等熵过程。【对或错】
56. 在 $p-V$ 图上的绝热线就是等熵线。【对或错】
57. 【 $dS \geq \frac{dQ}{T}$ 的理解】

- (a) 公式 $dS \geq \frac{dQ}{T}$ (等号对应可逆过程, 不等号对应不可逆过程), 表明不可逆过程产生的熵差大于可逆过程的熵差。【对或错】
- (b) 公式 $dS \geq \frac{dQ}{T}$ (等号对应可逆过程, 不等号对应不可逆过程), 表明不可逆过程的温比热量小于可逆过程的温比热量。【对或错】
- (c) 公式 $dS \geq \frac{dQ}{T}$ (等号对应可逆过程, 不等号对应不可逆过程), 表明由初态经过一元过程到达末态时, 不可逆过程的热温比小于可逆过程的热温比。【对或错】
- (d) 公式 $dS \geq \frac{dQ}{T}$ (等号对应可逆过程, 不等号对应不可逆过程) 表明由初态经过一元过程到达末态时, 如过程是可逆过程, 则热温比等于熵差; 如过程是不可逆过程, 则热温比小于熵差。【对或错】

58. 如图, 若体系从 0 态出发, 分别经过 (1) 可逆过程; (2) 不可逆过程; (3) 可逆绝热过程; (4) 不可逆绝热过程; 能到达 1、2、3、4、5、6、7、8 状态中的哪些状态?



59. 在 $T-S$ 图中等容线与等压线的斜率之比为 _____。

60. 【热力学基本方程】

- (a) 试推导单元单相系的热力学基本方程。
- (b) 热力学基本方程 $dU = TdS - pdV$ 给出的是相邻两个态之间的内能、熵和体积之间的关系。【对或错】
- (c) 热力学基本方程给出了两个相邻的平衡态中, 内能、熵和体积的增量之间的关系, 其数学表达式为 _____。

61. 【Maxwell 关系】

- (a) 试推导 Maxwell (麦克斯韦) 关系。
- (b) 试写出单元单相封闭系统的热力学基本方程及自由能的定义式, 并由此写出自由能的全微分。并证明 Maxwell 关系之一: $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$ 。
- (c) 试写出单元单相封闭系统的热力学基本方程及焓的定义式, 并由此写出焓的全微分。并证明 Maxwell 关系之一: $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p$ 。
- (d) 试证明: $\left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S$ 。
- (e) 试证明: $\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ 。

(f) 试证明: $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$ 。

(g) 求证: $\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S$ 。

(h) 求证: $\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V$ 。

(i) 求证: $\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_p$ 。

62. 【 $C_p - C_V$ 】

(a) 试用可观测测量表示任意简单系统的定压热容量 C_p 和定容热容量 C_V 之差。并由此证明, 对于理想气体, 有 $C_p = C_V + nR$ 。

(b) 试利用 Maxwell 关系计算任意简单系统的定压热容量和定容热容量之差。

(c) 求证: $C_p - C_V = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ 。

(d) 求证: $C_p - C_V = -T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p^2 \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T$ 。

63. 【混合二阶偏导数法】

(a) 求证: $\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_V$ 。

(b) 求证: $\left(\frac{\partial C_p}{\partial p}\right)_T = -T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_p$ 。

(c) 试证明: $\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_V$, 并由此证明, 理想气体的定容热容量只是温度的函数。

(d) 试证明: $\left(\frac{\partial C_p}{\partial p}\right)_T = -T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_p$, 并由此证明, 理想气体的定压热容量只是温度的函数。

64. 一摩尔范氏气体物态方程为 $\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$, 证明此气体的定容热容量只是 T 的函数, 与比容无关。

65. 试证明一个均匀物体在准静态等压过程中熵随体积的增减取决于等压下温度随体积的增减。

66. 【 $\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T$ 】

(a) 已知 $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$, 求证: $\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T = 0$ 。

(b) 对任何均匀物质, 其内能 U 、体积 V 、压强 p 和温度 T 之间, 如果有已知 $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$, 则必然有 $\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T = 0$ 。

67. 物体的内能都与温度有关。已知 Van der Waals 气体的物态方程为

$$\left(p + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

试证明 Van der Waals 气体的内能还与体积有关

68. 设一物质的物态方程具有以下形式: $p = f(V)T$, 试证明其内能与体积无关。

69. 【能态方程】

(a) 能态方程给出了在温度保持不变时内能随体积的变化率与物态方程之间的关系。试推导之。

(b) 试证能态方程: $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$ 。

(c) 试证明在温度保持不变时，内能随体积的变化率与物态方程之间满足以下关系

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$$

并由此证明理想气体的内能仅仅是温度的函数，与体积无关。

70. 焓态方程给出了在温度保持不变时焓随压强的变化率与物态方程之间的关系。试推导之。

71. 求证： $\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_H < 0$ 。

72. 试证明： $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_H > 0$ 。

73. 求证： $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_U > 0$ 。

74. 【】

(a) 求证： $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\frac{T\alpha}{C_V\kappa_T}$ ，其中 $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ ， $\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$ 。

(b) 已知 $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = -\frac{T\alpha}{C_V\kappa_T}$ ，其中 $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ ， $\kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$ 。试由此说明，当绝热压缩水时，在 0°C 至 4°C 的范围内，是冷却还是变热？（又已知对于水，温度 $t = 4^\circ\text{C}$ 时， $\alpha = 0$ ； $t > 4^\circ\text{C}$ 时， $\alpha > 0$ ； $0^\circ\text{C} < t < 4^\circ\text{C}$ 时， $\alpha < 0$ ）

