第10章作业

- 第六版：1-7、9-17、20、21、23、24、27-30（共24道题）
- 第七版：10-1 ～ 10-7，10-9 ～ 10-17，10-20，10-21，10-23，10-24，10-27 ～ 10-30 （共24道题）
- 下周五交给助教

回顾

多普勒效应

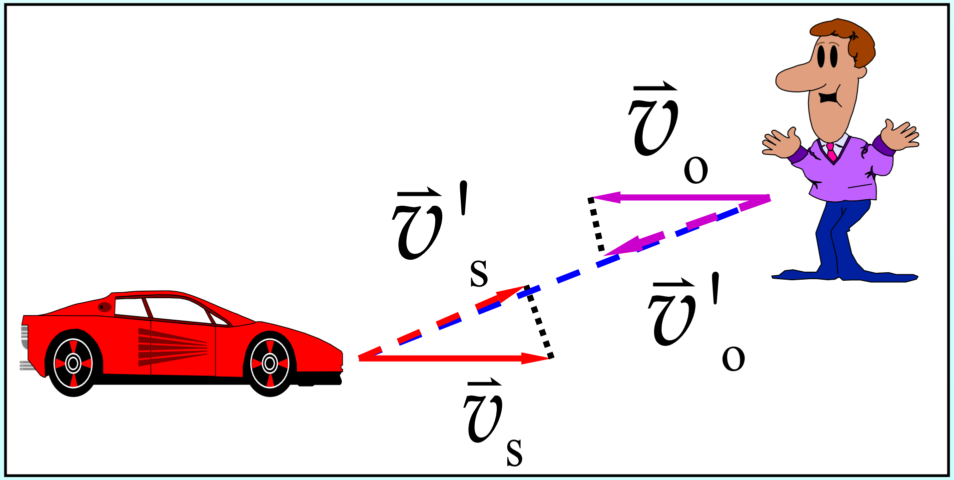
- 接收器、波源都运动　　R收到的频率为

$$\boxed{\nu_{R4}=\frac{u\pm v_R}{u\mp v_S}\nu_S}$$

靠近运动，取上面符号（上加下减）

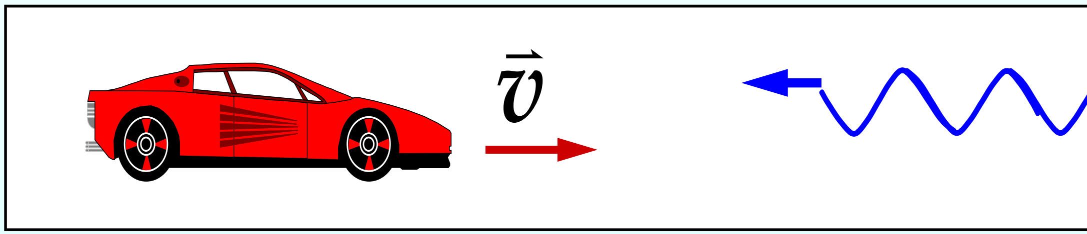
远离运动，取下面符号（上减下加）

波源速度和观测者速度不共线时



$$\nu'=\frac{u\pm v'_o}{u\mp v'_s}\nu$$

例 利用多普勒效应监测车速，固定波源发出频率为 $\nu = 100\mathrm{kHz}$ 的超声波，当汽车向波源行驶时，与波源安装在一起的接收器接收到从汽车反射回来波的频率为 $\nu'' = 118\mathrm{kHz}$. 已知空气中的声速为 $u = 330\mathrm{m \cdot s^{-1}}$，求车速．



误差：±2 km/h

解:（1）车为接收器 $\nu' = \dfrac{u+v}{u}\nu$

（2）车为波源 $\nu'' = \dfrac{u}{u-v}\nu' = \dfrac{u+v}{u-v}\nu$

车　速 $v = \dfrac{\nu''-\nu}{\nu''+\nu}u = \dfrac{118-100}{118+100} \times 330\ \mathrm{m/s}$

$= 27.2\ \mathrm{m/s} \quad = 98.1\ \mathrm{km/h}$

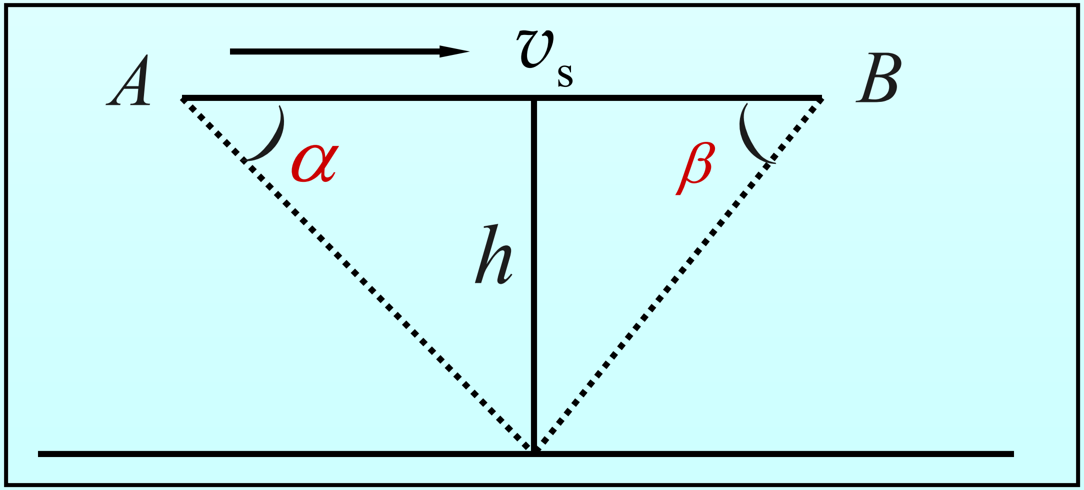
例 利用多普勒效应测飞行的高度. 飞机在上空以速度 $v_{\mathrm{s}}=200\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$沿水平直线飞行, 发出频率为 $\nu_0=2\,000\ \mathrm{Hz}$ 的声波． 当飞机越过静止于地面的观察者上空时， 观察者在4s内测出的频率由 $\nu_1=2\,400\ \mathrm{Hz}$ 降为 $\nu_2=1\,600\ \mathrm{Hz}$ ．已知声波在空气中的速度为 $u=330\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ ．试求飞机的飞行高度h.

已知 $v_s = 200\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ $\nu_0 = 2\,000\ \mathrm{Hz}$
$\nu_1 = 2\,400\ \mathrm{Hz}$ $\nu_2 = 1\,600\ \mathrm{Hz}$ $u = 330\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 求h

解 如图，飞机在4s内经过的距离为AB

$$\overline{AB} = v_s t = h(\cot\alpha + \cot\beta)$$

$$v_{AC} = v_s \cos\alpha \qquad v_{BC} = v_s \cos\beta$$



$$v_1 = \frac{u}{u - v_{\mathrm{AC}}} v_0 = \frac{u}{u - v_{\mathrm{s}} \cos\alpha} v_0$$

$$v_2 = \frac{u}{u + v_{\mathrm{BC}}} v_0 = \frac{u}{u + v_{\mathrm{s}} \cos\beta} v_0$$

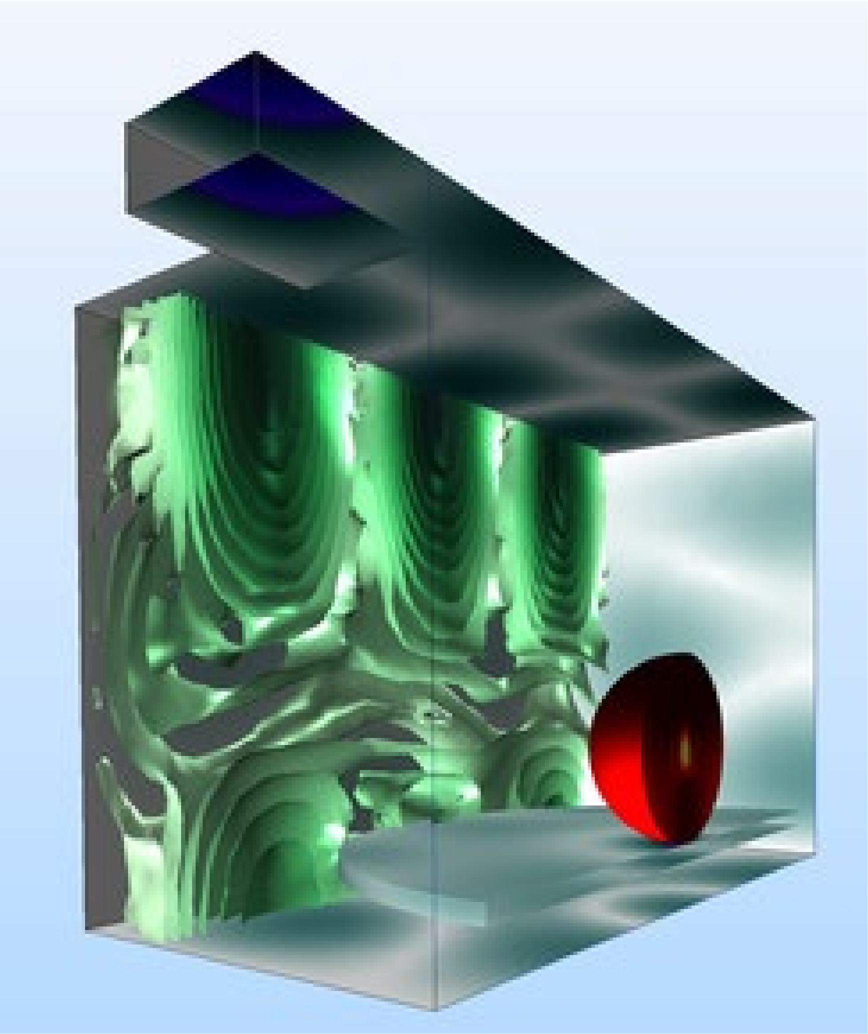
$$\cos\alpha = \frac{v_1 - v_0}{v_1 v_{\mathrm{s}}} u = 0.275 \qquad \cos\beta = \frac{v_0 - v_2}{v_2 v_{\mathrm{s}}} u = 0.413$$

