回顾：

驻波：干涉的特例，两相向传播的平面简谐波的叠加

同频率、同波长、同振幅 **波腹，波节的位置**

驻波方程： $y=2A\cos(\ldots x\ldots)\cos(\ldots\omega t\ldots)$

和差化积数学公式：$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

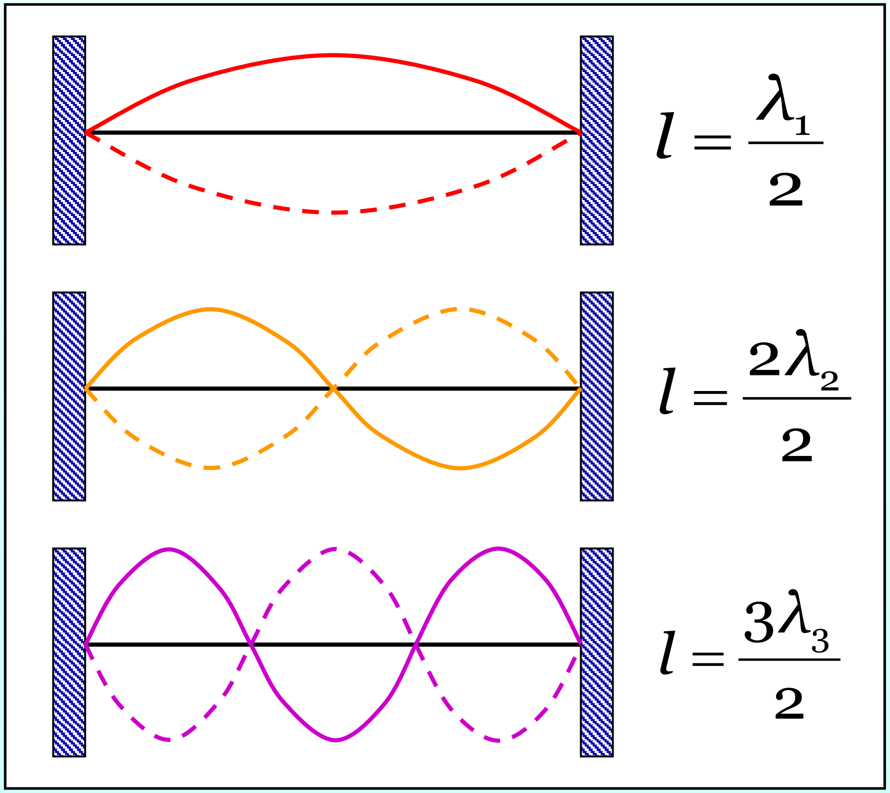
相邻波腹或波节间的距离为： $\Delta x=\lambda/2$

驻波的能量在相邻的波腹和波节间往复变化，在相邻的波节间发生动能和势能间的转换，动能主要集中在波腹，势能主要集中在波节，但无能量的定向传播.

半波损失：波从波疏介质入射到波密介质界面上反射时，反射波有半波损失

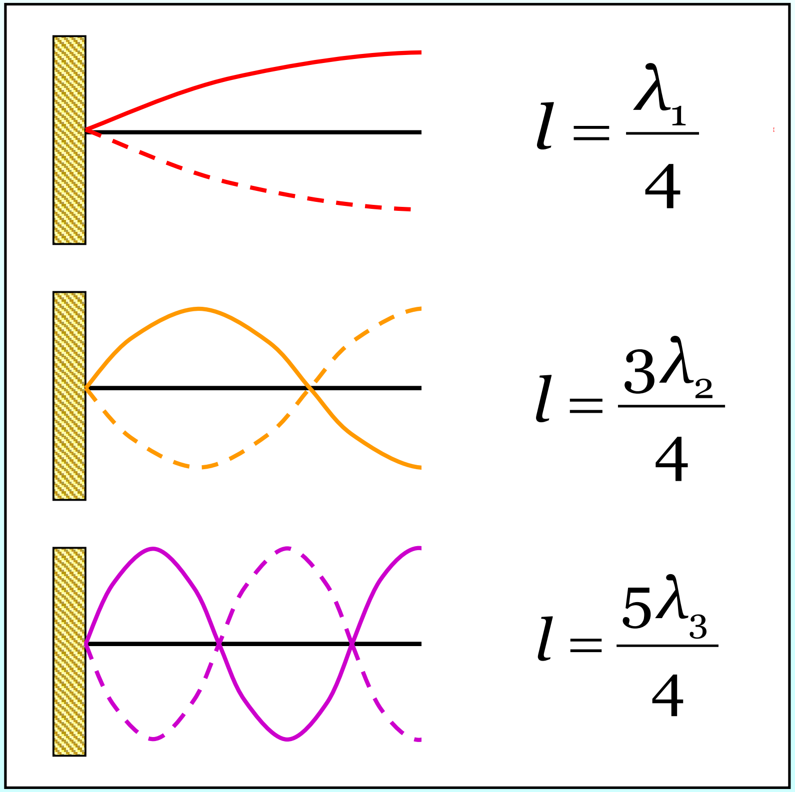
两端固定的弦振动的简正模式

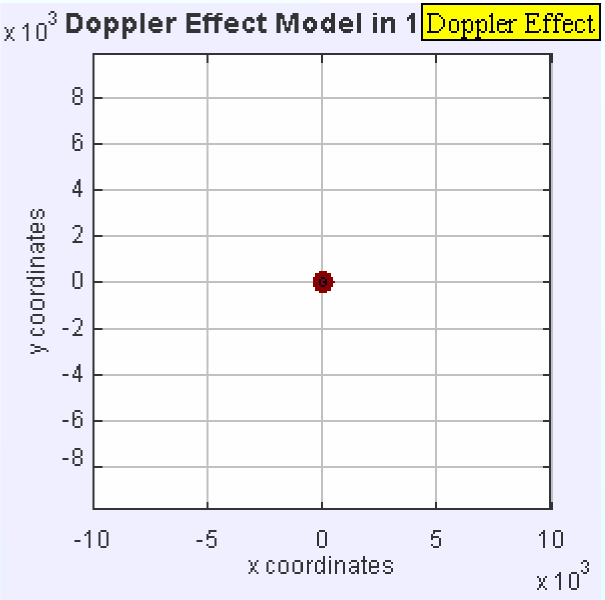
$$l = n\frac{\lambda_n}{2} \quad n = 1, 2, \cdots$$

