

# 第12章作业

- 第六版，1-7、10-14、18、19、24、27、29-31（共19道题）  
第七版，12-1~12-7，12-10，12-11，12-12，12-13，12-14，12-19，12-20，12-25，12-29，12-31，12-32，12-33 共19道题
- 下周五交给助教

## 回顾:

理想气体的压强和温度  $p = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_t} \quad \overline{\varepsilon_t} = \frac{3}{2} kT$

(方均根速率)

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_f}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

能量均分定理

内能

$$\overline{\varepsilon} = \overline{\varepsilon_k} + \overline{\varepsilon_p} = \frac{i}{2} kT + \frac{s}{2} kT = \frac{t + r + 2s}{2} kT$$

速率分布函数

$$\frac{dN_v}{N} = f(v) \cdot dv$$

$$\int_0^N \frac{dN_v}{N} = \int_0^\infty f(v) dv = 1 \text{ —— 分布函数的归一化条件}$$

$f(v)$  物理意义

$$\frac{dN_v}{N} = f(v) \cdot dv$$

表示在温度为  $T$  的平衡状态下，速率在  $v$  附近单位速率区间的分子数占总数的百分比。

麦氏分布函数

$$f(v) = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}} < \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} < \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

求速率分布——最概然速率

求平均自由程、平均碰撞频率——平均速率

计算平均平动动能——方均根速率

**例3** 已知理想气体在平衡状态下, 分子的麦克斯韦速率分布函数为  $f(v)$ ,  $N$  为总分子数, 单个分子质量为  $m_f$ , 请分别说明下列各式的物理意义:

$$(1) f(v)dv; \quad (2) Nf(v)dv; \quad (3) \int_{v_1}^{v_2} f(v)dv;$$

$$(4) \int_{v_1}^{v_2} Nf(v)dv; \quad (5) \int_{v_1}^{v_2} vf(v)dv; \quad (6) \int_0^\infty \frac{1}{2} m_f v^2 f(v)dv.$$

**解:** (1)  $f(v)dv = \frac{dN}{N}$  ——在  $v \rightarrow v+dv$  速率区间出现的分子数占总分子数的百分比

或: 分子在  $v \rightarrow v+dv$  区间出现的概率

$$(2) Nf(v)dv = dN$$

——在  $v \rightarrow v+dv$  速率区间出现的分子数

$$(3) \int_{v_1}^{v_2} f(v)dv = \int_{v_1}^{v_2} \frac{dN}{N} = \frac{1}{N} \int_{v_1}^{v_2} dN = \frac{N_{12}}{N}$$

——在  $v_1 \rightarrow v_2$  速率区间出现分子数占总分子数的百分比

**例3** 已知理想气体在平衡状态下, 分子的麦克斯韦速率分布函数为  $f(v)$ ,  $N$  为总分子数, 单个分子质量为  $m_f$ , 请分别说明下列各式的物理意义:

**解:** (4)  $\int_{v_1}^{v_2} N f(v) dv = \int_{v_1}^{v_2} N \frac{dN}{N} = N_{12}$

—— 在  $v_1 \rightarrow v_2$  速率区间出现的分子数

(5)  $\int_{v_1}^{v_2} v f(v) dv = \int_{v_1}^{v_2} v \frac{dN}{N} = \frac{1}{N} \int_{v_1}^{v_2} v dN \longrightarrow$  没意义

$$\frac{N \int_{v_1}^{v_2} v f(v) dv}{\int_{v_1}^{v_2} N f(v) dv} = \frac{\int_{v_1}^{v_2} v dN}{\int_{v_1}^{v_2} dN} = \overline{v}_{12}$$

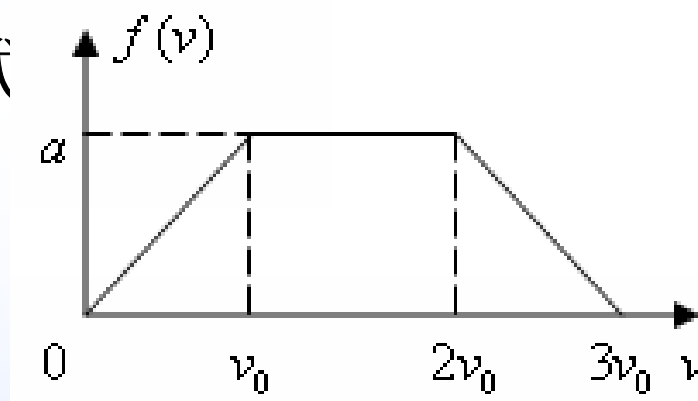
(6)  $\int_0^{\infty} \frac{1}{2} m_f v^2 f(v) dv = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} m_f v^2 \frac{dN}{N} = \frac{1}{2} m_f \overline{v^2} = \overline{\varepsilon_t}$

—— 在整个速率区间分子的平均平动动能

**例14** 设有  $N$  个粒子的系统，其速率分布如图所示，求  
 (1) 分布函数  $f(v)$  的表达式； (2)  $a$  与  $v_0$  之间的关系；  
 (3) 速度在  $0.5 v_0$  到  $2.5 v_0$  之间的粒子数。

解：(1) 从图上可得分布函数表达式

$$f(v) = \begin{cases} av / v_0 & (0 \leq v \leq v_0) \\ a & (v_0 \leq v \leq 2v_0) \\ -\frac{a}{v_0}(v - 3v_0) & (2v_0 \leq v \leq 3v_0) \\ 0 & v \geq 3v_0 \end{cases}$$



$f(v)$  满足归一化条件.