$$h = \frac{v_{\mathrm{s}} t}{\cot\alpha + \cot\beta} = \frac{v_{\mathrm{s}} t}{\dfrac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}} + \dfrac{\cos\beta}{\sqrt{1-\cos^2\beta}}}$$

$$= 1.08 \times 10^3 \ \mathrm{m}$$

第10章

振动与 波动



https://cn.comsol.com/model/microwave-oven-1424

第七节
电磁振荡与电磁波

电磁波的产生和传播

按照麦克斯韦电磁场理论，变化的电场在其周围空间要产生变化磁场，而变化的磁场又要产生新的变化电场。这样，变化电场和变化磁场之间相互依赖，相互激发，交替产生，并以一定速度由近及远地在空间传播出去。

麦克斯韦由电磁理论预见了电磁波的存在是在 **1865 年**，二十余年之后，赫兹于 **1888 年**用振荡电偶极子产生了电磁波，他的实验在历史上第一次直接验证了电磁波的存在，并且还证明了这种电磁波就是光波，即光波本质上也是电磁波。

赫兹—德国物理学家

赫兹对人类伟大的贡献是用实验证实了电磁波的存在，发现了光电效应。

1887年，成了近代科学史上的一座里程碑。开创了无线电电子技术的新纪元。

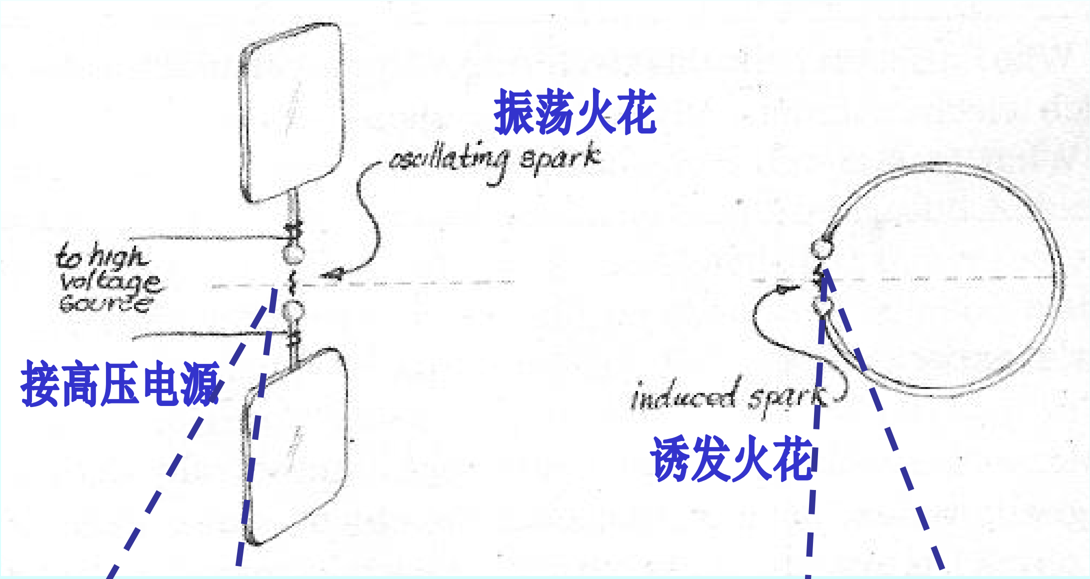
赫兹对人类文明作出了很大贡献，他于1894年因血中毒逝世，年仅36岁。为了纪念他的功绩，人们用他的名字来命名各种波动频率的单位，简称“赫”。

赫兹实验:

麦克斯韦于1862年预言电磁波的存在。

25年后，即1887年，赫兹首次用实验证实了电磁波的存在。

赫兹(1857-1894)



发射

将感应线圈电极产生的振荡高压，接至带有铜球和锌板的导体棒，两铜球之间产生振荡火花，发射电磁波。

接收

弯成圆弧形的铜线两端接有铜球，调节铜球间的距离，能产生诱发火花，表明接收到电磁波。

电磁波的应用

1887年赫兹用实验证明了电磁波的存在；

1895年俄国科学家波波夫发明了第一个无线电报系统；

1914年语音通信成为可能；

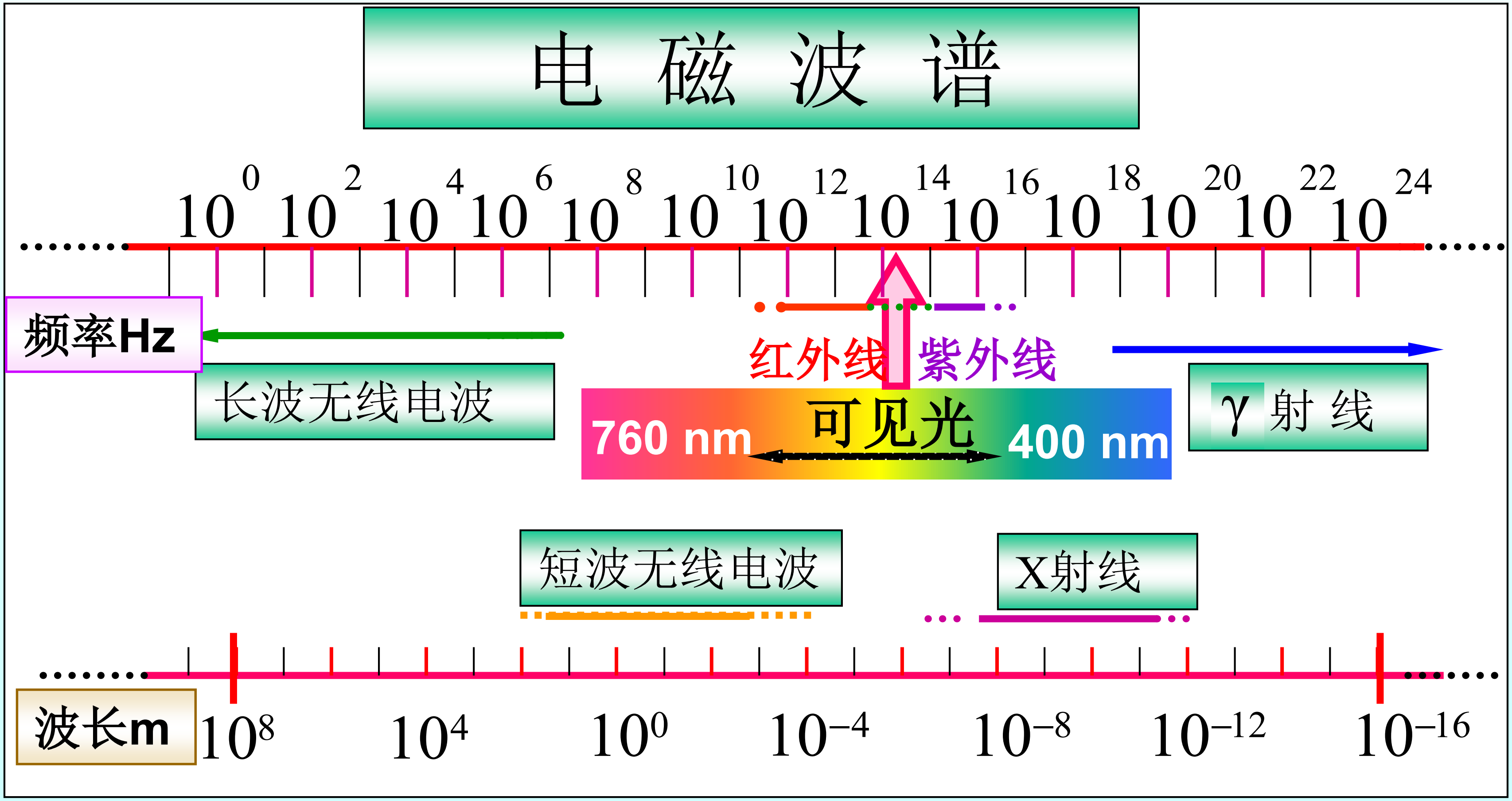
1920年商业无线电广播开始使用；

20世纪30年代发明了雷达；

20世纪40年代雷达和通讯得到飞速发展；

自20世纪50年代第一颗人造卫星上天，卫星通讯事业得到迅猛发展。如今电磁波已在通讯、遥感、空间测控、军事应用、科学研究等诸多方面得到广泛的应用。

电磁波谱


电 磁 波 谱
10^{0} 10^{2} 10^{4} 10^{6} 10^{8} 10^{10} 10^{12} 10^{14} 10^{16} 10^{18} 10^{20} 10^{22} 10^{24}
频率Hz
长波无线电波
红外线
紫外线
760 nm
可见光
400 nm
γ 射 线
短波无线电波
X射线
波长m
10^{8} 10^{4} 10^{0} 10^{-4} 10^{-8} 10^{-12} 10^{-16}

