

理论力学 II

主讲： 梁旭东

哈尔滨工业大学 (深圳)

2023年春季学期



课程名称: **理论力学II** (2023年春)

授课对象: 自动化专业本科生3, 4班

授课教师: 梁旭东 (G栋621)

(邮箱: liangxudong@hit.edu.cn)

助教: 魏泽峰、程前 (理学院)

教材: 哈尔滨工业大学理论力学第8版

参考书: 理论力学, 周培源编著, 科学出版社

理论力学, 李俊峰、张雄编著, 清华大学出版社

学时: 64学时 (静力学20, 运动学14, 动力学28, 综合算例2)

课外答疑: 解答课程学习中的疑问

线上: QQ群; 线下: G621 (请提前预约)

总评成绩: 平时成绩占40%权重 (作业+考勤+课堂)

期末考试占60%权重.

课程交流群: 548214252 (发布通知, 作业, 课程内容交流、答疑)



班级交流QQ群



群名称: 2023春季理论力学 (自动化)
群 号: 548214252



上课地点: H301

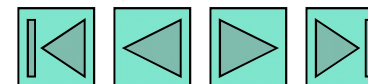
上课时间: 1-10,12-16周, 周一第5,6节 (2月20日-6月5日)

1-6,8-10,12-16周, 周四第5,6节 (2月22日-6月7日)

第7, 11周, 周六第5,6节 (4月8日, 5月6日)

第9周, 周日第5,6节 (4月23日)

| 时间 | 教师课表 | | | | | | |
|-------|--|---------------------------------|--|---------------------------------|-----|--|---|
| | 星期一 | 星期二 | 星期三 | 星期四 | 星期五 | 星期六 | 星期日 |
| 第1-2节 | | | | | | | |
| 第3-4节 | | | | | | | |
| 第5-6节 | 【本】理论力学II [1-6,8-10,12-16周] [21级自动化3班,21级自动化4班] [H301] 第5-6节 | 下午 2:00 – 3:45 | 【本】理论力学II [1-6,8-10,12-16周] [21级自动化3班,21级自动化4班] [H301] 第5-6节 | 下午 2:00 – 3:45 | | 【本】理论力学II [11周] [21级自动化3班,21级自动化4班] [H301] 第5-6节 | 【本】理论力学II [9周] [21级自动化3班,21级自动化4班] [H301] 第5-6节 |
| 第7-8节 | 【本】理论力学II [7周] [21级自动化3班,21级自动化4班] [H301] 第5-6节 | | | | | 【本】理论力学II [7周] [21级自动化3班,21级自动化4班] [H301] 第5-6节 | |



课程成绩:

平时成绩占40%权重 (作业+预习+考勤+课堂)

作业: 每周4-6道题目, 每周三课后提交, 大约15次, 占比30%

(题目主要来源于教材习题, 部分参考答案书有错误!!)

考勤: 占比5%, 出勤率

课堂: 占比5%, 课堂表现

(课堂中会有关键难点讨论与往年考题自测, 希望大家积极参与)

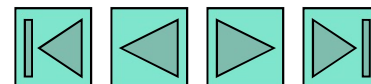
额外的学习资源: Bilibili-

【理论力学-哈尔滨工业大学(精品课)】

https://www.bilibili.com/video/BV1WT411J7ah/?share_source=copy_web&vd_source=4340fc1f5ffdd1da9b42868674483118



手机扫码观看/分享



课程成绩:

平时成绩占40%权重 (作业+预习+考勤+课堂)

作业: 每周3-4道题目, 每周三课后提交, 大约15次, 占比30%

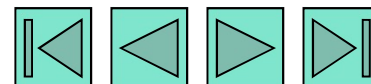
考勤: 占比5%, 出勤率

课堂: 占比5%, 课堂表现

期末考试占60%权重

形式: 统一出题, 闭卷考试

题型: 判断题 (5道, 约10分); 单选题 (6道, 约20分);
计算题 (6道, 约70分, 静力学、运动学、动力学)



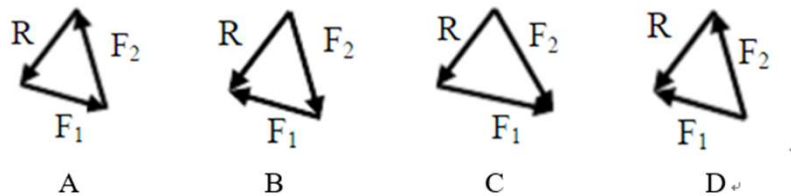
期末考试题型举例：

判断题：

2. 如果刚体上各点的轨迹都是圆，则该刚体一定作定轴转动。

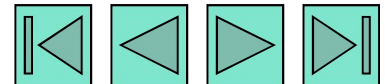
选择题：

1. 以下四个图所示的力三角形，哪一个图表示力矢 \mathbf{R} 是 \mathbf{F}_1 和 \mathbf{F}_2 两力矢的合力矢量()。



计算题

本题得分 14
 三、如图所示结构，杆重不计，已知 $F = 4\text{kN}$ ， $M = 10\text{kNm}$ ， $l = 1\text{m}$ 。求支座 A、B 以及铰链 C、D 的约束力。(本题 14 分)



绪 论

一、理论力学的研究对象和内容

理论力学是研究物体**机械运动**一般规律的科学。

机械运动：物体在空间的位置随时间的改变。包括：静止、移动、转动、振动、变形、流动、波动、扩散等。而热运动、化学运动、电磁运动、生命现象中都含有位置的变化，但不能把它们简单地归结为机械运动

