回顾

1. 光的直线传播定律

2. 光的反射定律

3. 光的折射定律

4. 光的独立传播定律

5. 光路可逆性原理

全反射

1. 产生全反射的条件:

1)光需由光密介质射向光疏介质.

2) 入射角大于临界角.

$$\boxed{i_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1}}$$

费马原理

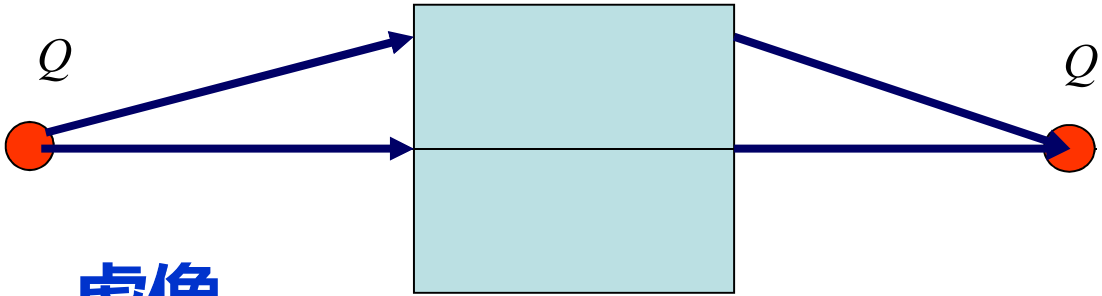
光线在空间两点之间的传播，将沿着光程为极值的路程传播。

$$\boxed{\int_P^Q n\,\mathrm{d}l = \text{极值}}$$

（极小，极大或恒定值）

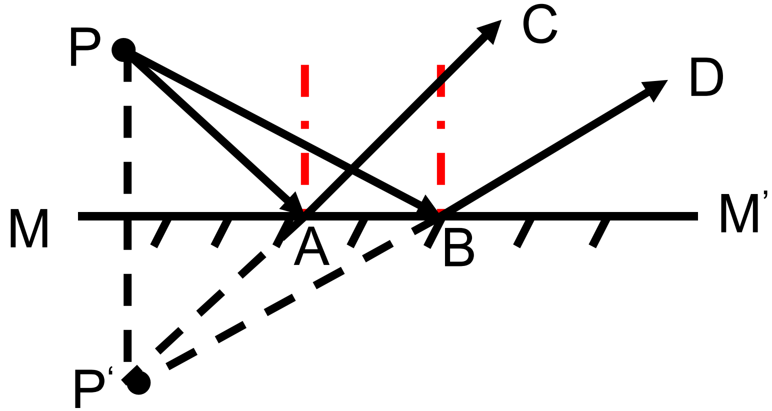
全反射：光由光密介质射向光疏介质，当入射角增大到某一角度时，折射角变成90度，继续增大入射角，光线将全部反射到光密介质中，折射光束消失的现象。

- **物像之间的等光程性**

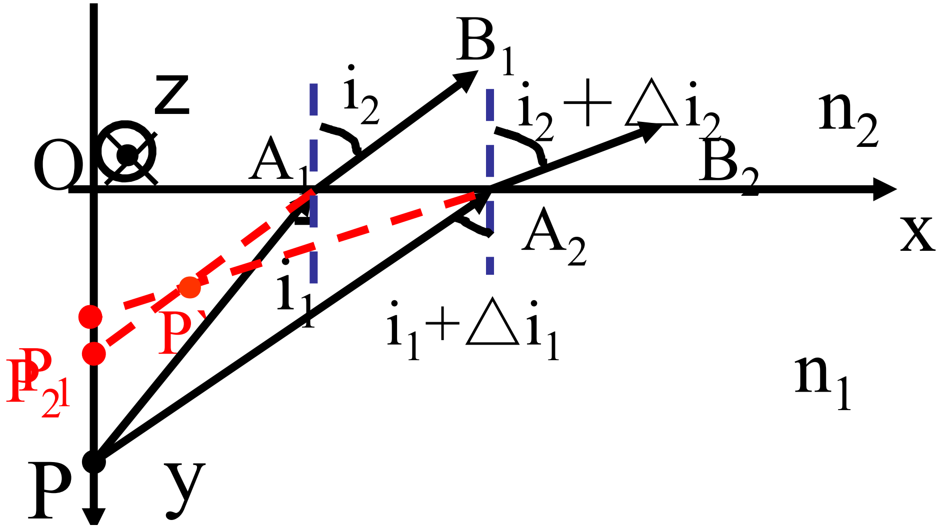


- **单心光束、实像、虚像**

- **光在平面上的反射**



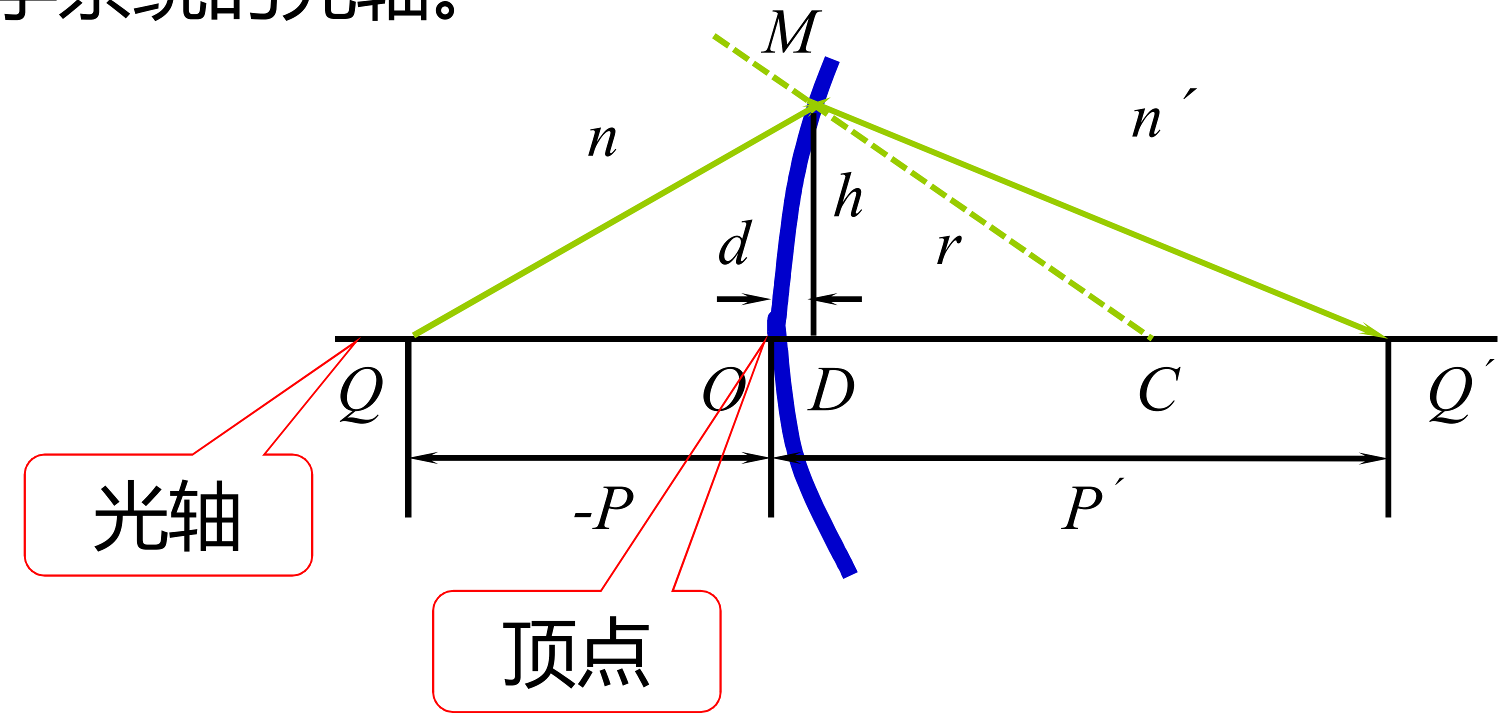
- **光在平面介面上的折射**

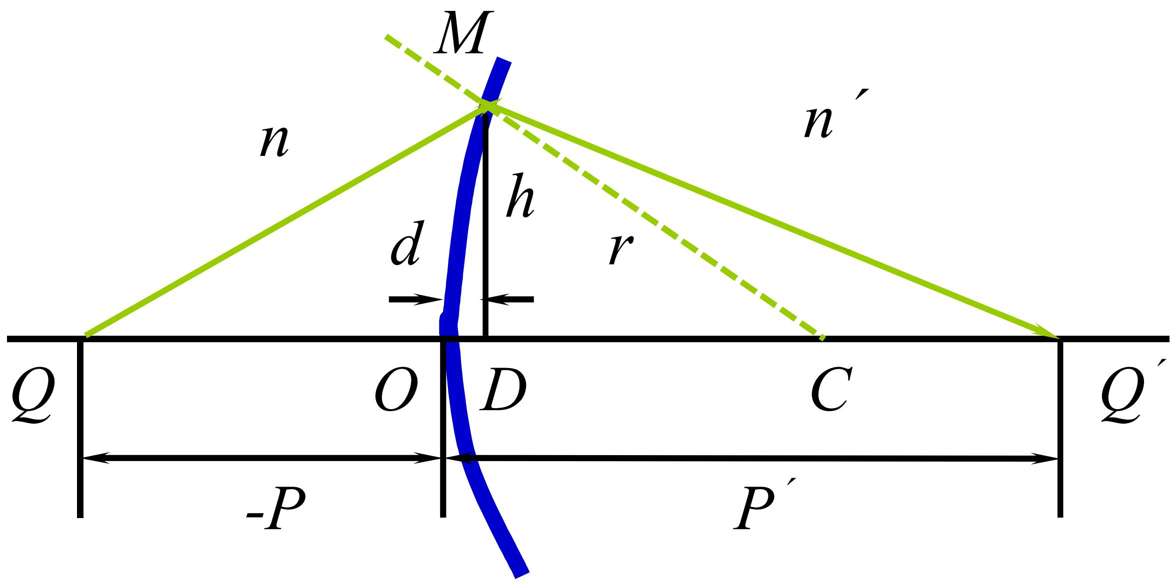


§5 光在单球面上的近轴成象

一.基本概念和符号规则

光轴：若光学系统由球面组成，各球心的连线在一条直线上，则称为共轴球面系统，这条直线为该光学系统的光轴。





符号规则:

