物体的受力分析和受力图

画受力图步骤：

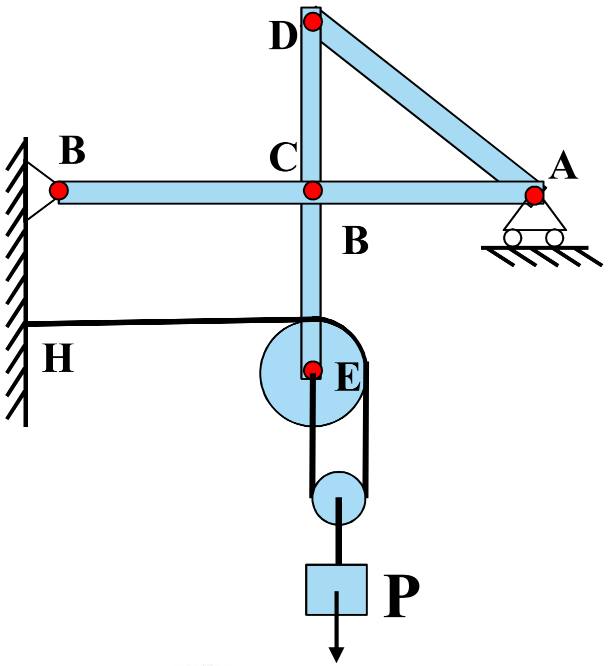
1. 取所要研究物体为研究对象，解除约束，获得分离体
2. 画出所有主动力
3. 按约束性质画出所有约束（被动）力

Q1：多刚体体系的内力与外力

内力：刚体系内部的作用力与反作用力

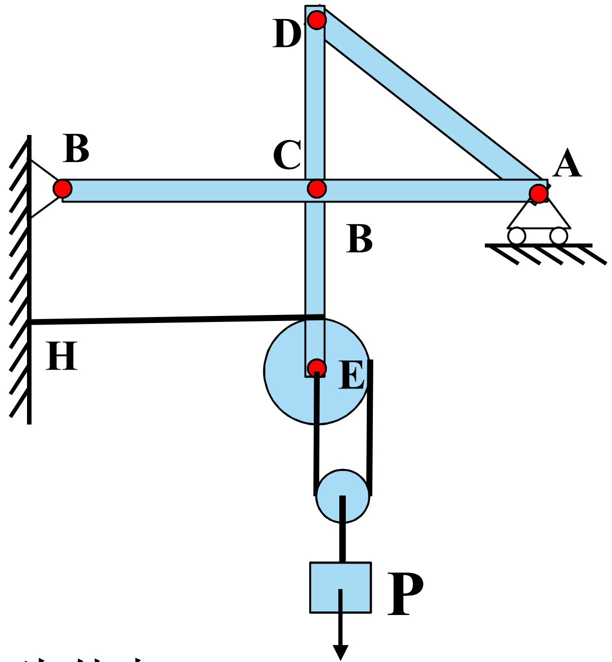
外力：刚体系外的力（可以由约束提供）

Q2：如何拆解滑轮做受力分析

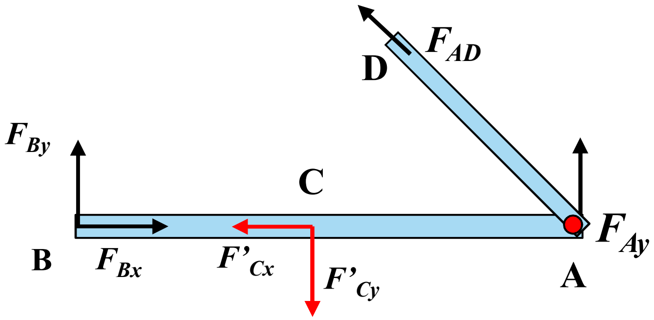


知识回顾

Q1：多刚体体系的内力与外力



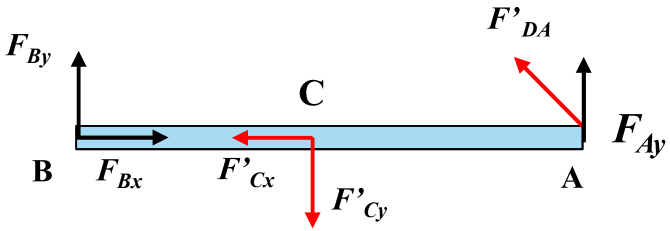
杆AB与杆AD作为一个刚体系

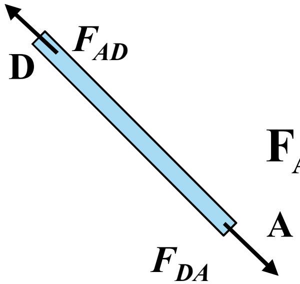


$\mathbf{F_{Ay}}$是外力（约束提供）

$\mathbf{F_{DA}}$与$\mathbf{F'_{DA}}$是一对内力

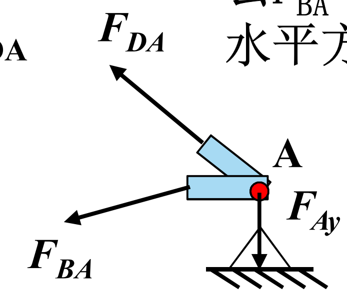
分离杆AB与杆AD，分别画受力图





$\mathbf{F_{Ay}}$与$\mathbf{F'_{DA}}$均为外力

思考：为什么F_{BA}不是水平方向？

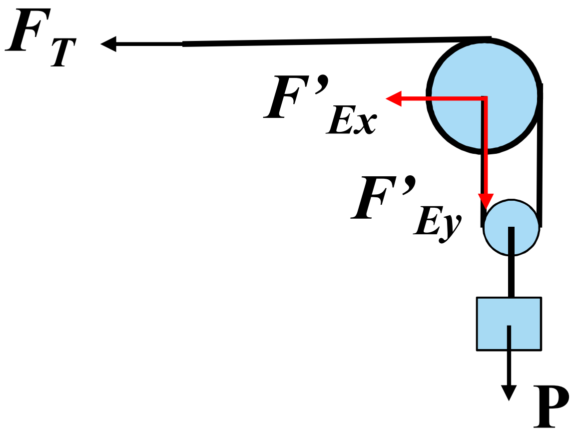


问题：AB杆中A端受到的滚动支座约束力$\mathbf{F_{Ay}}$与AD杆作用力$\mathbf{F'_{DA}}$是否可以在受力图里画成一个外力？

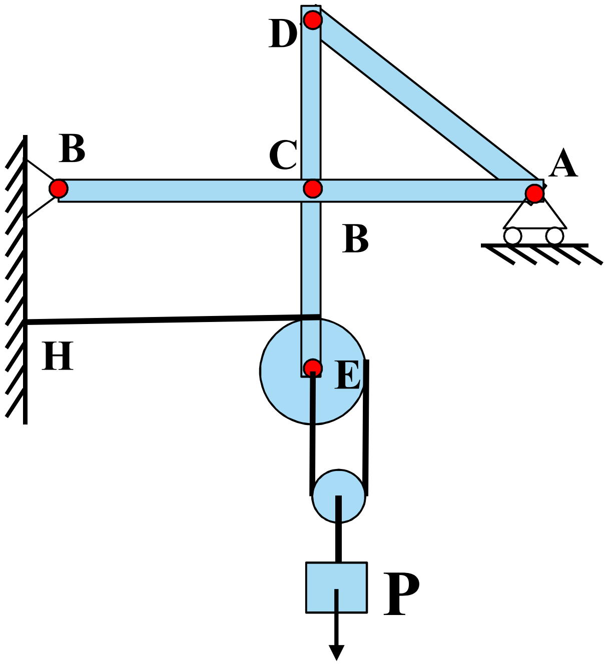
不可以。因为支座A同时支撑着两个杆，
$\mathbf{F_{Ay}}$与$\mathbf{F'_{DA}}$均为外力，是刚体AB受到的两个不同的外力

