# SÉANCE 9
## GÉOMÉTRIE 2

Guillaume Pérution-Kihli

Université de Montpellier
2 avril 2022

# PLAN

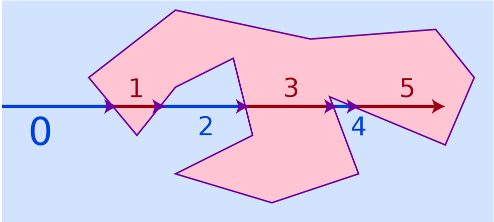
## POINT DANS UN POLYGONE

**Problème :** Étant donné un polygone P et un point pt, pt est-il à l'intérieur de P ?

## POINT DANS UN POLYGONE

**Problème :** Étant donné un polygone P et un point pt, pt est-il à l'intérieur de P ?

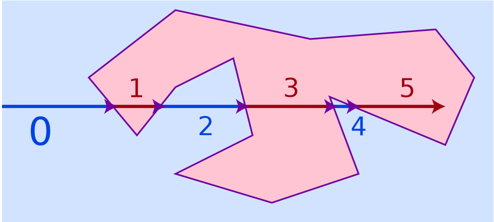
**Idée d'algorithme :** On trace une ligne droite en partant du point et on regarde combien de fois elle intersecte les segments du polygone - si c'est un nombre impair le point est dans le polyone.



# POINT DANS UN POLYGONE

**Problème :** Étant donné un polygone P et un point pt, pt est-il à l'intérieur de P ?

**Idée d'algorithme :** On trace une ligne droite en partant du point et on regarde combien de fois elle intersecte les segments du polygone - si c'est un nombre impair le point est dans le polyone.




Il s'agit du principe de fonctionnement d'un algorithme de raycasting.

# PLAN

# RECTANGLES

Problèmes issus de programmation efficace (ch. 13 p. 169) :

- Étant donné un ensemble de points $S$, on souhaite trouver tous les rectangles ayant 4 points dans $S$ ;

# RECTANGLES

Problèmes issus de programmation efficace (ch. 13 p. 169) :

- Étant donné un ensemble de points $S$, on souhaite trouver tous les rectangles ayant 4 points dans $S$ ;
- Étant donné une image en noir blanc, on souhaite trouver le plus grand carré noir ;

# RECTANGLES

Problèmes issus de programmation efficace (ch. 13 p. 169) :

- Étant donné un ensemble de points $S$, on souhaite trouver tous les rectangles ayant 4 points dans $S$ ;
- Étant donné une image en noir blanc, on souhaite trouver le plus grand carré noir ;
- Même problème avec un rectangle ;

# RECTANGLES

Problèmes issus de programmation efficace (ch. 13 p. 169) :

- Étant donné un ensemble de points $S$, on souhaite trouver tous les rectangles ayant 4 points dans $S$ ;
- Étant donné une image en noir blanc, on souhaite trouver le plus grand carré noir ;
- Même problème avec un rectangle ;
- Étant donné un histogramme sous forme d'un tableau d'entiers, trouver le plus grand rectangle rentrant dans cet histogramme ;

## RECTANGLES

Problèmes issus de programmation efficace (ch. 13 p. 169) :

- Étant donné un ensemble de points $S$, on souhaite trouver tous les rectangles ayant 4 points dans $S$ ;
- Étant donné une image en noir blanc, on souhaite trouver le plus grand carré noir ;
- Même problème avec un rectangle ;
- Étant donné un histogramme sous forme d'un tableau d'entiers, trouver le plus grand rectangle rentrant dans cet histogramme ;
- Étant donné des rectangles rectilinéaires, on souhaite calculer la surface de leur union ;

## RECTANGLES

Problèmes issus de programmation efficace (ch. 13 p. 169) :

- Étant donné un ensemble de points $S$, on souhaite trouver tous les rectangles ayant 4 points dans $S$ ;
- Étant donné une image en noir blanc, on souhaite trouver le plus grand carré noir ;
- Même problème avec un rectangle ;
- Étant donné un histogramme sous forme d'un tableau d'entiers, trouver le plus grand rectangle rentrant dans cet histogramme ;
- Étant donné des rectangles rectilinéaires, on souhaite calculer la surface de leur union ;
- Étant donné un ensemble de rectangles rectilinéaires disjoints, on souhaite déterminer les couples de rectangles adjacents.