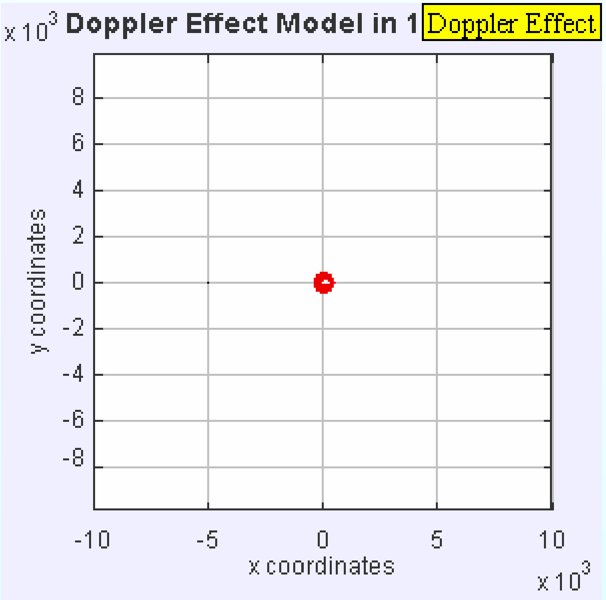


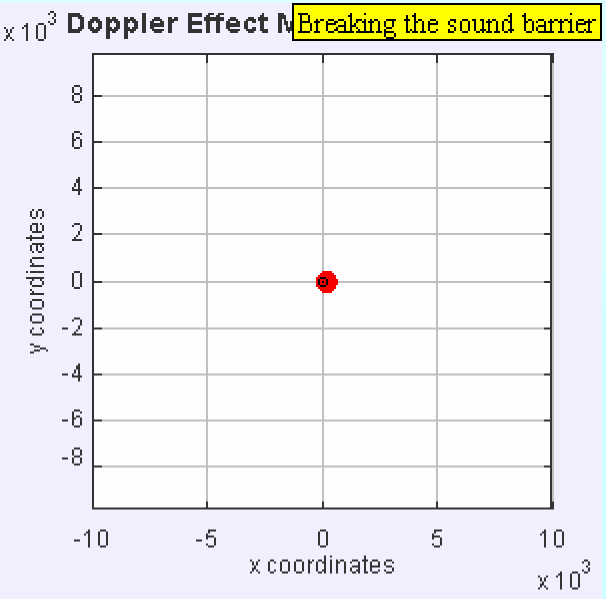
一端固定一端自由的弦振动的简正模式

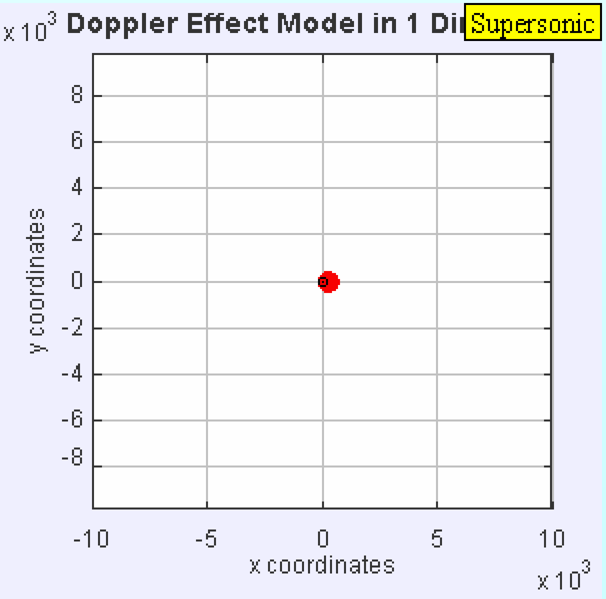
$$l = (n - \frac{1}{2})\frac{\lambda_n}{2} \quad n = 1, 2, \cdots$$




x 10^3 Doppler Effect Model in 1
Doppler Effect
8 6 4 2 0 -2 -4 -6 -8
y coordinates
-10 -5 0 5 10
x coordinates
x 10^3


x 10^3 Doppler Effect Model in 1
Doppler Effect
8 6 4 2 0 -2 -4 -6 -8
y coordinates
-10 -5 0 5 10
x coordinates
x 10^3


x 10^3 Doppler Effect M
Breaking the sound barrier
8 6 4 2 0 -2 -4 -6 -8
y coordinates
-10 -5 0 5 10
x coordinates
x 10^3


x 10^3 Doppler Effect Model in 1 Di
Supersonic
8 6 4 2 0 -2 -4 -6 -8
y coordinates
-10 -5 0 5 10
x coordinates
x 10^3

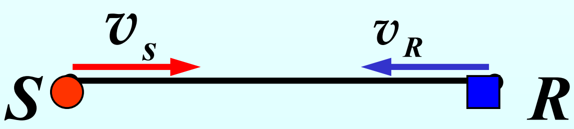
第6节 多普勒效应

Doppler Effect

一、声波的多普勒效应

当波源*S*和接收器*R*有相对运动时，接收器所测得的频率不等于波源振动频率的现象。

多普勒效应

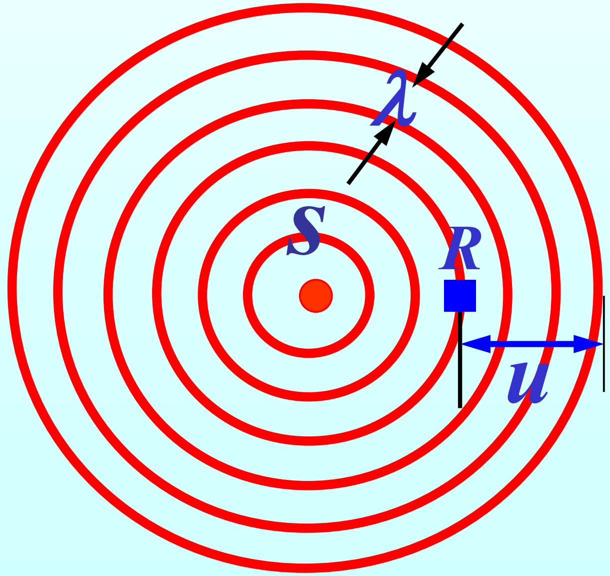


- 参考系：媒质
- ν_S 波源的频率：波源在单位时间内振动的次数；
- ν_R 接受器接收到的频率：接受器在单位时间内接收到的完整波的个数；
- ν波的频率：单位时间内通过介质某点的完整波的个数，它等于波速 u 除以波长 λ 。

1. 波源和接收器都静止 (v_S=0,v_R=0)