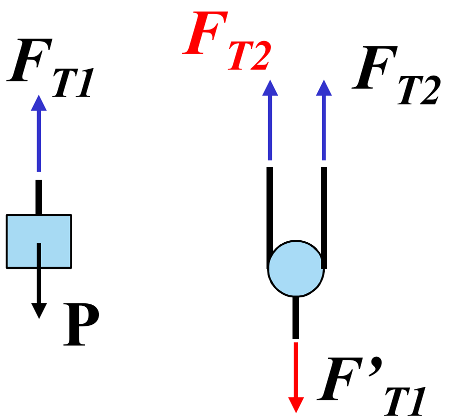
Q2：如何拆解滑轮做受力分析

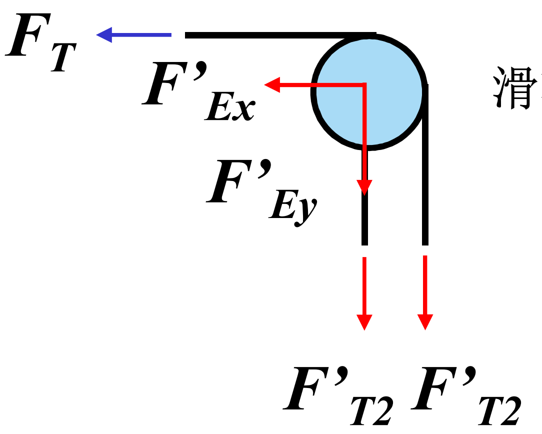
滑轮的受力图为



我们一般都留一段绳索不截断，所以绳索上的力一般画在滑轮上





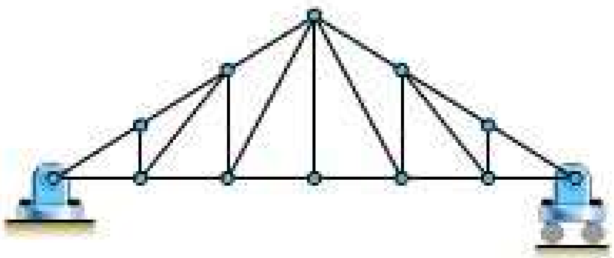


滑轮E受力图

第二章　　平面力系

本节课主要内容：

1. 掌握平面汇交力系合成与平衡的方法
2. 能熟练计算力在坐标轴上的投影、平面力对点之矩
3. 掌握平面力偶系的合成与平衡。
4. 掌握平面任意力系的简化方法和简化结果，能熟练地计算主矢和主矩。
5. 能熟练地应用平面任意力系的平衡条件和平衡方程求解单个物体和简单物系的平衡问题
6. 了解求简单静定桁架内力的节点法和截面法

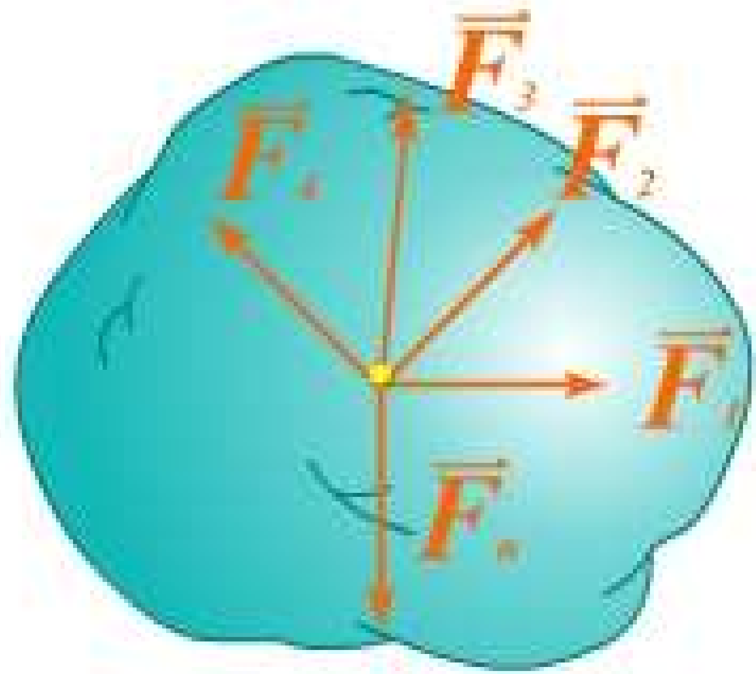


桁架中杆件都是二力杆

平面力系分类

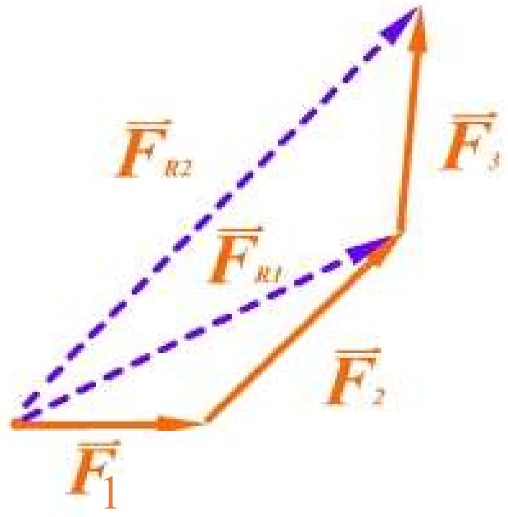
- 平面汇交（共点）力系（同一平面+力作用线相交于一点的力）
- 平面力偶系（特殊互相平行力）
- 平面平行力系（一般互相平行力）
- 平面任意力系（一般情况力）

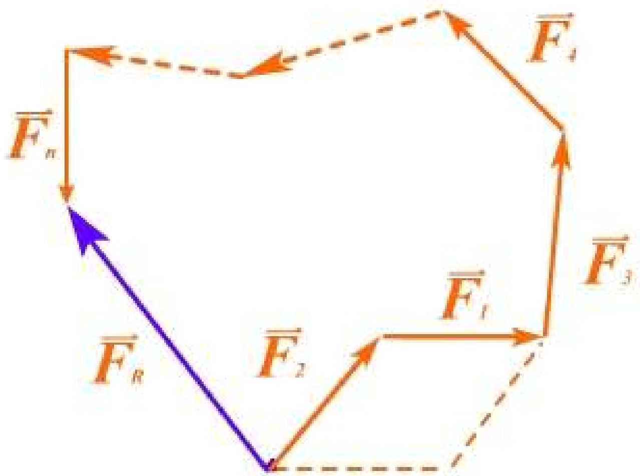
一、平面汇交力系合成的几何法——力多边形规则



$$\vec{F}_{R1}=\vec{F}_1+\vec{F}_2 \qquad \text{（公理1）}$$

$$\vec{F}_{R2}=\vec{F}_{R1}+\vec{F}_{R3}=\sum_{i=1}^{3}\vec{F}_i$$





$$\vec{F}_R=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i=\sum\vec{F}_i$$

力多边形
（矢量加法与顺序无关）

力多边形规则：

平面汇交力系可简化为一合力，其合力的大小和方向等于各分力的矢量和，合力的作用线通过汇交点.