无线电波	$3\times10^4\ \mathrm{m} \sim 0.1\ \mathrm{cm}$
红 外 线	$6\times10^5\ \mathrm{nm} \sim 760\ \mathrm{nm}$
可 见 光	$760\mathrm{nm} \sim 400\mathrm{nm}$
紫 外 光	$400\mathrm{nm} \sim 5\ \mathrm{nm}$
X 射 线	$5\ \mathrm{nm} \sim 0.04\ \mathrm{nm}$
γ 射 线	$< 0.04\mathrm{nm}$

第9节　电磁振荡与电磁波

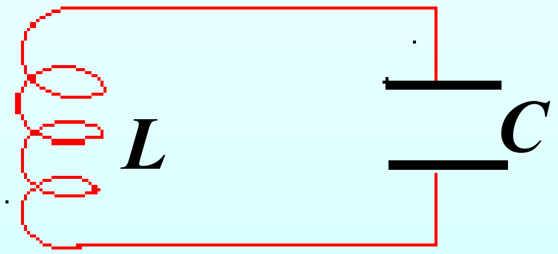
Electromagnetic Oscillations and Electromagnetic Waves

电磁振荡: 电路中电量 q 和电流 I 的周期性变化

振荡电路: 产生电磁振荡的回路

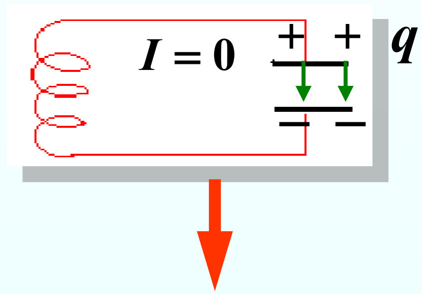
一、电磁振荡

1. LC电路—无阻尼自由振荡



电路无电阻、无辐射的振荡电路所产生的电磁振荡是无阻尼自由振荡。

$t = 0$

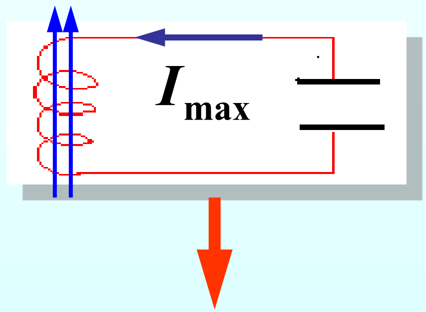


$I = 0, \quad W_e \Rightarrow \max, \quad W_m \Rightarrow 0$

放电, 自感作用, I逐渐$\uparrow$, $q\downarrow$

$W_e\downarrow$, $W_m\uparrow$

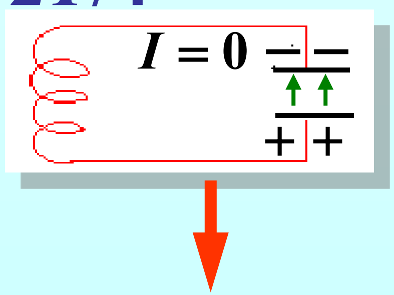
$t = T/4$



$I = \max, \quad W_e \Rightarrow 0, \quad W_m \Rightarrow \max$

放电完毕, 电流本应终止, 但因自感作用, 产生与原来方向相同电流, 反向充电 , $W_m\downarrow$, $q\uparrow$, $W_e\uparrow$

$t = 2T/4$

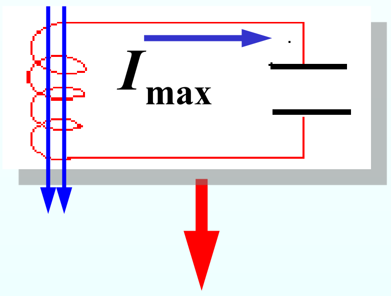


充电完毕

$I = 0, \quad W_e \Rightarrow \max, \quad W_m \Rightarrow 0$

反向放电, 电流与原方向相反, 因自感作用 I 逐渐$\uparrow$, $q\downarrow$, $W_e\downarrow$, $W_m\uparrow$

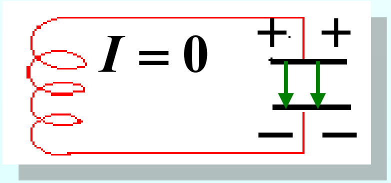
$t = 3T/4$



$I = \max, \quad W_e \Rightarrow 0, \quad W_m \Rightarrow \max$

放电完毕, 电流本应终止, 因 $W_m \downarrow$ 自感作用,产生与原来方向相同的电流, 电容器重新充电.

$t = 4T/4$



$t = T$ 时, 回到 $t = 0$ 时的状态

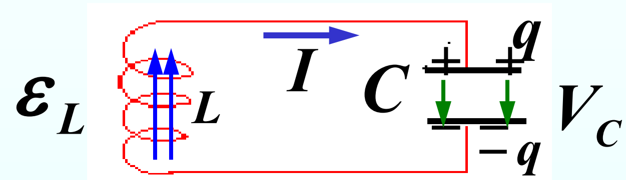
电荷在极板间来回流动，q、I、W_e、W_m 都在周期性变化，产生电磁振荡。

类比 弹簧振子

$$\begin{cases} W_e = \dfrac{q^2}{2C} \Leftrightarrow E_p = \dfrac{1}{2}kx^2 \\ W_m = \dfrac{1}{2}LI^2 \Leftrightarrow E_k = \dfrac{1}{2}mv^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} q \Rightarrow x \\ I \Rightarrow v \\ 1/C \Rightarrow k \\ L \Rightarrow m \end{cases}$$

2. 振荡方程及其解

$$-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\frac{q}{C}\Rightarrow -L\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}=\frac{q}{C}$$



振荡方程：

$$\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}+\frac{1}{LC}q=0 \Rightarrow \boxed{\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2 q=0}$$ 简谐振动！

其中 $\omega=\sqrt{\dfrac{1}{LC}}$

其解 $q=q_m\cos(\omega t+\varphi)$

$$I=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=-\omega q_m\sin(\omega t+\varphi)$$

$$I=I_m\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}),\quad I_m=\omega q_m$$

注意 $q=q_m\cos(\omega t+\varphi)$ $I=-\omega q_m\sin(\omega t+\varphi)$

1° 无阻尼自由振荡是谐振荡, q_m、ωq_m是常数。

2° 特征量求法与弹簧振子相同

$$\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}},\quad T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{LC},\quad \nu=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

由t=0初始q_0、I_0值可求出q_m、φ值。

$$\begin{cases} q_0\Rightarrow x_0 \\ I_0\Rightarrow v_0 \end{cases} \quad \begin{cases} q_m=\sqrt{q_0^2+\left(\dfrac{I_0}{\omega}\right)^2} \\ \varphi=\arctan\left(-\dfrac{I_0}{q_0\omega}\right) \end{cases}$$

3° 电流的变化超前电量 $\frac{\pi}{2}$ 的位相。

3. 电场能与磁场能

$$q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$I = -I_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$W_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2C} q_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} L \omega^2 q_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} L I_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

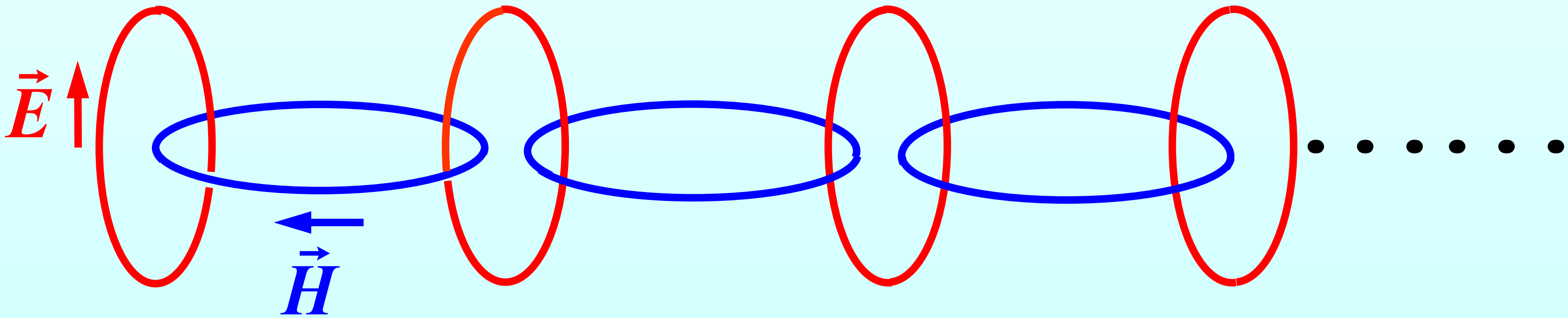
$$\because\ \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \qquad \frac{1}{C} = L\omega^2 \qquad \frac{1}{2C} q_m^2 = \frac{1}{2} L \omega^2 q_m^2$$

