1. **Statement**

당구대의 (국제식 대대, 국제식 중대, 국내식 중대)종류를 정한다. 각 종류마다 크기 및 당구대의 포인트(point, 당구대 프레임에 일정한 거리마다 박혀 있는 둥글거나 다이아몬드 형태의 점) 간의 거리가 다르기 때문이다.



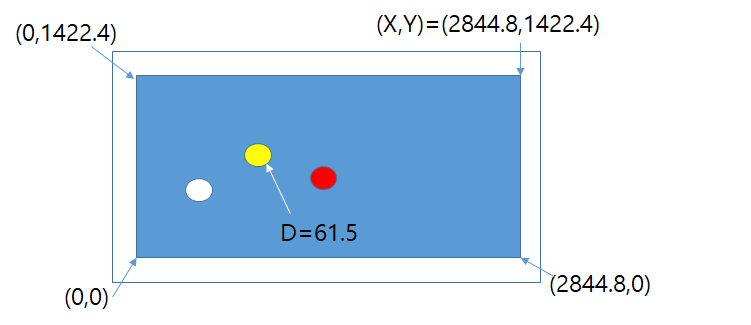
Figure 국제식 대대의 규격 치수

당구대의 네 꼭지점을 기준으로 좌측 상단부터 시계 방향으로 1,2,3,4번호를 메긴 후 1번 꼭지점을 원점으로 한 후, 다른 꼭지점들의 좌표를 설정한다. 1번에서 2번으로 가는 방향이 +y축이 되고 1번에서 4번으로 가는 방향이 +x축이 된다.

당구대의 포인트와 당구공의 지름을 고려하여 당구공 정 중앙의 점이 당구대 위의 좌표 계에 어디에 위치해있는지 계산한다.

사용자는 파악하고자 하는 공과 당구대의 네 꼭지점이 영상에 포함되게 촬영한다.

Perspective Projection의 원리를 이용하여 2차원 좌표 계와 2차원 픽셀좌표 계 사이의 변환관계를 찾기 위해 영상에서 4개 점의 픽셀좌표를 알아야 한다. 이 프로그램에서 사용되는 4개의 점은 영상 내에 찍힌 당구대의 네 꼭지점과 당구대의 포인트 24개 총 28개의 점 중 4개를 선택해 사용하면 된다. (단, 픽셀 좌표와 당구대 자체 좌표는 homogenous coordinate 표현 방식을 사용한다.)



