

## §10.6 多普勒效应



- 由于波源或观察者运动而出现观测频率与波源频率不同的现象称为多普勒效应。
- 波长、波速、频率之间的关系

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$
$$f = \frac{v}{\lambda}$$

- 当波源和观察者都静止时，波源发出的波在介质中的传播速度为  $v_0$ ，波长为  $\lambda_0$ ，则波源的频率

$$f_0 = \frac{v_0}{\lambda_0}$$

- 当波源或观察者运动时，观察者测得的波速为  $v$ ，波长为  $\lambda$ ，则观测的频率

$$f = \frac{v}{\lambda}$$



## 一、波源静止而观察者运动



- 假定波源静止，观察者以速度  $u_{\text{观}}$  向着波源运动
- 波源发出的波以速度  $v_0$  在介质中传播
- 从观察者的角度来看，波传播的速度为  $v = v_0 + u_{\text{观}}$
- 波源静止，波长保持不变，即  $\lambda = \lambda_0$
- 观察者测量得到的频率为

$$\begin{aligned}
 f &= \frac{v}{\lambda} \\
 &= \frac{v_0 + u_{\text{观}}}{\lambda_0} \\
 &= \frac{v_0 + u_{\text{观}}}{v_0} f_0
 \end{aligned}$$

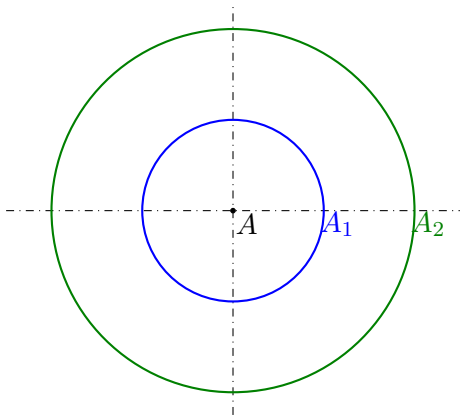
- 假定波源静止，观察者以速度  $u_{\text{观}}$  远离波源运动
- 波源发出的波以速度  $v_0$  在介质中传播
- 从观察者的角度来看，波传播的速度为  $v = v_0 - u_{\text{观}}$
- 波源静止，波长保持不变，即  $\lambda = \lambda_0$
- 观察者测量得到的频率为

$$\begin{aligned}
 f &= \frac{v}{\lambda} \\
 &= \frac{v_0 - u_{\text{观}}}{\lambda_0} \\
 &= \frac{v_0 - u_{\text{观}}}{v_0} f_0
 \end{aligned}$$

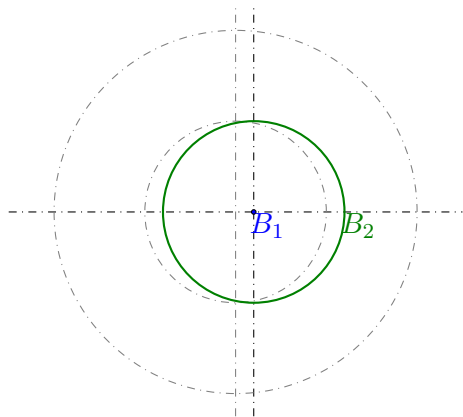
## 二、观察者静止而波源运动



- 如果观察者静止，那么波相对介质的传播速度就是波相对观察者的速度，即  $v = v_0$
- 如果波源以速度  $u_{\text{源}}$  向着观察者运动【假定观察者在波源右侧】
- 在  $t_0 = 0$  时刻，波源位于  $A$  处，它的振动状态处于最大位移处，这个状态经过一个周期到  $t_1 = T_0$  时刻传播到  $A_1$  处，经过两个周期到  $t_2 = 2T_0$  时刻传播到  $A_2$  处

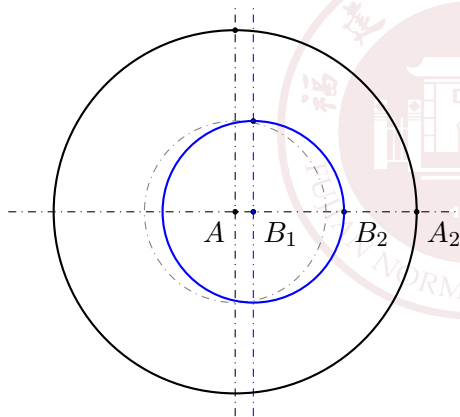


- 而波源在运动，在  $t_1 = T_0$  时刻，波源到达位置  $B_1$  处，它的振动状态也处于最大位移处，在  $t_2 = 2T_0$  时刻，这个状态传播到  $B_2$  处



- 所以，在  $t_2 = 2T_0$  时刻， $A_2$ 、 $B_2$  同相，所以观察者测得的波长为

$$\lambda = A_2 B_2$$



$$\begin{aligned}
 \lambda &= A_2 B_2 \\
 &= AA_2 - AB_1 - B_1 B_2 \\
 &= v_0 \times 2T_0 - u_{\text{源}} \times T_0 - v_0 \times T_0 \\
 &= (v_0 - u_{\text{源}})T_0
 \end{aligned}$$

- 观察者测得的频率为

$$\begin{aligned}
 f &= \frac{v}{\lambda} \\
 &= \frac{v_0}{(v_0 - u_{\text{源}})T_0} \\
 &= \frac{v_0}{v_0 - u_{\text{源}}} f_0
 \end{aligned}$$

- 同理，当波源以速度  $u_{\text{源}}$  背离观察者运动时，

$$\lambda = (v_0 + u_{\text{源}})T_0$$

- 观察者测得的频率为

$$\begin{aligned}
 f &= \frac{v}{\lambda} \\
 &= \frac{v_0}{(v_0 + u_{\text{源}})T_0} \\
 &= \frac{v_0}{v_0 + u_{\text{源}}} f_0
 \end{aligned}$$