热运动中每个分子（如空气）都在做机械运动吗？为什么热运动不能简单归结为机械运动？

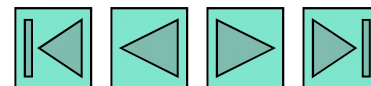
理论力学的研究内容：**静力学，运动学，动力学**

二、理论力学的研究方法

- 1、观察、进行实验、**分析、综合、归纳和总结规律。**
- 2、建立力学模型和理论体系
- 3、理论用于实践

三、学习理论力学的目的

- 1、为解决工程问题打下一定的基础；
- 2、为学习后续课程打下一定的基础；
- 3、有助于学习其他科学技术理论。



2022年大学生数学建模大赛A题 波浪能最大输出功率设计

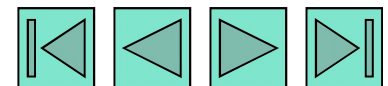
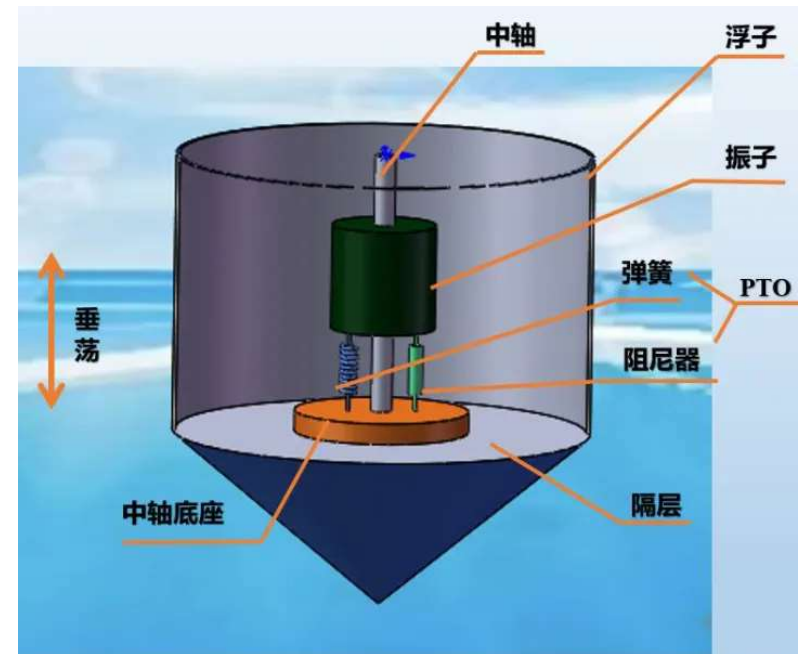
波浪能装置如右图，由浮子、振子、中轴以及能量输出系统（PTO，包括弹簧和阻尼器）构成，其中振子、中轴及PTO被密封在浮子内部，浮子由质量均匀分布的圆柱壳体和圆锥壳体组成两壳体。振子是穿在中轴上的圆柱体，通过PTO系统与中轴底座连接。

在波浪的作用下，浮子运动并带动振子运动，通过两者的相对运动驱动阻尼器做功，并将所做的功作为能量输出。

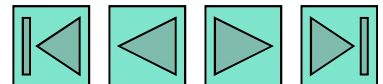
受力分析：浮体在波浪的作用下做摇荡运动时，会受到海水的作用，包括：附加惯性力（矩）、兴波阻尼力（矩）和静水恢复力。

核心模型：振子的位置 x_1 和浮子的位置 x_2 ，列动力学方程。

$$\begin{cases} f_{wave}(t) + c_1(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)) + k_2(x_2(t) - x_1(t)) = [m_1 + m(\infty)]\ddot{x}_1(t) + \int_0^t h(t-\tau)\dot{x}_1(\tau)d\tau + k_{zz}x_1(t) \\ c_1(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)) + k_2(x_2(t) - x_1(t)) = m_2\ddot{x}_2(t) \end{cases}$$



静力学引言



静力学研究的问题：

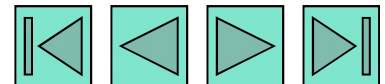
研究物体在力系（多个力）作用下平衡规律的科学。

包括：物体的受力分析、力系的等效替换（或简化）、建立各种力系的平衡条件。

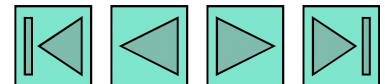
1、**物体的受力分析**：分析物体（包括物体系）受哪些力，每个力的作用位置和方向，并画出物体的**受力图**。

2、**力系的等效替换（或简化）**：用一个简单力系等效代替一个复杂力系—**简化为一个力和一个力矩**。

3、**建立各种力系的平衡条件**：建立各种力系的平衡条件，并应用这些条件解决静力学实际问题—**求解未知的约束力**

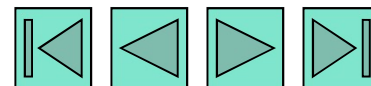


第一章 静力学公理和物体的受力分析



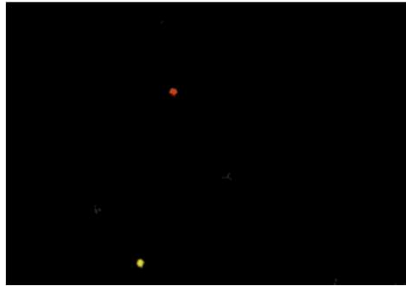
本章主要内容：

1. 力、刚体和平衡概念；
2. 五个静力学公理与两个推理；
3. 约束概念，各种常见约束的性质；
4. 对物体系统能地取分离体，画受力图。

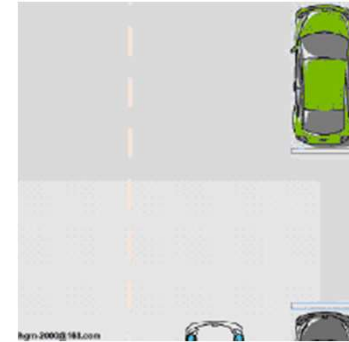


几个基本概念

刚体：在力的作用下，其内部任意两点间的距离始终保持不变的物体。
(刚体与质点的区别：有形状，有大小)



三体问题

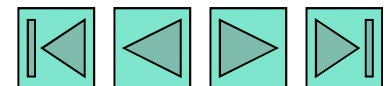
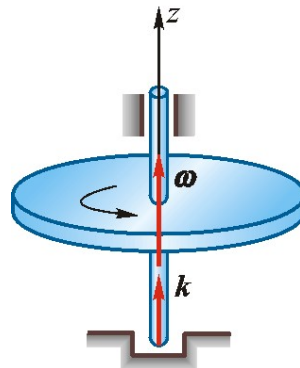