波一发出就会脱离波源运动。每隔一周期画一波面，其间隔为波长λ。波速 u与波源和接收器无关。单位时间通过 R 的波的个数，即为 R 收到的频率。

$$\boxed{\nu_{R1} = \frac{u}{\lambda} = \nu_S}$$

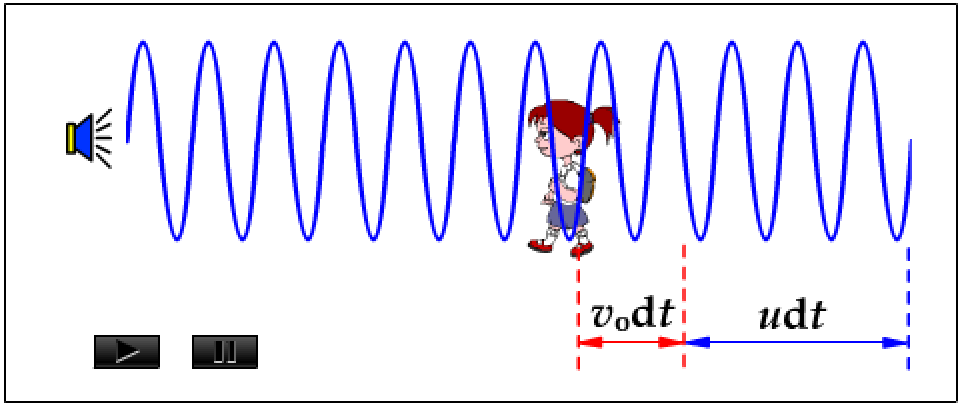


2. 波源静止,接收器运动 ($v_S=0$, $v_R\neq 0$)

R 收到的频率为

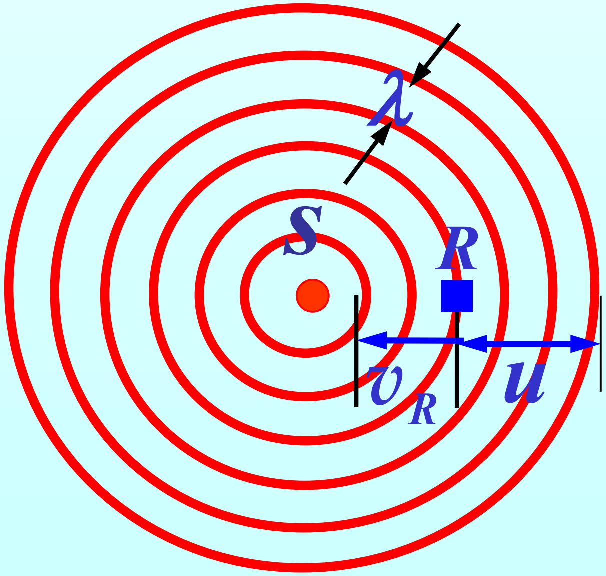
$$\nu_{R2}=\frac{u+v_R}{\lambda}=\frac{u+v_R}{u/\nu_s}$$

$$\boxed{\nu_{R2}=\frac{u+v_R}{u}\nu_S}$$ 升高

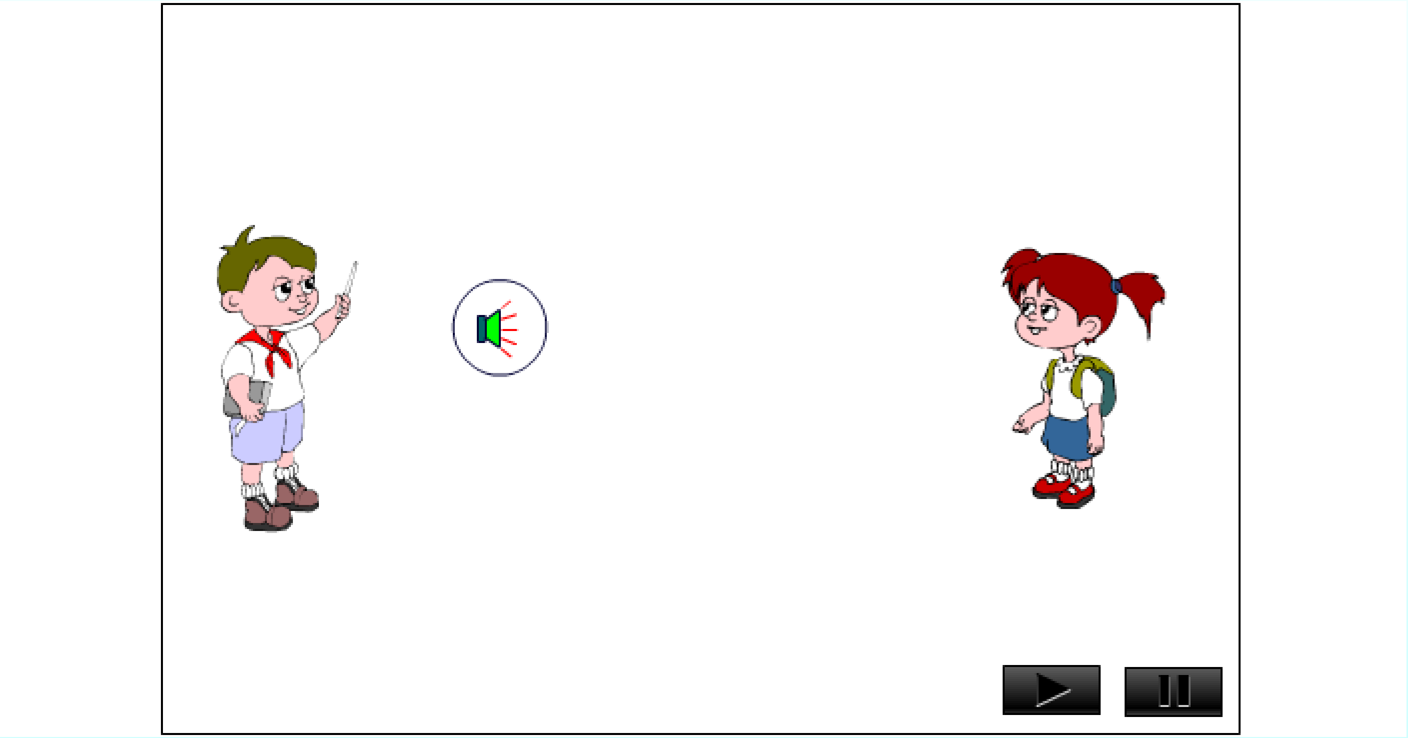


R 远离 ***S*** 则

$$\boxed{\nu_{R2}=\frac{u-v_R}{u}\nu_S}$$ 降低



3. 接收器静止, 波源运动(v_R=0,$v_S \neq$ 0)



3. 接收器静止, 波源运动($v_R=0, v_S\neq 0$)