★（1）线段：光轴方向上，以顶点为起点，沿光线进行方向为正，反之为负；垂直方向上，主光轴上方为正，反之为负。

（2）球面的曲率半径：球心在球面顶点的右方为正，反之为负。(自左向右为正方向)

（3）物距：自参考点（球面顶点、薄透镜的光心）到物点，沿光线方向为正，反之为负。

（4）象距：自参考点（球面顶点、薄透镜的光心）到象点，沿光线方向为正，反之为负。

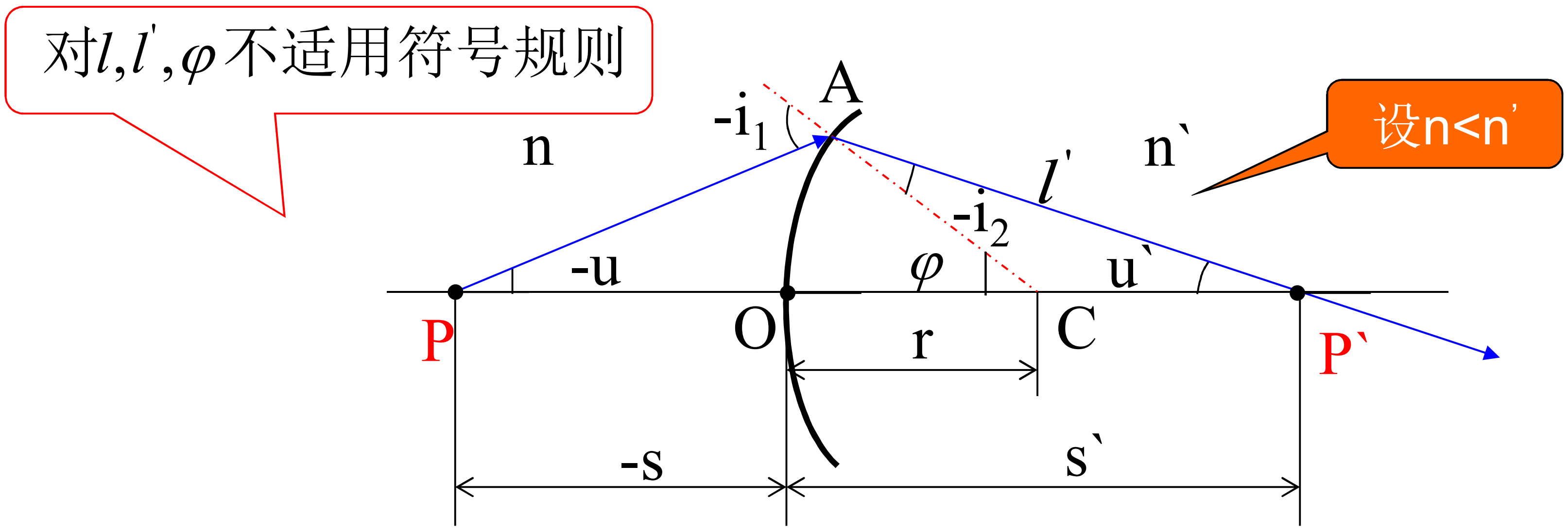
（5）物高和象高：物高和象高垂直于光轴，向上为正，反之为负。

★（6）角度：以光轴或界面法线为始边，旋转到该光线，旋转方向为顺时针，角度为正，反之为负。

★此外，还规定在图上只标记角度和线段的绝对值，若某一字母表示负的数值，则在其前面标以负号。
注：有的教材上没这规定。

二.球面折射对光束单心性的破坏

从主轴上P点发出单心光束，其中一条光线在球面上A点折射，折射光与主轴交于P`点。即P`为P的像。



在ΔPAC和$\Delta ACP'$中,由余弦定理有：

$$l=\sqrt{r^2+(r-s)^2-2r(r-s)\cos\varphi}$$

$$l'=\sqrt{r^2+(s'-r)^2+2r(s'-r)\cos\varphi}$$

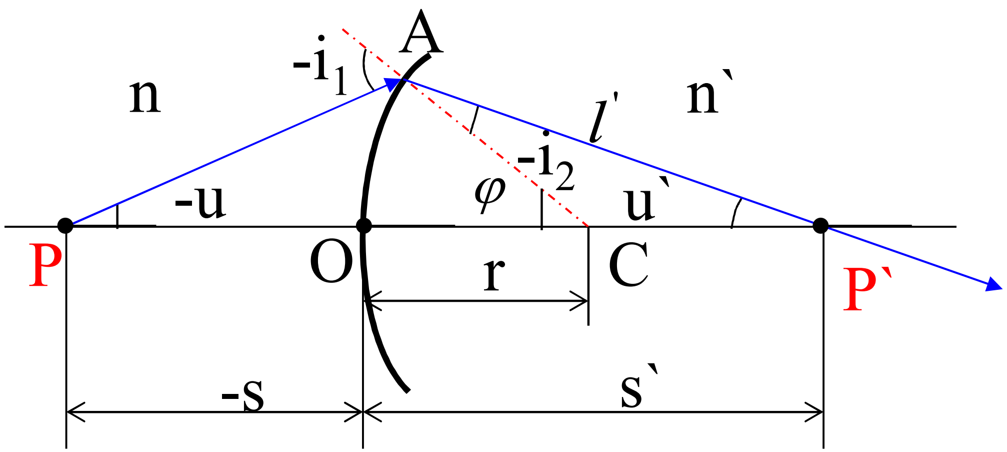
光程:

$$\therefore \Delta_{PAP'} = nl + n'l'$$

$$= n\sqrt{r^2 + (r-s)^2 - 2r(r-s)\cos\varphi}$$

$$+ n'\sqrt{r^2 + (s'-r)^2 + 2r(s'-r)\cos\varphi}$$

对给定的物点，不同的入射点，对应着不同的入射线和折射线，对应着不同的 φ。



$\therefore$由费马原理可知：当$\dfrac{d\Delta_{PAP'}}{d\varphi}=0$时，

$\Delta_{PAP'}$取得极值(

$$\therefore 由\frac{d\Delta_{PAP'}}{d\varphi}=\frac{n}{l}\left[2r\left(r-s\right)\sin\varphi\right]+\frac{n'}{l'}\left[-2r\left(s'-r\right)\sin\varphi\right]$$

$$=0$$

化简有：$\dfrac{n(r-s)}{l}-\dfrac{n'(s'-r)}{l'}=0$

$$即: \frac{n'}{l'}+\frac{n}{l}=\frac{1}{r}\left(\frac{n's'}{l'}+\frac{ns}{l}\right)$$

对一定的球面和发光点P（S一定），不同的入射点对应有不同的S'。即：**同一个物点所发出的不同光线经球面折射后不再交于一点。**

由P点所发出的单心光束经球面折射后，单心性被破坏

五.近轴光线下球面折射的物像公式

1.近轴光线条件及物像公式

当φ 很小时 $\cos\varphi \to 1$

$$l \approx \sqrt{r^2+(r-s)^2-2r(r-s)}=\sqrt{[r-(r-s)]^2}=-s$$

$$l' \approx \sqrt{r^2+(s'-r)^2+2r(s'-r)}=\sqrt{[r+(s'-r)]^2}=s'$$

$$\therefore \quad 由: \frac{n'}{l'}+\frac{n}{l}=\frac{1}{r}\left(\frac{n's'}{l'}+\frac{ns}{l}\right) \quad 得: \boxed{\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{n'-n}{r}}$$

物像关系式

2.讨论:

①当介质和球面一定时（n,n’,r 一定），S’与S一一对应，即：在近轴光线条件下光束单心性得到保持。

② 当介质和球面一定（即n,n',r 一定）时，

$$\frac{n'-n}{r}=const$$

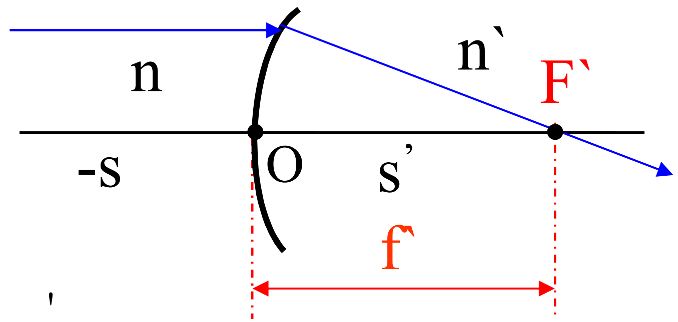
$$\boxed{\Phi=\frac{n'-n}{r}}$$

光焦度：表征球面光学性质

单位为屈光度(D)

计算时r 取米为单位

③焦点、焦距



A、像方焦点 F'、像方焦距f'