侧方停车

平衡：质点（系）的平衡与刚体的平衡

质点平衡：质点相对惯性参考系（如地面）**静止**或**匀速直线**运动（速度不变）

刚体平衡：刚体上存在某点（质心），该点相对惯性参考系（如地面）**的速度不变**，且**刚体绕该点转动的速度**（角速度）不变



力：物体间相互的机械作用，作用效果使物体的机械运动状态发生改变。

质点—力改变质点的速度（大小、方向）

刚体—力既会改变刚体上某点的速度，也会改变刚体绕该点转动的速度

力的三要素：大小、方向、作用点 \Longrightarrow 力是矢量。

力系：一群力。

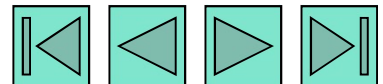
{ 平面汇交（共点）力系
平面平行力系
平面力偶系
平面任意力系

{ 空间汇交（共点）力系
空间平行力系
空间力偶系
空间任意力系

零力系：没有外力作用的力系

等效力系：作用于同一个物体产生了相同效果的两个力系

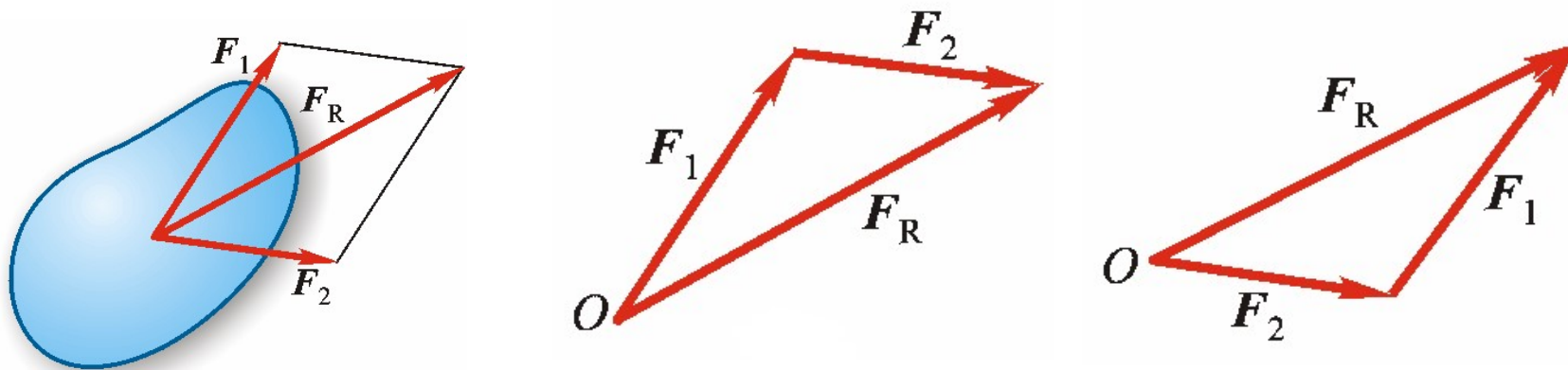
平衡力系：等效于零力系的力系



公理1 力的平行四边形法则

用于分析简化作用于刚体的力系，是人们长期生活和生产实践的经验总结，又经过实践反复检验，被确认是符合客观实际的规律

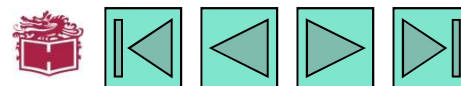
作用在物体上**同一点**的两个力，可以合成为一个合力。
合力的作用点也在**该点**，合力的大小和方向，由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定。



合力(合力的大小与方向) $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (矢量和)

亦可用力三角形求得合力矢 (收尾相连)

矢量加法与顺序无关 $\vec{F}_R = \vec{F}_2 + \vec{F}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$



