回顾：

第11章 光的干涉

第1节 光波

光矢量 光源 相干光 单色光

波函数 $E = E_0 \cos(\omega t + \varphi - \frac{2\pi r}{\lambda})$ **折射率** $n = \frac{c}{v} = \sqrt{\mu_r \varepsilon_r}$

光强 $I = \frac{1}{T}\int_0^T S\mathrm{d}t = \frac{1}{2}u\varepsilon E_0^2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2$ $I \propto E_0^2$ $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$

第2节 光波的叠加 光程

相干叠加 **半波损失**

光程 $L = \sum_{i=1}^{m} n_i l_i$ **光程差** $\delta = (n_2 r_2 - n_1 r_1)$

同频率位相差 $\Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(n_2 d_2 - n_1 d_1)$ **透镜成象的等光程性**

第3节 分波阵面干涉

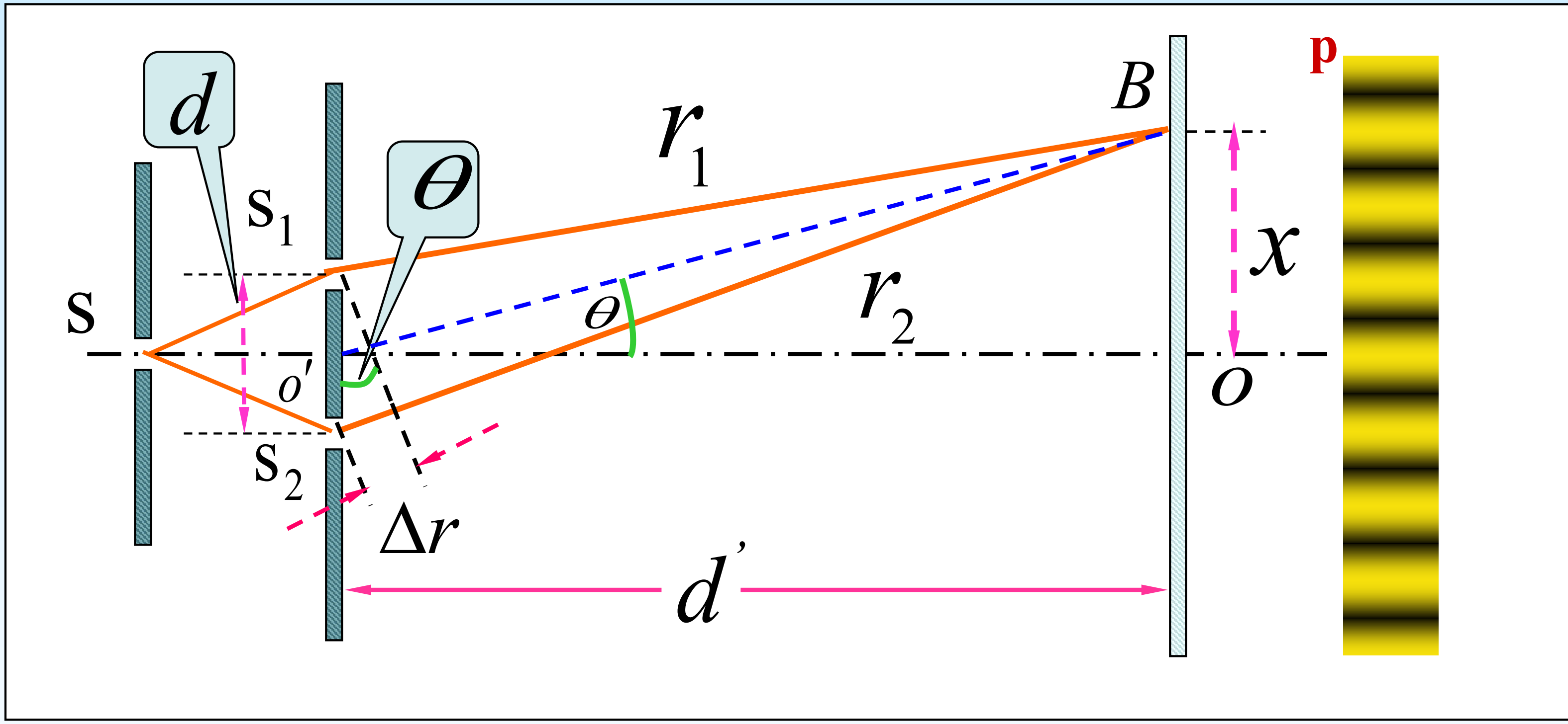
分波阵面的方法——杨氏干涉

$$d\sin\theta = \begin{cases} \pm k\lambda & \text{干涉极大} \\ \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} & \text{干涉极小} \end{cases}$$