当 $s=-\infty$

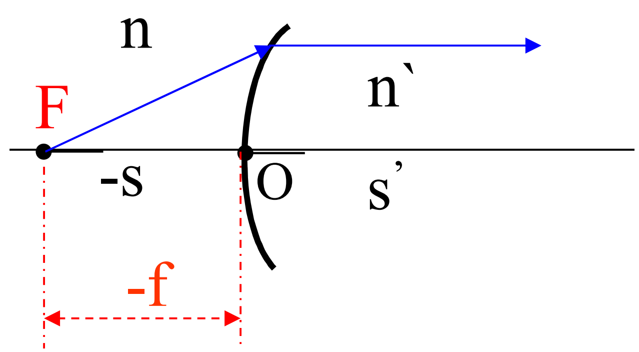
得：$f'=s'=\dfrac{n'}{n'-n}r$

B、物方焦点F、物方焦距 f

当 $s' = +\infty$ 时

得： $f = s = -\dfrac{n}{n' - n} r$

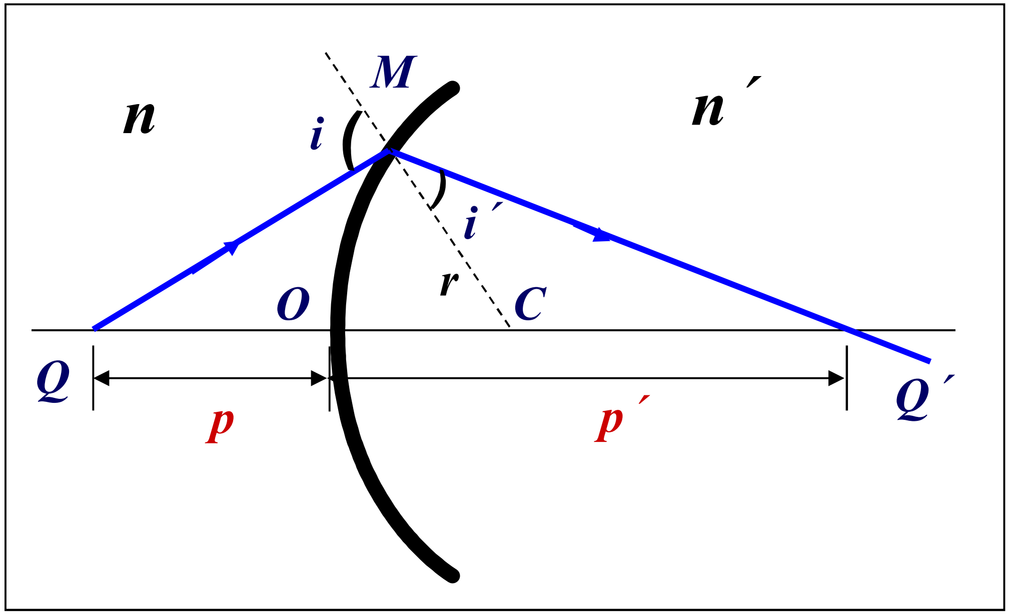
……物方焦距



C、 $\dfrac{f'}{f} = -\dfrac{n'}{n}$ $\quad \because \ n \neq n' \quad \Rightarrow |f| \neq |f'|$

“-”号表 f 与 f' 永远异号，即示物、像方焦点一定位于球面两侧。

2 像方焦距、物方焦距、高斯公式



物像关系式 $\boxed{\dfrac{n'}{p'}-\dfrac{n}{p}=\dfrac{n'-n}{r}}$ ①

像方焦距：$-p=\infty,\quad f'=p'=\dfrac{n'}{n'-n}r$ ②　　像方焦点F'

物方焦距：$p'=\infty,\quad f=p=-\dfrac{n}{n'-n}r$ ③　　物方焦点F

可得：$\dfrac{f'}{f}=-\dfrac{n'}{n}$ ④

将以上② ③ ④代入 ① 得：

单球面折射高斯公式 $\boxed{\dfrac{f'}{p'}+\dfrac{f}{p}=1}$

3.放大率

(1)垂轴放大率（横向放大率）

$$\boxed{\beta = \frac{y'}{y}}$$

$|\beta| > 1$ 为放大，

$|\beta| < 1$ 为缩小；

$\beta > 0$ 为正立像，

$\beta < 0$ 为倒立像。

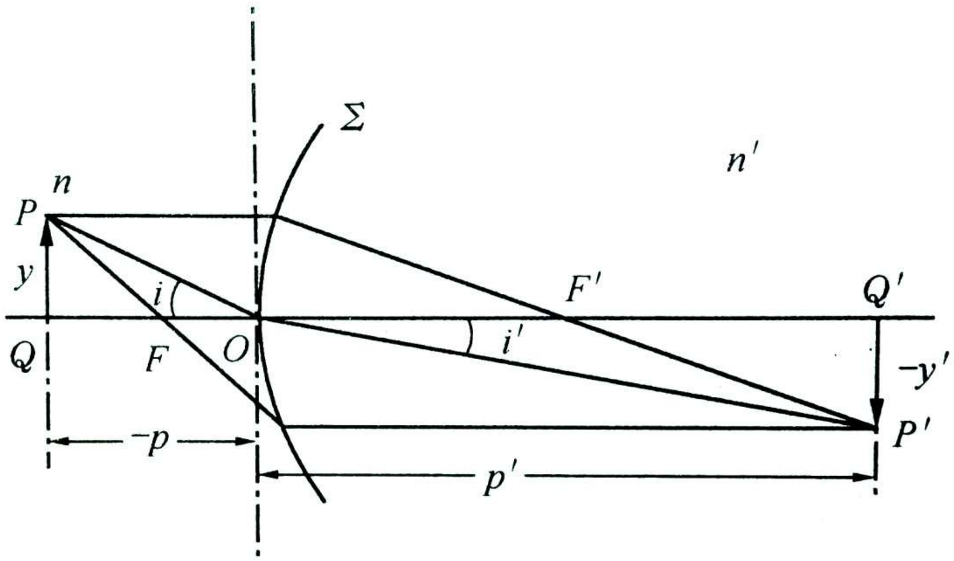


图 14-10 横向放大率

近轴： $\sin i \approx \tan i$

折射定律： $n \tan i \approx n' \tan i'$ $\qquad \dfrac{\tan i'}{\tan i} \approx \dfrac{n}{n'}$

由图： $\tan i = \dfrac{y}{-p}$， $\tan i' = \dfrac{-y'}{p'}$

$$\boxed{\therefore \beta = \frac{y'}{y} = \frac{np'}{n'p}}$$

近轴光线单球面折射成像公式

物像关系：
$$\boxed{\frac{n'}{p'}-\frac{n}{p}=\frac{n'-n}{r}} \qquad ①$$

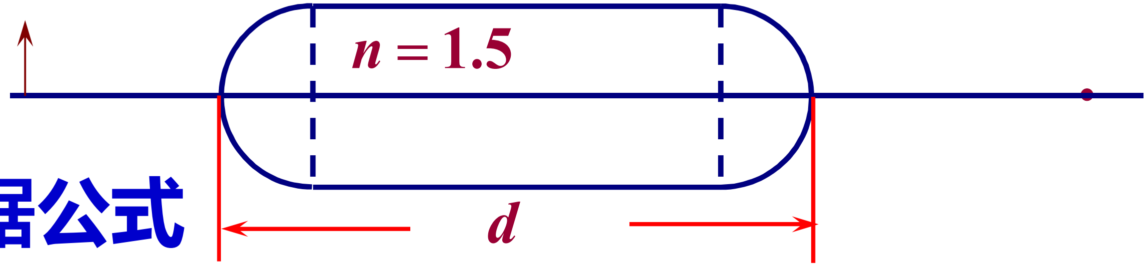
像方焦距：
$$\boxed{f'=\frac{n'}{n'-n}r} \qquad ②$$

物方焦距：
$$\boxed{f=-\frac{n}{n'-n}r} \qquad ③$$

高斯公式：
$$\boxed{\frac{f'}{p'}+\frac{f}{p}=1} \qquad ④$$

横向放大率：
$$\boxed{\beta=\frac{y'}{y}=\frac{np'}{n'p}} \qquad ⑤$$

例. 一折射率为1.50的玻璃棒，在其两端磨圆并抛光成半径为5cm的半球面，当一物放置于棒轴上离一端20cm处时，最后的像成在离另一端40cm处，此棒的长度为多少?



解：第一次成像，根据公式

$$\frac{n_1'}{l_1'}-\frac{n_1}{l_1}=\frac{n_1'-n_1}{r_1} \rightarrow \frac{1.5}{l_1'}-\frac{1}{-20}=\frac{1.5-1}{5} \Rightarrow l_1'=30\text{cm}$$

第二次成像，根据公式 $$\frac{n_2'}{l_2'}-\frac{n_2}{l_2}=\frac{n_2'-n_2}{r_2}$$

$$l_2=-(d-30)\text{cm}$$

$$\rightarrow \frac{1}{40}-\frac{1.5}{-(d-30)}=\frac{1-1.5}{-5} \Rightarrow d=50\text{cm}$$

所以棒长50cm

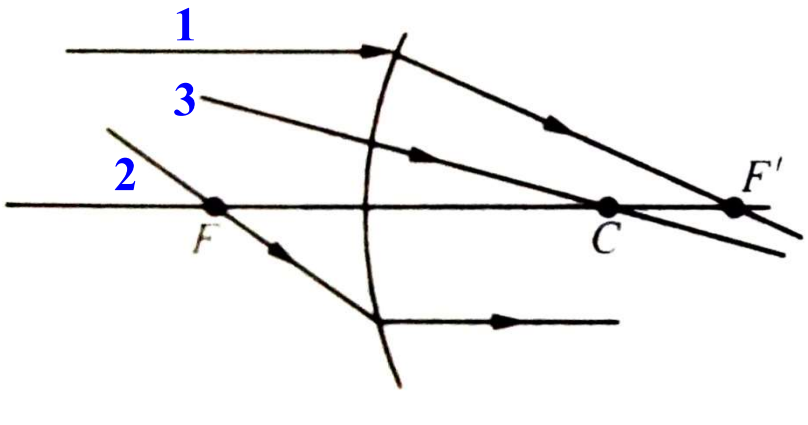
4. 单球面折射成像作图方法

三条特殊光线：

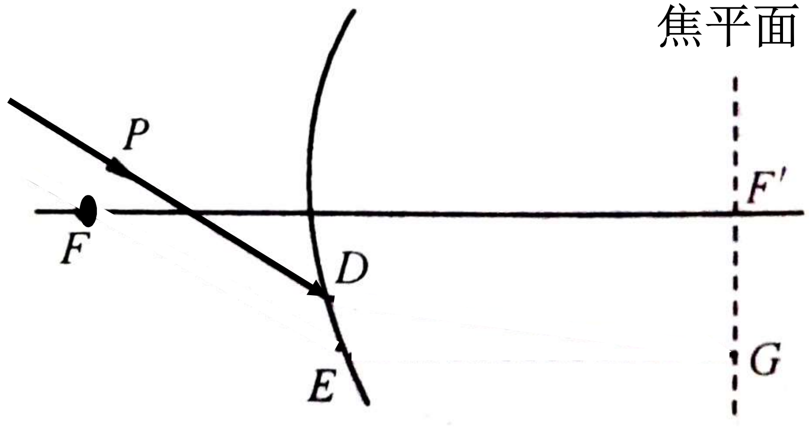
1　平行于主光轴的入射光线经球面折射后过像方焦点*F'*。

2　过物方焦点*F*的入射光线经球面折射后，平行于主光轴。

3　过球面曲率中心*C* 的光线方向不变。



(a)