(2)由归一化条件可得

$$\int_0^{v_0} \frac{av}{v_0} dv + \int_{v_0}^{2v_0} a dv + \int_{2v_0}^{3v_0} -\frac{a}{v_0} (v - 3v_0) dv = 1$$

或者  $\frac{1}{2}av_0 + av_0 + \frac{1}{2}av_0 = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2v_0}$

(3)可通过面积计算

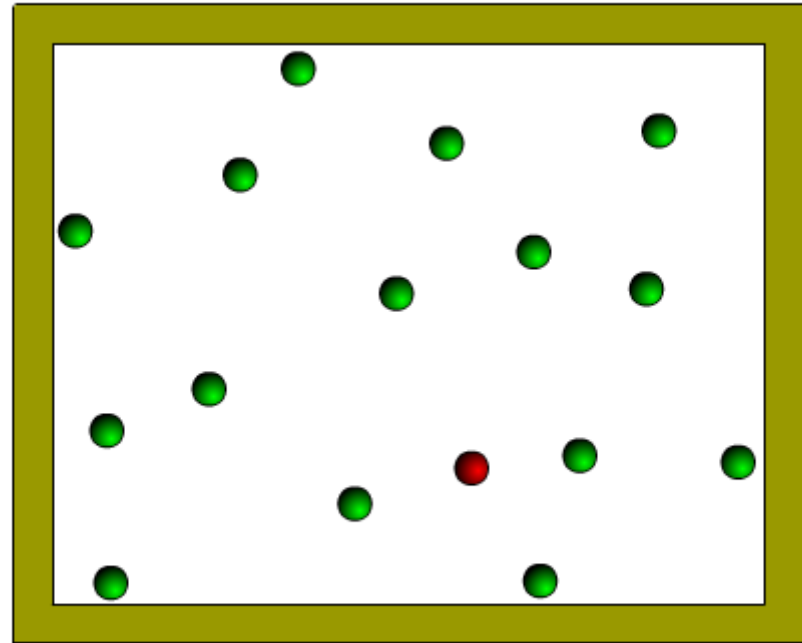
$$\Delta N = \left( \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}av_0 + av_0 + \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}av_0 \right) N = \frac{7}{8}N$$