$+$ $D >> d$ $\sin\theta \approx \frac{x}{D}$ $=$

条纹间距：$\Delta x = \frac{D\lambda}{d}$

回顾：

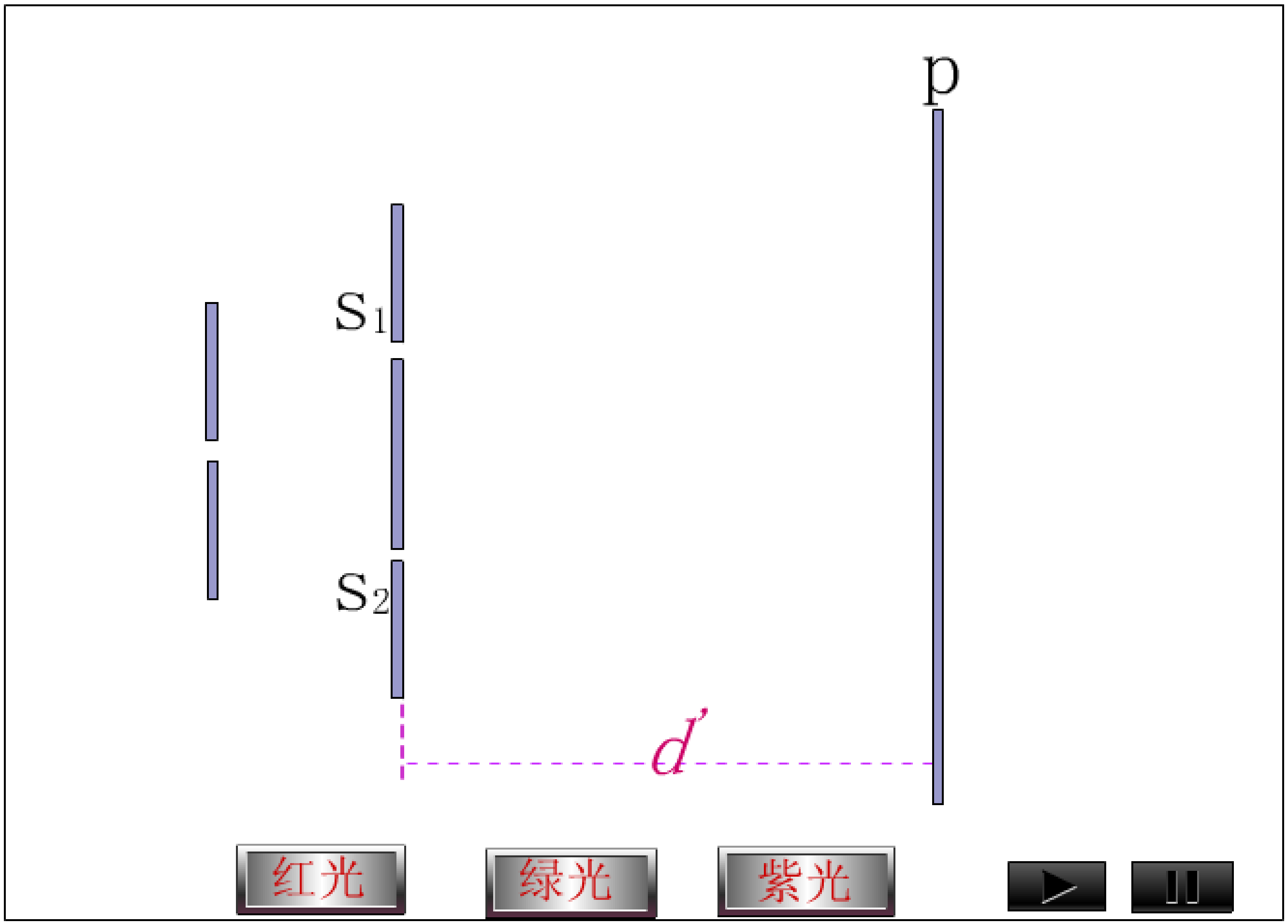


$$x=\begin{cases}\pm k\dfrac{d'}{d}\lambda & \text{明纹}\\ \pm\dfrac{d'}{d}(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹}\end{cases}\qquad k=0,1,2,\cdots$$