公理2 二力平衡条件

作用在刚体上的两个力，使刚体保持平衡的必要和充分条件是：这两个力的大小相等，方向相反，且作用在同一直线上。

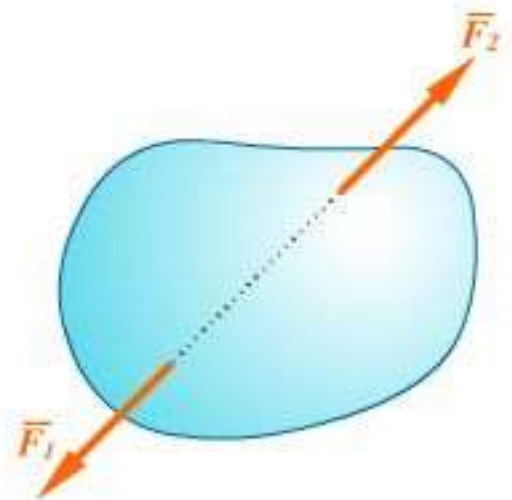
使刚体平衡的充分必要条件

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

公理2不是公理1的退化形式！

公理1：作用在同一个点

公理2：作用在同一条直线



最简单力系的平衡力系



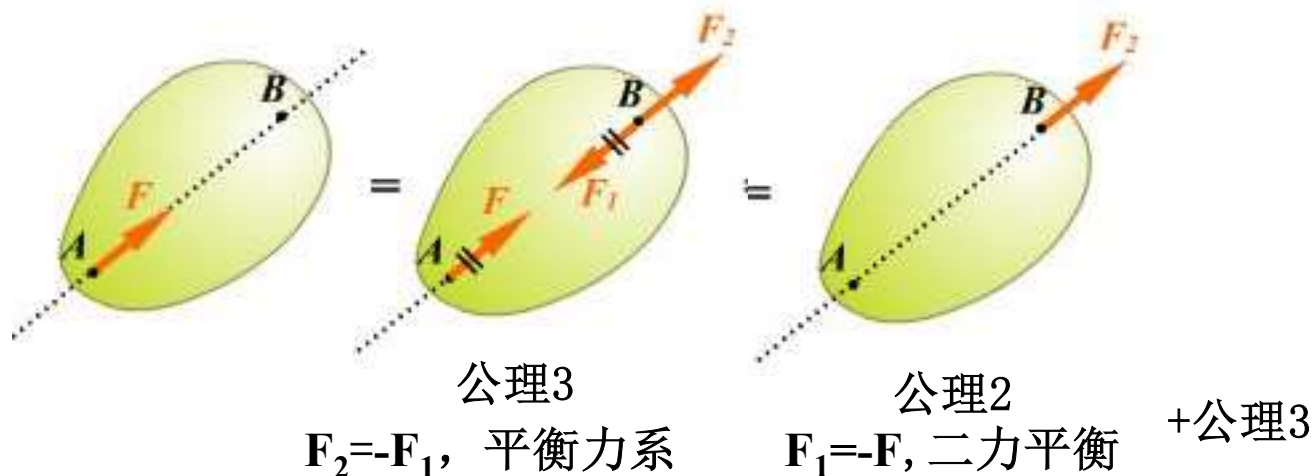
公理3 加减平衡力系原理

在已知力系上加上或减去任意的平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用。

推理1 力的可传性

作用于刚体上某点的力，可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点，并不改变该力对刚体的作用。

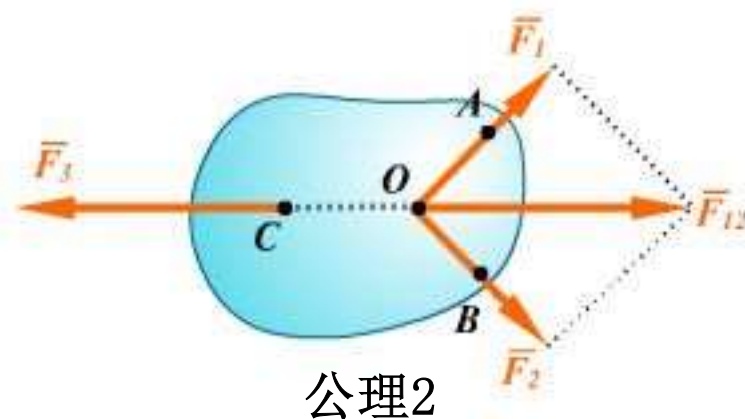
想象：
推桌子与
拉桌子



作用在刚体上的力的三要素为大小、方向和作用线。

推理2 三力平衡汇交定理

作用于刚体上三个相互平衡的力，若其中两个力的作用线汇交于一点，则此三力必在同一平面内，且第三个力的作用线通过汇交点。

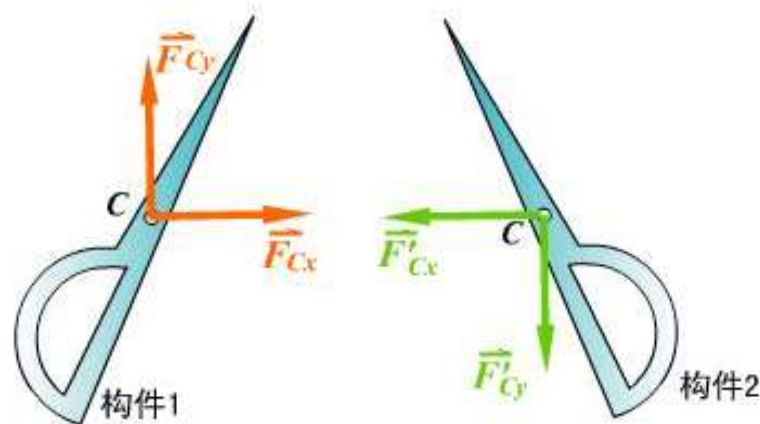
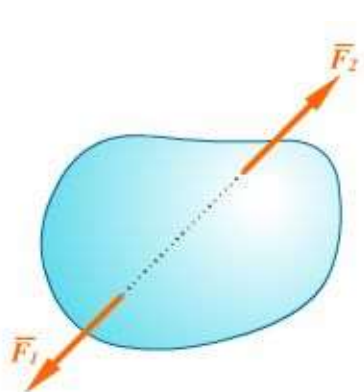


前提：三力平衡+两力相交
缺少任一前提均不成立，例如？

公理4 作用和反作用定律

作用力和反作用力总是同时存在，同时消失，等值、反向、共线，作用在相互作用的两个物体上。

在画物体受力图时要注意此公理的应用。
(注意与公理2：二力平衡的区别)



公理5 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡，如将此**变形体刚化为刚体**，其平衡状态保持不变。



柔性体（受拉力平衡）

刚化为刚体（仍平衡）

反之不一定成立。



刚体（受压平衡）

柔性体（受压不能平衡）

总结

公理1 力的平行四边形法则

公理2 二力平衡条件

公理3 加减平衡力系原理

公理4 作用和反作用定律

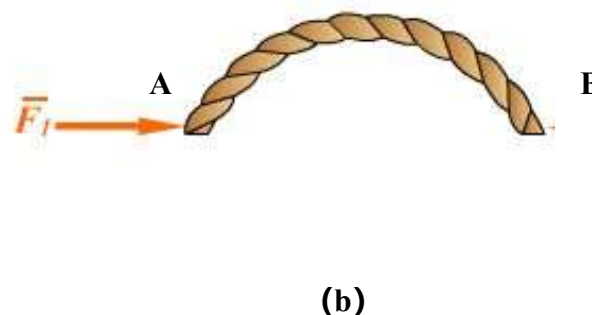
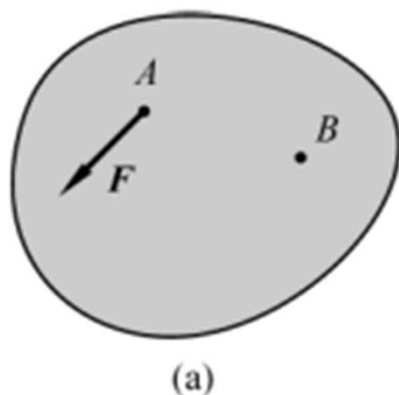
公理5 刚化原理

推理1 力的可传递性

推理2 三力平衡汇交定理



刚体上A点受到力 F 的作用，问能否在B点上加一个力使刚体平衡？



(a) 不能。

因为B不在 F 的作用线上，无法满足二力平衡的两个力作用线在同一直线上的条件

(b) 不能。

因为绳子无法满足刚化条件，二力平衡只在刚体上成立

约束： 对非自由体的位移起限制作用的周围物体.

约束力： 约束对非自由体的作用力，又称为约束反力，或反力.