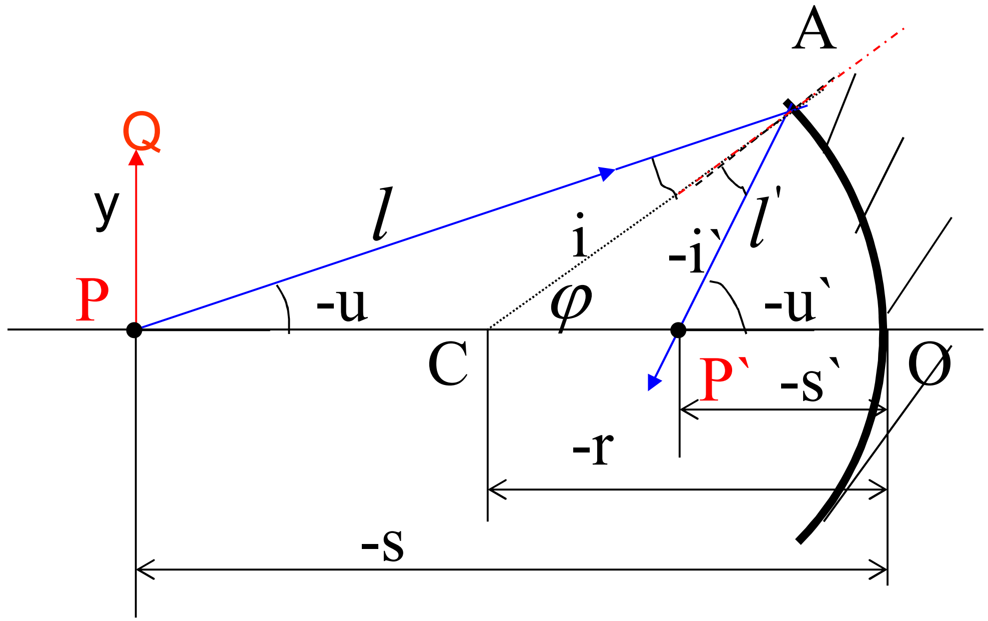
(b)

4　平行的入射光线经球面折射后会聚在焦平面的一点。

§6 光在球面上的反射成像

一、球面反射对单心性的破坏

从主轴上P点发出单心光束，其中一条光线在球面上A点反射，反射光与主轴交于P’点。即P’为P的像。



在ΔPAC和$\Delta P'AC$中由余弦定理有：

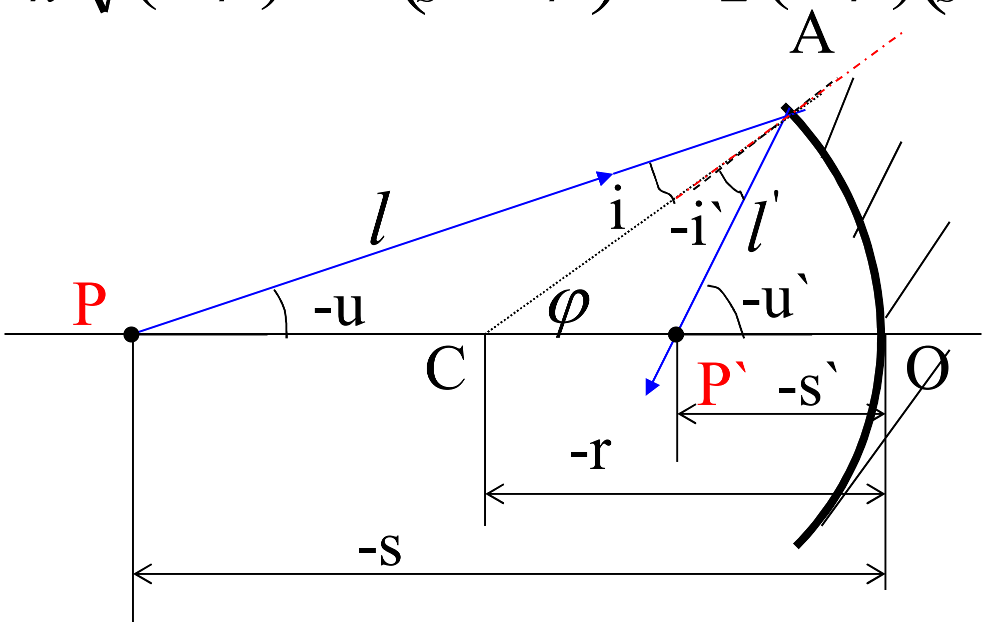
$$l=\sqrt{(-r)^2+(r-s)^2+2(-r)(r-s)\cos\varphi}$$

$$l'=\sqrt{(-r)^2+(s'-r)^2-2(-r)(s'-r)\cos\varphi}$$

光程：$\Delta_{PAP'} = nl + nl'$

$$= n\sqrt{(-r)^2 + (r-s)^2 + 2(-r)(r-s)\cos\varphi}$$

$$+ n\sqrt{(-r)^2 + (s'-r)^2 - 2(-r)(s'-r)\cos\varphi}$$



对给定的物点，不同的入射点，对应着不同的入射线和反射线，对应着不同的 φ 。

$\therefore$由费马原理可知：当$\dfrac{d\Delta_{PAP'}}{d\varphi}=0$时,

$\Delta_{PAP'}$取得极值

$$\therefore 由\frac{d\Delta_{PAP'}}{d\varphi}=\frac{n}{l}\left[-2r(r-s)\sin\varphi\right]+\frac{n}{l'}\left[2r\left(s'-r\right)\sin\varphi\right]=0$$

化简有：$\dfrac{r-s}{l}-\dfrac{s'-r}{l'}=0$　即：$\dfrac{1}{l'}+\dfrac{1}{l}=\dfrac{1}{r}\left(\dfrac{s'}{l'}+\dfrac{s}{l}\right)$

对一定的球面和发光点P（S一定），不同的入射点对应有不同的S‘。即：**同一个物点所发出的不同光线经球面反射后不再交于一点。**

由P点所发出的单心光束经球面反射后，单心性被破坏。

二、近轴光线下球面反射的物像公式

1.近轴光线条件

$$当\varphi很小时,\cos\varphi \to 1 \Rightarrow$$

$$l \approx \sqrt{(-r)^2+(r-s)^2+2(-r)(r-s)}$$

$$=\sqrt{[(-r)+(r-s)]^2}=-s$$

$$l' \approx \sqrt{(-r)^2+(s'-r)^2-2(-r)(s'-r)}$$

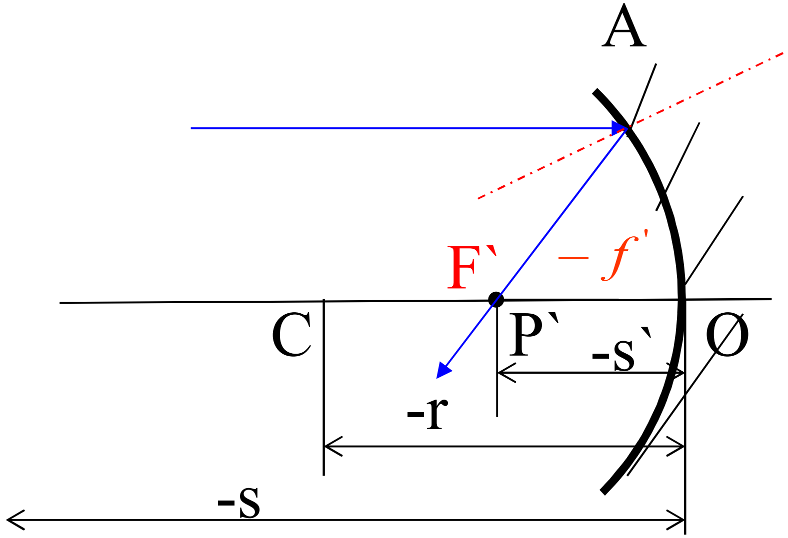
$$=\sqrt{[(-r)-(s'-r)]^2}=-s'$$

$$\therefore \quad 由:\frac{1}{l'}+\frac{1}{l}=\frac{1}{r}\left(\frac{s'}{l'}+\frac{s}{l}\right)$$