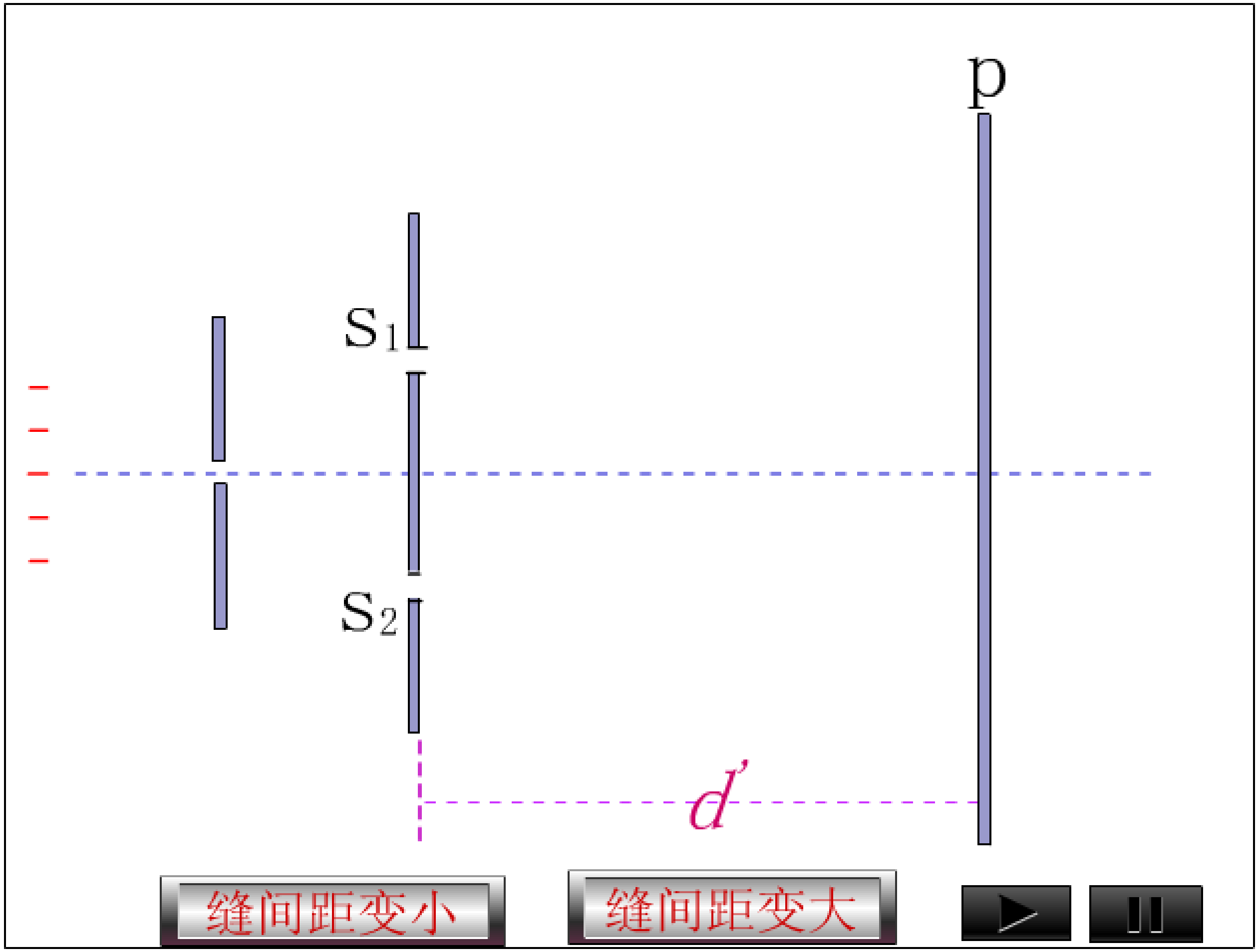
条纹间距：

$$\Delta x=\frac{D\lambda}{d}$$

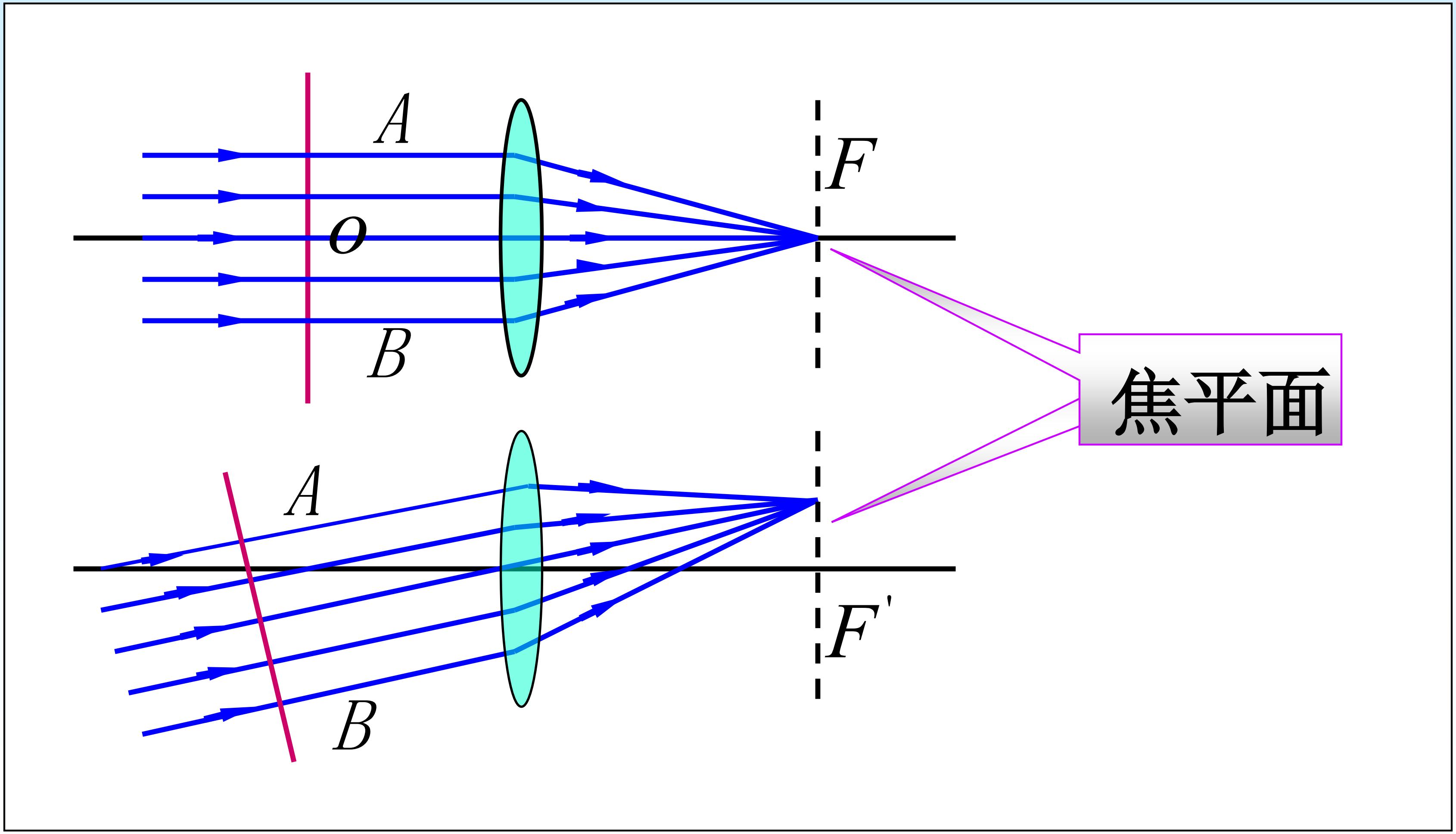
(1) d、d' 一定时，若 λ 变化，则 Δx 将怎样变化？