75. 【节流过程】

(a) 气体的节流过程的重要特点是 _____。

(b) 简要说明气体节流过程的重要特点是什么？

(c) 气体节流膨胀过程中，始末态的熵差 $\Delta S = 0$ 。【对或错】

(d) 理想气体在节流过程前后温度不变。【对或错】

76. 理想气体的自由膨胀过程的重要特点是 _____。

77. 准静态绝热膨胀过程的重要特性为 _____。

78. 【焦汤系数】

(a) 试证气体节流膨胀过程中，焦汤系数

$$\mu = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{1}{C_p} \left[T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V \right]$$

并利用此式讨论理想气体节流膨胀时，温度的变化。

(b) 试求气体在节流膨胀过程中的焦汤系数。

(c) 在气体节流过程中发生的温度改变由焦耳—汤姆逊系数 $\mu = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$ 来决定，为了用实验可测量的量来表示，证明： $\mu = \frac{1}{C_p} \left[T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V \right]$ 。

(d) 焦汤系数表示在焓不变的条件下，气体温度随压强的变化率。试求气体在节流膨胀过程中的焦汤系数。

(e) 焦汤系数表示在焓不变的条件下，气体温度随压强的变化率。试求理想气体在节流膨胀过程中的焦汤系数。

(f) 某气体满足状态方程 $p(V - b) = RT$ ，试求此系统在进行节流过程时，温度随压强的变化率。

(g) 某气体满足状态方程 $p(V - b) = RT$ ，试证此系统在进行节流过程时，温度随压强的变化率 $\mu = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = -\frac{b}{C_p}$ 。

79. 证明在气体绝热膨胀过程中 $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S = \frac{T}{C_p} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ 。

80. 【制冷效果的比较】

(a) 试证明在相同的压强降落下，气体在准静态绝热膨胀中的温度降落大于在节流过程中的温度降落。

(b) 试证明绝热膨胀过程的制冷效果好于节流过程。

(c) 为了冷却气体，采用下列哪种方式较好，为什么？(1) 准静态绝热膨胀过程；(2) 节流过程。

(d) 为了冷却气体，可用准静态绝热膨胀和节流过程两种方法，试简要说明用哪种方法更好。

81. 试用可观测量分别表示气体在准静态绝热膨胀过程和节流过程中温度随压强的变化率。

82. 【特性函数】

(a) 当独立变量选为 S 、 p 时，特性函数为 _____。

(b) 当独立变量选为 S 、 V 时，特性函数为 _____。

(c) 当独立变量选为 T 、 V 时，特性函数是什么？为什么？

(d) 何谓特性函数？当独立变量选为 T 、 V 时，特性函数是什么？为什么？

(e) 什么是特性函数？当独立变量选为 T 、 V 时，特性函数是什么？为什么？

(f) 当独立变量选为 T 、 p 时，特性函数为 _____。

(g) 当独立变量选为 T 、 p 时，相应的特性函数是什么？为什么？

(h) 当取 T 、 p 为独立变量时，相应的特性函数是什么？为什么？

(i) 对于等温等压系统，通常选择的特性函数是什么？为什么？

83. 对于一个处于热平衡态的均匀热力学系统，通常可选用体积 V 、质量 m 、密度 ρ 、压强 p 、温度 T 、内能 U 、熵 S 等等参量来加以描述，这些物理量不可能全部是独立变量，其中由系统内部分子热运动决定的量如 p 、 T 一定是独立变量。【对或错】

84. 对于一个处于平衡态的均匀热力学系统，通常可选用 T 、 p 、 V 、 U 、 S 等等状态参量来加以描述，这些物理量都是独立变量。【对或错】

85. 【热动平衡判据】

(a) 在等温等压的条件下，系统的 _____ 永不增加。

(b) 在等温等容的条件下，系统的 _____ 永不增加。

(c) 在温度和压强不变的条件下，为了判定过程进行的方向和系统是否达到平衡态，应该用 _____ 判据。

- (d) 一个系统在体积和内能不变的情况下, 为了判别此系统是否已达到平衡态, 可采用的判据为 _____。
- (e) 一个系统在体积和内能不变的情况下, 为了判别此系统是否已达到平衡态, 可采用的判据为 _____。
- (f) 对于孤立系统, 在 _____ 和 _____ 保持不变的情况下, 如果围绕某一状态发生的各种可能的虚变动引起的熵变 $\Delta S < 0$, 则该状态的熵就具有极大值, 是稳定的平衡状态。
- (g) 在熵和体积不变的情况下, 稳定平衡态的 _____ 最小。
- (h) 证明在 S 、 p 不变的情况下, 平衡态的 H 最小。
- (i) 简要证明内能判据: 在熵 S 和体积 V 不变的情况下, 平衡态的内能 U 最小。