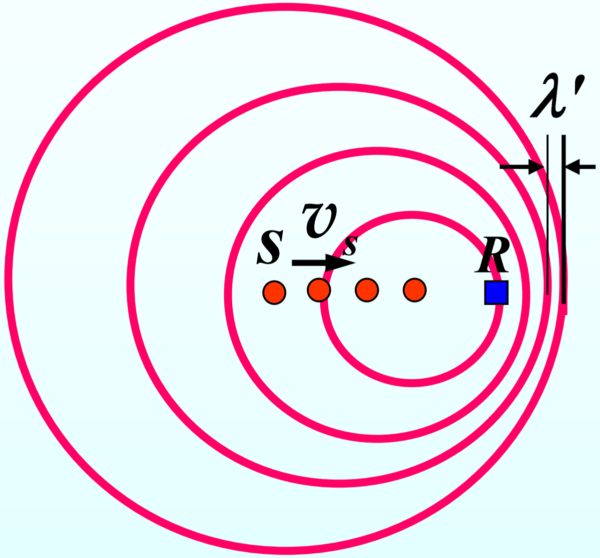
S趋近R，右边波长变短

$$\lambda' = \lambda - v_s T_S = uT_S - v_s T_S = \frac{u - v_s}{\nu_S}$$

R收到的频率为

$$\boxed{\nu_{R3} = \frac{u}{\lambda'} = \frac{u}{u - v_S}\nu_S}$$

升高



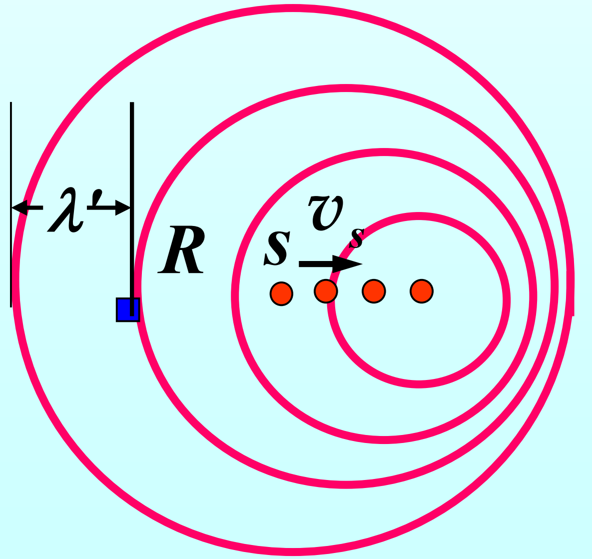
S远离R，左边波长变长

$$\lambda' = \lambda + v_s T_S = uT_S + v_s T_S = \frac{u + v_s}{\nu_S}$$

R收到的频率为

$$\boxed{\nu_{R3} = \frac{u}{\lambda'} = \frac{u}{u + v_S}\nu_S}$$

降低



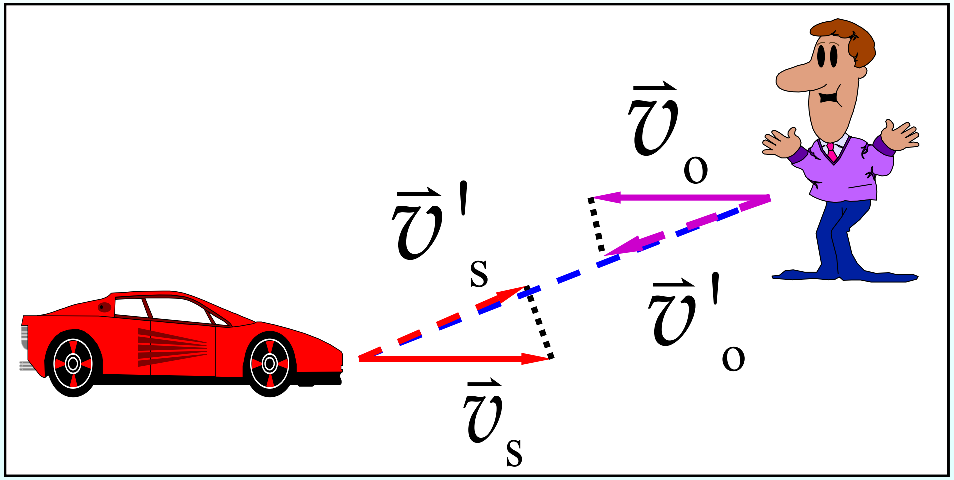
4. 接收器、波源都运动

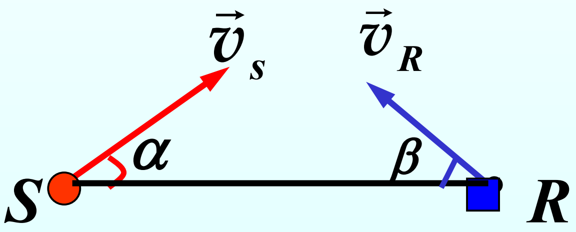
R收到的频率为 $$\boxed{\nu_{R4}=\frac{u\pm v_R}{u\mp v_S}\nu_S}$$

注意 $\begin{cases}\text{靠近运动，取上面符号（上加下减）}\\\text{远离运动，取下面符号（上减下加）}\end{cases}$

例 在电影或电视中大家经常看到警察追嫌疑犯的飚车画面，如果声波传播速度为u，嫌疑犯的车速为v_1，警车的速度为v_2，警车的鸣笛频率为ν_0，那么嫌疑犯在车上听到警车的鸣笛频率为 $$\frac{u-v_1}{u-v_2}\nu_0$$