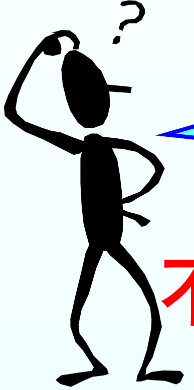
$$\boxed{\therefore\ W_{总} = W_e + W_m = \frac{q_m^2}{2C} = \frac{1}{2} L I_m^2 = 恒量}$$

二、电磁波

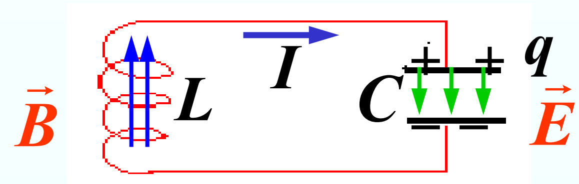
1. 电磁波的辐射

根据麦克斯韦理论: 变化的磁场与变化的电场互相激发形成电磁波。



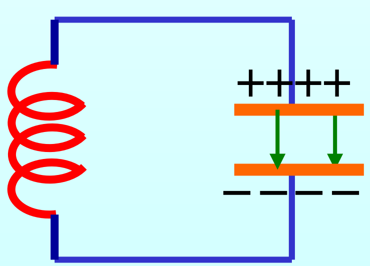


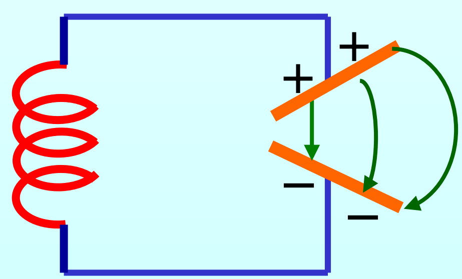
图示 $L-C$ 振荡电路能否作为电磁波源？

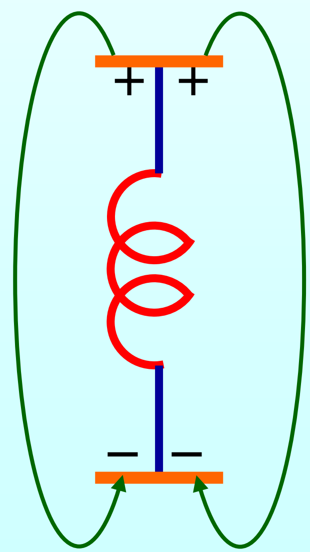


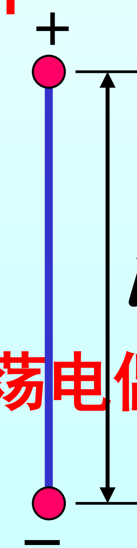
不能！ $\begin{cases} \omega \text{ 太低，辐射功率很小} \\ \text{电场、磁场分别集中在电容器、自感线圈中} \end{cases}$

赫兹实验 $\begin{cases} \text{(1) 提高 } \omega \quad \omega = \sqrt{\dfrac{1}{LC}} \quad \begin{cases} L \propto N^2 \downarrow \\ C = \dfrac{\varepsilon S}{d} \end{cases} \\ \text{(2) 开放电路} \end{cases}$