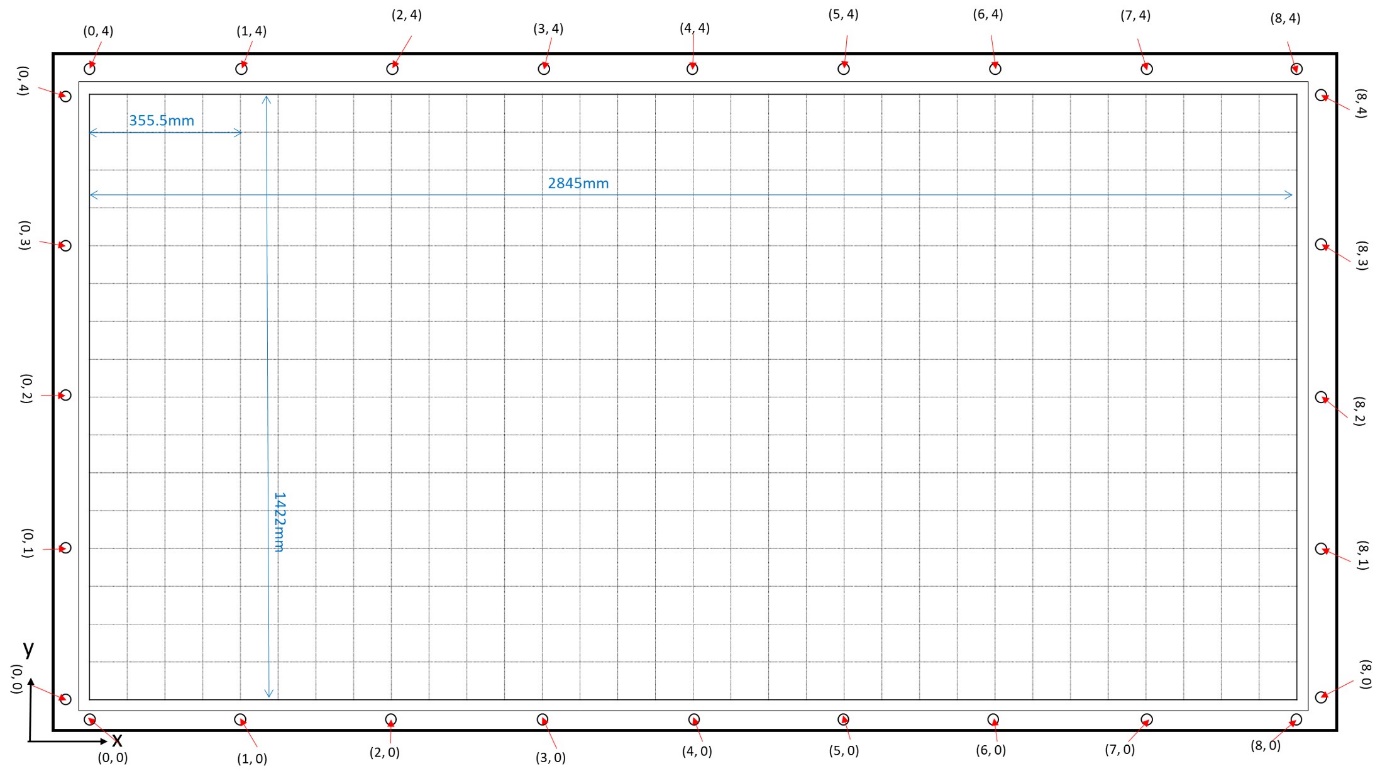


Figure 2 당구대 위의 좌표 계 예시

4개 점의 픽셀 좌표 각각 x, y 값과 당구대 자체 좌표 계를 순서대로 매핑하여 아래의 식에 대입하여 벡터를 구한다. 자세한 수식은 A Appendix)

(단, 인 matrix이며 자유도는 8이다. 따라서 최소 4개의 점이 필요하다.)

matrix를 구하고 나면 와 사이의 투영관계를 알게 되므로 영상에서 공의 중심의 픽셀 좌표를 알면 당구대 자체 좌표에서 공이 당구대 위에 어디에 위치해있는지를 알 수 있다.

또는 당구대 자체에 공의 위치를 정확히 안다면 영상에서 공이 어디에 위치해있는지 알아 낼 수 있다.

1. **Object modeling**
   1. 명사추출

좌표계 (평면도(top\_view) 좌표, perspective 좌표), matrix, ptot( ), ttop( )

당구대: 28 points(가로, 세로 points x2) + 4 corners = 32개의 위치(평면도 좌표, perspective 좌표), 당구공 3개, perspective 영상, top\_view 영상

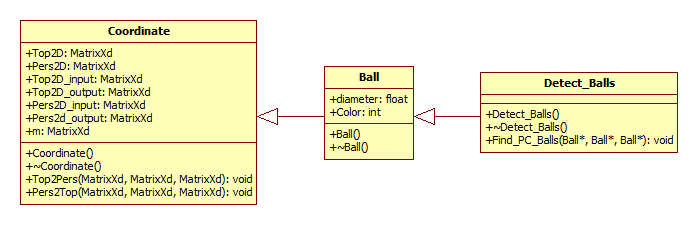
당구공 지름, 색깔(흰색, 빨강, 노랑), 위치(평면도 좌표, perspective 좌표)

* 1. 동사추출

좌표계: 좌표변환하다. ptot( ), ttop( )

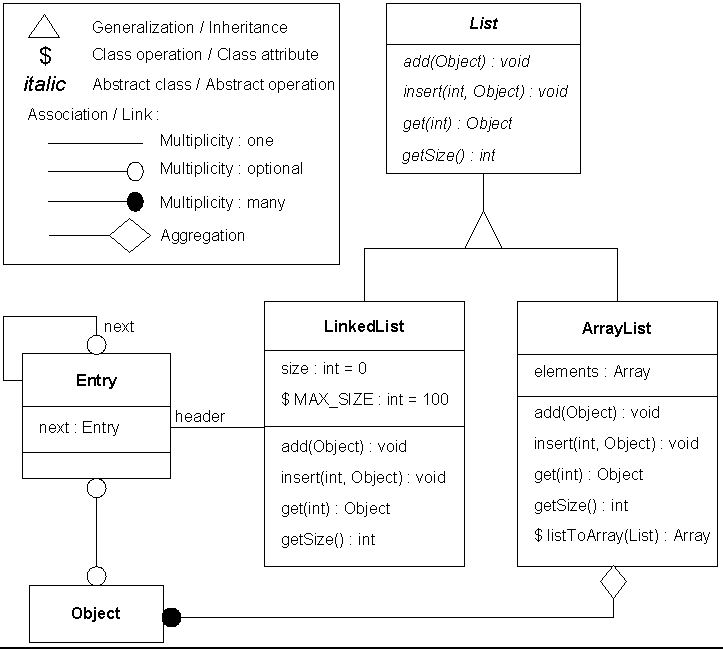
당구대: 영상을 만들다. Render\_pers\_view( ), Render\_top\_view( )