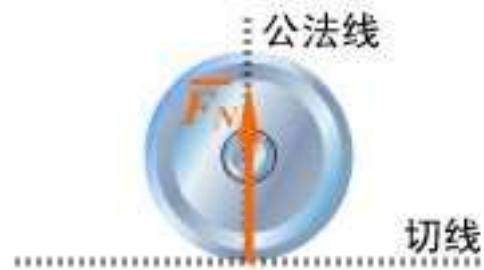
约束力 {

- 大小——待定（求解）
- 方向——与该约束所能阻碍的位移方向相反
- 作用点——接触处

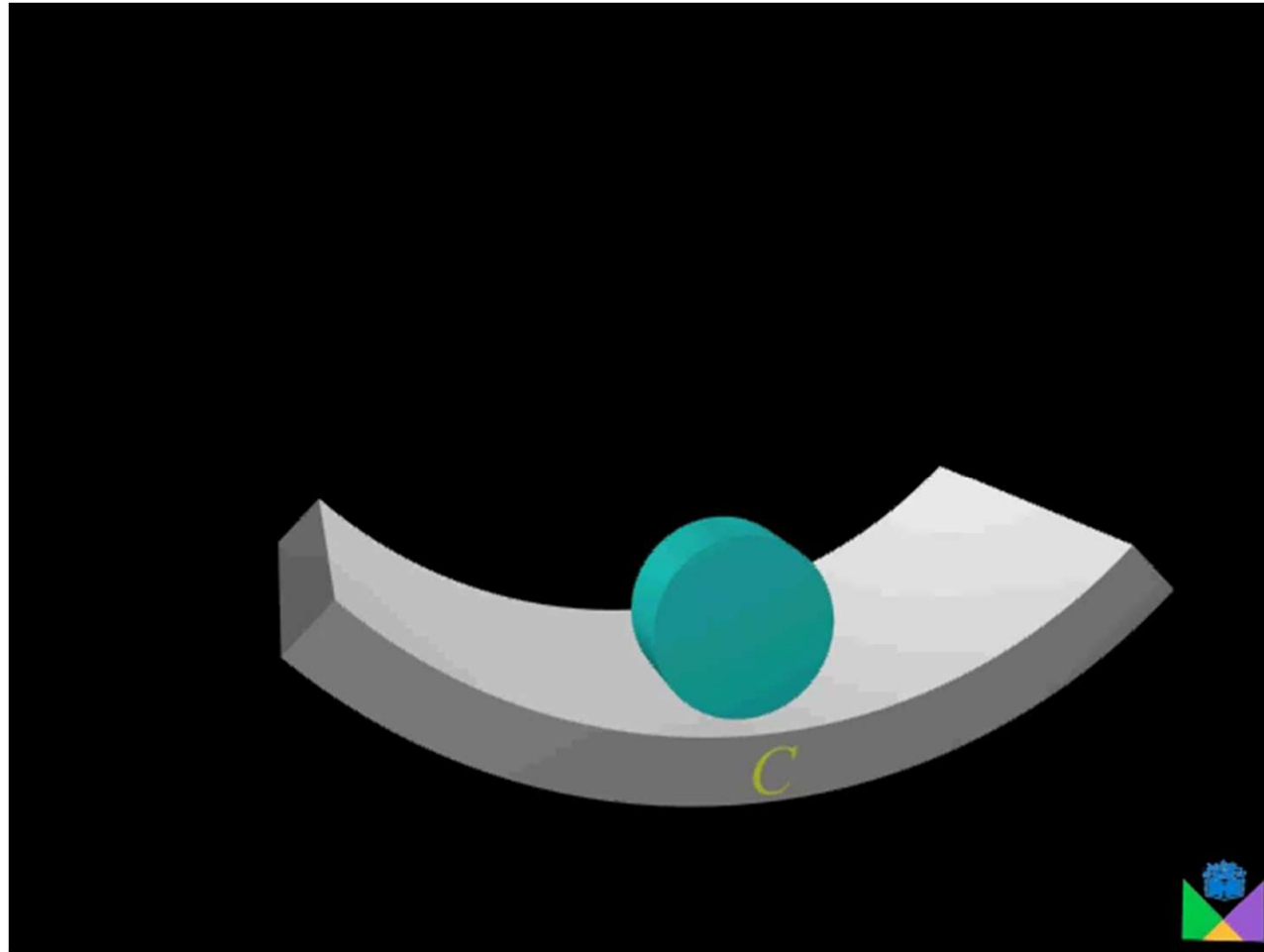


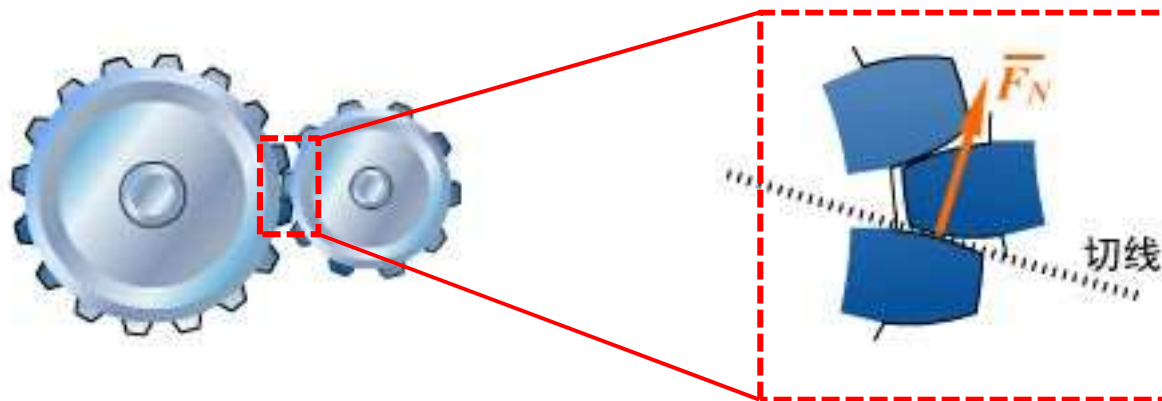
工程中常见的约束

1. 具有光滑接触面（线、点）的约束（光滑接触约束）



光滑接触面约束





光滑支承接触对非自由体的约束力，作用在接触处；方向沿接触处的公法线并指向受力物体，故称为法向约束力，用 \vec{F}_N 表示。



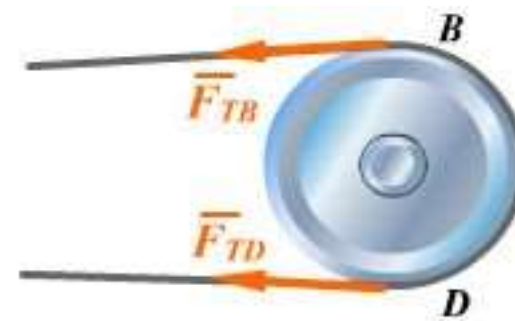
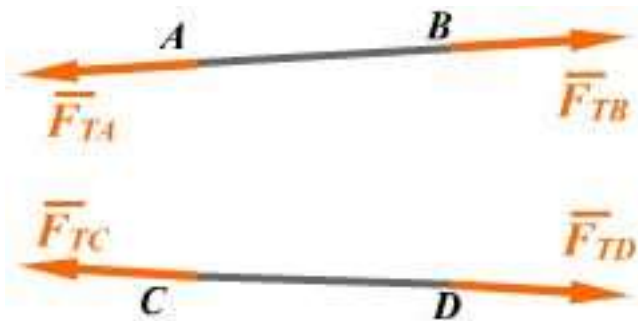
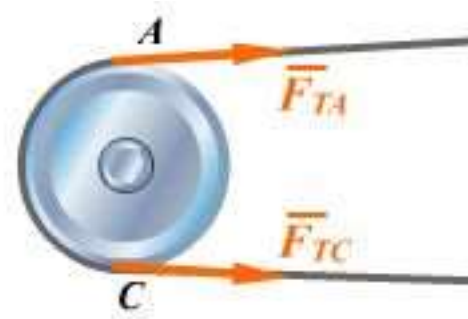
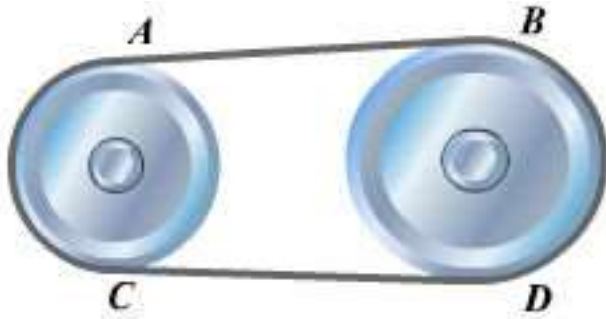
2. 由柔软的绳索、胶带或链条等构成的约束



柔索只能受拉力，又称张力. 用 \vec{F}_T 表示.