5. 波源速度和观测者速度不共线时



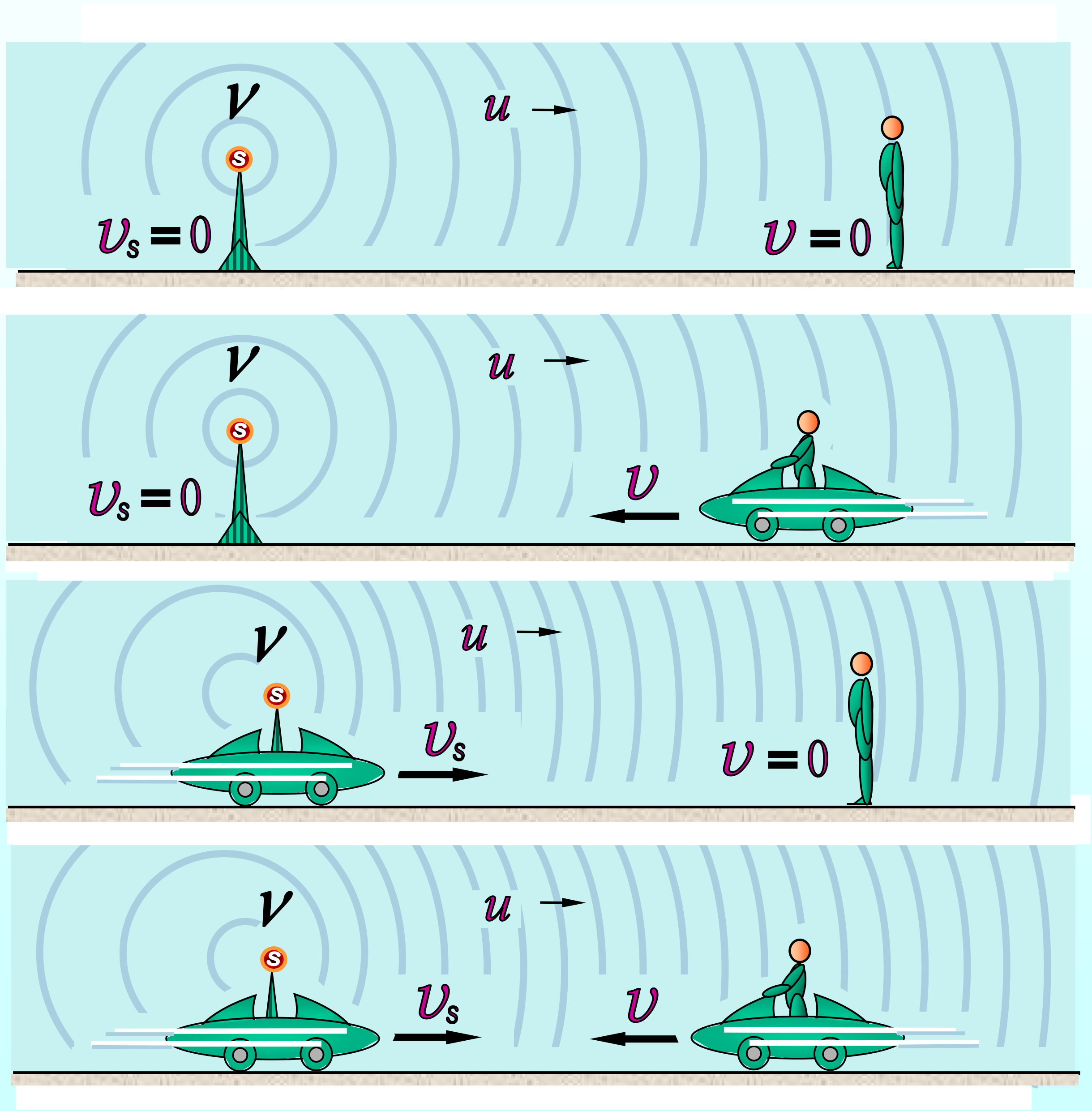


$$\nu' = \frac{u \pm v'_o}{u \mp v'_s}\nu$$

$$\nu_{R5} = \frac{u'}{\lambda'} = \frac{u + v_R\cos\beta}{u - v_S\cos\alpha}\nu_S$$

演示：多普勒效应

多普勒效应



$$\nu' = \nu$$

（向）　（背）

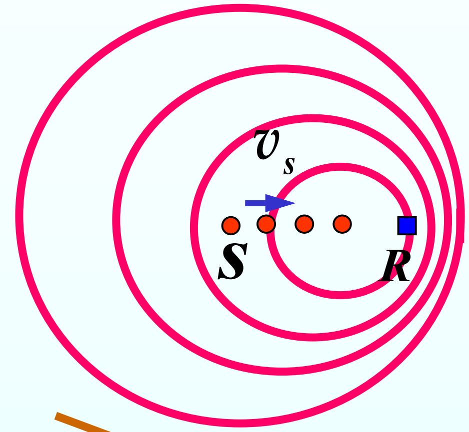
$$\nu' = \left(\frac{u \pm v}{u}\right)\nu$$

$$\nu' = \left(\frac{u}{u \mp v_s}\right)\nu$$

$$\nu' = \left(\frac{u \pm v}{u \mp v_s}\right)\nu$$

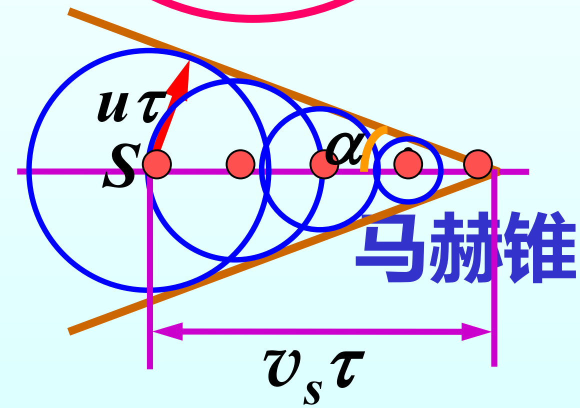
6. 冲击波

•若波源速度小于波速($v_S < u$)



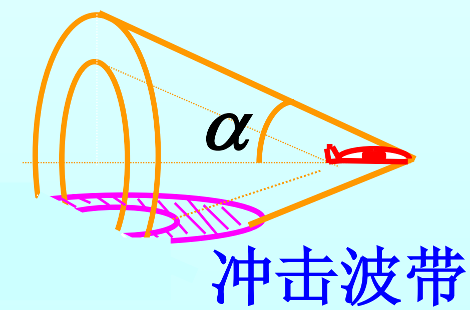
•若波源速度超过波速($v_S > u$)

冲击波(shock wave) 冲击波

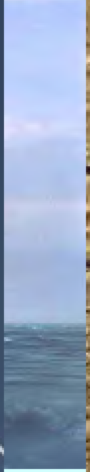


$$\sin\alpha = \frac{u}{v_s}$$

☆ 超音速飞机要冲破声障，并在空气中激起冲击波. 超音速飞机



例：超音速的冲击波与音障



视频：飞机突破音障

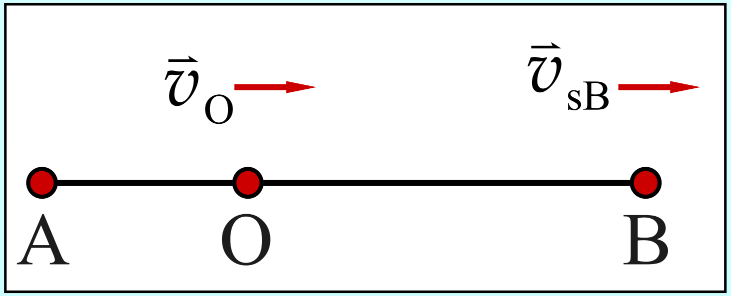
视频：火箭制造音爆

例1 A、B 为两个汽笛，其频率皆为500 Hz，A 静止，B 以60 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$的速率向右运动. 在两个汽笛之间有一观察者O，以30 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$的速度也向右运动. 已知空气中的声速为 330 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, 求：

(1) 观察者听到来自A的频率；

(2) 观察者听到来自B的频率；

(3) 观察者听到的拍频.