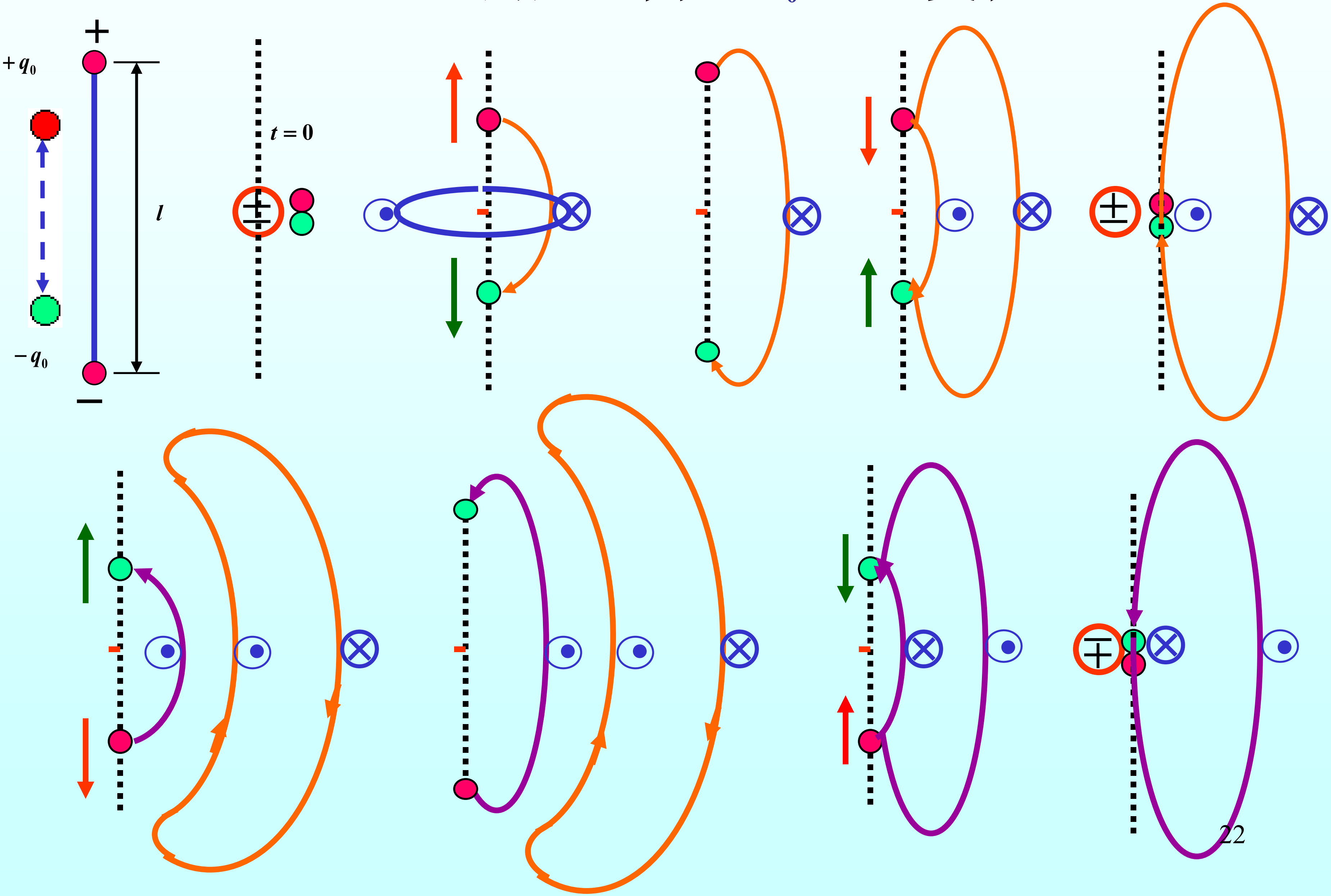
振荡电偶极子

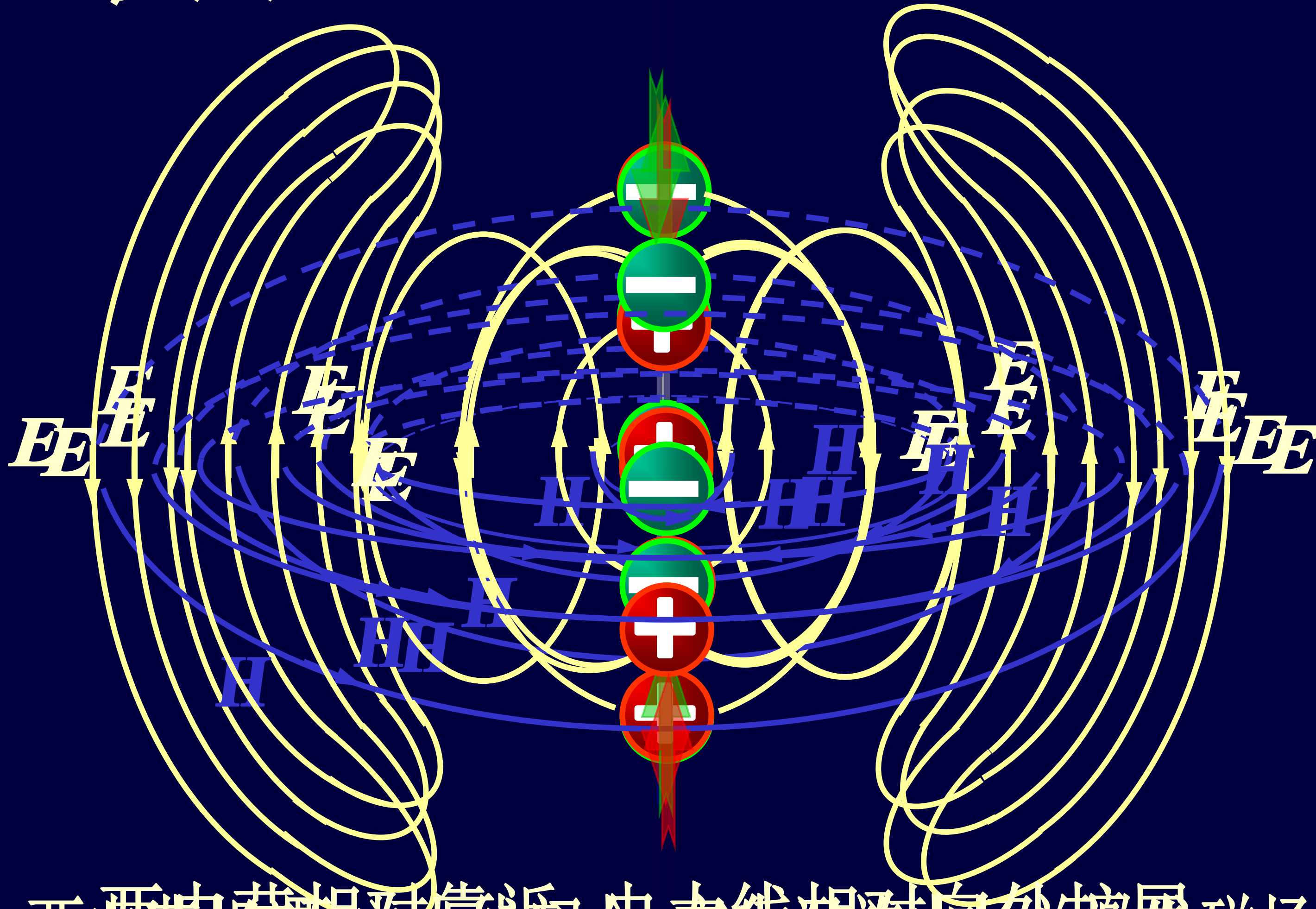
振荡电偶极子 —— 电磁波源的典型模型

$$p = q_0 l \cos \omega t$$

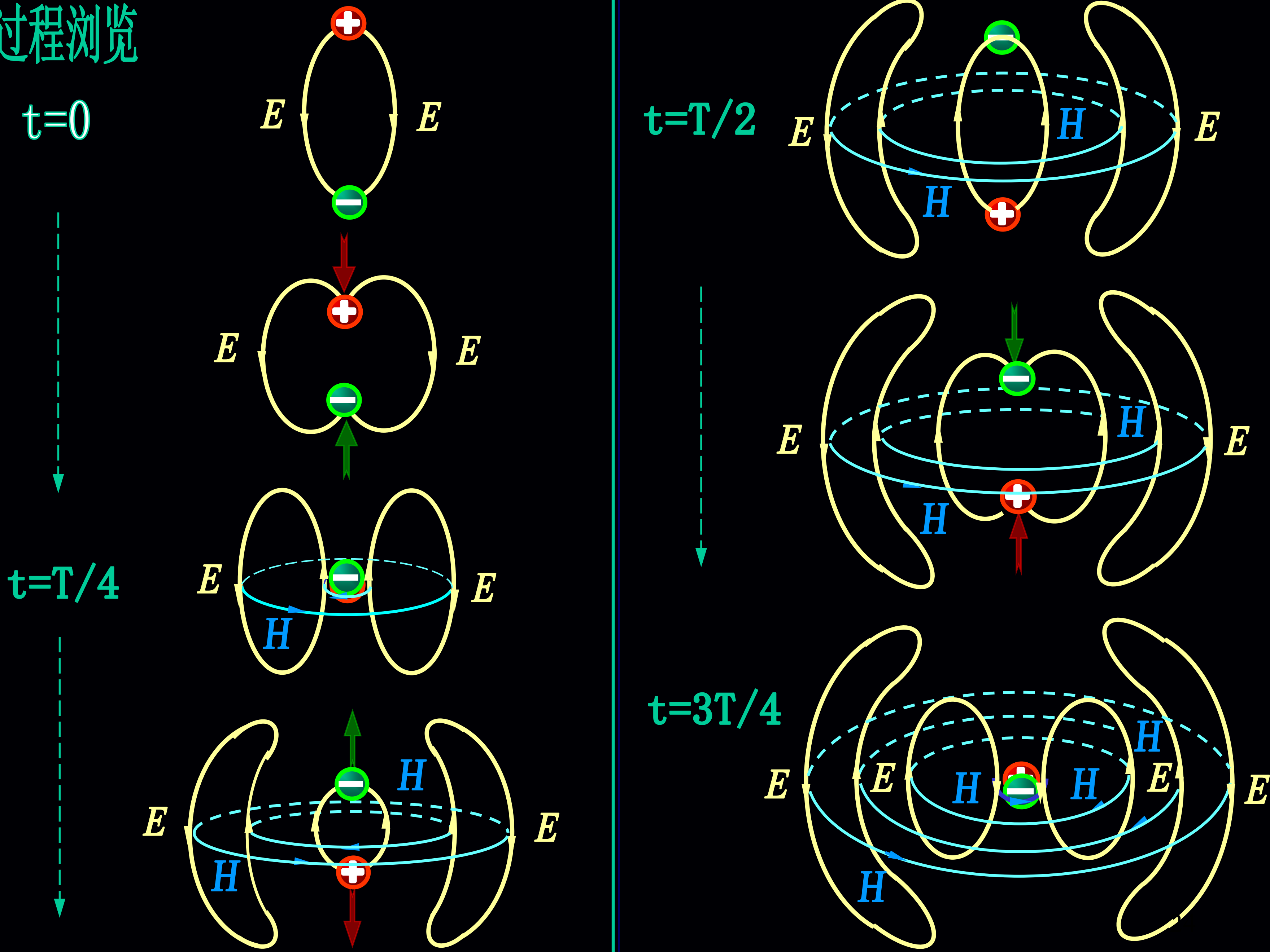
将两端的电荷q_0看成不变

而是距离 $l = l_0 \cos \omega t$ 变化

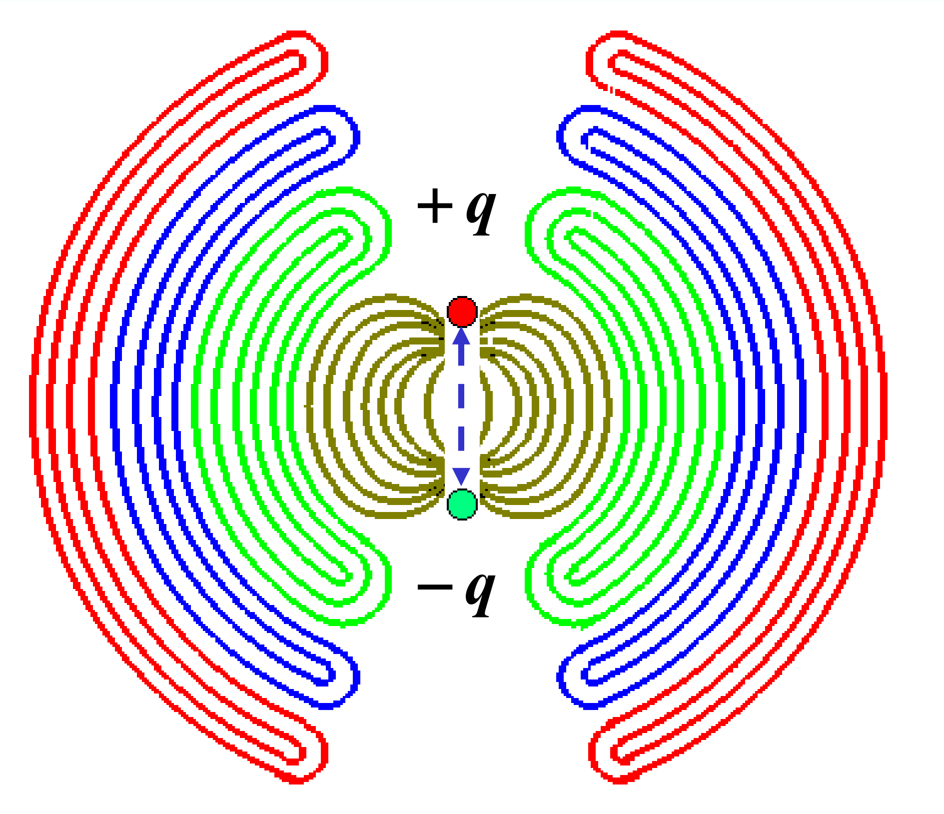


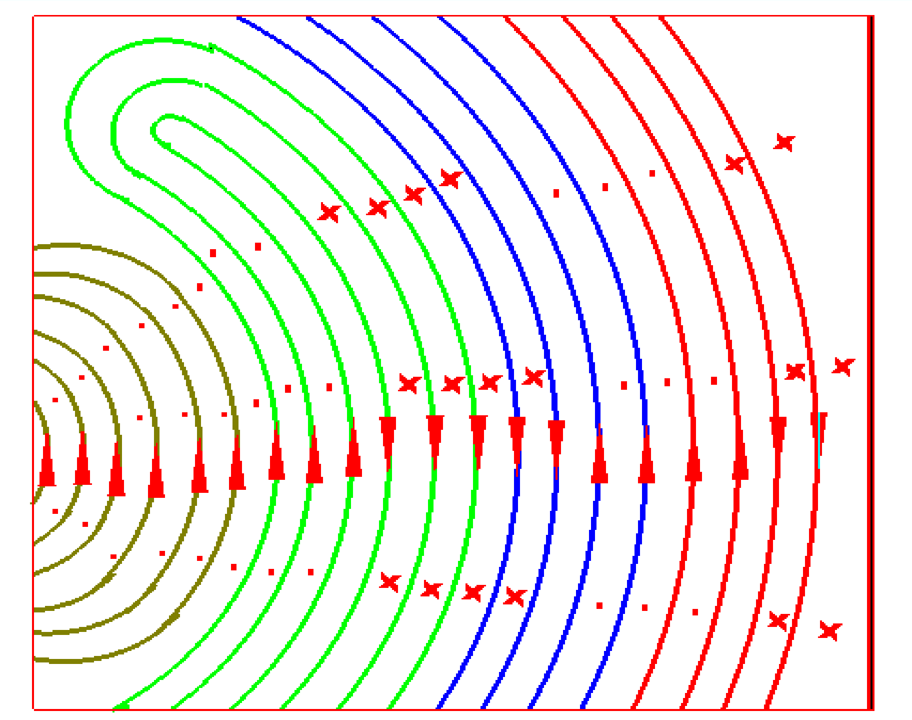

E
H

过程浏览

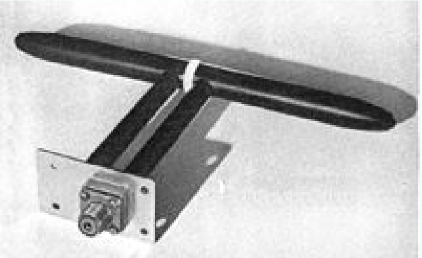


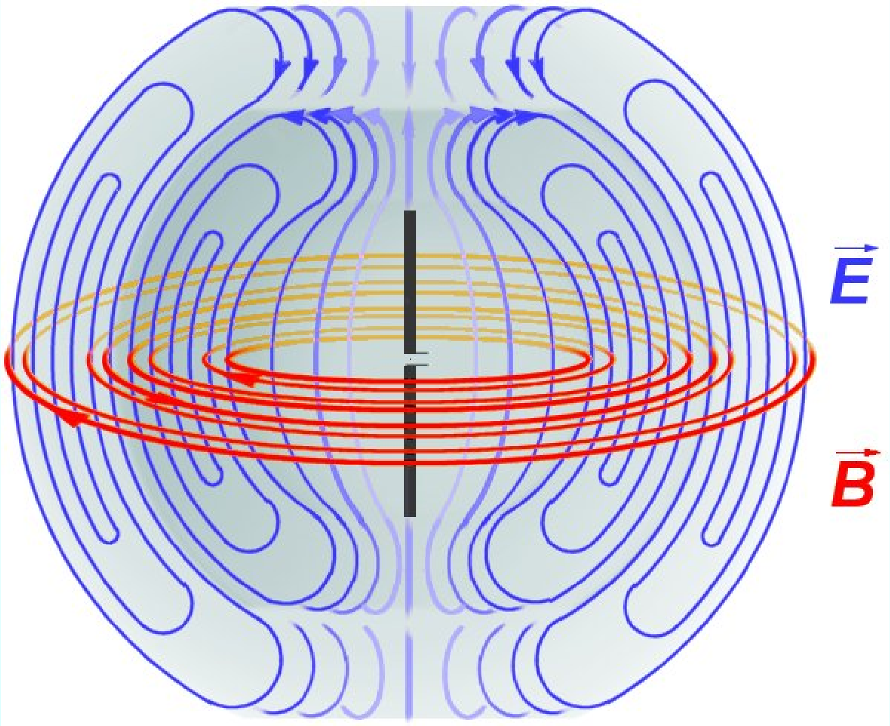
振荡电偶极子周围的电磁场

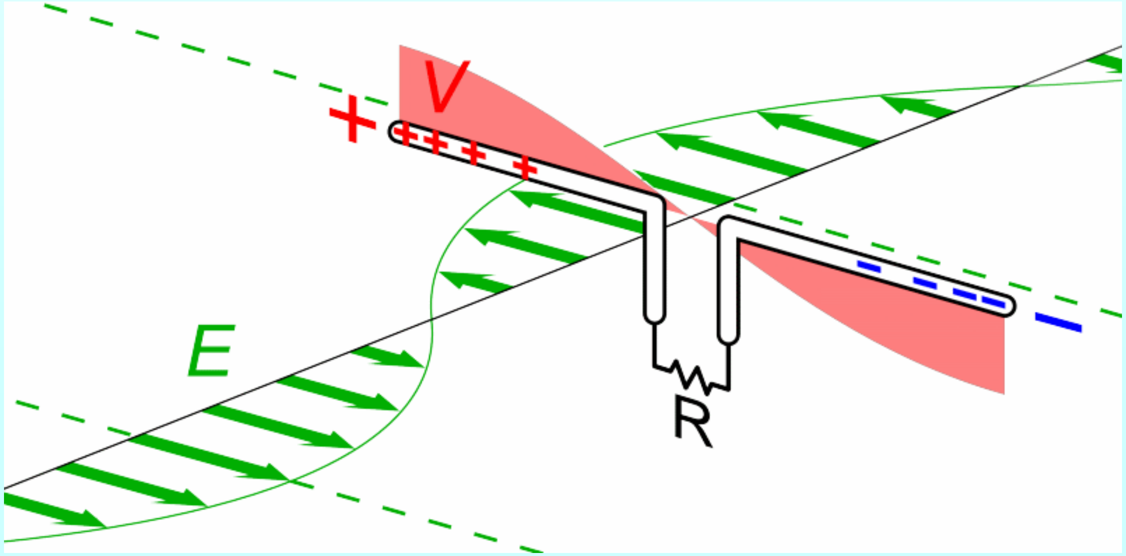