## 第6节 分子的平均碰撞次数 平均自由程

### Mean Collision Times & Mean Free path of Molecular

**问：**在常温下，气体的方均根速率（或平均速率）达几百米每秒. 为什么在几米远的地方，打开酒精瓶塞，需几秒甚至更长的时间才能嗅到酒精味？

➤ **自由程：**分子两次相邻碰撞之间自由通过的路程。

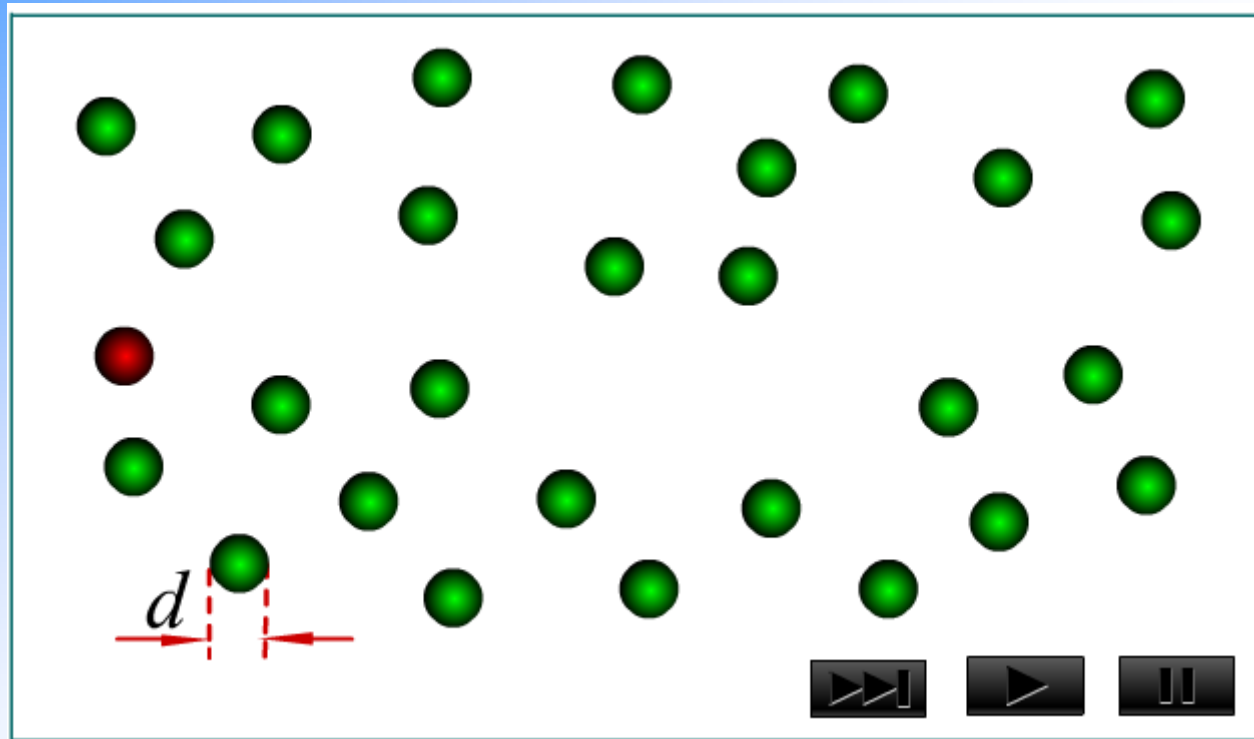




- ◆ 分子**平均自由程**：每两次连续碰撞之间，一个分子自由运动的平均路程。
- ◆ 分子**平均碰撞频率**：单位时间内一个分子和其它分子碰撞的平均次数。

### 简化模型

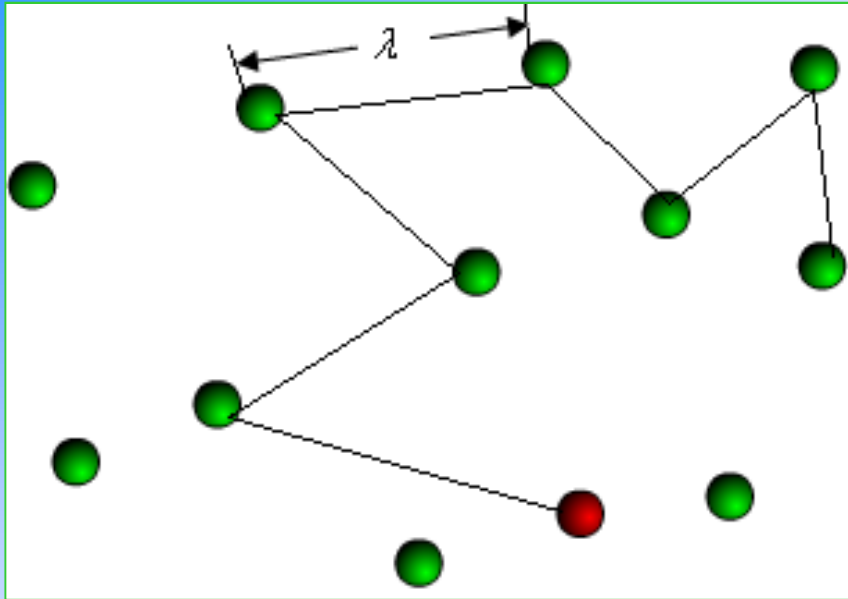
1. 分子为刚性小球，
2. 分子有效直径为  $d$ （分子间距平均值），
3. 其它分子皆静止，某一分子以平均速率  $\bar{u}$  相对其他分子运动。



单位时间内平均碰撞次数  $\bar{Z} = \pi d^2 \bar{u} n$

考虑其他分子的运动  $\bar{u} = \sqrt{2} \bar{v}$

分子平均碰撞次数  $\bar{Z} = \sqrt{2} \pi d^2 \bar{v} n$



◆ 平均自由程

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p}$$

◆ 分子平均碰撞次数

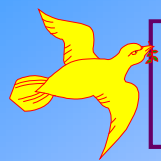
$$\bar{Z} = \sqrt{2} \pi d^2 \bar{v} n$$

$$p = nkT$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{Z}} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}$$

$$T \text{ 一定时 } \bar{\lambda} \propto \frac{1}{p}$$

$$p \text{ 一定时 } \bar{\lambda} \propto T$$



$$\bar{Z} = \sqrt{2n\pi d^2 \bar{v}}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

对空气分子  $d \sim 3.5 \times 10^{-10} \text{ m}$

标准状态下  $\bar{Z} \sim 6.5 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ ,  $\bar{\lambda} \sim 6.9 \times 10^{-7} \text{ m}$

由此可以看到

气体分子永不停息地运动着, 平均来讲, 分子每行进千万分之一米左右这样短的路程, 就要同其它分子发生碰撞。在一秒钟内, 一个分子和其它分子的平均碰撞次数竟可达到几十亿次之多! 这表明气体分子的运动是永不停息的、极其不规则的。

**例1** 试估计下列两种情况下空气分子的平均自由程：(1) 273 K、 $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$  时；(2) 273 K、 $1.333 \times 10^{-3} \text{ Pa}$  时。

(空气分子有效直径： $d = 3.10 \times 10^{-10} \text{ m}$ )

**解**

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

$$\bar{\lambda}_1 = \frac{1.38 \times 10^{-23} \times 273}{\sqrt{2}\pi \times (3.10 \times 10^{-10})^2 \times 1.013 \times 10^5} \text{ m} = 8.71 \times 10^{-8} \text{ m}$$

$$\bar{\lambda}_2 = \frac{1.38 \times 10^{-23} \times 273}{\sqrt{2}\pi \times (3.10 \times 10^{-10})^2 \times 1.333 \times 10^{-3}} \text{ m} = 6.62 \text{ m}$$

**例** 氮气分子有效直径： $d = 3.10 \times 10^{-10} \text{ m}$ ，在标准状态下，求氮气分子的平均碰撞频率和平均自由程。

**解** 平均自由程  $\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 P} = 6.12 \times 10^{-8} \text{ m}$

平均碰撞频率 方法一  $\bar{z} = \frac{\bar{v}}{\bar{\lambda}}$

平均速率

$$\bar{v} = 1.60 \sqrt{\frac{RT}{M}} = 1.60 \times \sqrt{\frac{8.31 \times 273}{28 \times 10^{-3}}} = 455.5 \text{ m/s}$$

$$\bar{z} = \frac{\bar{v}}{\bar{\lambda}} = \frac{455.5}{6.12 \times 10^{-8}} = 7.4 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$$

方法二

$$\bar{Z} = \sqrt{2} \pi d^2 \bar{v} n$$

平均速率

$$\bar{v} = 1.60 \sqrt{\frac{RT}{M}} = 1.60 \times \sqrt{\frac{8.31 \times 273}{28 \times 10^{-3}}} = 455.5 \text{ m/s}$$

分子数密度

$$n = \frac{p}{kT} = 2.69 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

分子平均碰撞频率

$$\begin{aligned} \bar{Z} &= \sqrt{2} \times 3.14 \times (3.70 \times 10^{-10})^2 \times 453 \times 2.69 \times 10^{25} \\ &= 7.41 \times 10^9 \text{ (s}^{-1}\text{)} \end{aligned}$$