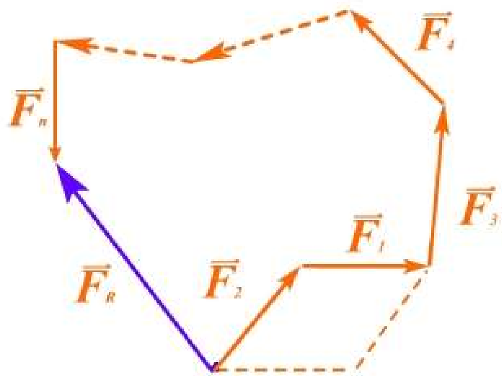
（公理1的自然推广，或者是矢量加法的推广）

二、平面汇交力系平衡的几何条件

平衡条件：静止或匀速直线运动
（F=ma）

平面汇交力系平衡的必要和充分条件是：

该力系的合力等于0



平衡条件（矢量形式）

$$\sum \vec{F}_i = 0$$

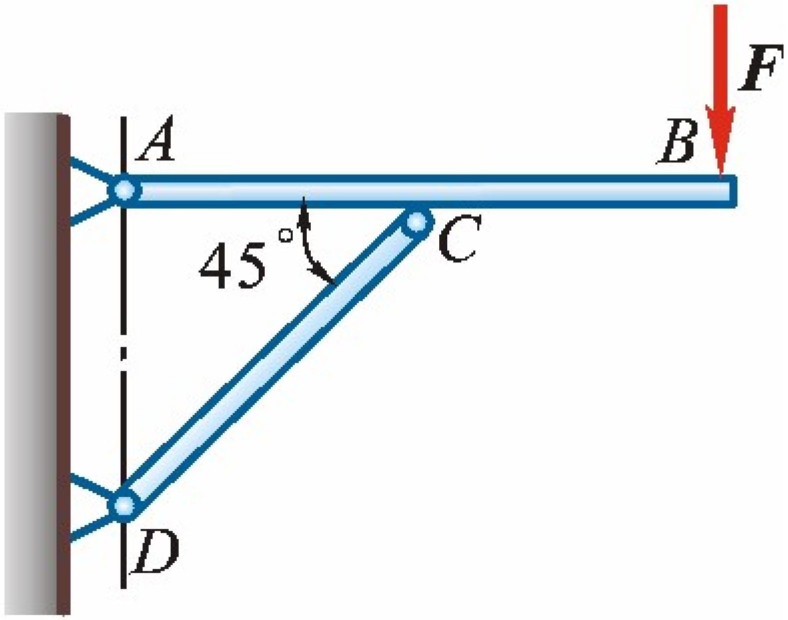
平衡条件（几何条件）

该力系的力多边形自行封闭.

例2-1（平面汇交力系平衡的几何法）

已知：$AC = CB, F = 10\,\mathrm{kN}$，各杆自重不计；

求：CD杆及铰链A的受力.

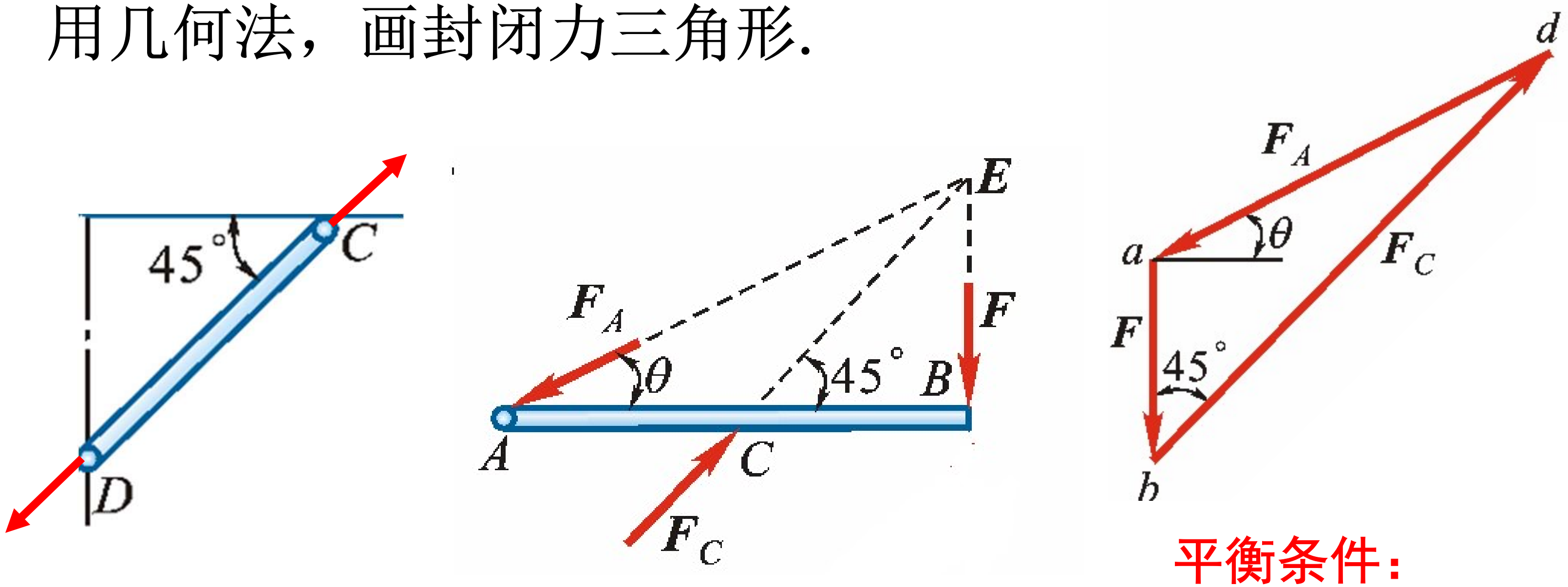


AB杆与CD杆上平面力系均平衡

CD：二力杆
AB：平面力系

解： CD 为二力杆，取 AB 杆，画受力图.

用几何法，画封闭力三角形.



平衡条件：
力多边形（三角形）
必须封闭。

按比例量得 $F_C = 28.3\text{kN}, F_A = 22.4\text{kN}$

例2-2

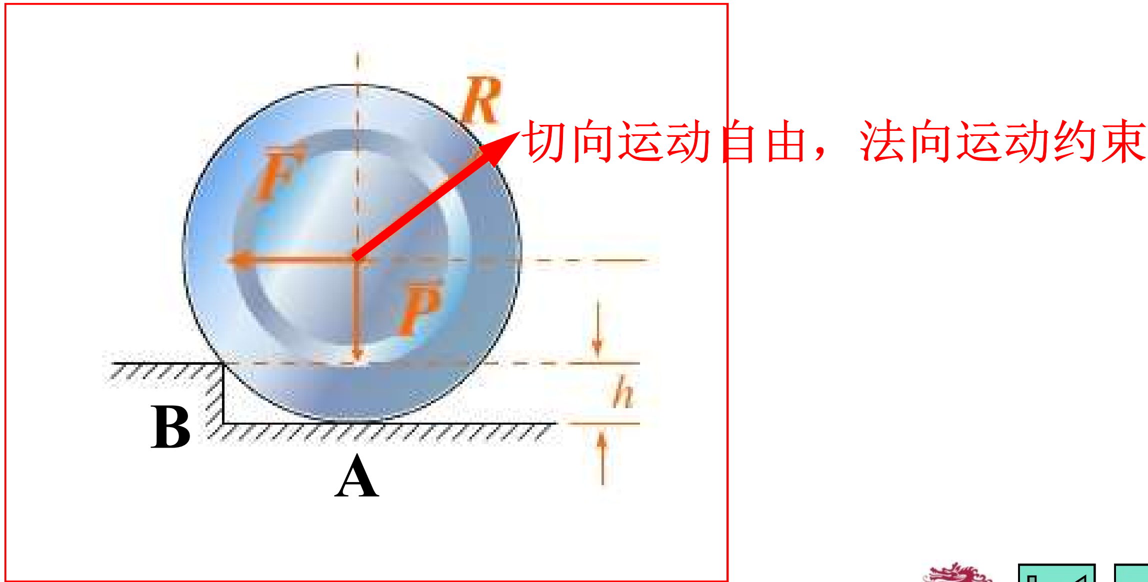
已知：　$P = 20\,\mathrm{kN}, R = 0.6\,\mathrm{m}, h = 0.08\,\mathrm{m}$