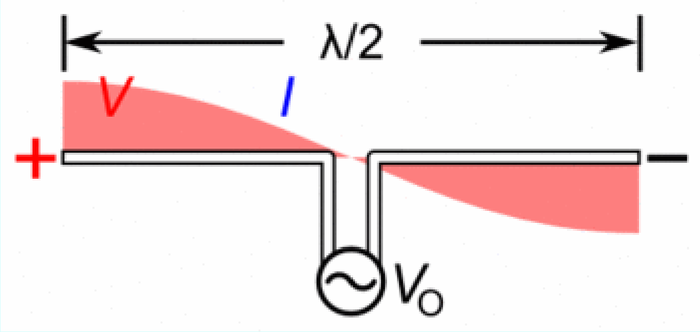


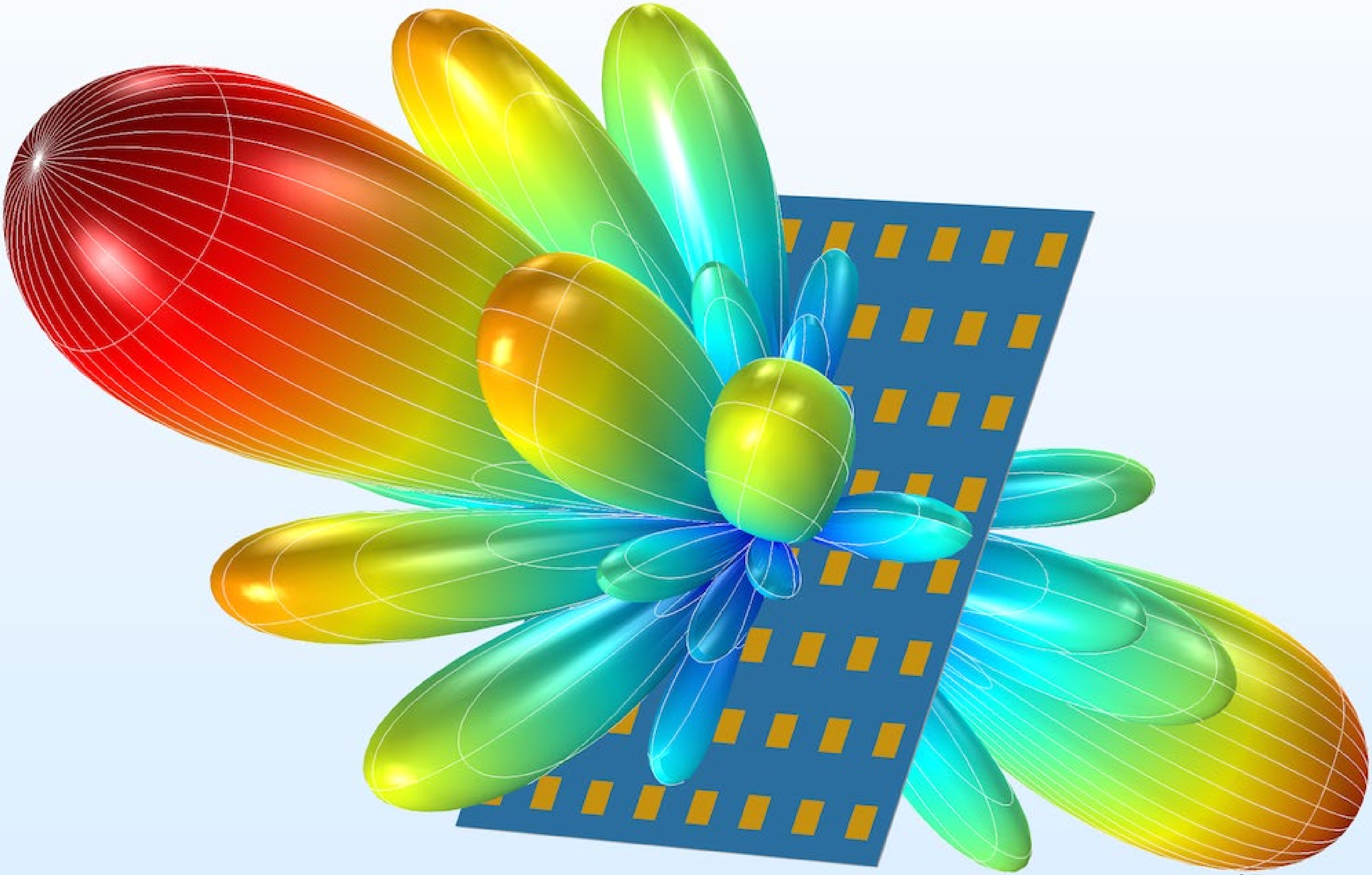
偶极子天线附近的电磁场线







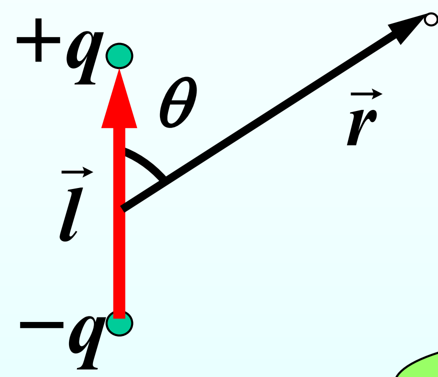




2. 电磁波的波动方程

(1) 球面波

$$\begin{cases} E = E_m \cos\omega(t - \frac{r}{u}) \\ H = H_m \cos\omega(t - \frac{r}{u}) \end{cases}$$

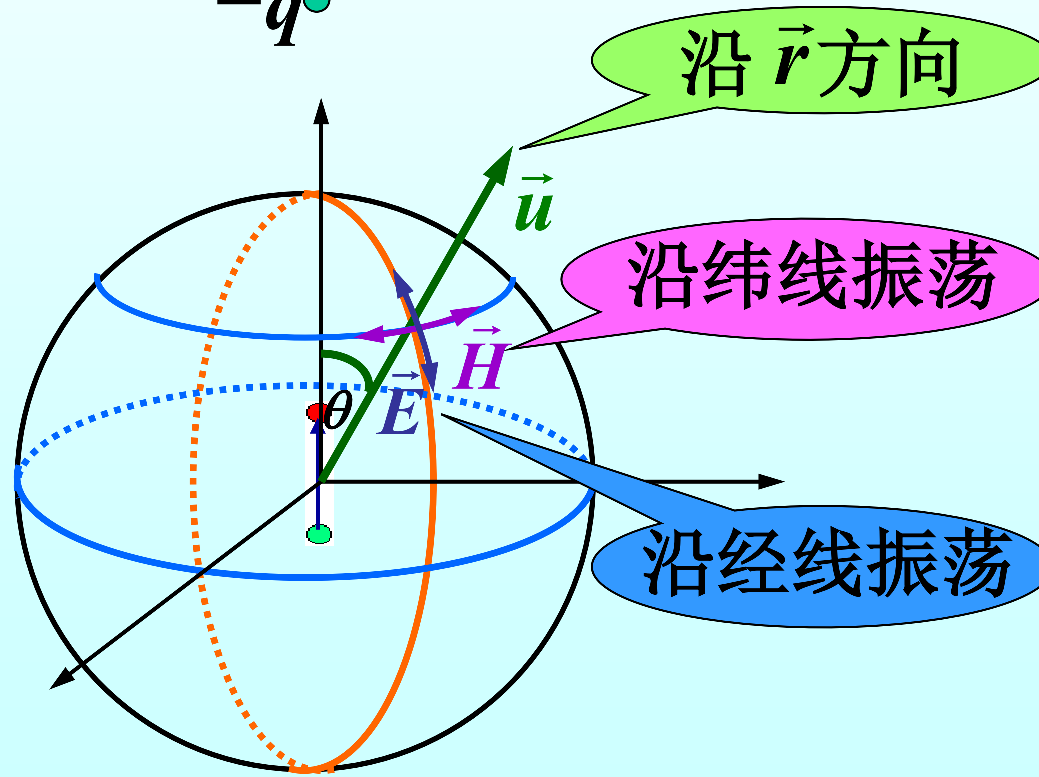


可以证明：

$$E_m = \frac{\omega^2 p_m \sin\theta}{4\pi\varepsilon u^2 r}$$

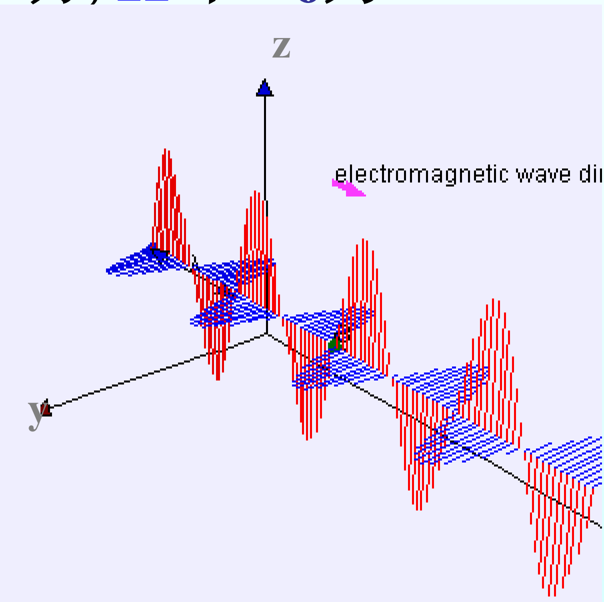
$$H_m = \frac{\omega^2 p_m \sin\theta}{4\pi u r}$$