$$得:\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{2}{r}$$

即：对一定的反射球面，S ‘和 S一一对应，而与入射点无关。

∴ 由P点所发出的单心光束，经球面反射后将交于一点P‘，光束的单心性得以保持。一个物点将有一个确定像点与之对应。



光学上称：φ很小的区域为**近轴（或傍轴）**区域，此区域内的光线为**近轴光线。**

∴ 近轴条件下球面反射不破坏光束的单心性。

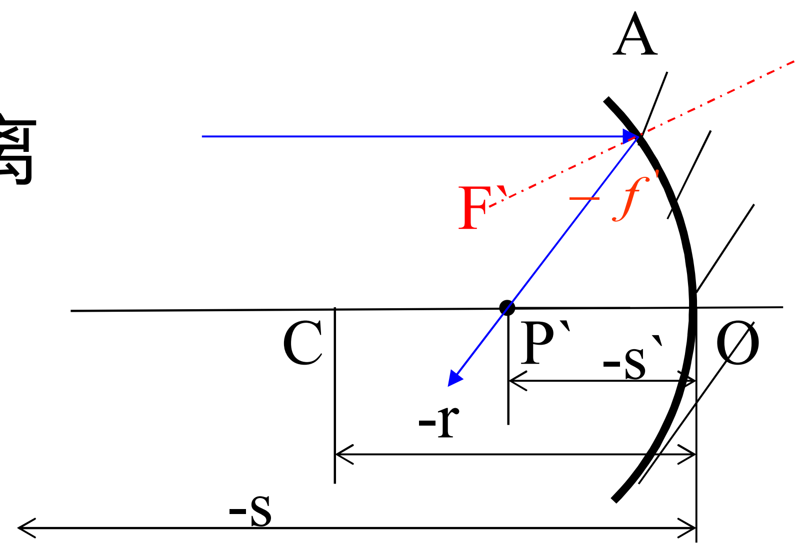
2.物像公式

当 s ＝ -∞ 有 $s' = \dfrac{r}{2}$

焦点：沿主轴方向的平行光束经球面反射后将会聚于主轴上一点，该点称为反射球面的焦点(F’)。

焦距：焦点到球面顶点的距离

$$\left(f' = \frac{r}{2}\right)。$$



$$\therefore \quad \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

球面反射的物象公式

说明：

1、它是球面反射成像的基本公式，只在近轴条件下成立；

2、式中各量必须严格遵从符号法则；

3、对凸球面反射同样适用；

4、当光线从右至左时同样适用。

§7 薄透镜

一、 透镜

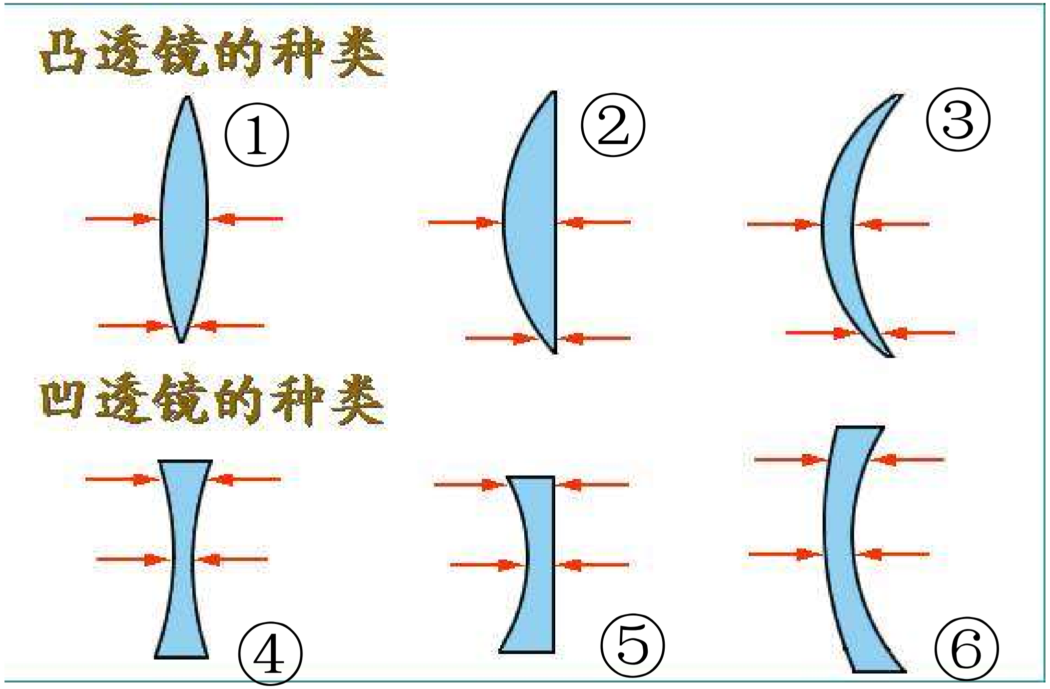
透镜——将玻璃、水晶等磨成两面为球面（或一面为平面）的透明物体。

凸透镜：

中间厚边缘薄的透镜。

凹透镜：

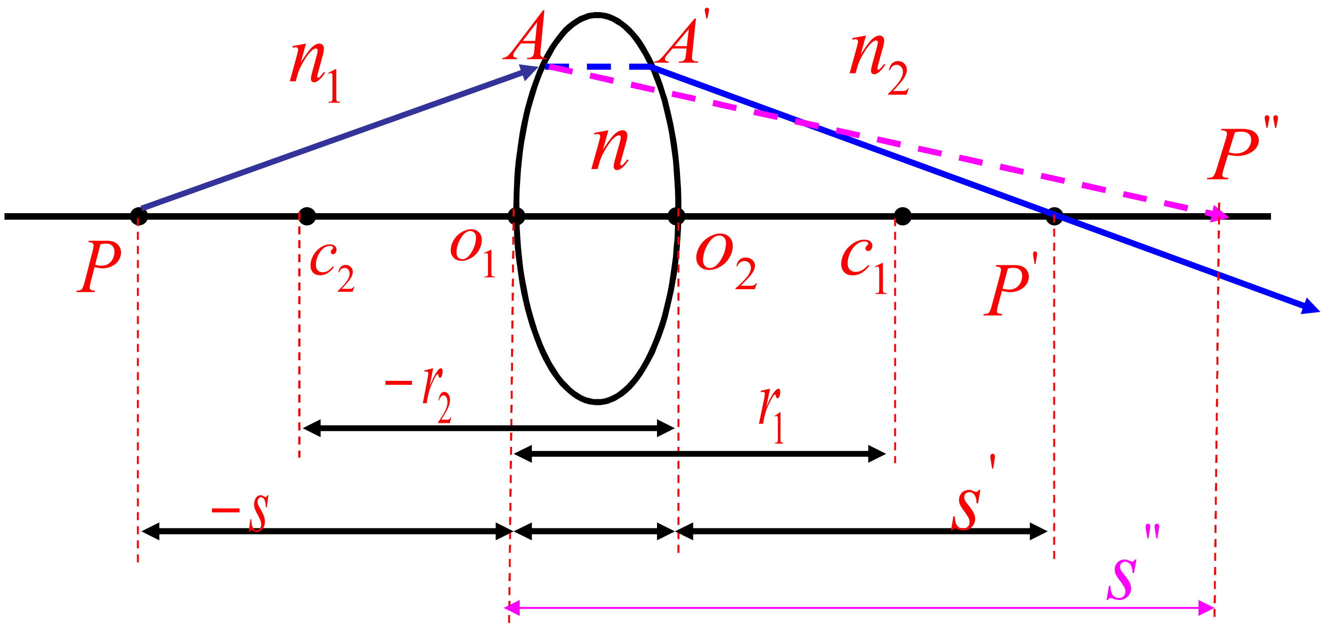
中间薄边缘厚的透镜。



①双凸透镜，②平凸透镜，③凹凸透镜，
④双凹透镜，⑤平凹透镜，⑥凸凹透镜。

二、近轴条件下薄透镜的物像公式

1、物像公式 在近轴光线条件下应用球面折射成象公式（逐个球面成像法）：



第一个球面：$$\frac{n}{s''}-\frac{n_1}{s}=\frac{n-n_1}{r_1}$$

第二个球面面：$$\frac{n_2}{s'}-\frac{n}{s''-t}=\frac{n_2-n}{r_2}$$

对薄透镜　$t \to 0$, 即 $t << s''$

略去　后，两式相加得：

$$\boxed{\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n - n_1}{r_1} + \frac{n_2 - n}{r_2}}$$

薄透镜物像公式

光焦度：$\frac{n_L - n_1}{r_1} + \frac{n_2' - n_L}{r_2} = \Phi_1 + \Phi_2 = \Phi$

得薄透镜物象公式：

$$\boxed{\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \Phi}$$

2、高斯公式

物方焦距 $f=\lim_{s'\to\infty} s=-n_1 \Big/ \left(\dfrac{n-n_1}{r_1}+\dfrac{n_2-n}{r_2}\right)$

像方焦距 $f'=\lim_{s\to\infty} s'=n_2 \Big/ \left(\dfrac{n-n_1}{r_1}+\dfrac{n_2-n}{r_2}\right)$

物象公式变为: $$\frac{f'}{s'}+\frac{f}{s}=1$$

当透镜两边介质相同时: $f'=-f$

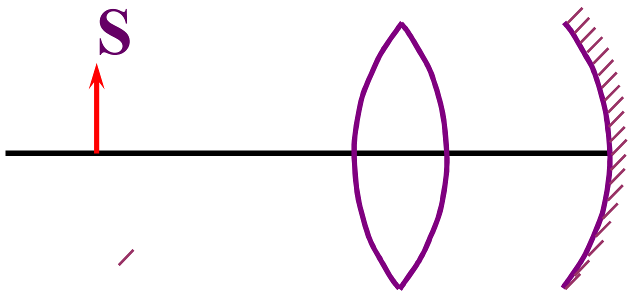
公式变为: $$\boxed{\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}}$$

例. 如图所示，一个双凸透镜（f=6.0cm）；一个凹面反射镜（R=20cm）；一物体高4cm，在透镜前12cm，透镜在凹反射镜前2cm，

（1）计算其影像的位置。

（2）其像是实像还是虚像，正立还是倒立。

解：（1）经凸透镜第一次成像



$$\frac{1}{l_1'}-\frac{1}{l_1}=\frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{l_1'}-\frac{1}{-12}=\frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow l_1' = 12\text{cm}$$

凸透镜右12cm，距离凹面反射镜10cm。

经凹面反射镜第二次成像

$$\frac{1}{l_2'}+\frac{1}{l_2}=\frac{2}{r} \quad \rightarrow \frac{1}{l_2'}+\frac{1}{10}=\frac{2}{-20}$$

$$\Rightarrow l_2' = -5\text{cm}$$ 在反射镜前5cm

再此经凸透镜第三次成像

$$\frac{1}{l_3'}-\frac{1}{l_3}=\frac{1}{f'}$$

光线从右到左（顺着光线走）

$$\rightarrow\frac{1}{l_3'}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}\qquad\Rightarrow l_3'=2\text{cm}$$