### 三、观察者和波源在同一条直线上运动



- 当波源和观察者运动的方向在一条直线上时，相当于以上两种情况的混合，这时观察者测得的波长和波速都会发生变化
  - 当波源以速度  $u_{\text{源}}$  向着观察者运动时， $\lambda = (v_0 - u_{\text{源}})T_0$
  - 当波源以速度  $u_{\text{源}}$  远离观察者运动时， $\lambda = (v_0 + u_{\text{源}})T_0$
  - 当观察者以速度  $u_{\text{观}}$  向着波源运动时， $v = v_0 + u_{\text{观}}$
  - 当观察者以速度  $u_{\text{观}}$  远离波源运动时， $v = v_0 - u_{\text{观}}$
- 所以观察者测得的频率为

$$\begin{aligned} f &= \frac{v}{\lambda} \\ &= \frac{v_0 \pm u_{\text{观}}}{v_0 \pm u_{\text{源}}} f_0 \end{aligned}$$

- 当波源和观察者运动的方向不在同一条直线上时，将  $u_{\text{观}}$  和  $u_{\text{源}}$  理解成二者速度沿二者连线的分量即可

$$f = \frac{v_0 \pm u_{\text{观}}}{v_0 \pm u_{\text{源}}} f_0$$



### 例题

一人站立不动，一声源  $S$  【在人的右侧】以  $v_1$  的速度向右运动，同时一反射屏【也在人的右侧】以  $v_2$  的速度向左运动。求人听到的“拍频”是多少？已知声频为  $f_0$ ，声速为  $v_0$ 。

### 解答

人听到的“拍频”是直接由声源  $S$  传到人耳的声频  $f_1$  和由反射屏反射回来的声频  $f_2$  之差。

计算  $f_1$ ，观察者不动，波源远离观察者运动，所以

$$v = v_0$$

$$\lambda = (v_0 + v_{\text{源}})T_0 = (v_0 + v_1)T_0$$

$$f_1 = \frac{v}{\lambda} = \frac{v_0}{(v_0 + v_1)T_0} = \frac{v_0}{v_0 + v_1} f_0$$

## 解答

为求  $f_2$  要分两步进行。先将反射屏作为接收器 (这时反射屏充当观察者的身份), 这时波源以  $v_1$  靠近观察者, 观察者以  $v_2$  靠近波源, 所以  $v = v_0 + v_2$ ,  $\lambda = (v_0 - v_1)T_0$ , 所以反射屏接收到的频率为

$$f_3 = \frac{v}{\lambda} = \frac{v_0 + v_2}{(v_0 - v_1)T_0} = \frac{v_0 + v_2}{v_0 - v_1} f_0$$

再将反射屏作为波源, 人作为观察者, 则观察者静止, 波源以  $v_2$  靠近观察者, 所以  $v = v_0$ ,  $\lambda = (v_0 - v_2)T_2$ , 所以, 人接收到的反射波频率为

$$\begin{aligned} f_2 &= \frac{v}{\lambda} = \frac{v_0}{(v_0 - v_2)T_2} = \frac{v_0}{v_0 - v_2} f_3 \\ &= \frac{v_0}{v_0 - v_2} \times \frac{v_0 + v_2}{v_0 - v_1} f_0 \\ &= \frac{v_0(v_0 + v_2)}{(v_0 - v_2)(v_0 - v_1)} f_0 \end{aligned}$$

## 解答

因而人听到的“拍频”为

$$\begin{aligned}\Delta f &= |f_2 - f_1| \\&= \left| \frac{v_0(v_0 + v_2)}{(v_0 - v_2)(v_0 - v_1)} f_0 - \frac{v_0}{v_0 + v_1} f_0 \right| \\&= \left| \frac{v_0(v_0 + v_2)}{(v_0 - v_2)(v_0 - v_1)} - \frac{v_0}{v_0 + v_1} \right| f_0\end{aligned}$$

## 习题 10.6.2

两个观察者  $A$  和  $B$  携带频率均为  $1000\text{ Hz}$  的声源。如果  $A$  静止，而  $B$  以  $10\text{ m/s}$  的速率向  $A$  运动，那么  $A$  和  $B$  听到的拍各是多少？设声速为  $340\text{ m/s}$ 。



## 解答

对于  $A$ ，他听到两个声音，一个是自己携带的声源发来的，这时，观察者和波源都静止，所以  $f_1 = f_0 = 1000 \text{ Hz}$ 。另一个声音是  $B$  携带的声源发来的，这时，观察者静止，波源向着观察者运动，因此

$$f_2 = \frac{v_0}{v_0 - u_{\text{源}}} f_0 = \frac{340 \times 1000}{340 - 10} \\ \approx 1030.3 \text{ Hz}$$

所以  $A$  听到的拍频

$$\Delta f_1 = |f_1 - f_2| = 30.3 \text{ Hz}$$

对于  $B$ ，他也听到两个声音，一个是自己携带的声源发来的，这时，观察者和波源都静止，所以  $f_3 = f_0 = 1000 \text{ Hz}$ 。另一个声音是  $A$  携带的声源发来的，这时，波源静止，观察者向着波源运动，因此

$$f_4 = \frac{v_0 + u_{\text{观}}}{v_0} f_0 = \frac{(340 + 10) \times 1000}{340} \\ \approx 1029.4 \text{ Hz}$$

所以  $B$  听到的拍频

$$\Delta f_2 = |f_3 - f_4| = 29.4 \text{ Hz}$$