$$p_m = q_m l$$



(2) 平面波 （**球面波在远处**）

变化的电场 $\vec{E}$ 与变化的磁场 $\vec{H}$ 是互相垂直的。理论和实践都证明：若 $\vec{E}$在 y 方向振 动, $\vec{H}$ 在 z方向振动, 则电磁波在 x方向传播。

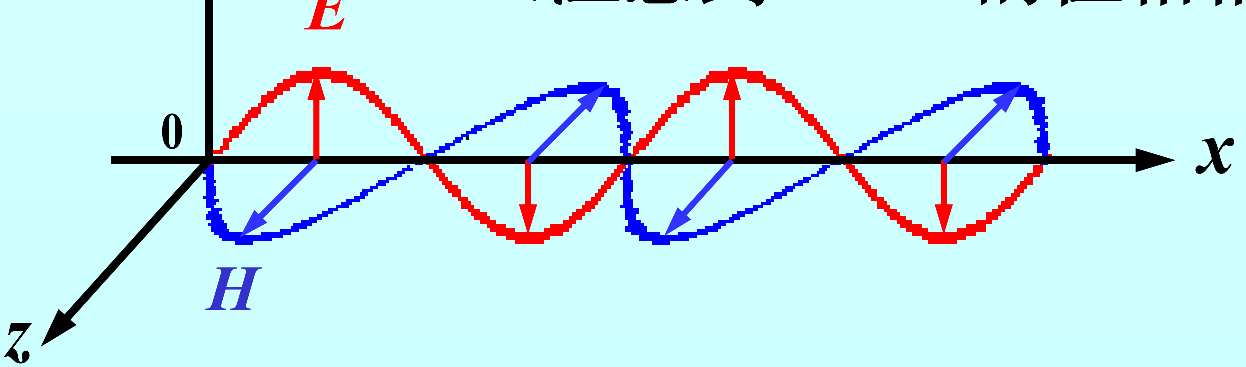


平面电磁波的波动方程与波函数:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \Rightarrow E_y=E_{ym}\cos\omega(t-\frac{x}{u})$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}=\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \Rightarrow H_z=H_{zm}\cos\omega(t-\frac{x}{u})$$