86. 【平衡条件】

- (a) 一个系统要达到热力学平衡必须同时满足什么条件?
- (b) 试简述单元复相系达到平衡时所满足的条件。
- (c) 温度相等是平衡的充分且必要条件。【对或错】
- (d) 温度相等是体系平衡的充分且必要条件。【对或错】
- (e) 实现两系统达到热平衡的充分且必要条件是 _____。
- (f) 两系统达到热平衡的充分且必要条件是 _____。
- (g) 两个热力学系统压强相等, 一定能达到力学平衡。【对或错】
- (h) 各部分压强相等的体系必处于平衡态。【对或错】
- (i) 当分界面为平面时, 力学平衡条件是两相的 _____ 相等。
- (j) 设任一系统有两相, 且 p_1 、 p_2 分别代表此两相的压强, 如系统达到力学平衡时, 则 $p_1 = p_2$ 。【对或错】
- (k) 任何两系统实现力学平衡的充分且必要条件是各部分压强相等。【对或错】
- (l) 一个孤立系统有 α 相和 β 相, 若系统已达到热平衡和力学平衡, 但发生相变, β 相物质迁移到 α 相, 则化学势满足关系 _____。
- (m) 一个孤立系含有气相和液相, 若系统已达到热平衡和力学平衡, 但二相的化学势不等, 气相的化学势 $\mu_{\text{气}}$ 大于液相的化学势 $\mu_{\text{液}}$, 则发生的相变是 _____。

87. 开系的热力学基本方程为 _____。

88. 理想气体在一定温度、压强下可以液化。【对或错】

89. 当温度高于临界点的温度时, 气相即不存在。【对或错】

90. 在临界温度以下, 等温线的中间一段是与 v 轴平行的直线, 对于单位质量的物质, 这段直线左端的横坐标就是液相的比体积, 右端的横坐标是气相的比体积。【对或错】

91. 在三相点附近, 某物质的固态蒸气压方程为

$$\ln p = A - \frac{B}{T}$$

其液态蒸气压方程为

$$\ln p = C - \frac{D}{T}$$

其中 A 、 B 、 C 、 D 为已知常数, 试求该物质三相点的温度和压强。

92. 【相变潜热】

(a) 在三相点, 三种相变潜热的关系是 _____。

(b) 在三相点, 三种相变潜热 ($L_{\text{熔解}}$ 、 $L_{\text{升华}}$ 、 $L_{\text{汽化}}$) 的关系是 _____。

93. 根据 Ehrenfest 的相变分类, 试说明二级相变的特点。

94. 一级相变的特点和克拉珀龙方程的适用条件是什么?

95. 一个处于热动平衡的系统, 在局部上可能会经常发生偏离平衡的微小变化, 这种现象叫做 _____。

96. 多元系的热力学基本方程为 _____。

97. 在一般情形下, 整个复相系不存在总的焓。只有当各相的 _____ 相同时, 总的焓才有定义, 等于各相的焓之和。

98. 仅当各相的 _____ 和 _____ 都相等时, 总的 Gibbs 函数才有定义, 等于各相的 Gibbs 函数之和, 即 $G = \sum_{\alpha} G^{\alpha}$ 。而在一般情形下, 整个复相系不存在总的焓、自由能和 Gibbs 函数。

99. 为什么说一般情形下整个复相系不存在总的焓、自由能和 Gibbs 函数?

100. 试证明: $\left(\frac{\partial \mu}{\partial p}\right)_{T,n} = \left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_{T,p}$ 。

101. 【Gibbs 相律】

(a) 描写气体状态的氧气的独立变量数目为什么是两个?

(b) 描写液体状态的水的独立变量数目为什么是两个?

(c) 描写固体状态的冰的独立变量数目为什么是两个?

102. 设多元复相系有 φ 个相, 每相有 k 个组元, 它们之间不起化学反应, 则该系统可以独立改变的强度变量的数目为 _____。

103. 一个三元复相系, 可能处于相平衡的相数不可能大于 5。【对或错】

104. 试根据吉布斯相律, 说明水的三相点为什么只有一点?

105. 【 μ 空间的维数】

(a) 设近独立粒子的自由度为 r , 则 μ 空间的维数为 _____。

- (b) 如果用 μ 空间来描述由 100 个常温常压下的氧分子组成的系统的微观运动状态, 那么 μ 空间的维数为 _____。

106. 【 μ 空间的代表点】

- (a) 由 N 个单原子分子组成的理想气体如用 μ 空间来描述其微观运动状态, 则系统任一微观态在 μ 空间由 _____ 个代表点表示。
- (b) 对一个有 N 个分子组成的某经典气体系统, μ 空间中的一个代表点表示 _____ 在某一时刻的微观运动状态。
- (c) 对一个有 N 个分子组成的某经典气体系统, μ 空间中的一个代表点表示一个粒子在某一时刻的微观运动状态。【对或错】

107. 描述近独立粒子微观运动状态有哪三种方法?

108. 已知圆频率为 ω 的一维线性谐振子的能量的可能取值为

$$\mathcal{E}_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$$

其中 $n = 0, 1, 2, \dots$ 为表征振子运动状态和能量的量子数。那么圆频率为 $\omega_x = \omega_y = \omega_z = \omega$ 的三维线性谐振子的能量的可能取值为多少? 基态能量为多少? 第三激发态能量为多少? 第三激发态的简并度为多少?