求：

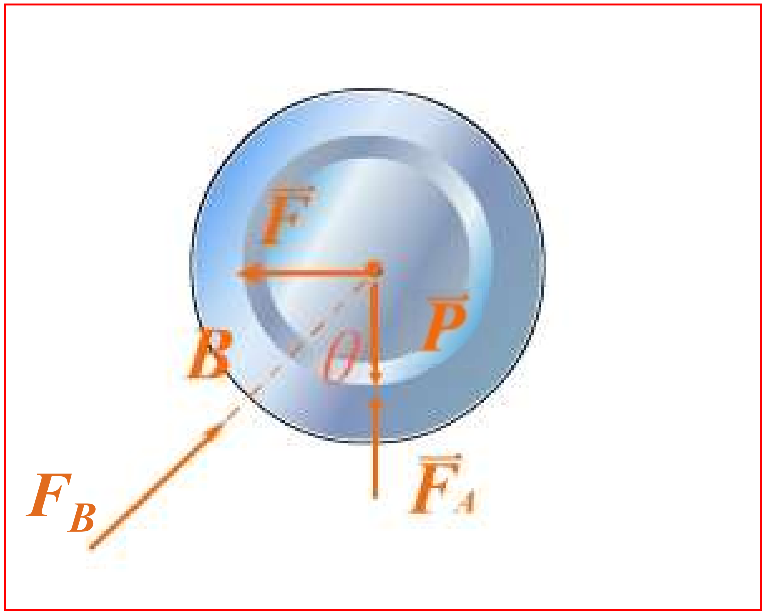
1. 水平拉力 $\vec{F} = 5\,\mathrm{kN}$ 时，碾子对地面及障碍物的压力？

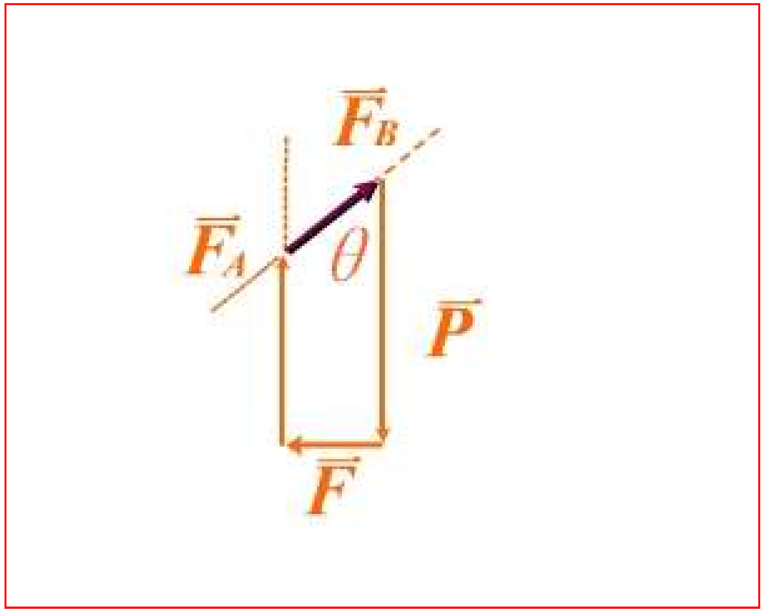
2. 欲将碾子拉过障碍物，水平拉力 $\vec{F}$ 至少多大？

3. 力 $\vec{F}$ 沿什么方向拉动碾子最省力，及此时力 $\vec{F}$ 多大？



解：1. 取碾子，画受力图． 2. 分析受力，所有力作用线穿过圆心．





用几何法，按比例画封闭力四边形

$$\theta = \arccos\frac{R-h}{R} = 30^\circ$$

$$F_B \sin\theta = F$$

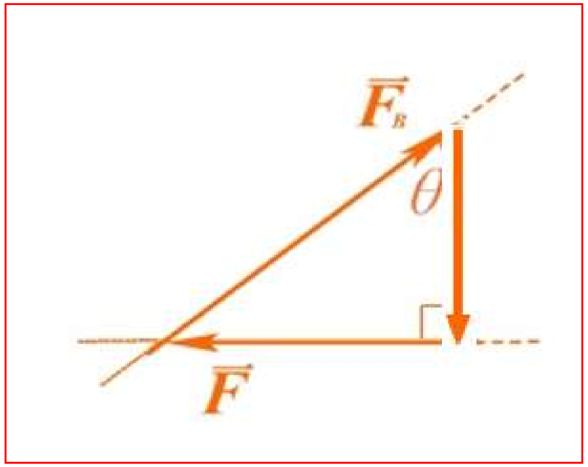
$$F_A + F_B\cos\theta = P$$

$$F_A = 11.4\text{kN}$$

$$F_B = 10\text{kN}$$

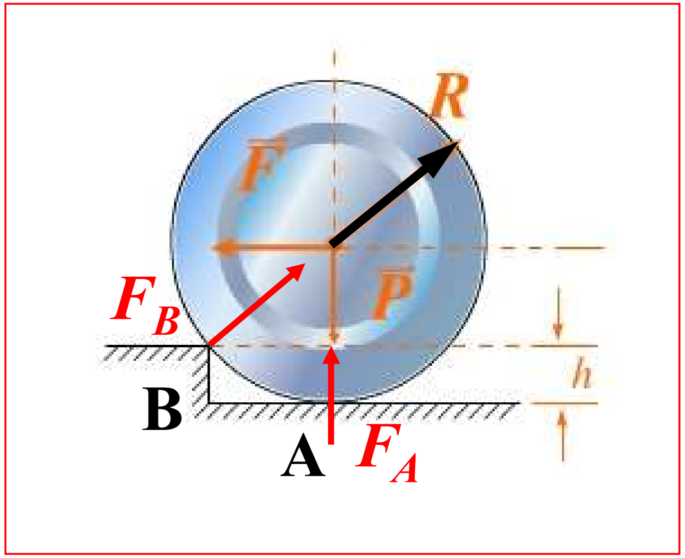
2. 碾子拉过障碍物，碾子脱离A点约束

应有$F_A = 0$



用几何法解得

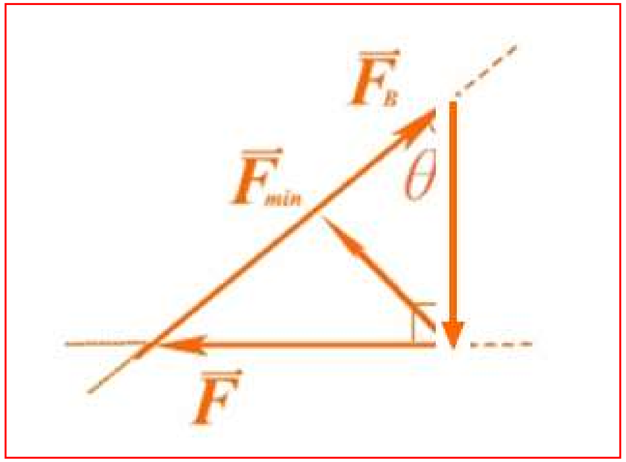
$$F = P \cdot \tan\theta = 11.55\text{kN}$$