하나의 클래스는 멤버 데이터와 멤버 함수(method)로 표현된다. 그런데, 이 문제는 순차적으로 진행되므로 객체지향적인 설계가 별로 효과적이 아니겠다.



프로그램을 할 때는 각각의 class마다, header file과 cpp file을 만든다. table에는 coordinate.h, ball.h를 include하고, ball에는 coordinate.h를 include한다. 각각의 \*.cpp file에 member function을 구체적으로 구현한다.

1. **Temporal modeling**



1. **점들의 개수에 따른 정확도 분석**



**Appendix A: Derive formulas**

당구대 자체의 2D좌표를 Homogeneous coordinate로 표현하여 (단, 라 하고 그 점에 해당하는 사진 좌표 값의 2D좌표를 Homogeneous coordinate로 표현하면 이다.

이것을 행렬로 표기하면 , 이렇게 된다.

Perspective projection(순방향 원근 투영 기법)이론 에서 임의의 점 를 로 projection시키게 되면 이라는 공식이 얻어진다.

을 구하게 된다면 당구대와 영상 간의 변환 관계를 얻을 수 있다.

식에 를 행렬로 표기하여 집어넣으면

식(1)이 만들어 진다. matrix는 matrix가 matrix 형태를 하고 있다. 식(1)에서의 등호(=)는 homogeneous coordinate에서 같다는 의미로 사용하며 좌변이 우변의 (0이 아닌) 상수 배라고 생각하면 된다.

식(1)을 전개해 보면

식 (2)가 완성된다. 양변이 상수 배 관계를 가지므로

위의 식처럼 전개되고 우변의 분모로 양변을 곱해주면

식 (3), (4)를 우변으로 넘겨 정리하고 이를 행렬방정식으로 표현 하게 되면

식 (6)으로 정리 된다. 이것을 개의 점에 대해 반복하면

이라 두고

이라고 하면 을 얻는다. 즉 의 영 공간(null space)에 포함된 0이 아닌 벡터를 구해야 하는데, 관측 값으로부터 얻어진 행렬 로부터 그것을 계산하는 것은 수치적으로 불안정하다. 그대신 이라는 조건하에서 의 최솟값을 구하는 문제로 바꾸는 것이 수치적으로 안정하다. (이라는 조건을 걸어둔 이유는 조건이 없으면 의 값을 최소로 줄이면서 해를 구하기 때문이다)

이므로 이 문제는 대칭 행렬 에 대한 이차 형식 의 제약된 최적화 문제로 볼 수 있다.

값의 최소를 구하기 위해 의 고유 값들 중 최소 고유 값을 구하고 최소 고유 값에 대응하는 고유벡터를 구해야 한다.

에서 사용한 data의 개수가 개라고 가정하면 의 행렬은 9행렬이 되고 고유 값을 구하기 위해서 인 9차 실 계수 방정식을 푼다. 가 대칭 행렬이고 이므로 λ이고 고유 값을 나열해보면 (단, 이 구해진다.

이상적으로는 의 최소 고유 값이 0이 되어야 하는데 다양한 오차로 인해서 ‘최소’의 값을 사용하게 되고 최소 고유 값에 대응되는 고유벡터가 우리가 구하는 이다.

을 matrix형태로 변환하면 matrix가 된다. 사이의 변환 관계를 구했다. 이 관계를 사용하여 당구대 자체 좌표 계에서 또는 영상 내에서 당구공의 위치를 얻어 낼 수 있다.

matrix는 matrix이며 역 행렬을 가진다. 당구대 자체 좌표 계에서 당구공의 위치를 안다면 식을 이용하여 영상 내에 공의 위치를 픽셀 좌표로 얻어낼 수 있다. 반대로 영상 내에 공의 위치를 픽셀 좌표로 알고 있다면 식으로 당구대 자체 좌표 계에서 당구공의 위치를 구할 수 있다.