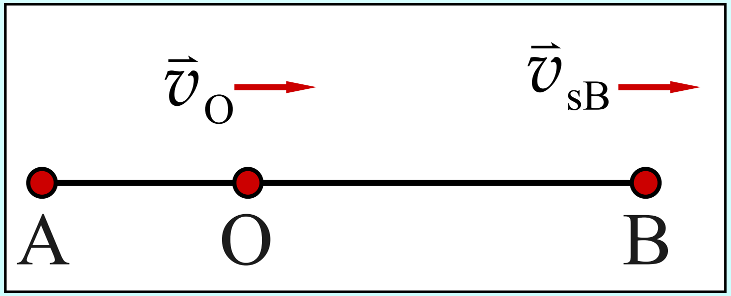


解 (1) 已知

$$u = 330\ \mathrm{m \cdot s^{-1}},\ v_{\mathrm{sA}} = 0,\ v_{\mathrm{sB}} = 60\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$\nu' = \frac{u \pm v_0}{u \mp v_\mathrm{s}} \nu$$

$$\nu' = \frac{330 - 30}{330} \times 500 = 454.5\ \mathrm{Hz}$$

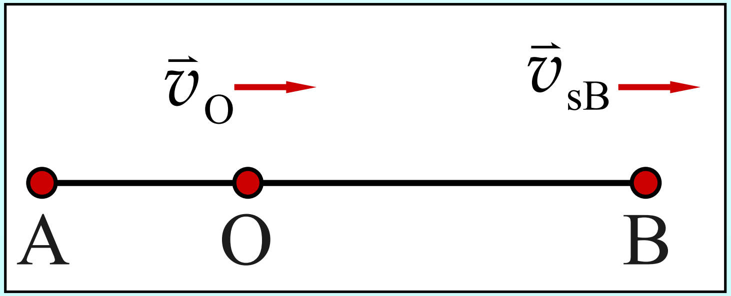


（2）观察者听到来自B 的频率

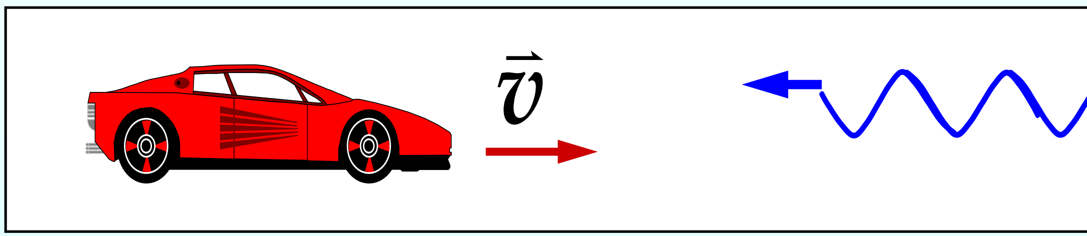
$$\nu'' = \frac{330+30}{330+60} \times 500 = 461.5\ \text{Hz}$$

（3）观察者听到的拍频

$$\Delta \nu = \left| \nu' - \nu'' \right| = 7\ \text{Hz}$$



例 利用多普勒效应监测车速，固定波源发出频率为 $\nu = 100\mathrm{kHz}$ 的超声波，当汽车向波源行驶时，与波源安装在一起的接收器接收到从汽车反射回来波的频率为 $\nu'' = 118\mathrm{kHz}$. 已知空气中的声速为 $u = 330\mathrm{m \cdot s^{-1}}$，求车速 .



误差：±2 km/h

解:（1）车为接收器 $\nu' = \dfrac{u+v}{u}\nu$

（2）车为波源 $\nu'' = \dfrac{u}{u-v}\nu' = \dfrac{u+v}{u-v}\nu$

车　速 $v = \dfrac{\nu'' - \nu}{\nu'' + \nu}u = \dfrac{118-100}{118+100} \times 330\ \mathrm{m/s}$

$= 27.2\ \mathrm{m/s} \ = 98.1\ \mathrm{km/h}$

例 利用多普勒效应测飞行的高度. 飞机在上空以速度 $v_s = 200\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 沿水平直线飞行，发出频率为 $\nu_0 = 2\,000\ \mathrm{Hz}$ 的声波. 当飞机越过静止于地面的观察者上空时，观察者在4s内测出的频率由 $\nu_1 = 2\,400\ \mathrm{Hz}$ 降为 $\nu_2 = 1\,600\ \mathrm{Hz}$. 已知声波在空气中的速度为 $u = 330\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. 试求飞机的飞行高度h.

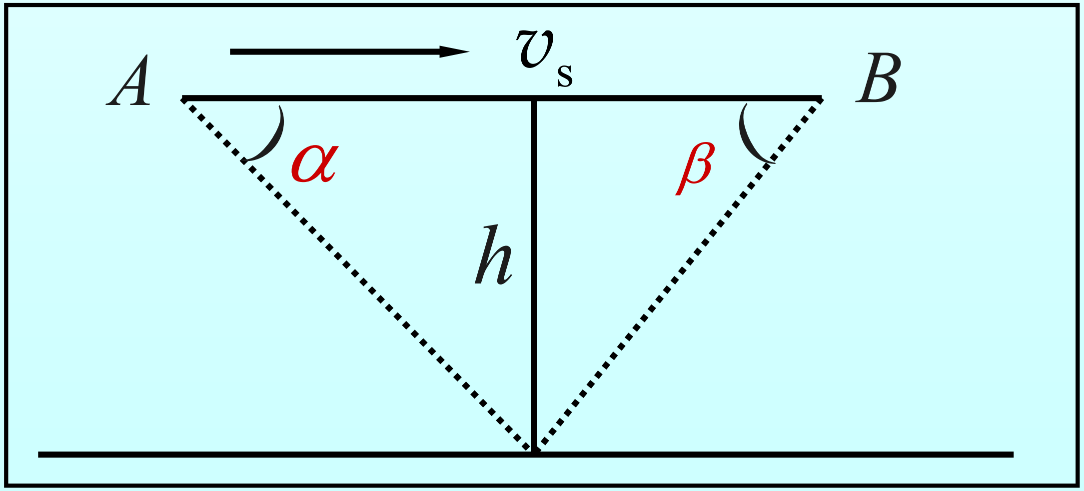
已知 $v_s = 200\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ $\nu_0 = 2\,000\ \mathrm{Hz}$

$\nu_1 = 2\,400\ \mathrm{Hz}$ $\nu_2 = 1\,600\ \mathrm{Hz}$ $u = 330\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 求h

解 如图，飞机在4s内经过的距离为AB

$$\overline{AB} = v_s t = h(\cot\alpha + \cot\beta)$$

$$v_{AC} = v_s \cos\alpha \qquad v_{BC} = v_s \cos\beta$$



$$v_1 = \frac{u}{u - v_{\mathrm{AC}}} v_0 = \frac{u}{u - v_{\mathrm{s}} \cos\alpha} v_0$$

$$v_2 = \frac{u}{u + v_{\mathrm{BC}}} v_0 = \frac{u}{u + v_{\mathrm{s}} \cos\beta} v_0$$

$$\cos\alpha = \frac{v_1 - v_0}{v_1 v_{\mathrm{s}}} u = 0.275 \qquad \cos\beta = \frac{v_0 - v_2}{v_2 v_{\mathrm{s}}} u = 0.413$$

$$h = \frac{v_{\mathrm{s}} t}{\cot\alpha + \cot\beta} = \frac{v_{\mathrm{s}} t}{\dfrac{\cos\alpha}{\sqrt{1 - \cos^2\alpha}} + \dfrac{\cos\beta}{\sqrt{1 - \cos^2\beta}}}$$

$$= 1.08 \times 10^3 \ \mathrm{m}$$

二、电磁波的多普勒效应(了解)：

电磁波的传播速度不依赖于任何媒质，只要光源和观测者之间存在相对运动，就可以确定多普勒效应的频率变化。

(1) 光源和观测者彼此远离时

$$\nu_R = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} \cdot \nu_S \xRightarrow{v<<c} \frac{c-v}{c} \cdot \nu_S$$