透镜左侧2cm

（2） $\beta_1=\dfrac{l_1'}{l_1}=\dfrac{12}{-12}=-1\qquad \beta_2=-\dfrac{l_2'}{l_2}=-\dfrac{-5}{10}=\dfrac{1}{2}$

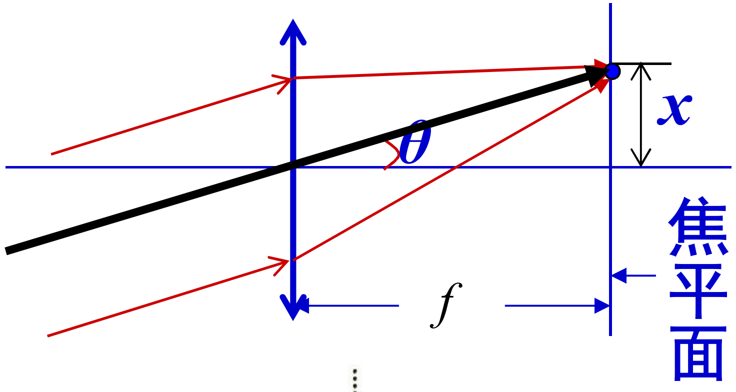
$$\beta_3=\frac{l_3'}{l_3}=\frac{2}{3}\qquad \beta=\beta_1\beta_2\beta_3=-\frac{1}{3}$$

$\because l_3>0\quad\therefore$ 倒立实像

薄透镜成像的作图法

1. 通过光心的光线不改变方向

2. 平行于该光线的其它光线通过薄透镜后与该光线在焦平面上汇聚在一点。



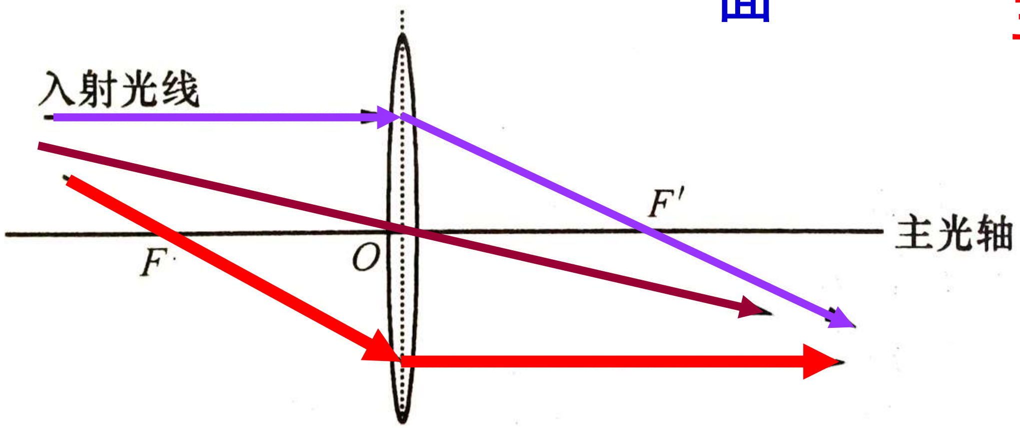
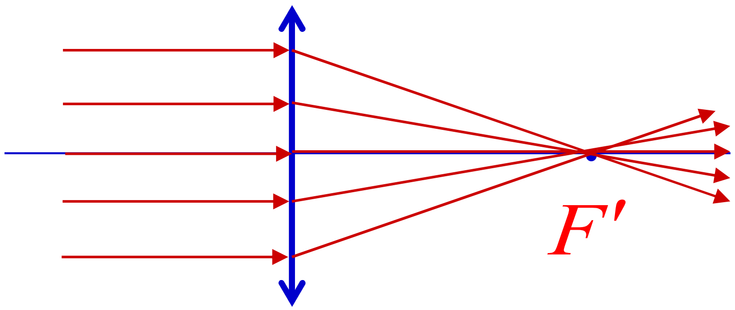