（注意到E、H 的位相相同）



3. 平面电磁波的性质

（1）$\vec{E}$ 和 $\vec{H}$ 的变化是同步的，位相相同，数量关系：

$$\sqrt{\varepsilon}E=\sqrt{\mu}H,\quad \sqrt{\varepsilon}E_m=\sqrt{\mu}H_m$$

（2）$\vec{E}\perp\vec{H}\perp\vec{u}$，$\vec{E}\times\vec{H}$ 的方向就是 $\vec{u}$ 的方向。

电磁波是横波

（3）介质中的波速 $u=\dfrac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}\left(=\dfrac{c}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}=\dfrac{c}{n}\right)$

真空中的波速 $c=\dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}=3\times10^8\,\mathrm{m/s}$

电磁波的波长 $\lambda=uT=\dfrac{u}{\nu}$

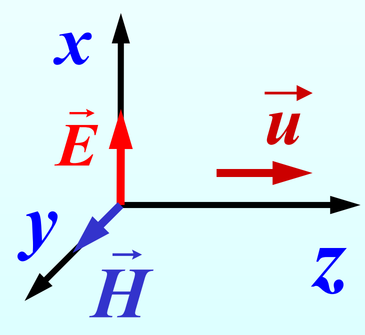
例1. 已知真空中电磁波的电场表达式

$$E_x = 0.5\cos[2\pi\times10^8(t-\frac{z}{3\times10^8})]\ \text{V/m}$$

$$E_y = 0 \qquad E_z = 0$$

求（1）$\vec{E}$的振幅、频率、波长、波速、传播方向？

（2）$\vec{H}$ 的表达式?



解:（1）$E_m = 0.5\ \text{V/m},\ \nu = 10^8\ \text{Hz},\ u = 3\times10^8\ \text{m/s}$

$$\lambda = \frac{u}{\nu} = \frac{3\times10^8\ \text{m/s}}{10^8\ \text{Hz}} = 3\ \text{m}$$，沿z正向传播

（2）$\vec{H}$沿 y 轴振动 $\because \vec{H}\perp\vec{E}$ 且 $\vec{E}\times\vec{H}$沿$\vec{u}$ $\therefore H_x = H_z = 0$

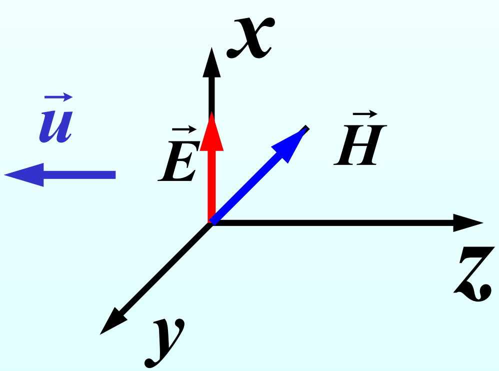
$$H_y = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_m\cos[2\pi\times10^8(t-\frac{z}{3\times10^8})]$$

$$= 1.33\times10^{-3}\cos[2\pi\times10^8(t-\frac{z}{3\times10^8})]\ \text{A/m}$$

讨论：若波沿 z 负向传播，方程如何？

$$E = E_x = E_m \cos\omega\left(t + \frac{z}{u}\right)$$

$$H = H_y = -H_m \cos\omega\left(t + \frac{z}{u}\right)$$



其中 $H_m = \sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_m$

4. 电磁波的能量

（1）能量密度

$$w=\frac{1}{2}\varepsilon E^2+\frac{1}{2}\mu H^2=\frac{1}{2}\varepsilon E^2+\frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

$$=\varepsilon E^2=\varepsilon E_m^2\cos^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

$$\because \sqrt{\varepsilon}E=\sqrt{\mu}H$$

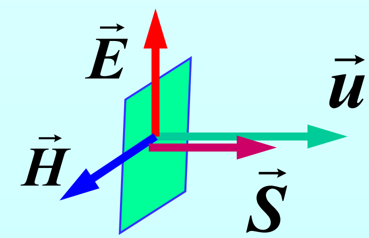
$$\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{1}{2}\mu H^2$$

周期平均值 $\bar{w}=\frac{1}{2}\varepsilon E_m^2$

（2）能流密度矢量 $\vec{S}$（玻印廷矢量）

$\vec{S}\begin{cases}\text{大小等于单位时间穿过垂直于波传播方向单位面积的能量。}\\ \text{方向沿波传播方向（即 }\vec{u}\text{方向）。}\end{cases}$

$$S=wu=\varepsilon E^2\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}=\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E^2=EH$$



$\boxed{\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}}$ $S=E_mH_m\cos^2\omega(t-\frac{x}{u})$

（3）平均能流密度 $\bar{S}=\frac{1}{2}E_mH_m=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_m^2\propto E_m^2$

例： 在地面上测得太阳光的平均能流密度约为1.4kW/m²。

（1）求E和B的最大值；

（2）从地球到太阳的距离约为1.5×10¹¹m，试求太阳的总辐射功率。

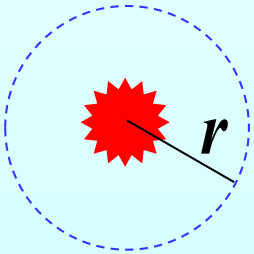
$$\boxed{\sqrt{\varepsilon_0}E_m=\sqrt{\mu_0}H_m}$$

$$\boxed{H_m=\frac{B_m}{\mu_0}} \quad \boxed{c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}}$$

解： (1) $\overline{S}=\frac{1}{2}E_mH_m=\frac{1}{2}E_m\cdot\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_m$

$$E_m^2=2\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\overline{S}=2c\mu_0\overline{S}$$

$$E_m=\sqrt{2c\mu_0\overline{S}}=1.03\times10^3\,\mathrm{V/m}$$



$$\sqrt{\varepsilon_0}E_m=\sqrt{\mu_0}\frac{B_m}{\mu_0} \qquad B_m=\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}E_m=\frac{E_m}{c}=3.43\times10^{-6}\,\mathrm{T}$$

(2) $P=\overline{S}\cdot4\pi r^2=3.96\times10^{26}\,\mathrm{W}$ (约1.42×10²⁷度)。

武汉市2010年夏季日用电量峰值不到1.5亿千瓦时(1.5×10⁸度)。

电磁振荡与电磁波小结

1. 电磁振荡

$$\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2}+\frac{1}{LC}q=0 \quad \begin{cases} q=q_m\cos(\omega t+\varphi) \\ I=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=-\omega q_m\sin(\omega t+\varphi) \end{cases}$$

2. 电磁波

波函数 $$\begin{cases} E=E_{ym}\cos\omega\left(t-\dfrac{x}{u}\right) \\ H=H_{zm}\cos\omega\left(t-\dfrac{x}{u}\right) \end{cases}$$

平面电磁波的性质

电磁波的能流密度 $\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$

3. 平面电磁波的性质

（1）$\vec{E}$与 $\vec{H}$、$\vec{u}$ 三者互相垂直，构成右手法则

（2）$\vec{E}$与$\vec{H}$ 同位相，或同步

（3）根据麦克斯韦方程可推导出与在数值上满足下面的关系：

$$\sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H$$

（4）变化的电场与变化的磁场均以相同的速度传播，真空中的电磁波速度等于真空中的光速。

介质中的波速 $$u = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

真空中的波速 $$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = 3\times10^8\,\mathrm{m/s}$$

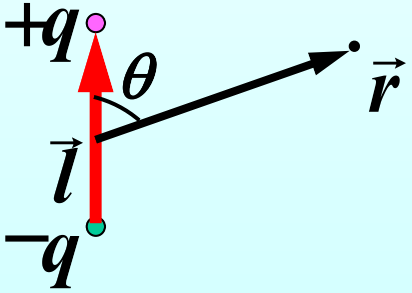
3. 平面电磁波的性质

（5）电磁波的频率，等于振荡偶极子的振动频率。

（6）具有反射、折射、干涉、衍射、偏振 等特性。

（7） $E_m \propto \dfrac{\sin\theta}{r}$， $H_m \propto \dfrac{\sin\theta}{r}$

$$\begin{cases} \theta = 0、\pi & E_m、H_m = 0 \\ \theta = \dfrac{\pi}{2} & E_m、H_m \text{ 最大} \end{cases}$$



说明沿偶极子轴向辐射为零，垂直于轴向辐射最强。