109. 已知处在长度为 L 的一维容器中的自由粒子, 其动量的可能取值为

$$p = \frac{2\pi\hbar}{L}n$$

其中 $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 为表征粒子运动状态的量子数。试证明, 在体积 V 内, 能量取值在 \mathcal{E} 到 $\mathcal{E} + d\mathcal{E}$ 之间的三维自由粒子的量子态数为

$$D(\mathcal{E})d\mathcal{E} = \frac{2\pi V}{h^3}(2m)^{3/2}\mathcal{E}^{1/2}d\mathcal{E}$$

110. 若粒子处在长度为 L 的一维容器中, 周期性边界条件要求, 粒子可能的运动状态, 其德布罗意波的波长 λ 的整数倍等于容器的长度, 即

$$L = |n|\lambda$$

其中 $|n| = 0, 1, 2, \dots$ 。根据波矢大小 k 与波长之间的关系, 并考虑到一维空间中波动可以有两个传播方向, 便可得到波矢 k 的可能取值有哪些? 而由德布罗意关系, 一维自由粒子动量的可能取值有哪些? 因此一维自由粒子能量的可能取值有哪些?

111. 【给定分布的微观状态数】

- (a) 某系统有两个能级, 第一个能级有三个量子态, 第二个能级有两个量子态。系统由四个全同的玻色子组成, 则两个粒子处于第一能级、两个粒子处于第二能级的微观状态数为 _____。
- (b) 某系统有两个能级, 第一个能级有三个量子态, 第二个能级有两个量子态。系统由四个全同的费米子组成, 则两个粒子处于第一能级、两个粒子处于第二能级的微观状态数为 _____。

- (c) 某系统有两个能级，第一个能级有三个量子态，第二个能级有两个量子态。系统由四个全同的经典粒子组成，则两个粒子处于第一能级、两个粒子处于第二能级的微观状态数为 _____。
- (d) 某系统共有三个能级，每个能级均有四个量子态。现系统由四个电子所组成，则第一个能级上有一个电子，第二个能级上有两个电子，第三个能级上有一个电子的微观状态数为 _____。
- (e) 对于经典粒子，当给定分布 $\{a_l\}$ 时，对应的微观状态数为 _____。
- (f) 对于玻色子，当给定分布 $\{a_l\}$ 时，对应的微观状态数为 _____。
- (g) 对于费米子，当给定分布 $\{a_l\}$ 时，对应的微观状态数为 _____。
- (h) 两个全同粒子分布在相同能级的三个不同量子态，问对于经典粒子、玻色子、费米子分别可得几种不同的微观态？

112. 系统的 N 个粒子在各能级的分布 $\{a_l\}$ 描述了系统的各种宏观态。【对或错】

113. 试证明，对于一维自由粒子，在其整个活动范围 L 内，在 $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E} + d\mathcal{E}$ 的能量范围内，量子态数为

$$D(\mathcal{E})d\mathcal{E} = \frac{2L}{h} \left(\frac{m}{2\mathcal{E}} \right)^{1/2} d\mathcal{E}$$

114. 试证明，对于二维自由粒子，在其整个活动范围 S 内，在 $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E} + d\mathcal{E}$ 的能量范围内，量子态数为

$$D(\mathcal{E})d\mathcal{E} = \frac{2\pi S}{h^2} m d\mathcal{E}$$

115. 证明在体积 V 内，在 $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E} + d\mathcal{E}$ 的能量范围内，三维自由粒子的量子态数为

$$\Omega(\mathcal{E})d\mathcal{E} = \frac{2\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \mathcal{E}^{1/2} d\mathcal{E}$$

116. 已知处在长度为 L 的一维容器中的自由粒子，其动量的可能取值为

$$p = \frac{2\pi\hbar}{L} n$$

其中 $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 为表征粒子运动状态的量子数。而在极端相对论情形下，粒子的能量和动量之间满足关系 $\mathcal{E} = cp$ 。试证明，在体积 V 内，能量取值在 \mathcal{E} 到 $\mathcal{E} + d\mathcal{E}$ 之间的三维粒子的量子态数为

$$D(\mathcal{E})d\mathcal{E} = \frac{4\pi V}{(ch)^3} \mathcal{E}^2 d\mathcal{E}$$

117. 在极端相对论情形下，粒子的能量和动量之间的关系为 $\mathcal{E} = cp$ ，其中 c 为常数。试证明，对于三维粒子，在其整个活动范围 V 内，在 $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E} + d\mathcal{E}$ 的能量范围内，量子态数为

$$D(\mathcal{E})d\mathcal{E} = \frac{4\pi V}{(ch)^3} \mathcal{E}^2 d\mathcal{E}$$

118. 【等概率原理】

- (a) 试简述等概率原理的内容。
- (b) 平衡态统计物理的基本假设是等概率原理。【对或错】
- (c) 平衡态统计物理的基本假设是等概率原理和能量均分定理。【对或错】

- (d) 平衡态统计物理的基本假设是 _____。
- (e) 平衡态统计物理的基本假设是能量均分定理。【对或错】

119. 【等概率原理】

- (a) 两个全同粒子分布在相同能级的三个不同状态 a 、 b 和 c 中，一个粒子处在状态 a ，一个粒子处在状态 b ，如果它们是 Boltzmann 粒子 (即经典粒子)，则这一分布出现的概率是 _____。
- (b) 两个全同粒子分布在相同能级的三个不同状态 a 、 b 和 c 中，一个粒子处在状态 a ，一个粒子处在状态 b ，如果它们是玻色子，则这一分布出现的概率是 _____。
- (c) 两个全同粒子分布在相同能级的三个不同状态 a 、 b 和 c 中，一个粒子处在状态 a ，一个粒子处在状态 b ，如果它们是费米子，则这一分布出现的概率是 _____。
- (d) 电子在某个能级有 A、B、C、D 四个量子态，某系统由两个电子所组成，则两个电子同时处于 A 态的概率为 _____。
- (e) 统计物理学认为，宏观物质系统的特性是大量微观粒子运动的集体表现，宏观物理量是相应微观物理量的统计平均值。为了研究系统的宏观特性，没有必要、实际上也没有可能追随微观状态的复杂变化。只要知道各个微观状态出现的概率，就可以用统计方法求微观量的统计平均值。因此确定各微观状态出现的概率是统计物理的根本问题。对于这个问题，Boltzmann 在 19 世纪 70 年代提出了著名的等概率原理。试写出等概率原理的内容。