## 第7节 偏离平衡态（了解）

### Non-Equilibrium State

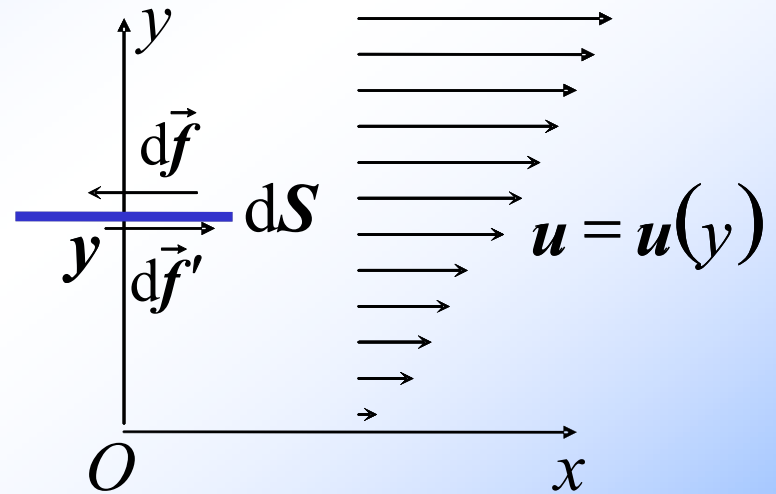
#### 一、内摩擦（粘滞现象）

$$\text{粘滞力 } d\vec{f} = -\eta \left( \frac{du}{dy} \right) d\vec{S}$$

$\eta > 0$ ，叫粘滞系数或粘度

由气体动理论可得

$$\eta = \frac{1}{3} n m_f \bar{v} \bar{\lambda}$$





## 二、热传导

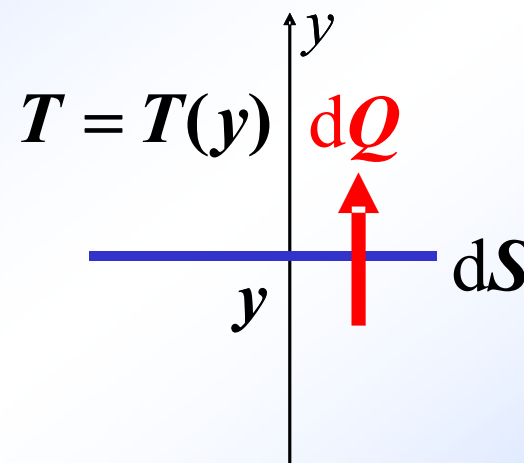
$$dQ = -\kappa \frac{dT}{dy} dS dt$$

$\kappa > 0$ ，称为热导率

可以证明：

$$\kappa = \frac{1}{3} n m_f \bar{v} \bar{\lambda} \frac{C_{V,m}}{M}$$

$M$ 为气体摩尔质量



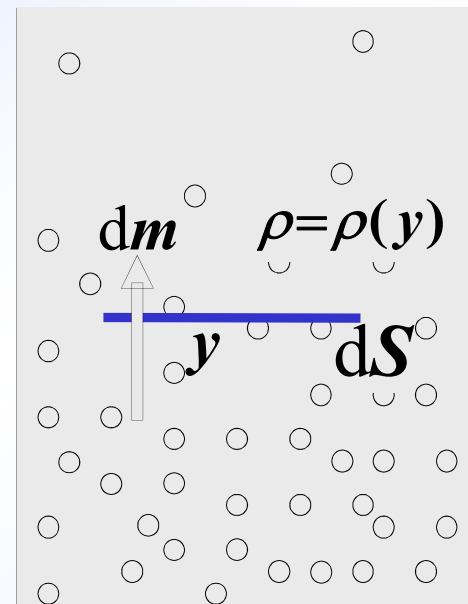
### 三、气体的扩散

$$dm = -D \frac{d\rho}{dy} dS dt$$

$D$ 为扩散系数

根据气体动理论可导出：

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}$$



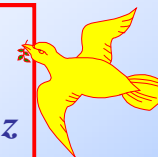
## 第五节—三、玻耳兹曼能量分布律（了解）

玻耳兹曼能量分布律是将麦克斯韦速度分布律推广到保守力场中运动的情形。

将速度分布式中的动能  $\varepsilon_k$  代之以总能量  $\varepsilon = \varepsilon_k + \varepsilon_p$ ，同时考虑势能一般随位置而定，分子在空间分布的不均匀。

### 1. 麦克斯韦-玻耳兹曼分布律

$$\frac{dN_{\vec{v}}}{N} = A e^{-\frac{\varepsilon_k}{kT}} dv_x dv_y dv_z$$



$$dN = n_0 A e^{-\frac{\varepsilon_k + \varepsilon_p}{kT}} dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$

$$= n_0 A e^{-\frac{m_f(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}} \cdot e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}} dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$

### 2. 重力场理想气体分子按位置的分布

$$\iiint_{-\infty \sim +\infty} e^{-\frac{m_f(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}} dv_x dv_y dv_z = \frac{1}{A}$$



$$dN_{dx dy dz} = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}} dx dy dz$$

### 3. 重力场理想气体单位空间体积内的分子数

$$n = \frac{dN_{dx dy dz}}{dx dy dz} = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}} = n_0 e^{-\frac{m_f g z}{kT}} = n_0 e^{-\frac{Mgz}{RT}}$$

用  $h$  代替  $z$ , 则  $\varepsilon_p = m_f g h$ , 所以上式可写为

$$n = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}} = n_0 e^{-\frac{m_f g h}{kT}} = n_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$$

### 4. 重力场中的恒温气压公式

由于  $p = nkT$ , 所以  $p = n_0 k T e^{-\frac{m_f g h}{kT}} = n_0 k T e^{-\frac{Mgh}{RT}}$

设  $h=0$  处的压强为  $p_0$ , 则  $p_0 = n_0 k T$

因此  $p = p_0 e^{-\frac{m_f g h}{kT}} = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}$

**使用条件:** 只有当温度不随高度变化时才严格成立.

据此可制造一种高度计.