3. 力$\vec{F}$沿什么方向拉动碾子最省力

封闭的力三角形中点
到直线的距离最小

解得 $F_{\min} = P \cdot \sin\theta = 10\,\text{kN}$

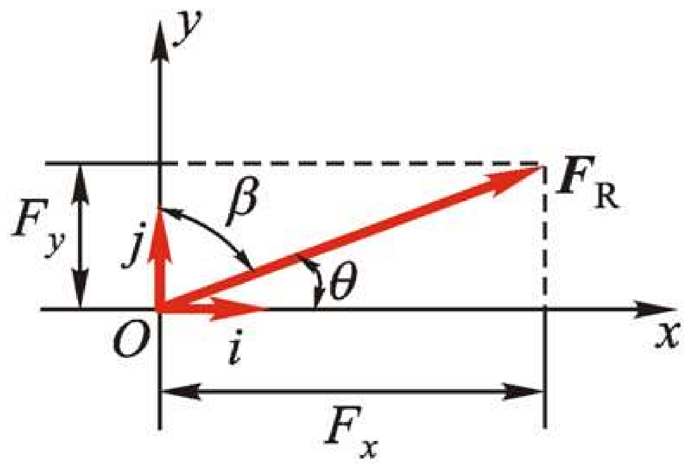


三、平面汇交力系合成的解析法

合力 $\vec{F}_{\mathrm{R}}$ 在x 轴，y轴投影分别为

$$F_{\mathrm{R}x} = F_{\mathrm{R}} \cos\theta$$

$$F_{\mathrm{R}y} = F_{\mathrm{R}} \cos\beta$$

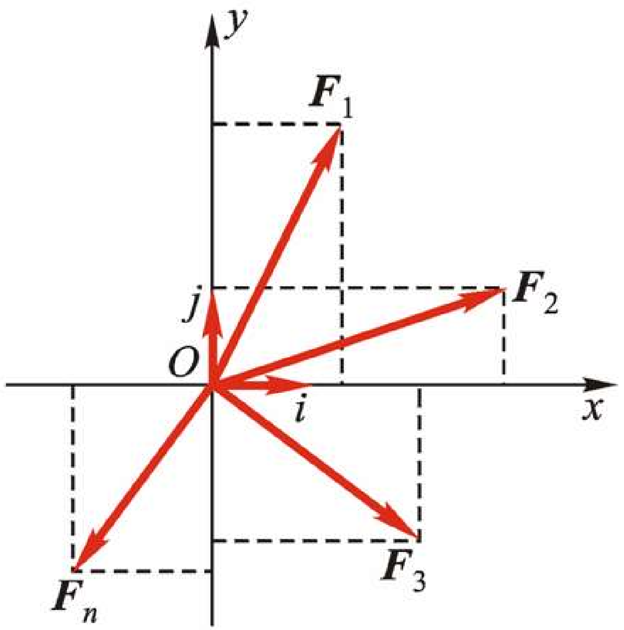


合力等于各力矢量和

$$\vec{F}_{\mathrm{R}} = \sum \vec{F}_i$$

由合矢量投影定理，得合力投影定理

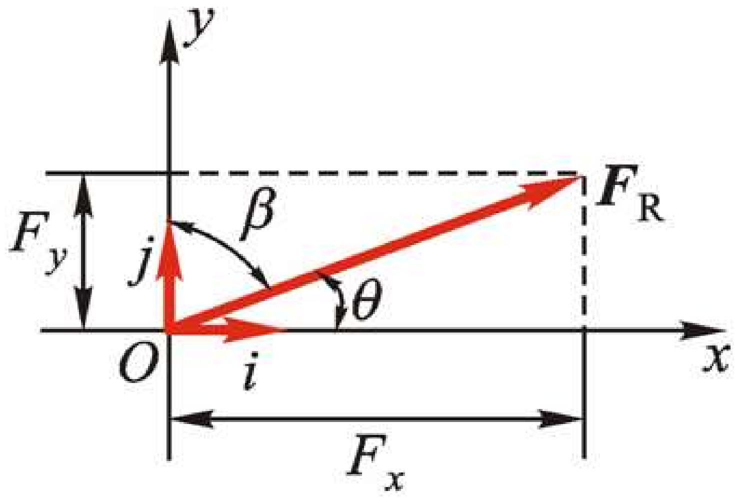
$$F_{\mathrm{R}x} = \sum F_{ix} \qquad F_{\mathrm{R}y} = \sum F_{iy}$$



合力的大小为： $F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$

方向为： $\cos(\vec{F}_R, \vec{i}) = \dfrac{\sum F_{ix}}{F_R}$

$\cos(\vec{F}_R, \vec{j}) = \dfrac{\sum F_{iy}}{F_R}$



作用点为力的汇交点.

四、平面汇交力系的平衡方程

平衡条件: $\vec{F}_R = 0$

平衡方程: $\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0$

概念练习

判断下面说法是否正确：

1. 合力一定比分力大　（错误）
2. 三力汇交于一点，但不共面，能形成平衡力系（错误）

1. 因为力按矢量合成得到合力（不是标量相加），所以合力并不一定比分力大。

2. 三力汇交于一点，但不共面，肯定不是平衡力系（推论2）。然而，即使共面且汇交于一点，也不一定是平衡力系（还需要力的大小满足两个不互相平行的方向投影的合力为0）

例2-3 已知：图示平面共点力系，$F_1 = 200\text{N}, F_2 = 300\text{N}, F_3 = 100\text{N}, F_4 = 250\text{N}$．求：此力系的合力．

解： 用解析法

$$F_{\text{R}x} = \sum F_{ix} = F_1\cos 30^\circ - F_2\cos 60^\circ - F_3\cos 45^\circ + F_4\cos 45^\circ = 129.3\text{N}$$

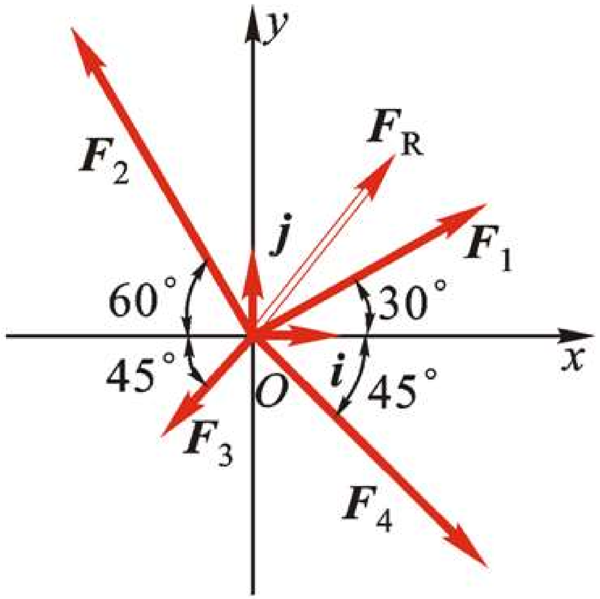
$$F_{\text{R}y} = \sum F_{iy} = F_1\sin 30^\circ + F_2\sin 60^\circ - F_3\sin 45^\circ - F_4\sin 45^\circ = 112.3\text{N}$$