图 14-15　薄透镜成像作图的三条典型光线

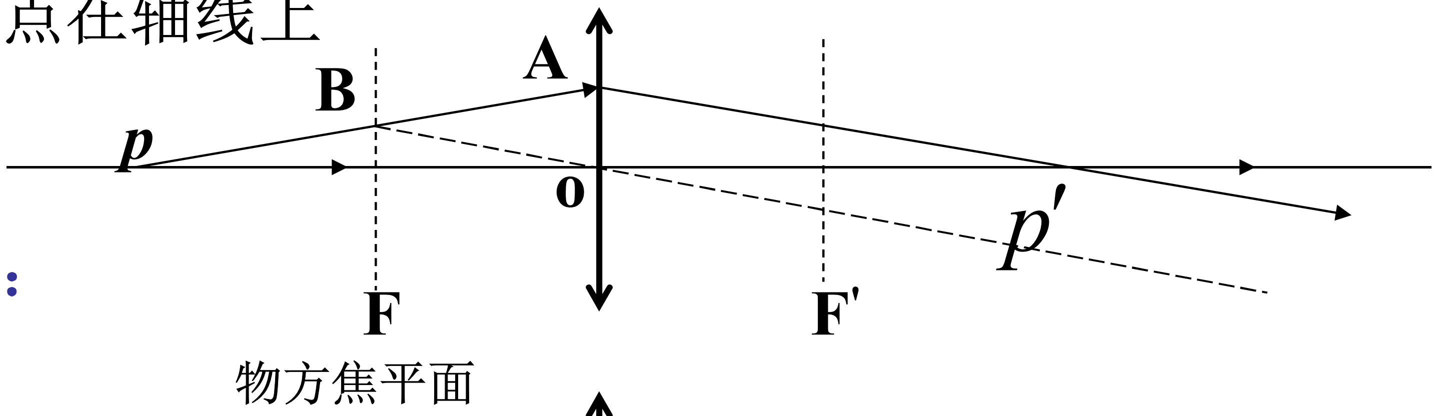
3. 与主轴平行的光通过透镜后汇聚于像方焦点F’。

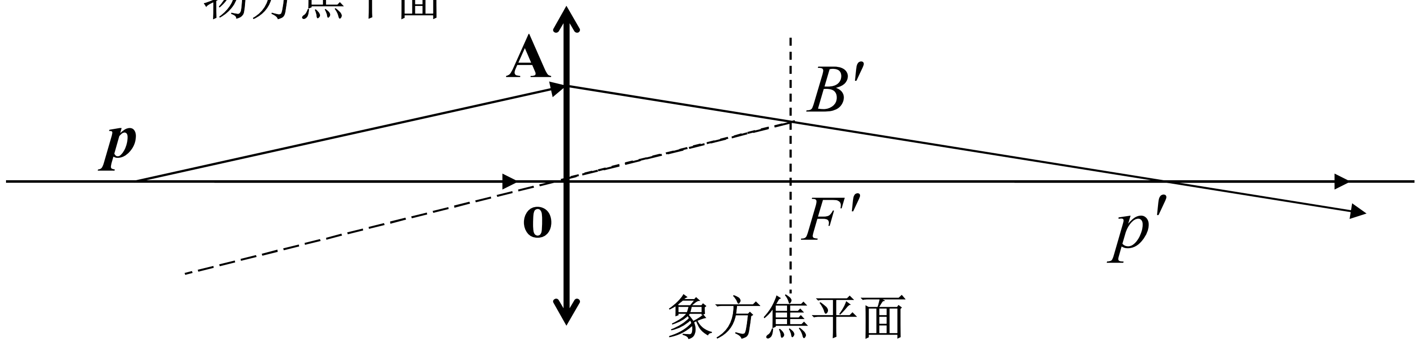


4. 过物方焦点F的入射光线，其出射后光线平行于主光轴。

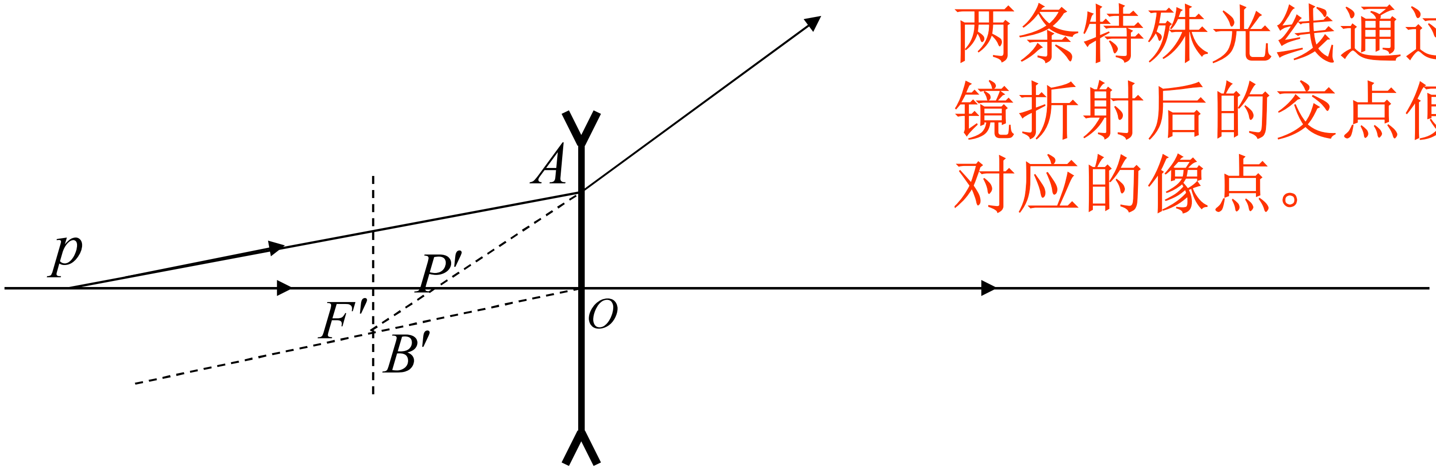
（1）物点在轴线上

凸透镜：





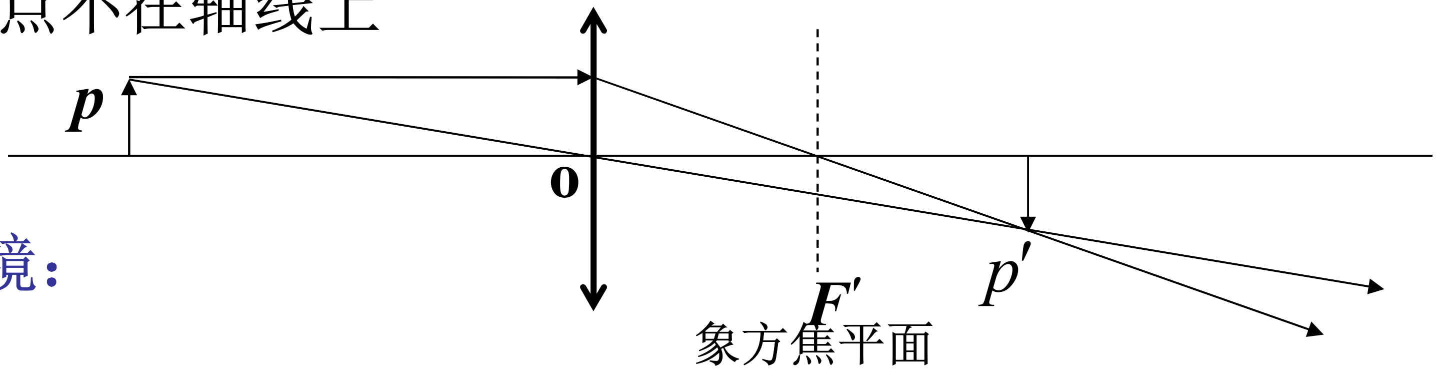
凹透镜：

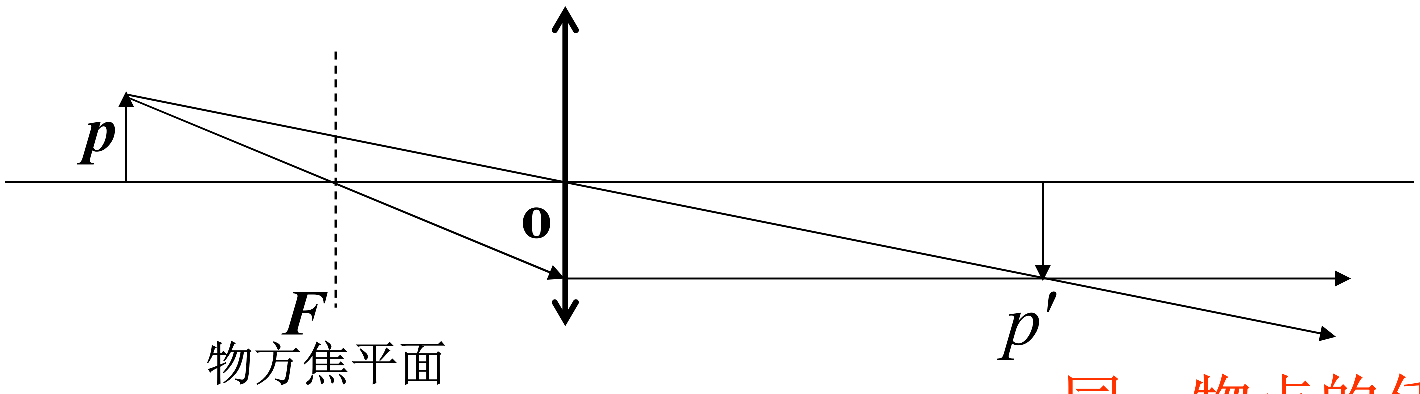


同一物点的任意两条特殊光线通过透镜折射后的交点便是对应的像点。

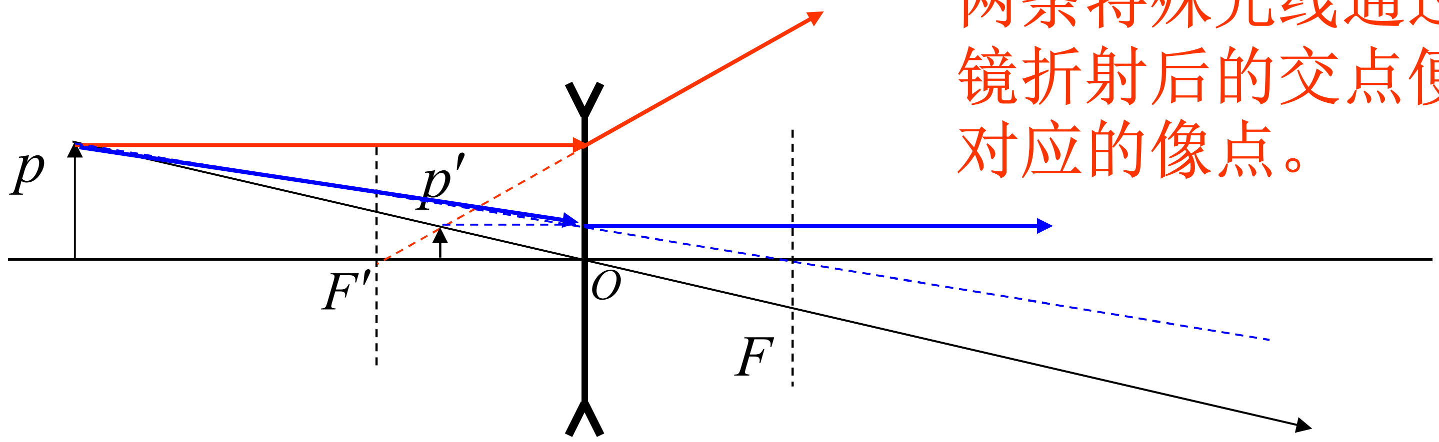
（2）物点不在轴线上

凸透镜：



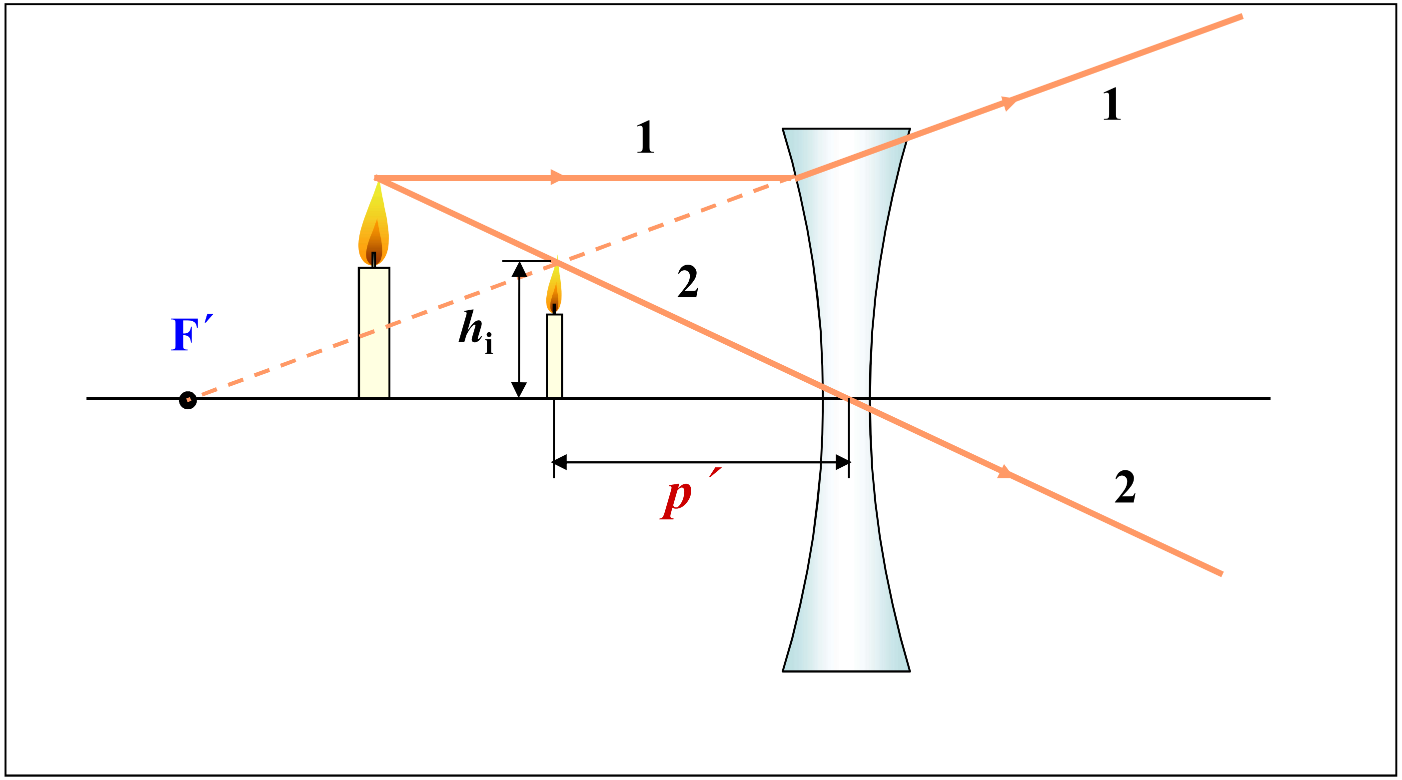


凹透镜：