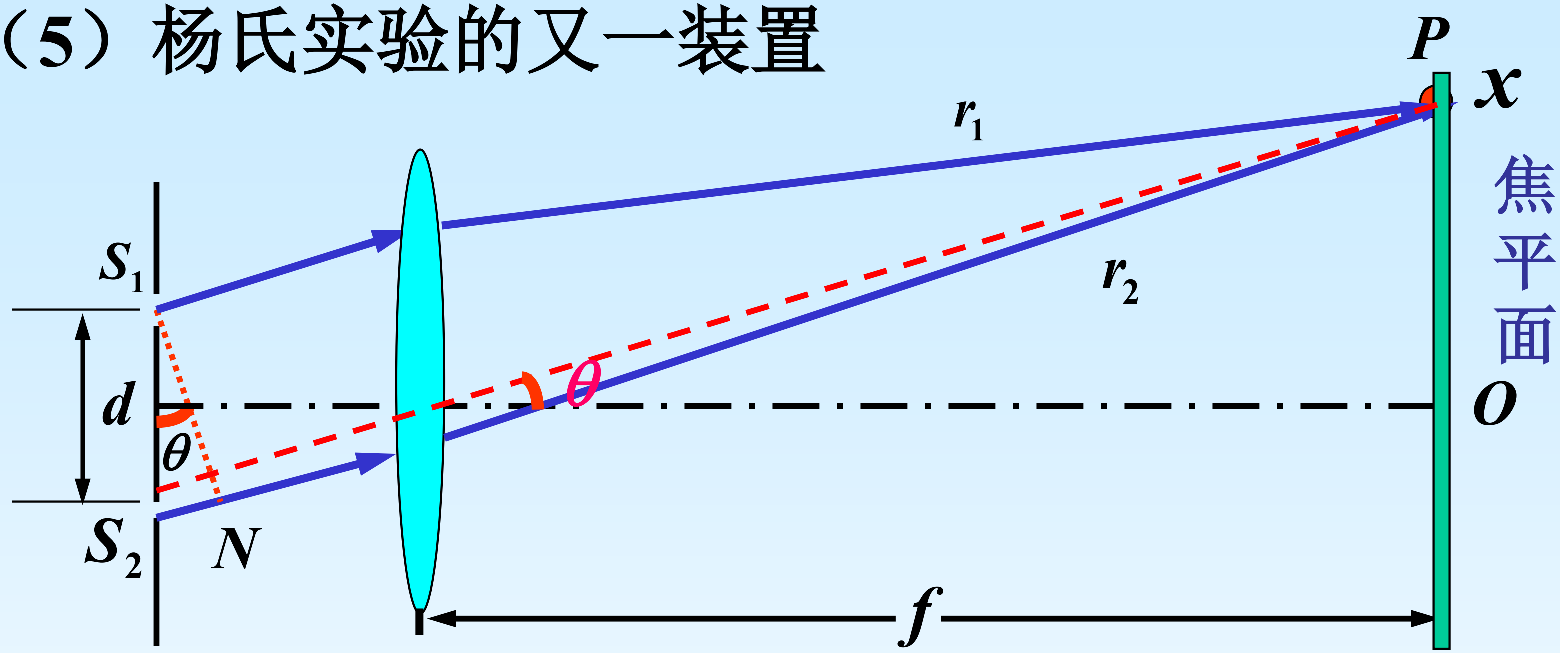
(2) λ、d' 一定时，条纹间距 d 与 Δx 的关系如何？



回顾： 透镜不引起附加的光程差



（5）杨氏实验的又一装置



费马原理

从垂直于平行光的任一平面算起，各平行光线到会聚点的光程相等（即透镜不附加光程差）。

仍有 $\delta = S_2N = d\sin\theta \approx \boxed{\dfrac{xd}{f}} = \begin{cases} \pm k\lambda & \text{明条纹} \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗条纹} \end{cases}$