假设某处于平衡态的 Boltzmann 系统，在一个简并度为 3 的能级上占据了 2 个粒子，在另一个简并度为 3 的能级上也占据了 2 个粒子，则两个能级上的粒子同时处于同一个量子态上的概率是多少？

120. 【三种统计分布】

- (a) 近独立粒子的最概然分布包括三种统计分布，它们分别是什么？在什么条件下它们趋于一致？
- (b) 试推导 Boltzmann 系统中粒子的最概然分布。
- (c) 试推导 Boltzmann 分布： $a_l = \omega_l e^{-\alpha - \beta \epsilon_l}$ 。
- (d) Boltzmann 分布讨论的对象是什么？试说明该分布函数的物理意义。
- (e) Boltzmann 分布是由 N 个全同的、近独立的经典粒子所组成的孤立系统处于能量为 E 的平衡态时，各能级上所占据的粒子数所满足的规律。试推导之。
- (f) 试推导由经典的全同粒子组成的系统中粒子的最概然分布。
- (g) 试推导 Bose 系统中粒子的最概然分布。
- (h) 试推导 Bose 分布： $a_l = \frac{\omega_l}{e^{\alpha + \beta \epsilon_l} - 1}$ 。
- (i) Bose 分布研究的对象是什么？试说明该分布函数的物理意义。
- (j) 试推导 Fermi 分布： $a_l = \frac{\omega_l}{e^{\alpha + \beta \epsilon_l} + 1}$ 。
- (k) 试推导 Fermi 系统中粒子的最概然分布。
- (l) Fermi 分布研究的对象是什么？试说明该分布函数的物理意义。

121. 何谓非简并条件？

122. 统计物理认为, 宏观物理量 (如内能、压强等) 是相应微观量的 _____。
123. 玻色子是指自旋为 _____ 的粒子。
124. Boltzmann 分布是 Boltzmann 系统处于平衡态时各个能级上粒子的占据数所满足的统计规律, 它共有六种表达形式, 请写出其中任意三种, 并说明各自的物理意义。
125. 【Boltzmann 分布的配分函数】
- (a) Boltzmann 分布的配分函数是以什么为独立变量的特性函数? 为什么?
 - (b) Boltzmann 分布的配分函数是以 T 、 V 为独立变量的特性函数。【对或错】
126. 【热力学函数的 Boltzmann 统计表达式】
- (a) 试推导 Boltzmann 统计中系统内能的统计表达式 (即内能与配分函数的关系)。
 - (b) Boltzmann 统计理论中广义力与配分函数的关系为 _____。
 - (c) 试推导 Boltzmann 统计中描述系统状态的参量 p 的统计表达式 (即它与配分函数的关系)。
 - (d) 试推导 Boltzmann 统计中外界对系统的广义作用力的统计表达式 (即广义作用力与配分函数的关系)。
 - (e) 一维线性谐振子能量的经典表达式为 $\mathcal{E} = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 q^2$, 试计算经典近似的此振子配分函数及内能。
 - (f) 已知线性谐振子的质量为 m , 角频率为 ω , 且 $\mathcal{E} = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 q^2$, 试计算包含 N 个此类振子的系统的内能、熵、定容热容量。
 - (g) 线性谐振子能量的经典表式为 $\mathcal{E} = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 q^2$, 试计算经典近似的此振子配分函数及内能和熵。
 - (h) 系统由 N 个线性谐振子组成, 其能量的量子表式为 $\mathcal{E}_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$, 试用配分函数法求此系统的熵。
 - (i) 系统由 N 个线性谐振子组成, 其能量的量子表式为 $\mathcal{E}_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$, 试求此系统的内能、熵、定容热容量。
 - (j) 某理想气体服从 Boltzmann 分布, 其能量与动量的关系为 $\mathcal{E} = cp$ (其中 c 为常数), 且在体积 V 内运动, 试求此气体的内能和定容热容量。
 - (k) 若能量与动量关系满足 $\mathcal{E} = cp$ 的某理想气体, 在体积 V 内运动, 试用配分函数法求此气体的自由能。
 - (l) 试用配分函数法求理想气体的物态方程。
 - (m) 试在不考虑外场作用的条件下, 计算由 N 个单原子分子组成的理想气体的内能。
 - (n) 单原子分子理想气体, 其能量表达式为 $\mathcal{E} = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}$, 试求该系统的自由能和熵。
 - (o) 由 N 个双原子分子组成的系统, 分子的两个原子的相对振动可看成是线性谐振子, 振动的能级为 $\mathcal{E}_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$, ($n = 0, 1, 2, \dots$) 求此系统振动部分对自由能的贡献 $F = ?$
 - (p) 被吸附在表面的单原子分子, 能在表面上自由运动, 可看作是二维的理想气体, 试计算其内能和定容热容量。设表面面积为 S 。