**例：**求重力场中气体分子密度比地面减少一半处的高度（设在此范围内重力场均匀，且温度一致）。

$$n = n_0 e^{-mgh/kT} \quad \text{解：}$$

$$n = \frac{n_0}{2} \quad \text{根据题意：}$$

$$\therefore \frac{n_0}{2} = n_0 e^{-mgh/kT}$$

$$h = \frac{kT}{mg} \ln 2 = \frac{RT}{\mu g} \ln 2$$

$$= \frac{8.31 \times 300}{29 \times 10^{-3} \times 10} \cdot \ln 2 \approx 6 \text{ km}$$

## 第8节 范德瓦耳斯方程（了解）

### Van der Waals Equation

1 mol理想气体的状态方程


$$pV_m = RT$$

**理想气体：**气体分子可看做质点，分子的体积可以忽略不计。

气体分子间的相互作用除碰撞之外可以忽略。

**实际气体：**气体分子不能看做质点，分子的体积不能可以忽略不计。

气体分子间的相互作用除碰撞之外，还有分子力。

## 1. 分子体积所引起的修正量

$$pV_m = RT$$



$$p(V_m - \underline{b}) = RT$$



气体分子占有体积引起的修正量

$$b \approx 2N_A \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 \approx 10 \text{ cm}^3/\text{mol}$$

$$p_o: V_m \approx 22.4 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

$$1000p_o: V_m \approx 22.4 \text{ cm}^3$$


## 2. 分子引力所引起的修正量

压强=在单位时间内气体分子施于单位面积器壁的冲量的平均值。

$$p = \frac{RT}{V_m - b} - |\Delta p|$$

$\Delta M$  × 单位时间内与单位面积器壁碰撞的分子数 =  $|\Delta p|$

$$\text{又: } |\Delta p| = \frac{a}{V_m^2} \quad \Rightarrow \quad \left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT$$



$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT$$

-----范德瓦尔斯方程

物质	$a(\text{m}^3 \cdot \text{J} \cdot \text{mol}^{-2})$	$b(\text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1})$
氢	0.0248	$2.66 \times 10^{-5}$
氮	0.00324	$2.34 \times 10^{-5}$
氧	0.138	$3.19 \times 10^{-5}$
氮	0.137	$3.86 \times 10^{-5}$

$p(\text{atm})$	$V_{\text{m\_氮气}}(\text{L})$	$pV_{\text{m\_氮气}}(10^2 \text{ J})$	$RT_{\text{修正\_氮气}}(10^2 \text{ J})$
1	22.40	22.7	22.72
300	0.085	25.84	23.51
500	0.0625	31.66	23.52
700	0.0532	37.73	21.31 <sub>24</sub>



\* 真实气体的范德瓦耳斯方程

$$\left( p + \frac{a}{V_m^2} \right) \cdot (V_m - b) = RT \quad + \quad V = \frac{m}{M} V_m$$

$$\left( p + \frac{m^2}{M^2} \cdot \frac{a}{V^2} \right) \cdot \left( V - \frac{m}{M} b \right) = \frac{m}{M} RT$$

# 归纳总结

1、理想气体物态方程：

$$pV = \nu RT = \frac{M}{M_{mol}} RT \quad \frac{pV}{T} = \text{常量}$$

2、理想气体压强公式：

$$P = n k T$$

$$p = \frac{1}{3} n m \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \overline{E_k}$$

3、理想气体温度公式：

$$\overline{E_k} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} k T$$

4、理想气体内能：

$$E = \frac{M}{M_{mol}} \frac{i}{2} RT$$

5、麦克斯韦速率分布律：

$$f(v) = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT}$$

6、三种速率：

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_{mol}}} \approx 1.60 \sqrt{\frac{RT}{M_{mol}}}$$

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{mol}}} \approx 1.73 \sqrt{\frac{RT}{M_{mol}}}$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M_{mol}}} \approx 1.41 \sqrt{\frac{RT}{M_{mol}}}$$

7、平均碰撞频率:  $\bar{Z} = \sqrt{2} \pi d^2 \bar{v} n$

8、平均自由程:  $\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{Z}} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 P}$

# 气体动理论

理想气体

理想气体状态方程

$$pV = \nu RT \quad \text{或} \quad pV = NkT$$

$$\text{或} \quad p = nkT$$

平衡态  
准静态过程

过程曲线、过程方程

统计规律

理想气体的温度与压强

$$p = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_t} \quad \overline{\varepsilon_t} = \frac{3}{2} kT$$

能量按自由度均分

平均平动动能，内能

$$E = \frac{i}{2} \nu RT$$

麦克斯韦速率分布

三个特征速率

$$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

真实分子的问题

热力学第零定律

# 解题指导

本章基本问题可分为三大类：

- 1、**压强公式、温度公式、分子平均碰撞次数公式及平均自由程公式的应用。**分清公式中涉及的各种物理量哪些是宏观量，哪些是微观量，运用适当的公式将两者联系起来。
- 2、**理想气体内能的计算：**确定给定气体的自由度的数目，然后代入理想气体内能表达式，即可求出内能。
- 3、**运用平衡态下气体分子速率分布律解题：**关键是明确分布函数 $f(v)$ 的物理意义，三种速率不同的应用场合。

本章习题数字计算较繁，这就要求对常态下气体分子的有关物理量的数量级比较熟悉，以便对计算结果进行检验。

# 典型题分析

**例题1** 容器中储有 $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $300\text{K}$ 的氧气。求：

- (1) 单位容积内的分子数  $n$
- (2) 分子的质量  $m$
- (3) 密度  $\rho$
- (4) 分子间平均距离  $l$
- (5) 平均速率  $\bar{v}$
- (6) 方均根速率  $\sqrt{v^2}$
- (7) 分子平均平动动能  $\bar{E}_k$
- (8) 分子平均动能  $\bar{E}_{k\text{总}}$

**解题思路** 题目给的是宏观量  $p$  和  $T$ , 求的是微观量的统计平均值  $n$ 、 $m$ 、 $l$ 、 $\rho \dots$ 等, 选用相应的公式即可求得。

解：(1) 由  $p=nkT$  得

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{1.013 \times 10^5}{1.38 \times 10^{-23} \times 300} = 2.45 \times 10^{25} (m^{-3})$$

$$(2) \quad m = \frac{M_{mol}}{N_A} = \frac{32 \times 10^{-3}}{6.023 \times 10^{23}} = 5.31 \times 10^{-26} (kg)$$

$$(3) \quad \rho = nm = 2.45 \times 10^{25} \times 5.31 \times 10^{-26} = 1.30 (kg / m^3)$$