## RECTANGLES

Problèmes issus de programmation efficace (ch. 13 p. 169) :

- Étant donné un ensemble de points $S$, on souhaite trouver tous les rectangles ayant 4 points dans $S$ ;
- Étant donné une image en noir blanc, on souhaite trouver le plus grand carré noir ;
- Même problème avec un rectangle ;
- Étant donné un histogramme sous forme d'un tableau d'entiers, trouver le plus grand rectangle rentrant dans cet histogramme ;
- Étant donné des rectangles rectilinéaires, on souhaite calculer la surface de leur union ;
- Étant donné un ensemble de rectangles rectilinéaires disjoints, on souhaite déterminer les couples de rectangles adjacents.

Ces algorithmes seront ajoutés au document de référence.

# CERCLES

- Étant donné 3 points, trouver le cercle passant par ces 3 points ;

# CERCLES

- Étant donné 3 points, trouver le cercle passant par ces 3 points ;
- Étant donné un ensemble de points, trouver le plus petit cercle les contenant tous ;

# CERCLES

- Étant donné 3 points, trouver le cercle passant par ces 3 points ;
- Étant donné un ensemble de points, trouver le plus petit cercle les contenant tous ;
- Étant donné deux cercles, calculer leur surface d'intersection ;

## CERCLES

- Étant donné 3 points, trouver le cercle passant par ces 3 points ;
- Étant donné un ensemble de points, trouver le plus petit cercle les contenant tous ;
- Étant donné deux cercles, calculer leur surface d'intersection ;
- Même problème avec les points d'intersection.

## CERCLES

- Étant donné 3 points, trouver le cercle passant par ces 3 points ;
- Étant donné un ensemble de points, trouver le plus petit cercle les contenant tous ;
- Étant donné deux cercles, calculer leur surface d'intersection ;
- Même problème avec les points d'intersection.

Ce sera également ajouté au document de référence.

# PLAN

# RECHERCHE TERNAIRE

Vous avez une fonction $f$ dont vous recherchez le maximum (resp. le minimum) $x$ entre $l$ et $r$ telle que :

- pour tout $a, b$ tels que $l \leqslant a < b \leqslant x$, nous avons $f(a) < f(b)$ (resp. $f(a) > f(b)$) ;
- pour tout $a, b$ tels que $x \leqslant a < b \leqslant r$, nous avons $f(a) > f(b)$ (resp. $f(a) < f(b)$).

## RECHERCHE TERNAIRE

Vous avez une fonction $f$ dont vous recherchez le maximum (resp. le minimum) $x$ entre $l$ et $r$ telle que :

- pour tout $a, b$ tels que $l \leqslant a < b \leqslant x$, nous avons $f(a) < f(b)$ (resp. $f(a) > f(b)$) ;
- pour tout $a, b$ tels que $x \leqslant a < b \leqslant r$, nous avons $f(a) > f(b)$ (resp. $f(a) < f(b)$).

**Idée d'algorithme :** on découpe l'intervalle en 3 et on évalue la fonction aux coupures $m_1$ et $m_2$ :

- $f(m_1) < f(m_2)$ : le maximum est dans $[m_1; r]$ ;
- $f(m_1) > f(m_2)$ : le maximum est dans $[l; m_2]$ ;
- (optionnel) $f(m_1) = f(m_2)$ : le maximum est dans $[m_1; m_2]$.

Recommencer jusqu'à atteindre le niveau de précision désiré.

# MÉTHODE DE NEWTON-RAPHSON

La méthode de Newton-Raphson permet d'approximer le 0 d'une fonction dérivable (c'est-à-dire un point où elle devient nulle). Pour cela, on va partir d'une valeur $x_1$ (de préférence proche de là où on pense être le 0) et on applique itérativement :

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

On s'arrête quand on a atteint le niveau de précision désiré.

# PLAN

# LA FIN ?

Ceci était la dernière séance d'entraînement.

# LA FIN ?

Ceci était la dernière séance d'entraînement.

Mais ce n'est pas pour autant terminé !

# LA FIN ?

Ceci était la dernière séance d'entraînement.

Mais ce n'est pas pour autant terminé !

Il va falloir encore beaucoup s'entraîner !

# LA FIN ?

Ceci était la dernière séance d’entraînement.

Mais ce n’est pas pour autant terminé !

Il va falloir encore beaucoup s’entraîner !

Et garder en tête que, même si vous avez sans doute beaucoup appris, nous sommes loin d’avoir couvert tous les problèmes que l’on peut rencontrer en concours : résoudre régulièrement de nouveaux problèmes est la clé pour progresser.

# LA FIN ?

Ceci était la dernière séance d'entraînement.

Mais ce n'est pas pour autant terminé !

Il va falloir encore beaucoup s'entraîner !

Et garder en tête que, même si vous avez sans doute beaucoup appris, nous sommes loin d'avoir couvert tous les problèmes que l'on peut rencontrer en concours : résoudre régulièrement de nouveaux problèmes est la clé pour progresser.

Merci pour votre attention !