(2) 光源和观测者彼此驱近时

$$\nu_R = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \cdot \nu_S \xRightarrow{v<<c} \frac{c+v}{c} \cdot \nu_S$$

退行红移和宇宙膨胀（了解）

△ 用波长来表示退行红移(recessional redshift)

$$\frac{\lambda_R-\lambda_S}{\lambda_S}=\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}-1\approx\frac{v}{c} \text{ 或 } \frac{\lambda_R-\lambda_S}{\lambda_S}=\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}-1\approx\beta$$

△ 哈勃定律(Hubble's law)

$$\frac{\lambda_R-\lambda_S}{\lambda_S}=H_0\frac{L}{c}=\frac{v}{c} \Longrightarrow v=H_0L$$

哈勃定律证明相隔越远的星体以越高的速度分离，构成了一幅宇宙膨胀的图像.

科普：

利用声波的多普勒效应可以测定流体的流速，振动体的振动和潜艇的速度，还可以用来报警和监测车速。

在医学上，利用超声波的多勒效应对心脏跳动情况进行诊断，如做超声心动、多普勒血流仪等。

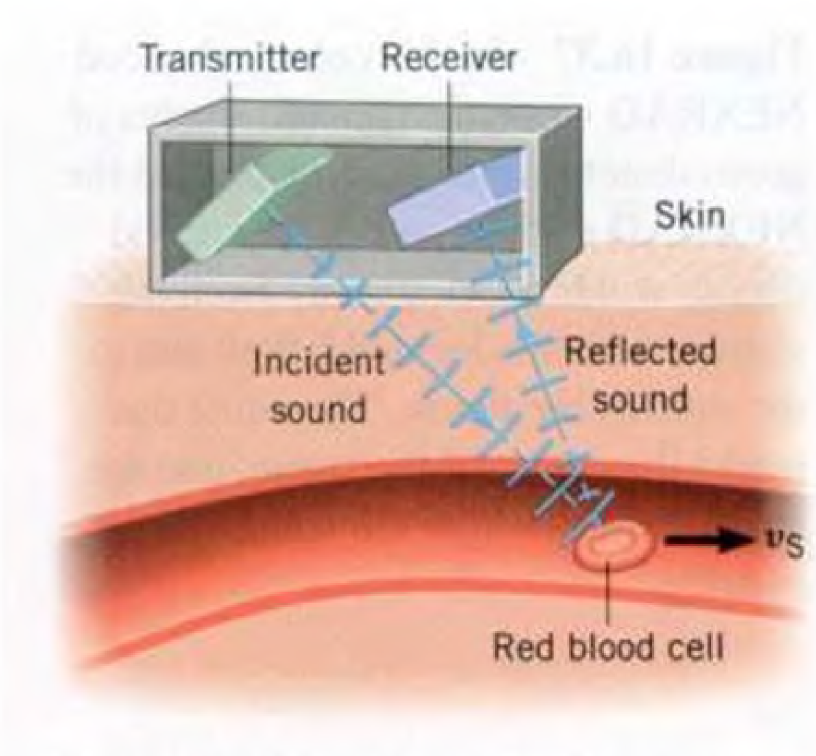
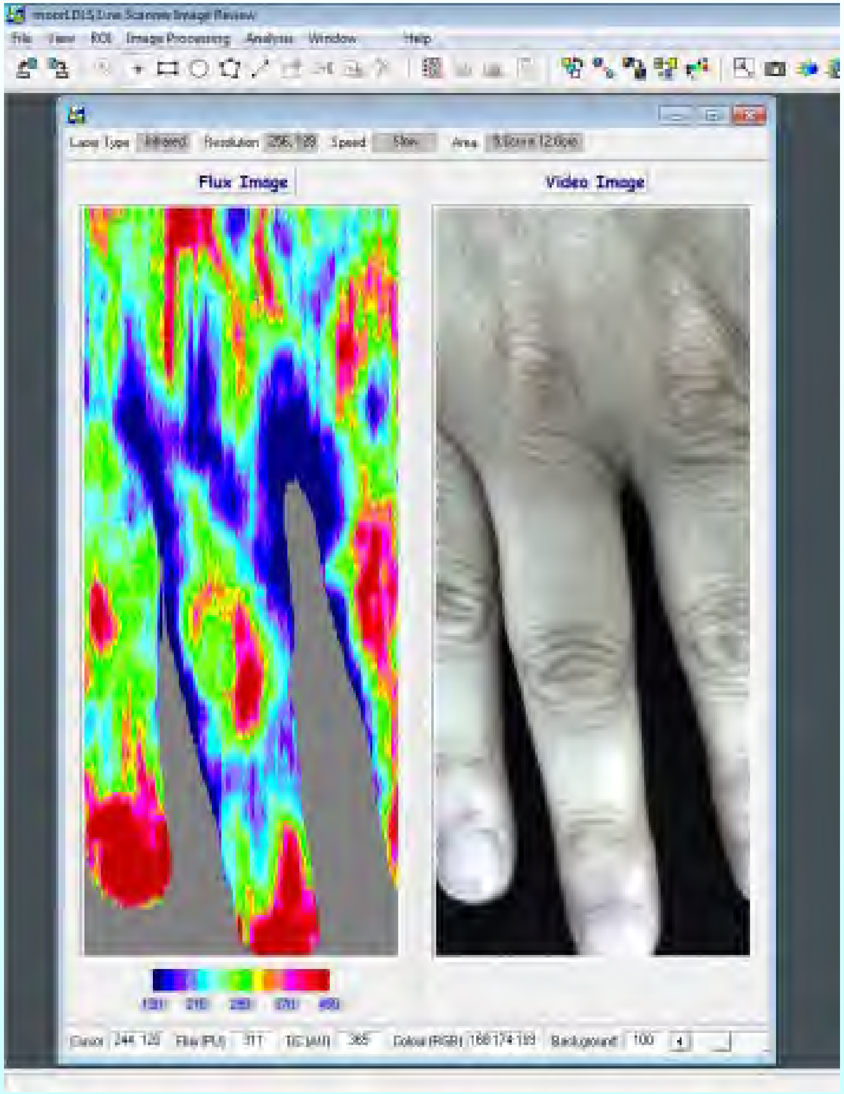


Figure : A Doppler flow meter measures the speed of red blood cells.