(4) 设每个分子占据一个边长等于平均距离  $l$  的小立方体，即：  $l^3 \cdot n = 1$

$$l = \frac{1}{\sqrt[3]{n}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2.45 \times 10^{25}}} = 3.44 \times 10^{-9} (m)$$

(5)

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_{mol}}} = 1.60 \sqrt{\frac{RT}{M_{mol}}} = 1.60 \sqrt{\frac{8.31 \times 300}{32 \times 10^{-3}}} = 4.47 \times 10^2 (m / s)$$



$$(6) \quad \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{mol}}} = 1.73 \sqrt{\frac{8.31 \times 300}{32 \times 10^{-3}}} = 4.83 \times 10^2 (m/s)$$

$$(7) \quad \bar{E}_k = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 = 6.21 \times 10^{-21} (J)$$

$$(8) \quad \bar{E}_{k总} = \frac{5}{2} kT = \frac{5}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300 = 1.04 \times 10^{-20} (J)$$

讨论：（1）由  $n = p / kT$  可见，分子数密度与  $p$  成正比，与  $T$  成反比。

（2）温度相同，说明分子的平均平动动能相等，但  $\bar{v}$  和  $\sqrt{\bar{v}^2}$  却与分子种类有关。

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

（3）分子的平均动能与分子的自由度有关，自由度愈多，分子的平均动能愈大（在一定温度下）。

**例题3** 在标准状态下,  $1 \text{ m}^3$  中有多少个氮气分子?  
氮气分子的平均速率为多少? 平均碰撞频率为多少?  
平均自由程为多少? 设氮分子的平均有效直径  $d$   
 $=3.76 \times 10^{-10} \text{ m}$ .

解题思路

$$p = nkT$$

解: (1)

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{1.013 \times 10^5}{1.38 \times 10^{-23} \times 273} = 2.68 \times 10^{25} (\text{m}^{-3})$$

(2) 平均速率:

$$\bar{v} = 1.60 \sqrt{\frac{RT}{M_{mol}}} = 1.60 \sqrt{\frac{8.31 \times 273}{28 \times 10^{-3}}} = 4.55 \times 10^2 (\text{m} / \text{s})$$

(3) 平均碰撞频率:

$$\begin{aligned}\bar{z} &= \sqrt{2}\pi d^2 n \bar{v} = 1.414 \times 3.14 \times (3.76 \times 10^{-10})^2 \times 2.68 \times 10^{25} \times 455 \\ &= 7.6 \times 10^9 (\text{次} / s)\end{aligned}$$

(4) 平均自由程:

$$\begin{aligned}\bar{\lambda} &= \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{1}{1.414 \times 3.14 \times (3.76 \times 10^{-10})^2 \times 2.68 \times 10^{25}} \\ &= 5.96 \times 10^{-8} (m)\end{aligned}$$

**例题4** 一打气机, 每打一次可将压强 $p_0=1\text{atm}$ , 温度 $t_0=-3^\circ\text{C}$ , 体积 $V=4.0 \times 10^{-3}\text{m}^3$ 的气体压至容器内。设容器内容积为 $V_0=1.5\text{m}^3$ . 试问需打多少次, 才能使容器内气体在温度升为 $45^\circ\text{C}$ 时可达到 $2\text{atm}$ ? 设原来容器中的压强为 $1\text{atm}$ , 温度 $-3^\circ\text{C}$ 。

解：打一次气进入容器的气体摩尔数为  $\nu = p_0 V / RT_0$

打  $n$  次气进入容器的气体摩尔数为  $n \nu$

未打气时容器内的气体摩尔数为  $\nu_0 = p_0 V_0 / RT_0$

打  $n$  次后，容器内气体的状态方程可表述为：

$$pV_0 / RT = \nu_0 + n \nu = \frac{p_0 V_0}{RT_0} + n \frac{p_0 V}{RT_0}$$

其中：  $p=2\text{atm}$      $T=273+45\text{K}$      $T_0=273-3=270\text{K}$

由上式可得：

$$\begin{aligned} n &= \frac{pV_0 T_0}{p_0 V T_0} - \frac{V_0}{V} = \frac{2 \times 1.5 \times (273 - 3)}{1 \times 4.0 \times 10^{-3} \times (273 + 45)} - \frac{1.5}{4.0 \times 10^{-3}} \\ &= 262(\text{次}) \end{aligned}$$