$$F_{\text{R}} = \sqrt{F_{\text{R}x}^2 + F_{\text{R}y}^2} = 171.3\text{N}$$

$$\cos\theta = \frac{F_{Rx}}{F_R} = 0.7548$$

$$\cos\beta = \frac{F_{Ry}}{F_R} = 0.6556$$

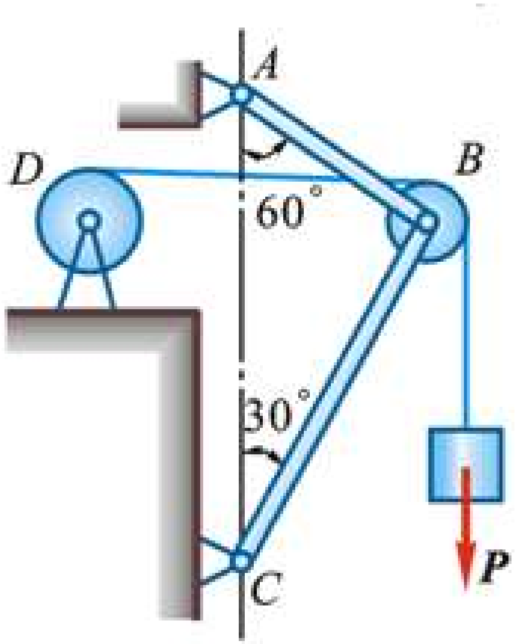
$$\theta = 40.99^\circ, \beta = 49.01^\circ$$



例2-4（多刚体系平面力系平衡）

已知：系统如图，不计杆、轮自重，忽略滑轮大小，P=20kN；

求：系统平衡时，杆AB，BC受力.



思路：求平衡时候每个杆受力

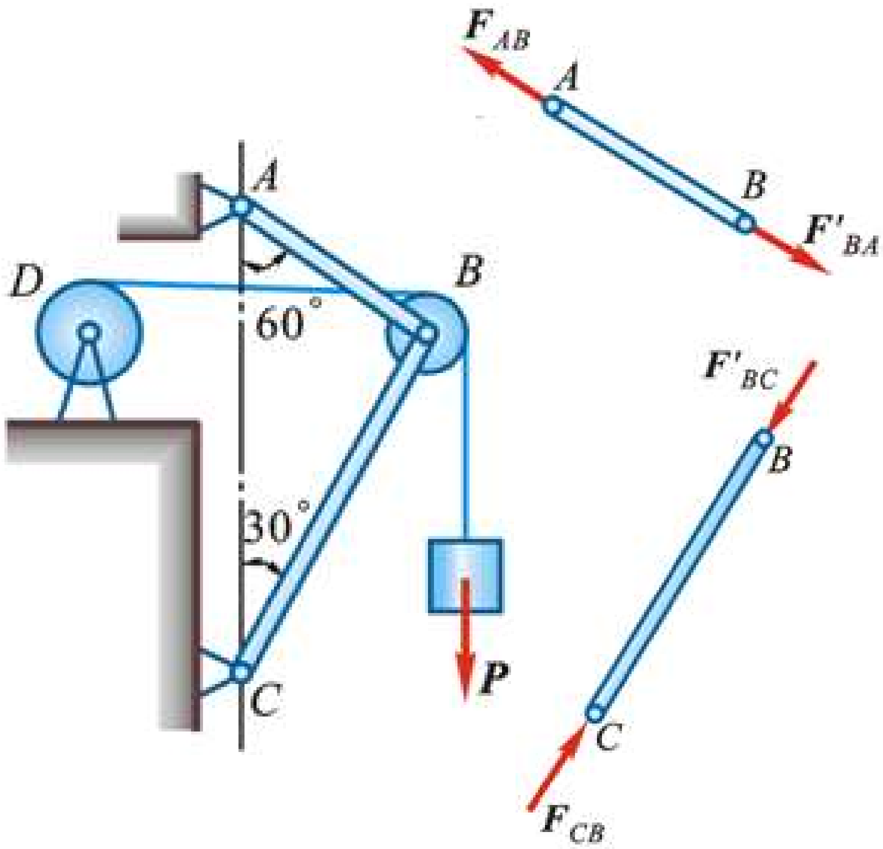
1. 画每个刚体的受力图

--杆AB，杆BC，滑轮B

绳索：沿绳索张力不变

2. 平面汇交力系平衡分析

解：对*AB*、*BC*杆以及滑轮B，画受力图.



该选取哪里进行平衡分析？

AB与BC？（二力杆）

重物？ （二力平衡-绳索）

柔索？ （张力相等条件）

滑轮D？ （不需要）

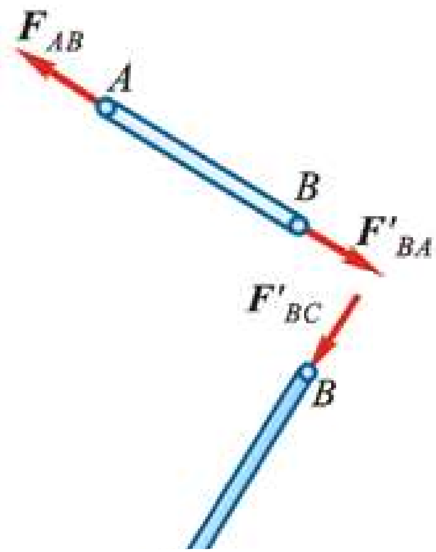
滑轮B （通过平面力系平衡求得杆的力）

力作用线汇交点

求：系统平衡时，杆*AB*，*BC*受力.

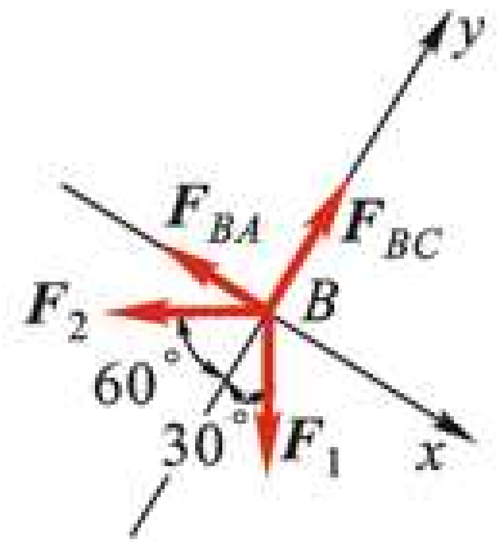
杆*AB*，*BC*均处于平衡状态，杆力由主动力*P* 产生（决定）

解： ***AB***、***BC*** 杆为二力杆，取滑轮***B***（或点***B***），画受力图. 建图示坐标系



$$\sum F_x = 0 \qquad -F_{BA} + F_1 \cos 60^\circ - F_2 \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0 \qquad F_{BC} - F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 60^\circ = 0$$