127. 【Boltzmann 关系】

- (a) 试写出 Boltzmann 关系，并据此说明熵增加原理的微观解释。
- (b) 试根据 Boltzmann 关系 $S = k \ln \Omega$ ，说明熵的微观意义和熵增原理的统计意义。
- (c) 简述熵的物理意义。
- (d) 孤立系的非平衡态自发趋向平衡态的过程，是微观状态数由少到多，最后达到极大的过程。【对或错】
- (e) 孤立系的非平衡态自发趋向平衡态的过程，是由一般分布趋向最概然分布的过程。【对或错】
- (f) 当系统满足 Boltzmann 分布时，系统的熵最大。【对或错】
- (g) Boltzmann 分布是对应于孤立系的平衡态分布，所以满足 Boltzmann 分布的熵一定最大。【对或错】
- (h) 一个宏观态越混乱，其微观态数目越多，则系统熵越大。【对或错】

128. 【能量均分定理】

- (a) 试简述能量均分定理的内容。
- (b) 能量均分定理是指处于温度为 T 的热平衡状态的经典系统，粒子能量中每一独立平方项的平均值等于 _____。
- (c) 能量均分定理是指处于温度为 T 的热平衡状态的经典系统，粒子能量 \mathcal{E} 中每一独立平方项的平均值等于 _____。
- (d) 能量均分定理是适用于处于温度为 T 的热平衡状态的 _____ 系统。

129. 能量均分定理可以用来讨论物质系统的热容量。试简述能量均分定理的内容，并推导由 N 个单原子分子组成的理想气体的定容热容量。

130. 由能量均分定理可知，温度为 T 时的 N 个刚性双原子分子组成的理想气体的内能是 _____。

131. 由能量均分定理可知，温度为 T 时的 N 个弹性双原子分子组成的理想气体的内能是 _____。

132. 已知粒子遵从经典 Boltzmann 分布，其能量表达式为 $\mathcal{E} = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + ax^2 + bx$ ，其中 a 、 b 是常数，试证明粒子的平均能量为 $\bar{\mathcal{E}} = 2kT - \frac{b^2}{4a}$ 。

133. 试推导 Maxwell 速率分布律。

134. 试推导 Maxwell 速度分布律。

135. 【Maxwell 速度分布律】

(a) 已知，在二维理想气体中，在整个二维容器内，速度处在 \vec{v} 到 $\vec{v} + d\vec{v}$ 之间的粒子数为

$$dN_1 = \frac{Nm}{2\pi kT} e^{-m(v_x^2 + v_y^2)/(2kT)} dv_x dv_y$$

速率处在 v 到 $v + dv$ 之间的粒子数为

$$dN_2 = \frac{Nm}{kT} e^{-mv^2/(2kT)} v dv$$

某表面活性物质的分子在液面上作二维自由运动，可以看作二维理想气体。试求其平均速率、最概然速率和方均根速率。

- (b) 表面活性物质的分子在液面上作二维自由运动，可以看作二维理想气体。试由 Boltzmann 分布求出此系统分子的麦克斯韦速率分布和平均速率 \bar{v} 。
- (c) 某经典粒子组成的系统可以看作二维理想气体。(1) 试求该系统中粒子的速度分布。(2) 试求该系统中粒子的速率分布。(3) 试求该系统中粒子的最概然速率。(4) 试求该系统中粒子的平均速率。(5) 试求该系统中粒子的方均根速率。

136. 试根据麦氏速度分布律证明，速度的涨落为 $\overline{(v - \bar{v})^2} = \frac{kT}{m} \left(3 - \frac{\pi}{8}\right)$ 。

137. 【已知速率分布求平均速率】

- (a) 已知二维理想气体中分子的速率分布为 $dN_v = \frac{Nm}{kT} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v dv$ ，试求分子的平均速率。
- (b) 已知二维理想气体中分子的速率分布为 $dN_v = \frac{Nm}{kT} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v dv$ ，证明分子的平均速率为 $\bar{v} = \sqrt{\frac{\pi kT}{2m}}$ 。

138. 系统由 N 个线性谐振子组成，试求在温度为 T 时，能量等于或大于给定能量 $\mathcal{E}_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$ 的振子数为 $N e^{-\frac{n \hbar \omega}{kT}}$ 。

139. 【Boltzmann 分布律】

- (a) 试利用 Boltzmann 分布律，求气体分子在重力场中按高度的分布规律。
- (b) 试用 Boltzmann 分布律求出在重力场中气体密度按高度的分布为 $n = n_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}$ 。
- (c) 试计算单原子分子理想气体在整个重力场中的内能、自由能和定容热容量。
- (d) 试计算单原子分子理想气体处在无限高的重力场中的内能、自由能和定容热容量。

140. 物理学中，研究固体性质的理论有很多种，Einstein 理论是其中之一。(1) 试简述 Einstein 理论的基本假设，并说明它和经典理论的区别和联系；(2) 试计算 Einstein 固体的配分函数；(3) 试计算 Einstein 固体的内能，并由此计算其定容热容量；(4) 试计算 Einstein 固体的熵。

141. 简述固体热容量的经典理论与爱因斯坦理论的异同点。

142. 试求爱因斯坦固体的熵。

143. 已知水与其上方的蒸汽平衡，水蒸汽可看作理想气体，并可认为打到水面的分子没有反射。设水温为 T ，相应的饱和蒸汽压为 p ，试证明单位时间从液体单位表面上蒸发出来的分子数为 $\frac{p}{\sqrt{2\pi m k T}}$ 。