下列各式的物理意义

$$f(v) = \frac{dN_v}{Ndv}$$

$$(1) \int_{v_1}^{v_2} Nf(v)dv = \int_{v_1}^{v_2} dN$$

(1) 速率在  $v$  附近单位速率间隔内的分子数占总分子数的比

$$(2) \int_{v_1}^{v_2} f(v)dv = \frac{1}{N} \int_{v_1}^{v_2} dN$$

(2) 速率在  $v - v+dv$  间隔内的分子数占总分子数的比

$$(3) f(v)dv = \frac{dN}{N}$$

(3) 速率在  $v_1 - v_2$  间隔内的分子数占总分子数的比

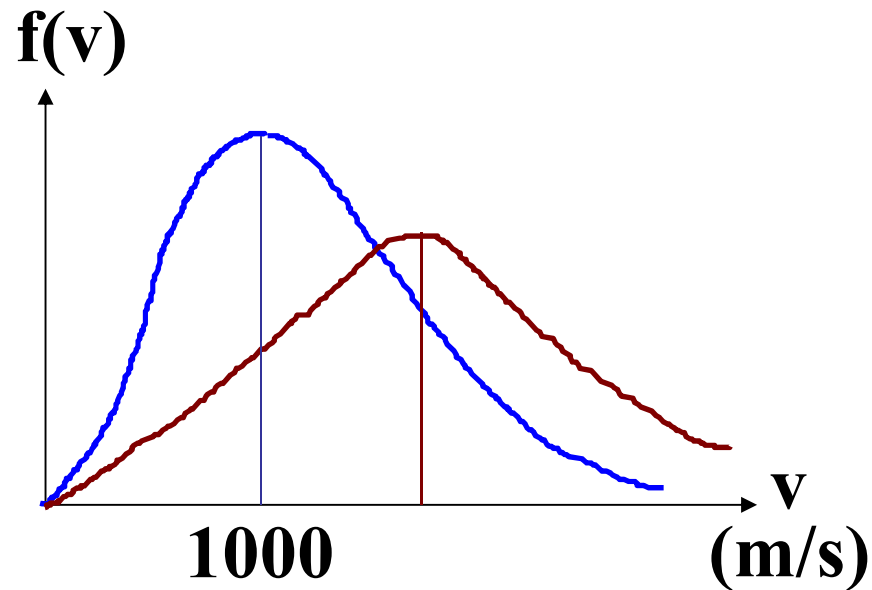
$$(4) \frac{\int_{v_1}^{v_2} vf(v)dv}{\int_{v_1}^{v_2} f(v)dv}$$

(4) 速率在  $v_1 - v_2$  间隔内的分子数

$$(5) f(v) = \frac{dN}{Ndv}$$

(5) 速率在  $v_1 - v_2$  间隔内的分子的平均速率

例5、图为 $\text{H}_2$ 和 $\text{O}_2$ 在相同温度下的麦克斯韦分布曲线，则 $\text{H}_2$ 的最概然速率？  $\text{O}_2$ 的最概然速率？



答案：4000m/s,  
1000m/s

# 第十二章 气体动理论

理想气体

理想气体状态方程

$$pV = \nu RT \quad \text{或} \quad pV = NkT \\ \text{或} \quad p = nkT$$

平衡态  
准静态过程

过程曲线、过程方程

统计规律

理想气体的温度与压强

$$p = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_t} \quad \overline{\varepsilon_t} = \frac{3}{2} kT$$

能量按自由度均分

平均平动动能, 内能

$$E = \frac{t+r+2s}{2} \nu RT$$

麦克斯韦速率分布

三个特征速率

$$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \\ \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

真实分子的问题

热力学第零定律

**例4** 某系统有 $N$ 个粒子，其速率分布函数为

$$\begin{cases} f(v) = \frac{dN}{Ndv} = C & (0 \leq v \leq v_0) \\ f(v) = 0 & (v > v_0) \end{cases}$$

**求：**（1）速率分布曲线； （2）由 $v_0$ 求常数 $C$ ；  
（3）求粒子的平均速率.

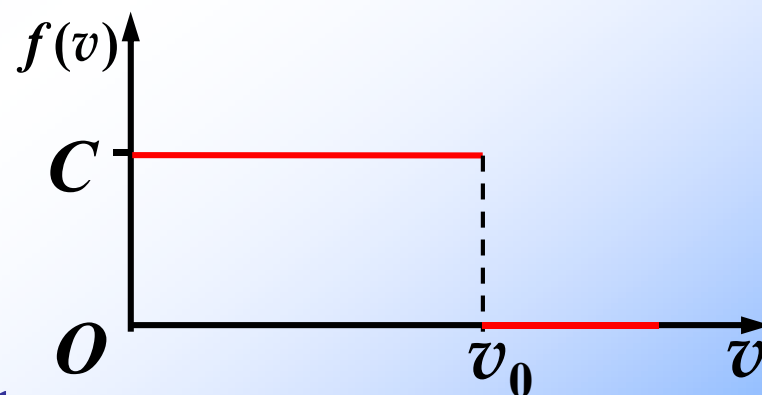
**解：**（1）分布曲线见右图  
（2）由归一化条件

$$\int_0^{v_0} f(v)dv = 1$$

求得： $Cv_0 = 1 \rightarrow C = \frac{1}{v_0}$

（3）平均速率

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} vf(v)dv = \int_0^{v_0} v \frac{1}{v_0} dv = \frac{1}{v_0} \cdot \frac{v_0^2}{2} = \frac{v_0}{2}$$





## 物理学的三次大综合

**17世纪**，伽利略研究地面上物体的运动，打开了通向近代物理学的大门。牛顿在此基础上把地面上物体的运动和天体运动统一起来，揭示了天上地下一切物体的普遍运动规律，建立了经典力学体系，实现了物理学史上**第一次大综合**。

**18世纪**，经过迈尔、焦耳、卡诺、克劳修斯等人的研究，经典热力学和经典统计力学正式确立，从而把热与能、热运动的宏观表现与微观机制统一起来，实现了物理学史上的**第二次大综合**。

**19世纪**，麦克斯韦在库仑、安培、法拉第等物理学家研究的基础上，经过深入研究，把电、磁、光统一起来，建立了经典电磁理论，预言了电磁波的存在，实现了物理学史上**第三次大综合**。

A photograph of the Space Shuttle Columbia during its ascent. The shuttle is white with orange external tank and white solid rocket boosters. It is angled upwards, leaving a large, bright white plume of exhaust. The background is a deep blue sky. The text 'USA' is visible on the side of the orbiter.

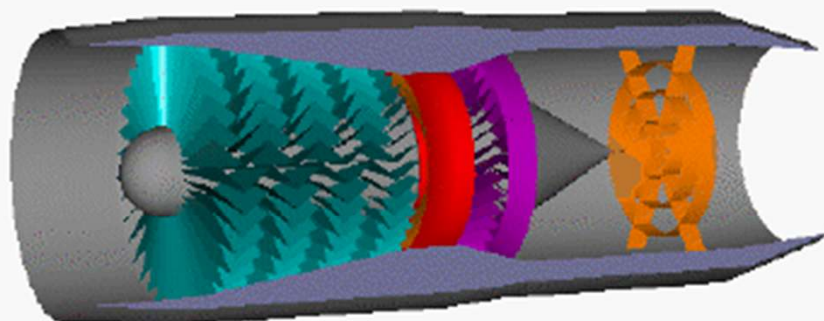
# 第三篇 热学 (*Heat*)

第13章  
热力学基础



# ***What is Thermodynamics?***

Glenn  
Research  
Center



Thermodynamics is the study of the effects of work, heat, and energy on a system. Thermodynamics is only concerned with large scale observations.