$$F_1 = F_2 = P$$

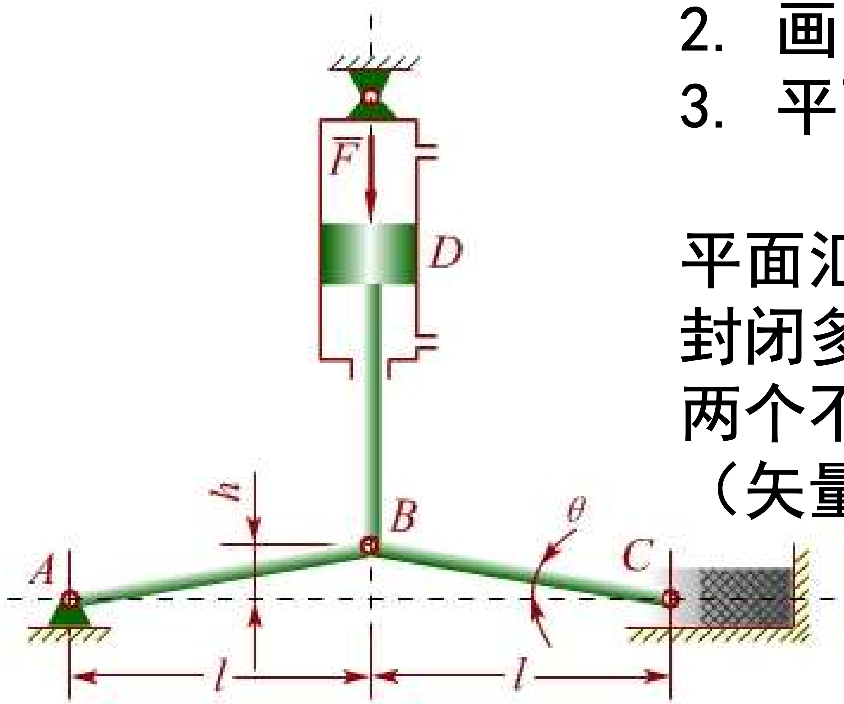
$$F_{BA} = -7.321\text{kN} \qquad F_{BC} = 27.32\text{kN}$$

只要两个不互相平行的方向投影的合力为0，就满足平衡

例2-5

已知： F=3kN，l=1500mm，h=200mm，忽略自重；

求：平衡时，压块C 对工件与地面的压力，AB 杆受力.



1. 找出需要分析的刚体；
2. 画受力图，分析刚体所受的所有力。
3. 平面汇交力系平衡条件

平面汇交力系平衡：
封闭多边形（几何法）
两个不互相平行的方向投影的合力为0（矢量法）

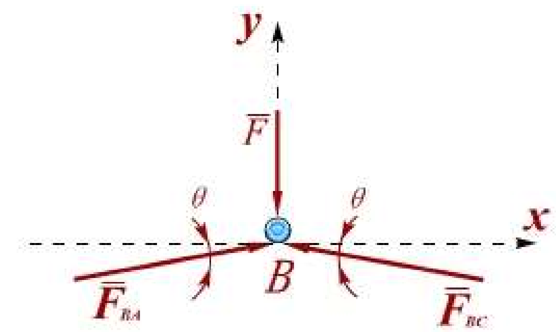
例2-5

已知： F=3kN, l=1500mm, h=200mm，忽略自重；

求：平衡时，压块C 对工件与地面的压力，AB 杆受力.

解： AB、BC 、BD 杆为二力杆.

取销钉B.



$$\sum F_x = 0 \quad F_{BA}\cos\theta - F_{BC}\cos\theta = 0$$

$$\Rightarrow \quad F_{BA} = F_{BC}$$

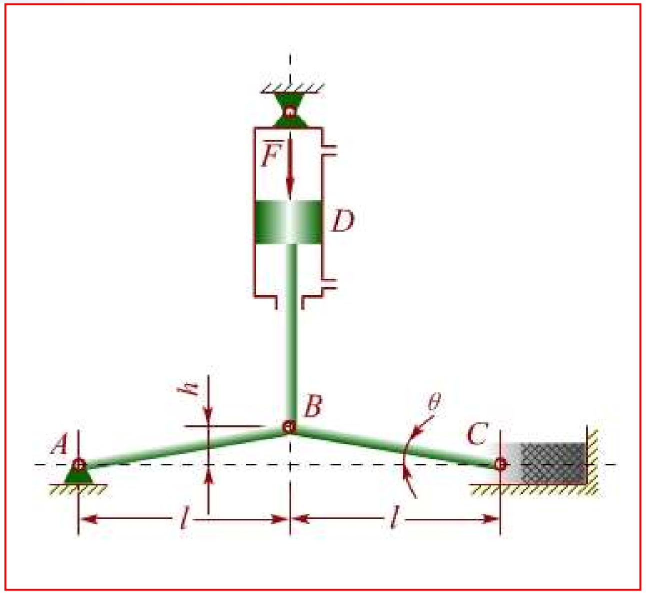
$$\sum F_y = 0 \quad F_{BA}\sin\theta + F_{BC}\sin\theta - F = 0$$

$$\Rightarrow \quad F_{BA} = F_{BC} = 11.35\text{kN}$$

选压块*C*，画受力图

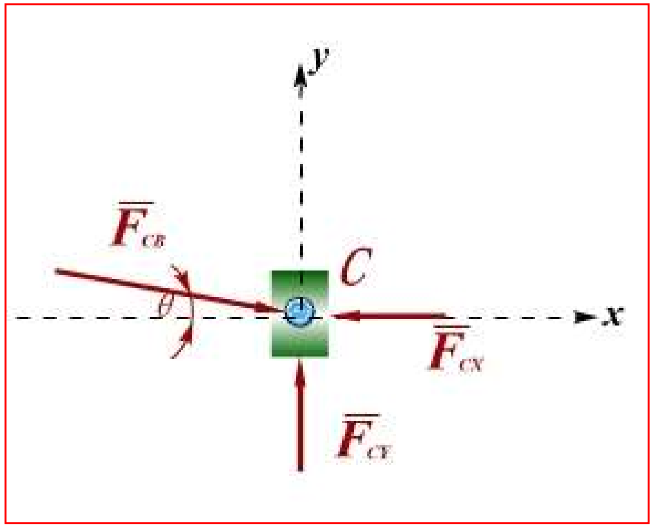
$$\sum F_x = 0 \qquad F_{CB}\cos\theta - F_{Cx} = 0$$

$$F_{Cx} = \frac{F}{2}\cot\theta = \frac{Fl}{2h} = 11.25\text{kN}$$



$$\sum F_y = 0 \qquad -F_{CB}\sin\theta + F_{Cy} = 0$$

$$F_{Cy} = 1.5\text{kN}$$



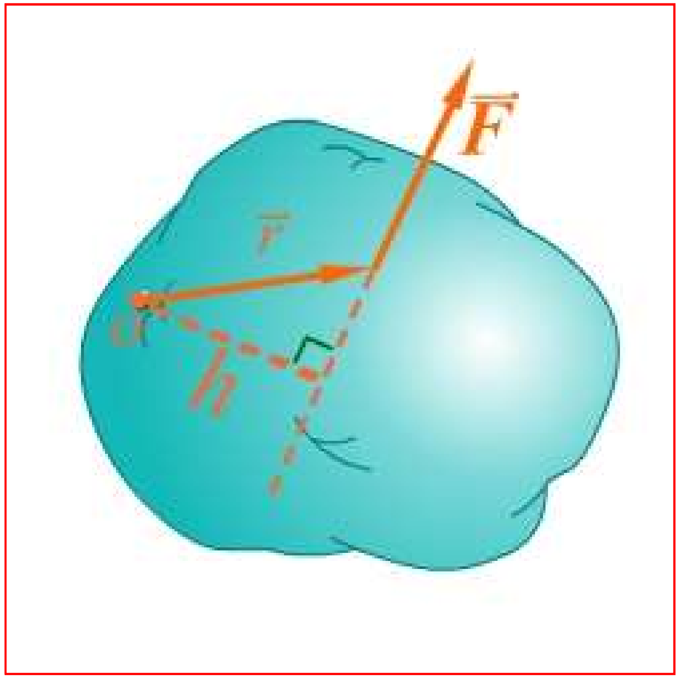
平面汇交力系平衡问题

1. 确定需要分析的刚体，画受力图
2. 先找二力杆的杆件（减少未知力数量）；
3. 确定力汇交点，并通过其他的平衡条件尽可能多确定未知力。
4. 平面汇交力系平衡条件