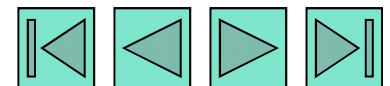


§ 1-2 约束和约束力



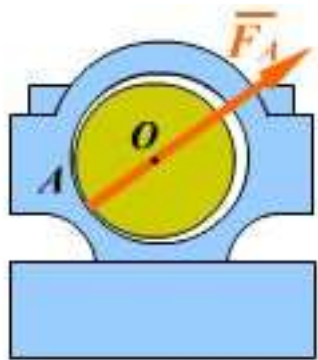
柔索对物体的约束力为拉力，沿着柔索背向被约束物体。

胶带对轮的约束力沿轮缘的切线方向，为拉力。



3. 光滑铰链约束（径向轴承、圆柱铰链、固定铰链支座等）

(1) 径向轴承（向心轴承）

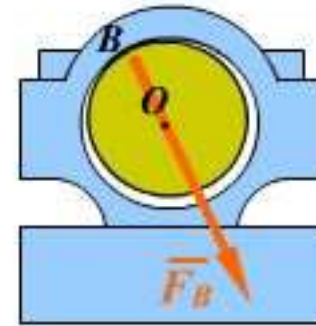
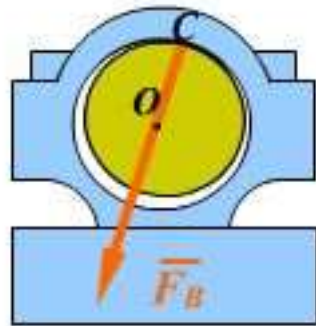


约束特点：

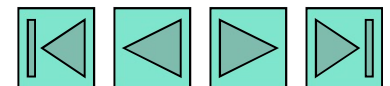
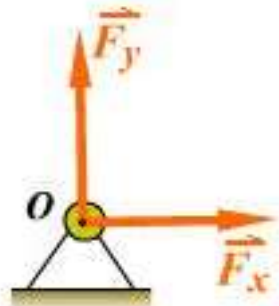
轴在轴承孔内，轴为非自由体、
轴承孔为约束。

约束力： 当不计摩擦时，轴与孔在接触处为光滑接触
约束——法向约束力。约束力作用在接触处，沿径向
指向轴心。

当外界载荷不同时，接触点会变，则约束力的大小与方向均有改变。

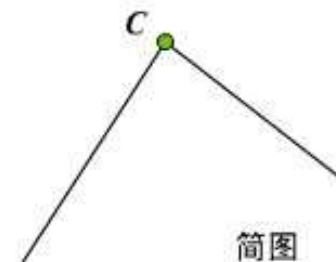
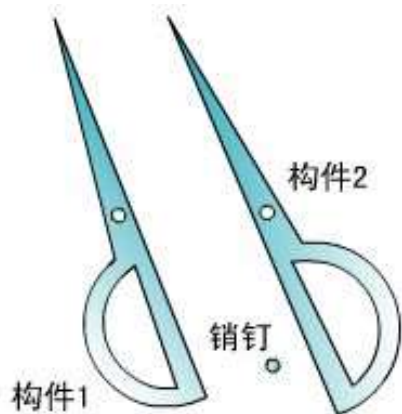