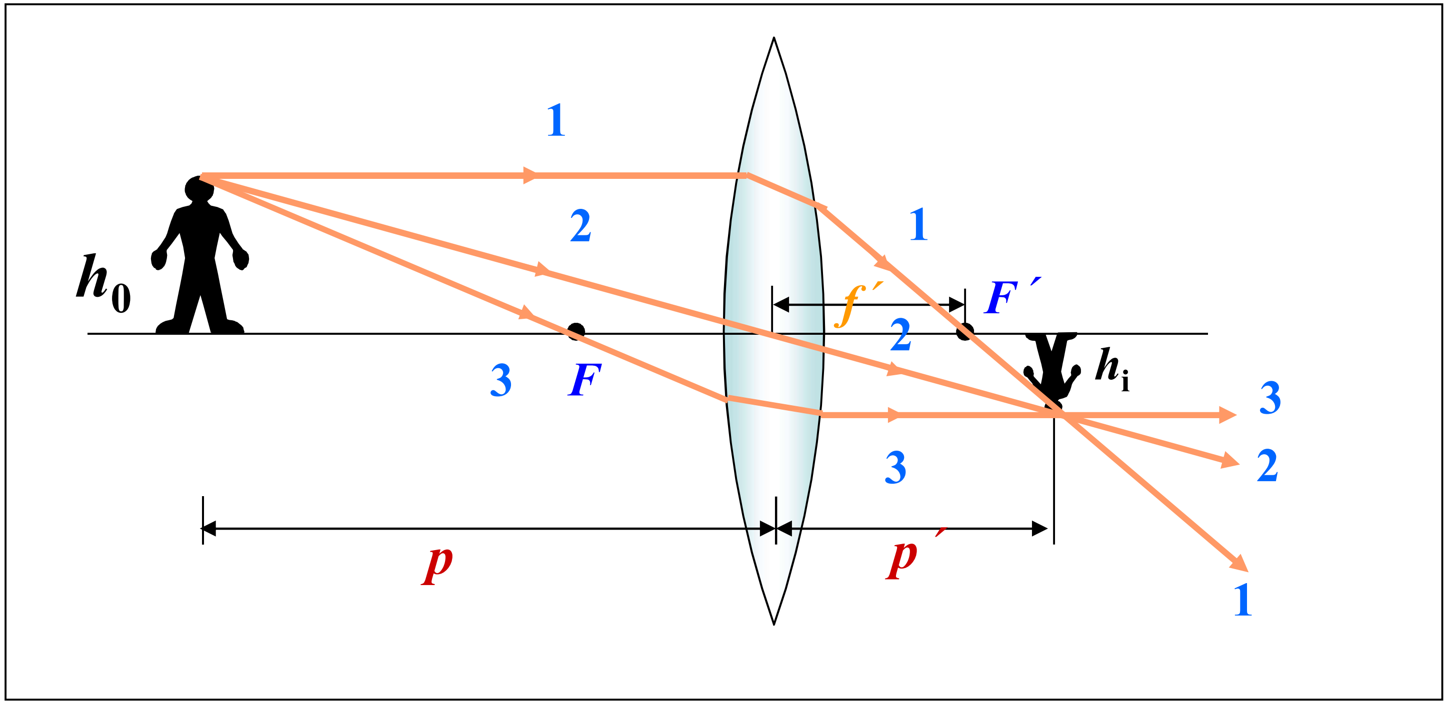


同一物点的任意两条特殊光线通过透镜折射后的交点便是对应的像点。

凹透镜成像图

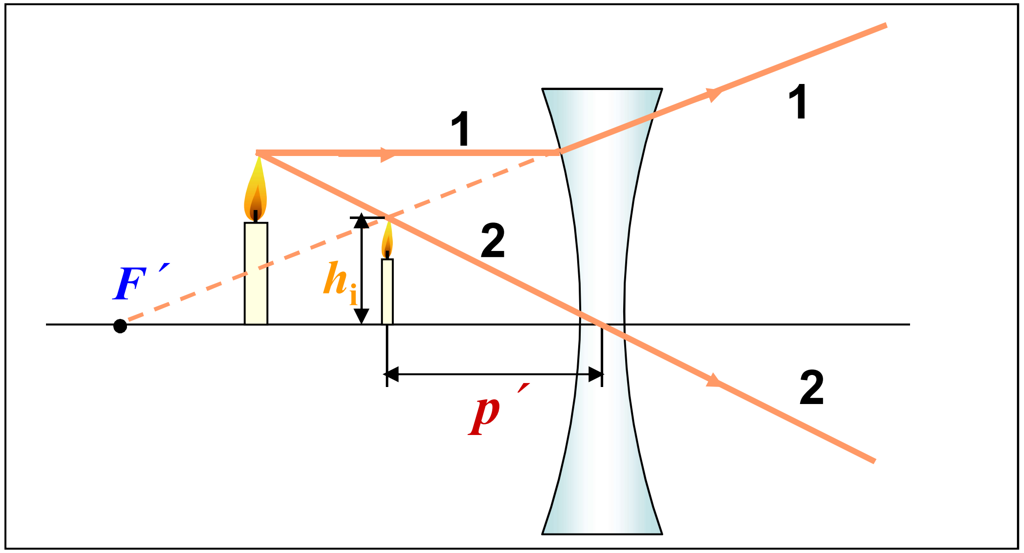


凸透镜成像图



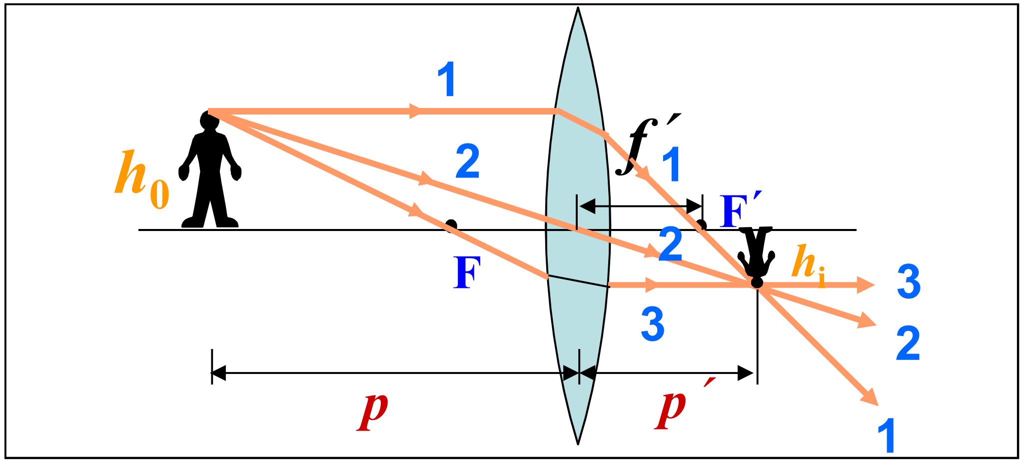
2　薄透镜的横向放大率

$$V = \frac{n_o p'}{n_i p}$$



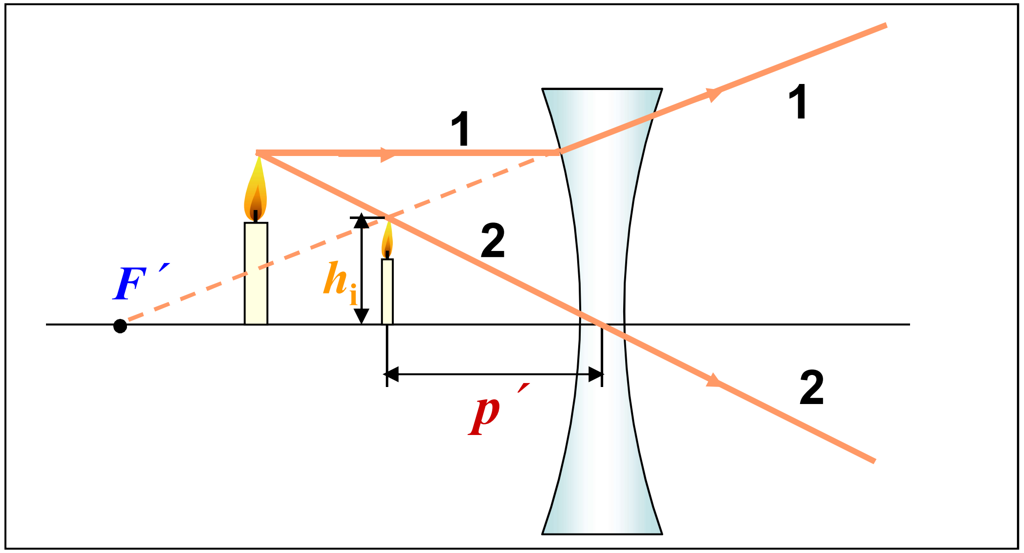
当$n_\mathrm{i} = n_\mathrm{o} \approx 1$

$$V = \frac{p'}{p}$$

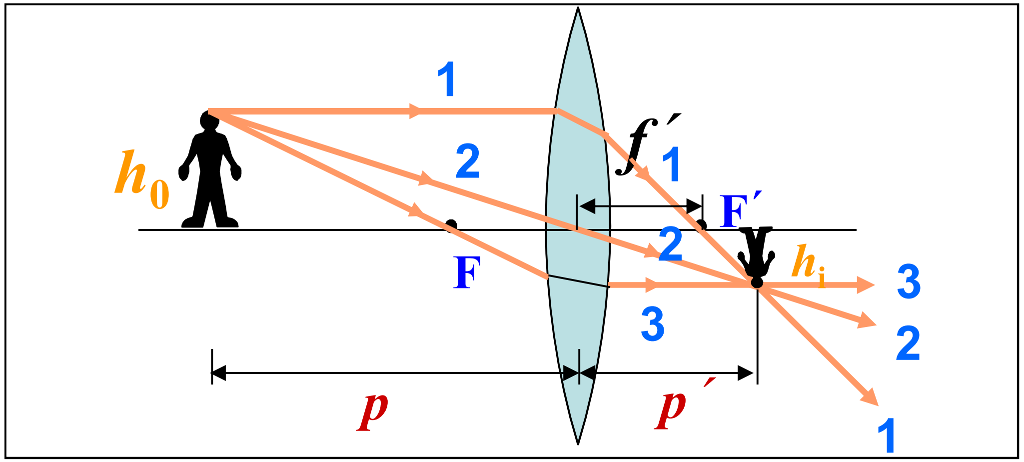


2 薄透镜的横向放大率

$$V = \frac{n_o p'}{n_i p}$$



当$n_i = n_o \approx 1$



$$V = \frac{p'}{p}$$