   封闭多边形（几何法）

   两个不互相平行的方向投影的合力为0（矢量法）

一、平面力对点之矩（力矩）



力矩是度量力对刚体转动效应

力矩作用面，O 称为矩心，O 到力的作用线的垂直距离 h 称为力臂

两个要素：

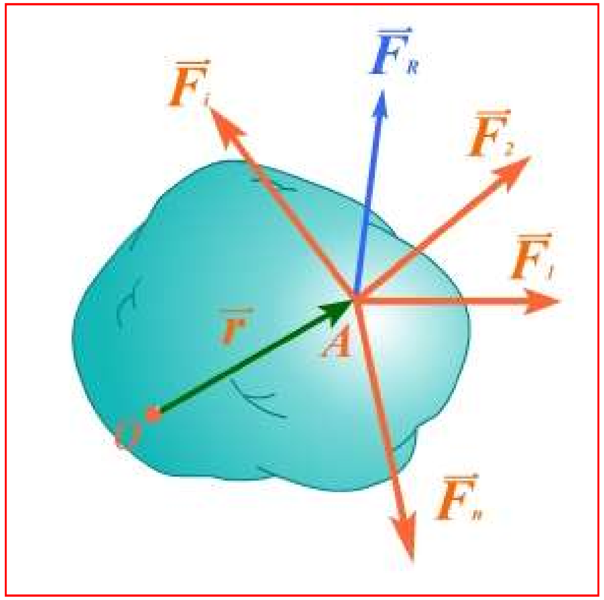
1. 大小：力 $\vec{F}$ 与力臂的乘积

2. 方向：转动方向

$$M_O(\vec{F}) = \pm F \cdot h$$

平面力对点之矩是一个代数量，它的绝对值等于力的大小与力臂的乘积，它的正负：力使物体绕矩心逆时针转向时为正，顺时针为负. 常用单位 $\mathrm{N \cdot m}$ 或 $\mathrm{kN \cdot m}$

二、合力矩定理与力矩的解析表达式

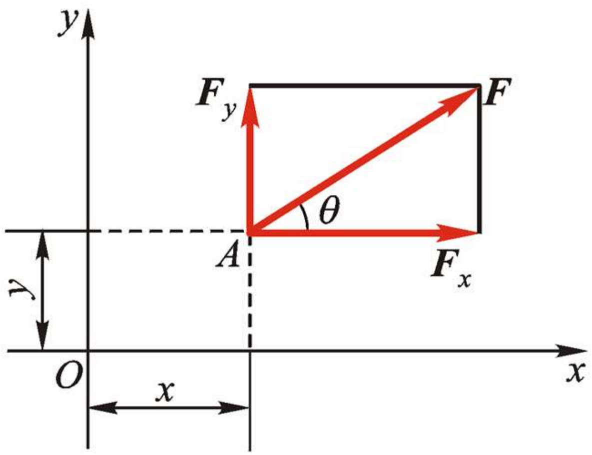


合力矩定理：平面汇交力系的合力对平面内任一点之矩等于所有各分力对于该点之矩的代数和。

$$M_O(\vec{F}_R)=\sum M_O(\vec{F}_i)$$

该结论适用于任何合力存在的力系

合力存在条件是？作用线汇交与一点



$$M_O(\vec{F})=M_O(\vec{F}_y)-M_O(\vec{F}_x)$$
$$=x\cdot F\cdot\sin\theta-y\cdot F\cdot\cos\theta$$
$$=xF_y-yF_x$$

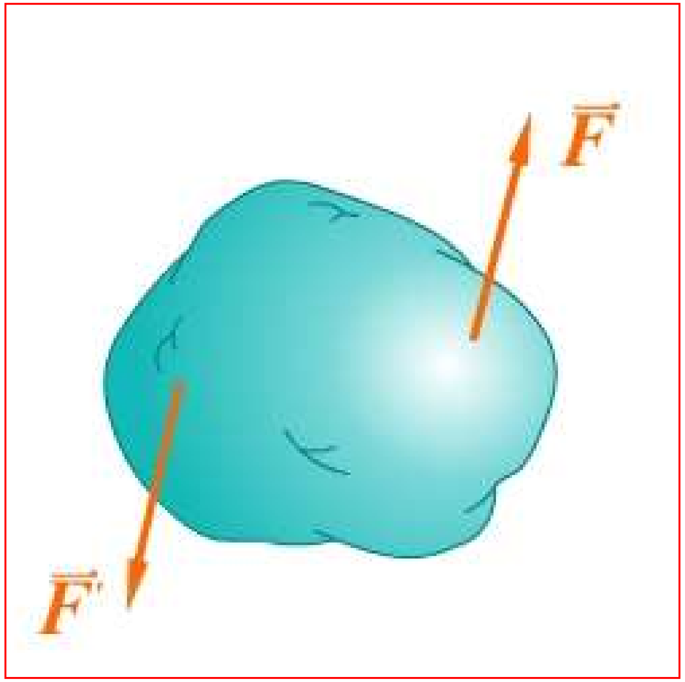
$$M_O\left(\vec{F}_R\right)=\sum\left(x_i\cdot F_{iy}-y_i\cdot F_{ix}\right)$$

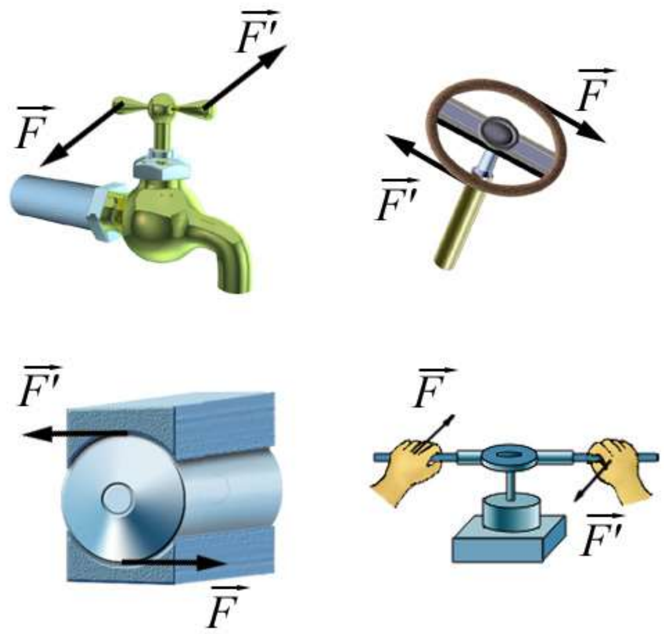
三、力偶和力偶矩

力+力偶是静力学两个基本要素

力偶：描述非共点力的作用效果(转动)

由两个等值、反向、不共线的平行力组成的力系称为力偶，记作 $(\vec{F},\vec{F}')$





作业

教材习题：2-4，2-5，2-8