可用二个通过轴心的正交分力 \vec{F}_x, \vec{F}_y 表示。

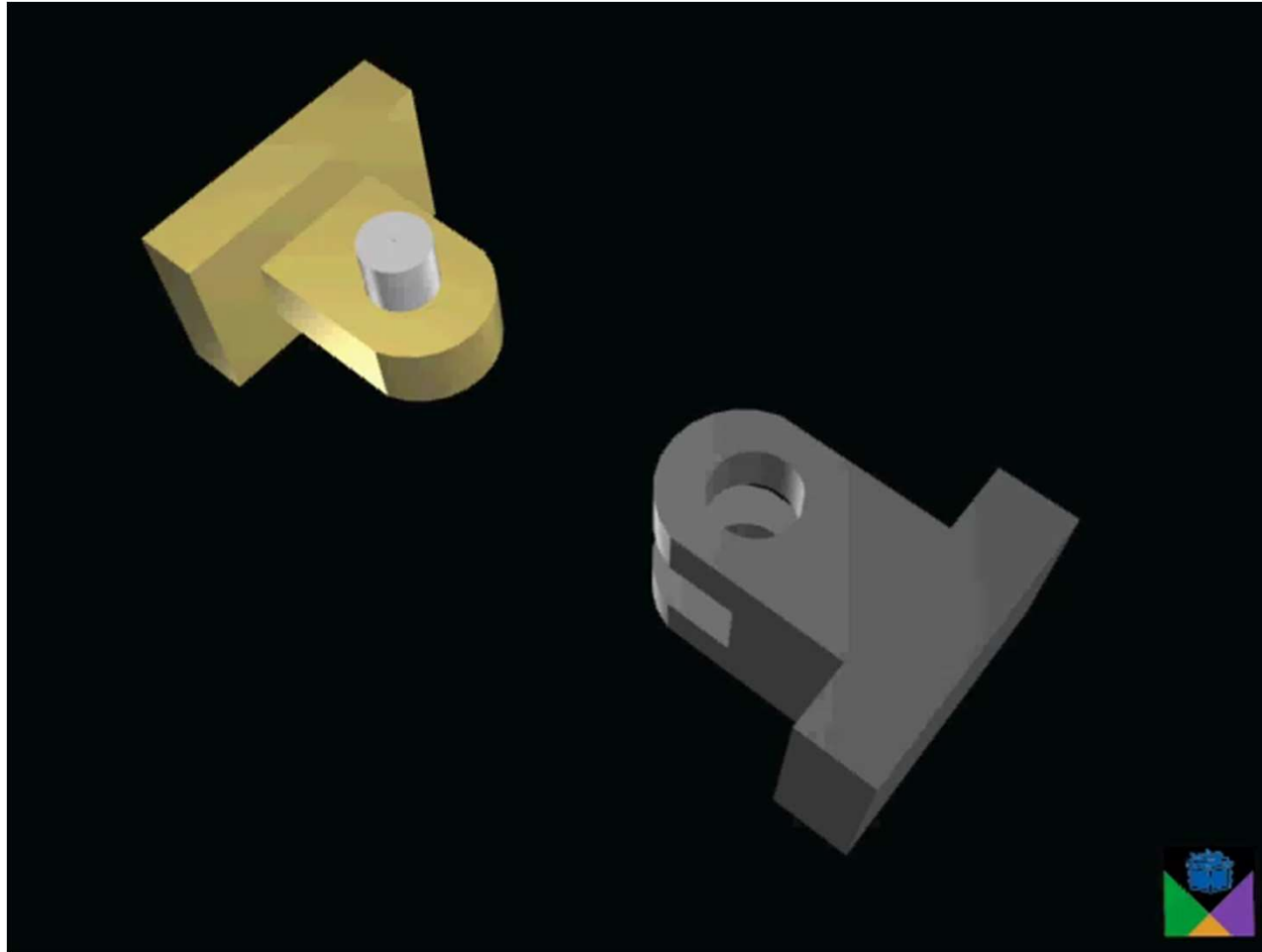


(2) 光滑圆柱铰链

约束特点：由两个各穿孔的构件及圆柱销钉组成，如剪刀。

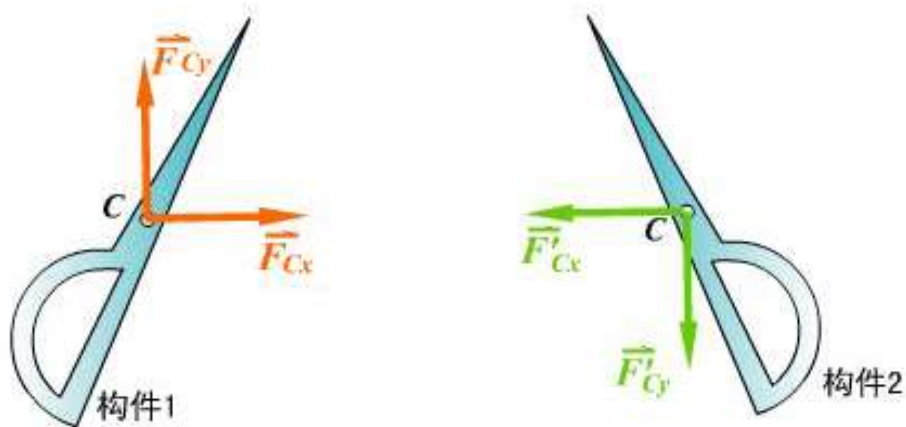


光滑圆柱铰链约束



约束力:

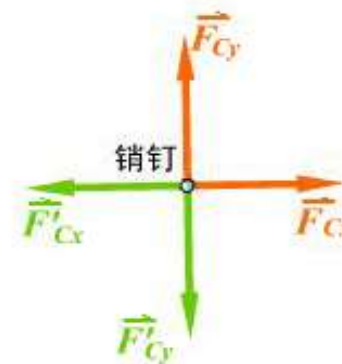
光滑圆柱铰链: 亦为孔与轴的配合问题, 与轴承一样, 可用两个正交分力表示.



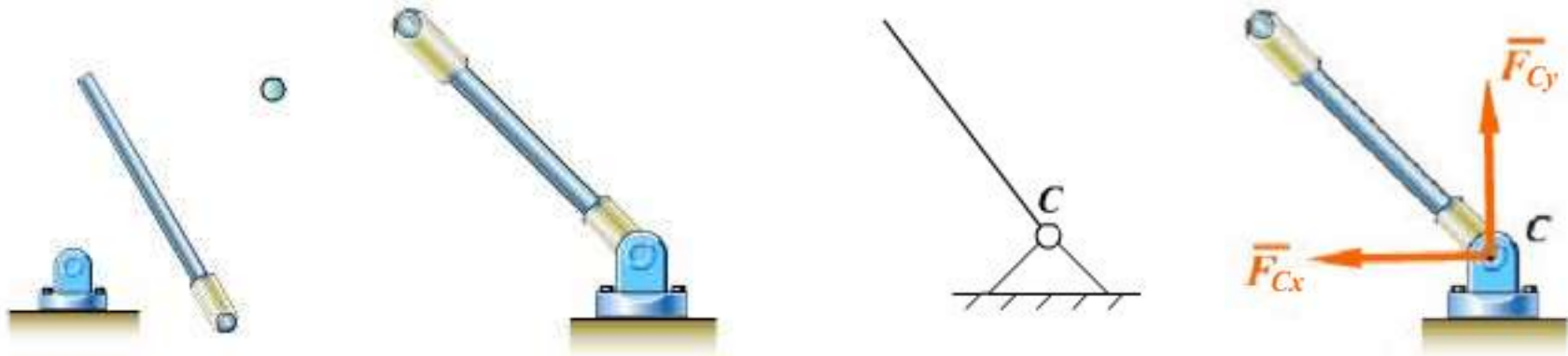
其中有作用反作用关系

$$\vec{F}_{Cx} = -\vec{F}'_{Cx}, \vec{F}_{Cy} = -\vec{F}'_{Cy}$$

一般不必分析销钉受力, 当要分析时, 必须把销钉单独取出.



(3) 固定铰链支座



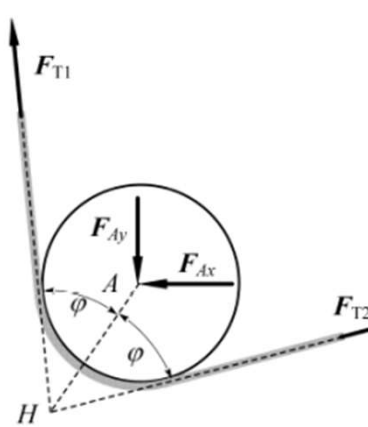
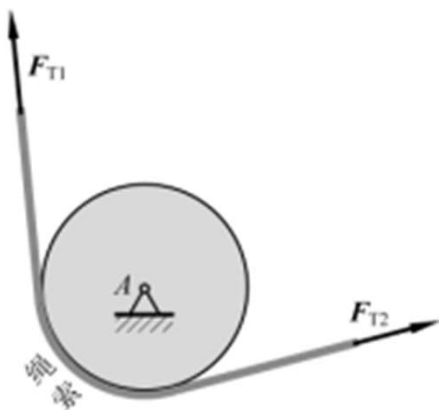
约束特点:由上面构件与地面或机架固定而成.

约束力: 与圆柱铰链相同

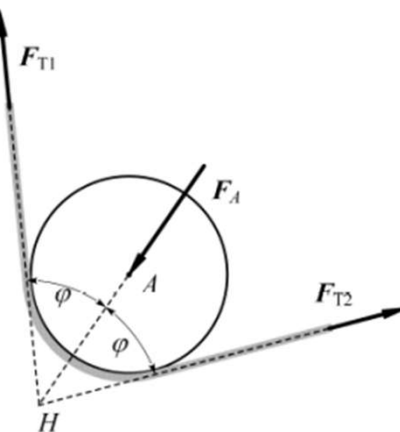
以上三种约束 (径向轴承、光滑圆柱铰链、固定铰链支座) 其约束特性相同, 均为轴与孔的配合问题, 都可称作光滑圆柱铰链.