144. 【巨配分函数】

- (a) Bose 统计理论中的巨配分函数的定义式为_____。
- (b) 理想 Bose 系统的巨配分函数定义为

$$\Xi = \prod_l (1 - e^{-\alpha - \beta \mathcal{E}_l})^{-\omega_l}$$

它是以为独立变量的特性函数？为什么？

145. 【Bose 系统中的 Boltzmann 关系】

- (a) 试证明, 对于理想 Bose 系统, Boltzmann 关系成立, 即 $S = k \ln \Omega$ 。
- (b) 试推导 Bose 统计中描述系统状态的参量 p 的统计表达式 (即它与巨配分函数的关系)。
- (c) 对于理想的 Bose 系统, 假定第 l 个能级的能量为 \mathcal{E}_l , 简并度为 ω_l , 粒子数为 a_l , 则: (1) 当系统处于某分布 $\{a_l\}$ 时, 系统的微观状态数为多少? (2) 当系统处于平衡态时, 每个能级的粒子数是多少? (3) 在 Bose 统计中, 系统的巨配分函数是怎么定义的? (4) 在 Bose 统计中, 试计算系统的熵。 (5) 利用以上结果, 试验证, 理想 Bose 系统中 Boltzmann 关系成立。

146. 平衡状态下光子气体的化学势 μ 等于 _____。

147. 平衡辐射具有一个重要性质, 其化学势 μ 等于 _____。

148. 【Planck 公式】

- (a) 试求出在体积 V 的空腔中, 平衡辐射时能量按频率的分布 (即普朗克公式)。
- (b) Planck 公式描述的是平衡辐射时内能随光子频率的分布规律, Stefan-Boltzmann 定律则描述内能密度 (即内能除以体积) 与温度之间的关系。试推导二维空间的 Planck 公式, 并利用所得结果导出二维空间的 Stefan-Boltzmann 定律。
- (c) Planck 公式是指平衡辐射时能量随频率的分布规律。已知三维空间的 Planck 公式为

$$dU = \frac{V}{\pi^2 c^3} \frac{\hbar \omega^3}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1} d\omega$$

试简要讨论在高频极限下规律。

- (d) Planck 公式描述的是平衡辐射时内能随光子频率的分布规律, Stefan-Boltzmann 定律则描述内能密度 (即内能除以体积) 与温度之间的关系。试推导三维空间的 Planck 公式, 并利用所得结果导出三维空间的 Stefan-Boltzmann 定律。

149. 试证明在体积为 V 的空腔中, 平衡辐射时能量密度按波长的分布为 $dU = \frac{8\pi hC}{\lambda^5} \frac{d\lambda}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$ 。

150. Fermi 统计理论中内能与巨配分函数的关系为 _____。

151. 试推导 Fermi 统计中描述系统状态的参量 p 的统计表达式 (即它与配分函数的关系)。

152. 对于理想的 Fermi 系统, 假定第 l 个能级的能量为 \mathcal{E}_l , 简并度为 ω_l , 粒子数为 a_l , 当系统处于平衡态时, 有

$$a_l = \frac{\omega_l}{e^{\alpha + \beta \mathcal{E}_l} + 1}$$

引入巨配分函数

$$\Xi = \prod_l (1 + e^{-\alpha - \beta \mathcal{E}_l})^{\omega_l}$$

则系统的熵可以表示成

$$S = k \left(\ln \Xi - \alpha \frac{\partial \ln \Xi}{\partial \alpha} - \beta \frac{\partial \ln \Xi}{\partial \beta} \right) = k(\ln \Xi + \alpha N + \beta U)$$

若用 f_s 表示系统中量子态 s 上的平均粒子数, 试证明:

$$S = -k \sum_s [f_s \ln f_s + (1 - f_s) \ln(1 - f_s)]$$

153. 原子结合成金属后，价电子脱离原子可以在整个金属内部运动，形成公有电子。失去价电子后的原子成为离子，在空间形成规则的晶格。在初步的近似中人们把公有电子看作在金属内部作自由运动的近独立粒子。统计物理中套用理想气体的模型来研究金属中自由电子的性质，称之为自由电子气体。试计算绝对零度下金属自由电子气体中电子的平均速率。
154. 金属自由电子气体中，设整个金属的体积为 V ，自由电子的质量为 m ，(1) 在整个金属中，自由电子的能量在 $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E} + d\mathcal{E}$ 之间的量子态数。(2) 在任意温度 T 下，能量为 \mathcal{E} 的量子态上平均占据的自由电子数目。(3) 在绝对零度时，能量为 \mathcal{E} 的量子态上平均占据的自由电子数目。(4) 在绝对零度时，自由电子的 Fermi 能级为 \mathcal{E}_F ，则其 Fermi 动量 p_F 和 Fermi 速率 v_F 各是多少？(5) 在绝对零度时，自由电子的 Fermi 能级为 \mathcal{E}_F ，则自由电子的总粒子数是多少？
155. 【 $T = 0 \text{ K}$ 】
- (a) 在 $T = 0 \text{ K}$ 时，金属中的自由电子气处在每一个量子态上的平均电子数为 1。【对或错】
 - (b) 在 $T = 0 \text{ K}$ 时，金属中的自由电子气处在每一个量子态上的平均电子数为 _____。
 - (c) 光子气体和自由电子气在 $T = 0 \text{ K}$ 时，所有粒子都处在能量 $\mathcal{E} = 0$ 的基态。【对或错】
 - (d) 在 $T = 0 \text{ K}$ 时，理想玻色气体和费米气体所有粒子都处于能量 $\mathcal{E} = 0$ 的基态。【对或错】
 - (e) 玻色气体与费米气体在 $T = 0 \text{ K}$ 时有什么重要区别？
156. 【费米能量】
- (a) 试证在 $T = 0 \text{ K}$ 时，电子的最大能量：费米能量为 $\mu_0 = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 \frac{N}{V})^{2/3}$ 。
 - (b) 试由费米能量公式 $\mu_0 = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 \frac{N}{V})^{2/3}$ ，证明金属中的自由电子气是高度简并的。
157. 【三种系综的研究对象】
- (a) 试简述三种系综适用的研究对象。
 - (b) 微正则系综适用于讨论粒子数、能量、体积一定的孤立系统。【对或错】
 - (c) 微正则系综研究的对象是具有以下特征的系统：_____。
 - (d) 微正则系综适用于研究具有确定的 _____ 的系统。
 - (e) 微正则系综适用于讨论粒子数、能量、温度一定的孤立系统。以上说法是否正确？为什么？
 - (f) 正则系综研究的对象是什么？并说明其分布函数的物理意义。
 - (g) 正则系综适用于讨论粒子数、能量、体积一定的孤立系统。以上说法是否正确？为什么？
 - (h) 正则系综适用于讨论粒子数、温度、体积一定的孤立系统。【对或错】
 - (i) 正则系综适用于研究具有确定的 _____ 的系统。
 - (j) 正则系综研究的对象是具有以下特征的系统：_____。
 - (k) 巨正则系综适用于讨论粒子数、能量、体积一定的孤立系统。以上说法是否正确？为什么？
 - (l) 巨正则系综适用于讨论粒子数、能量、体积一定的孤立系统。【对或错】
 - (m) 巨正则系综研究的对象是具有以下特征的系统：_____。

158. 【系统的自由度】

- (a) 如果用 Γ 空间来描述由常温常压下的 5 个氧分子和 5 个氢分子组成的系统的微观运动状态，则系统的自由度为 _____。
- (b) 假设系统由两种全同粒子组成，第 1 种粒子的自由度为 2，粒子数为 5，第 2 种粒子的自由度为 3，粒子数为 10，则系统的自由度为 _____。
- (c) 假设系统由 20 个全同粒子组成，粒子的自由度为 3，则系统的自由度为 _____。

159. 【 Γ 空间的维度】

- (a) 假设系统由 10 个全同粒子组成，粒子的自由度为 2，则描述系统运动状态的 Γ 空间的维度是 _____。
- (b) 描写由 N 个双原子分子组成的理想气体状态的 Γ 空间是 _____ 维的。

160. 【 Γ 空间的代表点】

- (a) 对一个有 N 个分子组成的某经典气体系统， Γ 空间中 _____ 个代表点表示系统在某一时刻的微观运动状态。
- (b) 对一个有 N 个分子组成的某经典气体系统， Γ 空间中的一个代表点表示一个粒子在某一时刻的微观运动状态。【对或错】

161. 试简述 μ 空间与 Γ 空间的异同点。162. 对于 N 个分子组成的理想气体系统，如果一个分子的配分函数为 $z(T, V, 1)$ ，那么整个系统的配分函数 $Z(T, V, N)$ 为 _____。

163. 在微正则系综理论中，Boltzmann 关系仍然成立，即

$$S = k \ln \Omega$$

其中 Ω 为系统可能的微观状态数。若记系统处在状态 s 的概率为 ρ_s ，试证明：

$$S = -k \sum_s \rho_s \ln \rho_s$$

164. 正则分布的配分函数是以什么为独立变量的特性函数，为什么？

165. 试简述 Boltzmann 统计理论和正则系综理论中配分函数的区别和联系。

166. 试证明，在正则系综理论中，熵可以表示为 $S = -k \sum_S \rho_S \ln \rho_S$ ，其中 $\rho_S = \frac{1}{Z} e^{-\beta E_S}$ 是系统处在能量为 E_S 的状态 S 的概率。

167. 正则系综理论可以用来研究单原子分子理想气体的性质。(1) 试计算系统的配分函数；(2) 试计算系统的内能和定容热容量；(3) 试推导系统的物态方程；(4) 试计算系统的熵。

168. 当用研究由 N 个全同的、不可分辨的、近独立粒子组成的系统的性质时，设粒子为单原子分子，粒子质量为 m ，活动空间的体积为 V 。(1) 试求系统的配分函数。(2) 试求系统的内能。(3) 试求系统的压强。(4) 试求系统的熵。(5) 试求系统的自由能。

169. 设系统处在状态 s 时的能量为 E_s , 概率为 ρ_s , 系统的能量在一切可能的微观状态上的平均值为

$$\bar{E} = \sum_s E_s \rho_s$$

则能量涨落为

$$\overline{(E - \bar{E})^2} = -\frac{\partial \bar{E}}{\partial \beta}$$

能量的相对涨落为

$$\frac{\overline{(E - \bar{E})^2}}{(\bar{E})^2}$$

试计算正则分布下单原子分子理想气体的能量涨落和能量的相对涨落。