**Zeroth Law: Thermodynamic Equilibrium and Temperature**

**First Law: Work, Heat, and Energy**

**Second Law: Entropy**

# 第13章 热力学基础

## Fundamentals of Thermodynamics

第1节 热力学第一定律

第2节 理想气体的热容量

第3节 热力学第一定律对理想气体的应用 (重点1)

第4节 循环过程 卡诺循环 (重点2)

第5节 热力学第二定律 (重点3)

第6节 熵 (重点4)

第7节 热力学第二定律的统计意义 熵的统计表述

第8节 与熵增加原理有关的几个问题的讨论

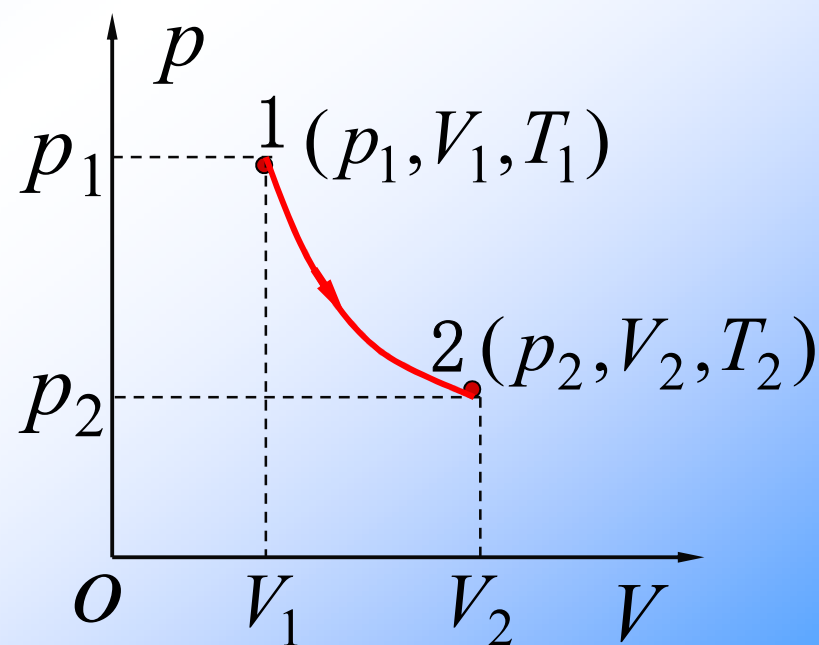
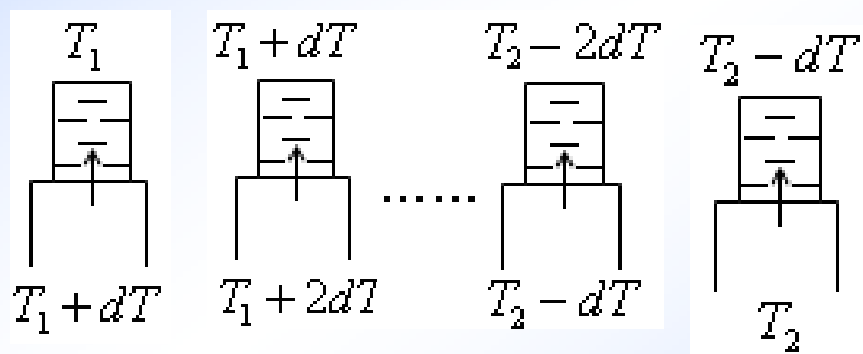
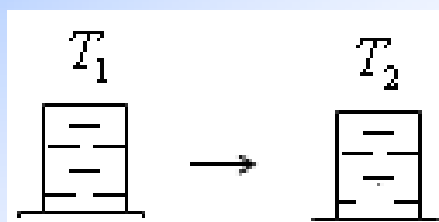
## 热力学的一些基本概念

- 1 **热力学系统**：在热力学中，把要研究的对象，如物体或物体组（气体、液体或固体），称为热力学系统，简称系统。
- 2 **外界**：系统以外，能与系统相互作用的环境。
- 3 **孤立系统**：与外界之间既没有能量交换，又没有物质交换的系统称为孤立系统。（是一种理想模型）
- 4 **封闭系统**：与外界有能量交换，但没有物质交换的系统称为封闭系统。
- 5 **开放系统**：与外界既有能量交换，又有物质交换的系统称为开放系统。（生物体属于开放系统）



**6 热力学过程：**系统从一个平衡态过渡到另一个平衡态所经历的变化过程，称为热力学过程，简称过程。

**7 准静态过程：**系统的过程变化非常缓慢，如果变化过程中任一中间状态的变化很小，可以看作是平衡状态，那么这样的中间变化过程称为准静态过程。反之，则为非准静态过程。



**8 内能：**是指热力学系统的内能，它取决于系统内部状态的能量。从分子运动论的观点来看，系统的内能就是系统中所有的分子热运动的能量和分子之间相互作用势能的总和，它包括：分子无规则热运动动能、分子间的相互作用能、分子和原子内的能量、原子核内的能量等。理想情况，内能是温度的单值函数。

$$E = n \frac{i}{2} RT$$

**9 做功：**是通过物体作宏观位移来完成的，它的作用之一是将物体的有规则运动转化为系统的内部的无规则运动，即机械运动能转化为内能。

**10 传热：**是通过分子之间的相互作用来完成的，它的作用是系统外物体的分子无规则运动与系统内分子无规则运动之间的转换，从而改变系统的内能。