$(k = 0,\ 1,\ 2\cdots)$

例： 已知杨氏实验中：$\lambda=0.55\mu$m，$d=3.3$mm，D=3m。
求：（1）条纹间距Δx。（2）置厚度$l=0.01$mm的平行平面玻璃于S_2之前，计算条纹位移的距离及方向。

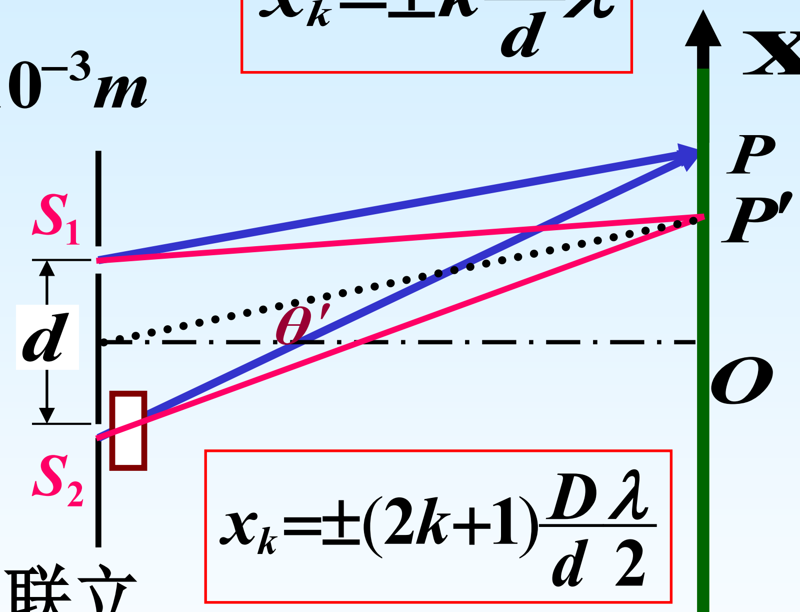
解：（1）根据公式：$\Delta x=\dfrac{D}{d}\lambda$

$$\boxed{x_k=\pm k\frac{D}{d}\lambda}$$

代入数据可得：$\Delta x=0.5\times10^{-3}m$

（2）设未放玻璃前P为k级极大：

$$x_p=k\frac{D}{d}\lambda$$



加玻璃后增加了光程差：

$$l(n-1)$$

$$\boxed{x_k=\pm(2k+1)\frac{D}{d}\frac{\lambda}{2}}$$

$$\left.\begin{aligned}\Delta r'&=r_2'-r_1'=d\sin\theta'+(n-1)l=k\lambda\\ x_{p'}&=Dtg\theta'=D\sin\theta'\end{aligned}\right\}\text{联立}$$

求得：$x_{p'}=\dfrac{D}{d}[k\lambda-(n-1)l]$　则：$\Delta x=x_{p'}-x_p=\dfrac{D}{d}(1-n)l<0$

注： 若测得Δx，则可求出n。另：可从零级明纹（中央明纹）考虑。

例 以单色光照射到相距为0.2 mm的双缝上，双缝与屏幕的垂直距离为1 m.