科普：



https://cn.moor.co.uk/product/moorldls2-laser-doppler-line-scanner/10

第十一章 振动与波动

简谐振动 → 旋转矢量法
- 确定振动状态 ⇄ 写出振动方程
- 振动的合成
  - 同方向同频率
    - 同相 $\varphi_2-\varphi_1=2k\pi$
    - 反相 $\varphi_2-\varphi_1=(2k+1)\pi$
  - 同方向不同频率　拍、拍频
  - 垂直振动合成　（光的偏振）利萨如图

简谐振动 → 简谐振动的能量

简谐振动 → 阻尼振动 → 受迫振动　共振

波动 → 时间落后 → 波函数 → 波的叠加 → 驻波　半波损失

波动 → 波的能量

惠更斯原理　分析波（光）的衍射

电磁振荡 → 电磁波

习题类别:

振动: 1、简谐振动的判定。（动力学）

（质点：牛顿运动定律。刚体：转动定律。）

2、振动方程的求法。

①由已知条件求方程②由振动曲线求方程。

3、简谐振动的合成。

波动: 1、求波函数（波动方程）。

①由已知条件求方程②由振动曲线求方程。

③由波动曲线求方程。

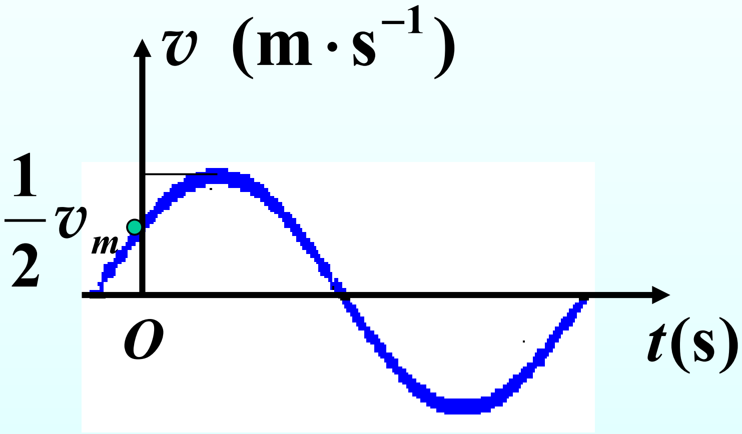
2、波的干涉（含驻波）。

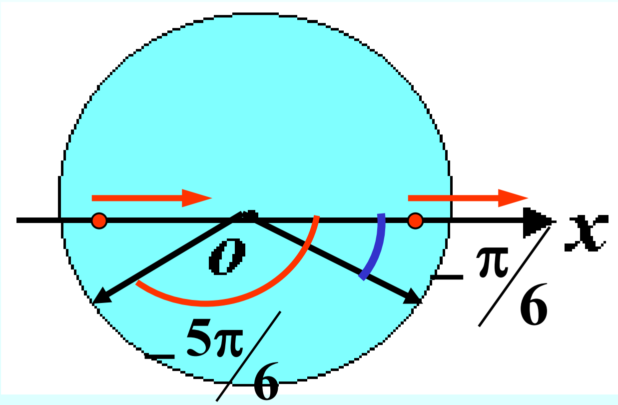
3、波的能量的求法。

4、多普勒效应。

例2 一质点作简谐振动，其运动速度与时间的曲线如图，若质点的振动规律用余弦函数描述，则其初位相为

[$-5\pi/6$]





$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\varphi = \begin{cases} -\pi/6 \\ -5\pi/6 \end{cases}$$

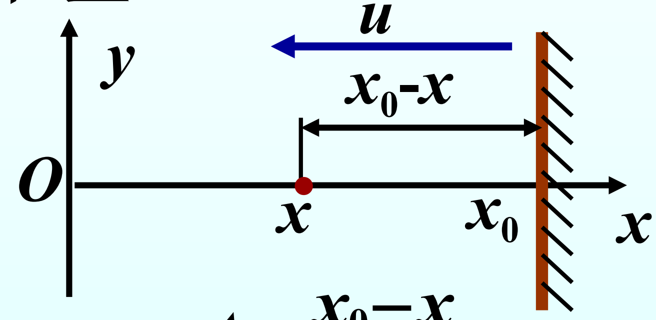
因下个时刻 v 不仅为正，且越来越大故选

$$-5\pi/6$$

例:平面简谐波　$y=A\cos(\omega t-kx)$　，在$x_0=4\lambda$处(固定端）反射, 求：(1)反射波的波函数；(2)驻波的波函数；(3)0与x_0处之间的各个波节和波腹的位置。

解：(1)方法一：　x_0处反射波的振动：

$$y_1=A\cos[(\omega t-kx_0)+\pi]$$



$$\Delta t=\frac{x_0-x}{u}$$

反射波的波函数：

$$y_{反}=A\cos[\omega(t-\Delta t)-kx_0+\pi]$$

$$=A\cos[\omega(t-\frac{x_0-x}{u})-kx_0+\pi]$$

$$=A\cos(\omega t+kx-15\pi)=A\cos(\omega t+kx-\pi)$$

方法二：考虑波由$o \longrightarrow x_0 \longrightarrow x$

$$需时：\Delta t=\frac{2x_0-x}{u}$$

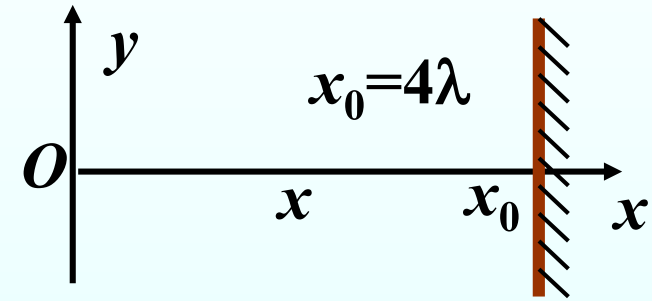
$$y_{反}=A\cos[\omega(t-\Delta t)-k\cdot 0+\pi]=A\cos(\omega t+kx-\pi)$$

即：　$y_{反}=A\cos(\omega t+kx-\pi)$

(1) $y_{入} = A\cos(\omega t - kx)$ $\quad y_{反} = A\cos(\omega t + kx - \pi)$

(2)求驻波的波函数：

$$y = y_{入} + y_{反}$$
$$= 2A\cos(kx - \frac{\pi}{2})\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$



(3) O与x_0处之间的各个波节和波腹的位置:

波节的位置应满足： $2A\cos(kx - \frac{\pi}{2}) = 0$

即： $kx - \frac{\pi}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

$$\therefore \ x = \frac{n\pi}{k} = \frac{n\lambda}{2} \quad (n = 0,1,2\cdots 8) \quad x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda \cdots 4\lambda$$

波腹的位置应满足： $2A\cos(kx - \frac{\pi}{2}) = 2A$

即： $kx - \frac{\pi}{2} = n\pi \quad (n = 0,1,2\cdots 7)$

$$\therefore \ x = \frac{(2n+1)}{k}\frac{\pi}{2} = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \qquad x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4} \cdots \frac{15}{4}\lambda$$