思考题：柔索中拉力相等条件

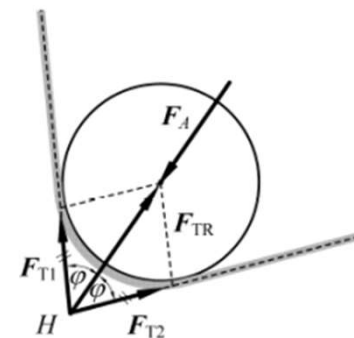
- 圆形定滑轮中的柔索拉力满足 $F_{T1} = F_{T2}$ 条件



解除约束的得到
约束力



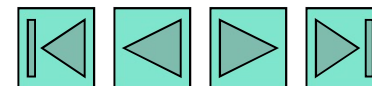
刚化假设（公理5）



三力平衡条件
力平行四边形
二力平衡

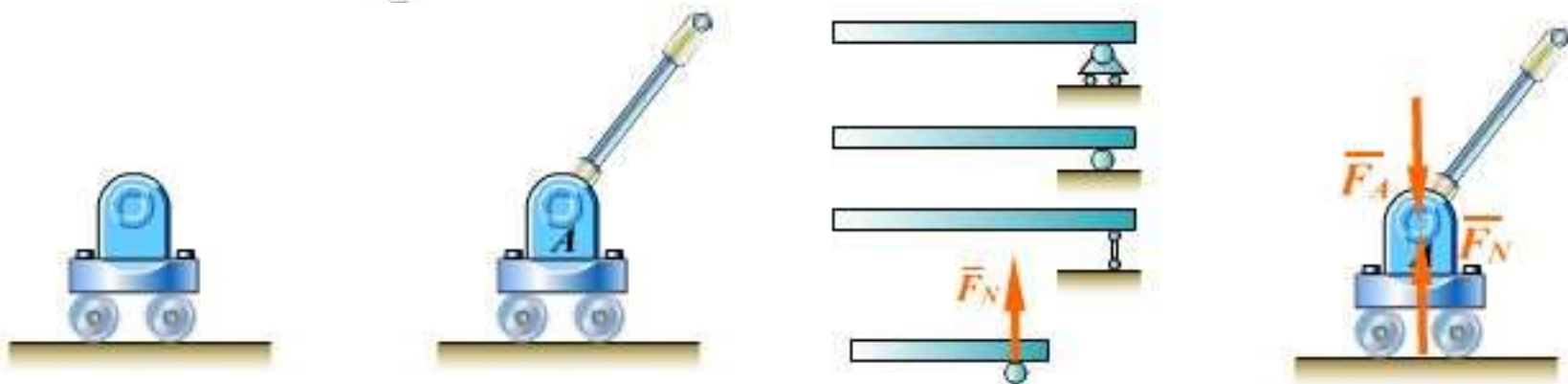
柔索中拉力相等的条件：

1. 滑轮保持平衡（静力学平衡）
2. 轮子形状必须是圆形（为什么？）



4. 其它类型约束

(1) 滚动支座

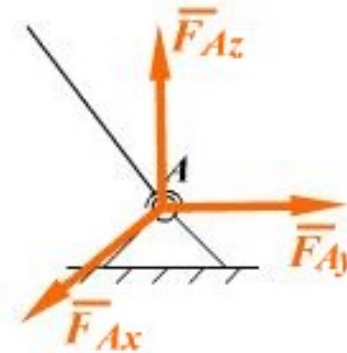
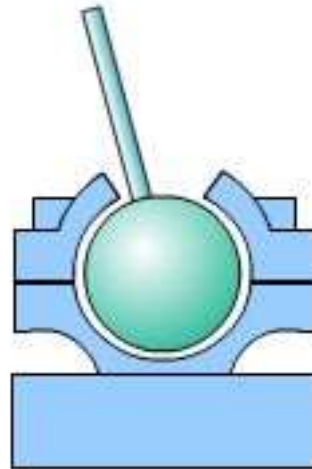
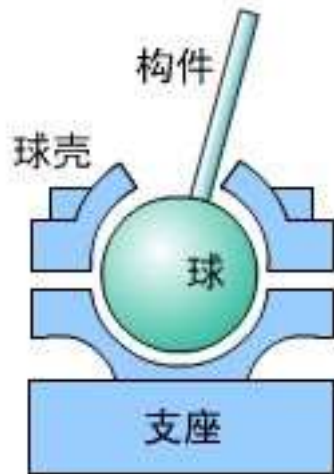


约束特点:

在上述固定铰支座与光滑固定平面之间装有光滑辊轴而成.

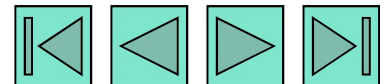
约束力: 构件受到垂直于光滑面的约束力.

(2) 球铰链



约束特点：通过球与球壳将构件连接，构件可以绕球心任意转动，但构件与球心不能有任何移动。

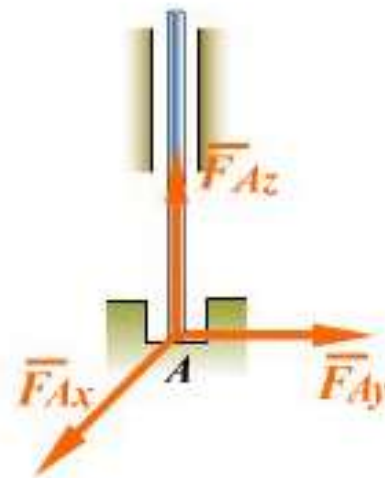
约束力：当忽略摩擦时，球与球座亦是光滑约束问题。约束力通过接触点，并指向球心，是一个不能预先确定的空间力。可用三个正交分力表示。



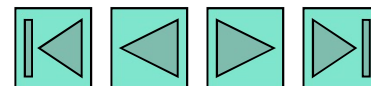
(3) 止推轴承

约束特点:

止推轴承比径向轴承多一个轴向的位移限制.

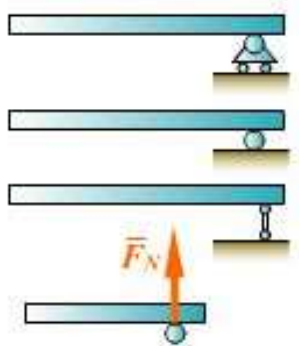


约束力: 比径向轴承多一个轴向的约束力, 亦有三个正交分力 $\vec{F}_{Ax}, \vec{F}_{Ay}, \vec{F}_{Az}$.

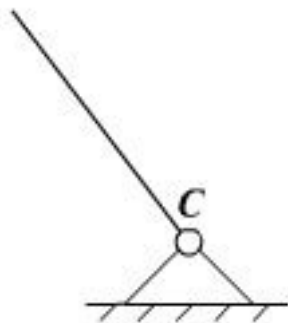


！！ 必须学会区分各种支座的示意图画法

(1) 滚动支座



(2) 固定铰链支座



(3) 光滑圆柱铰链 (径向轴承)