(1) 从第一级明纹到同侧的第四级明纹间的距离为7.5 mm，求单色光的波长；

(2) 若入射光的波长为600 nm, 中央明纹中心距离最邻近的暗纹中心的距离是多少？

已知 $d=0.2\ \text{mm} \qquad d^{'}=1\ \text{m}$

求 (1) $\Delta x_{14}=7.5\ \text{mm} \qquad \lambda=?$

(2) $\lambda=600\ \text{nm} \quad \Delta x^{'}=?$

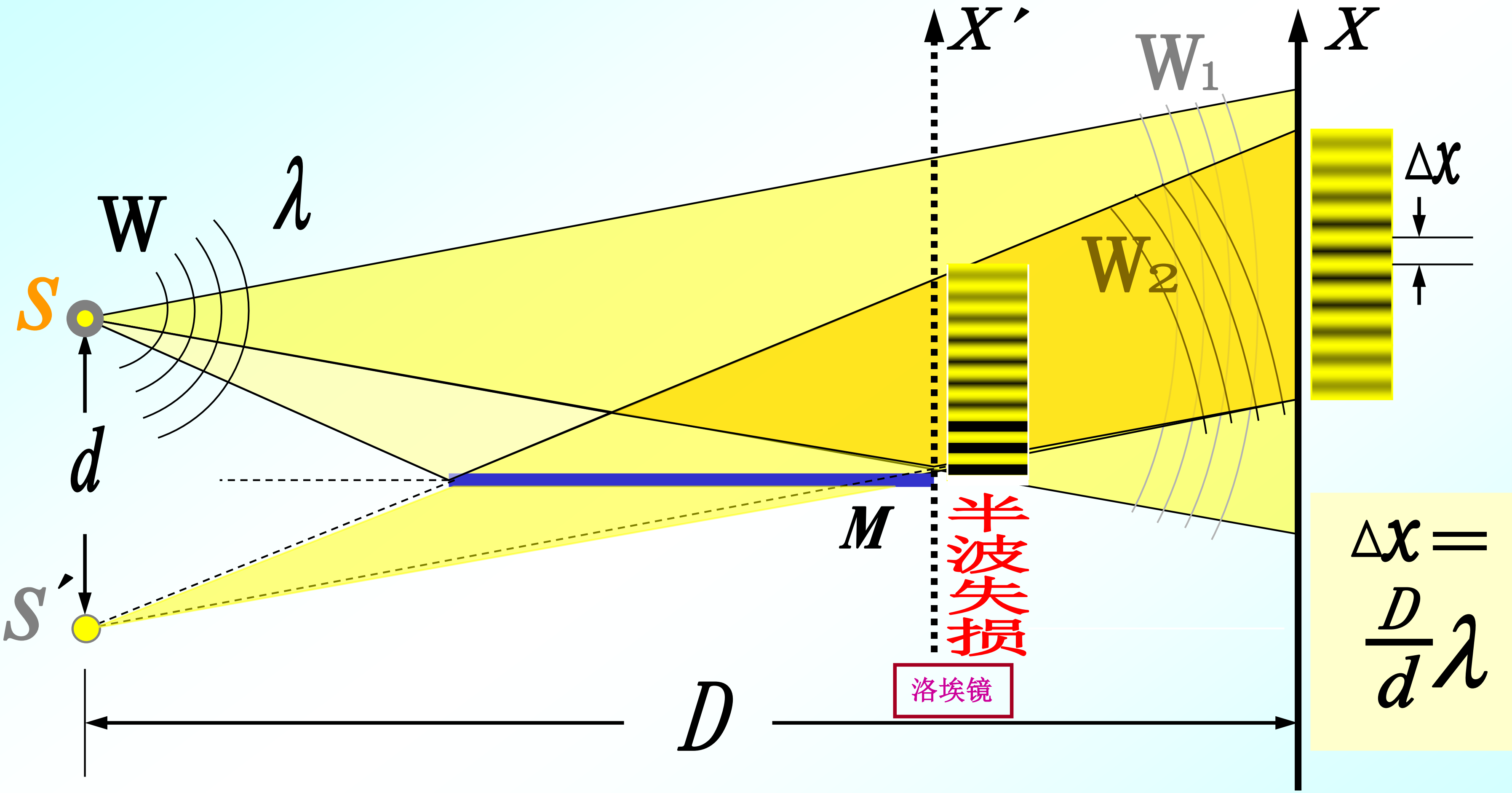
解 (1) $x_k=\pm\frac{d^{'}}{d}k\lambda, \quad k=0,\ 1,\ 2,\cdots$

$$\Delta x_{14}=x_4-x_1=\frac{d^{'}}{d}\left(k_4-k_1\right)\lambda$$

$$\lambda=\frac{d}{d'}\frac{\Delta x_{14}}{\left(k_4-k_1\right)}=500\ \text{nm}$$

(2) $\Delta x^{'}=\frac{1}{2}\frac{d^{'}}{d}\lambda=1.5\ \text{mm}$

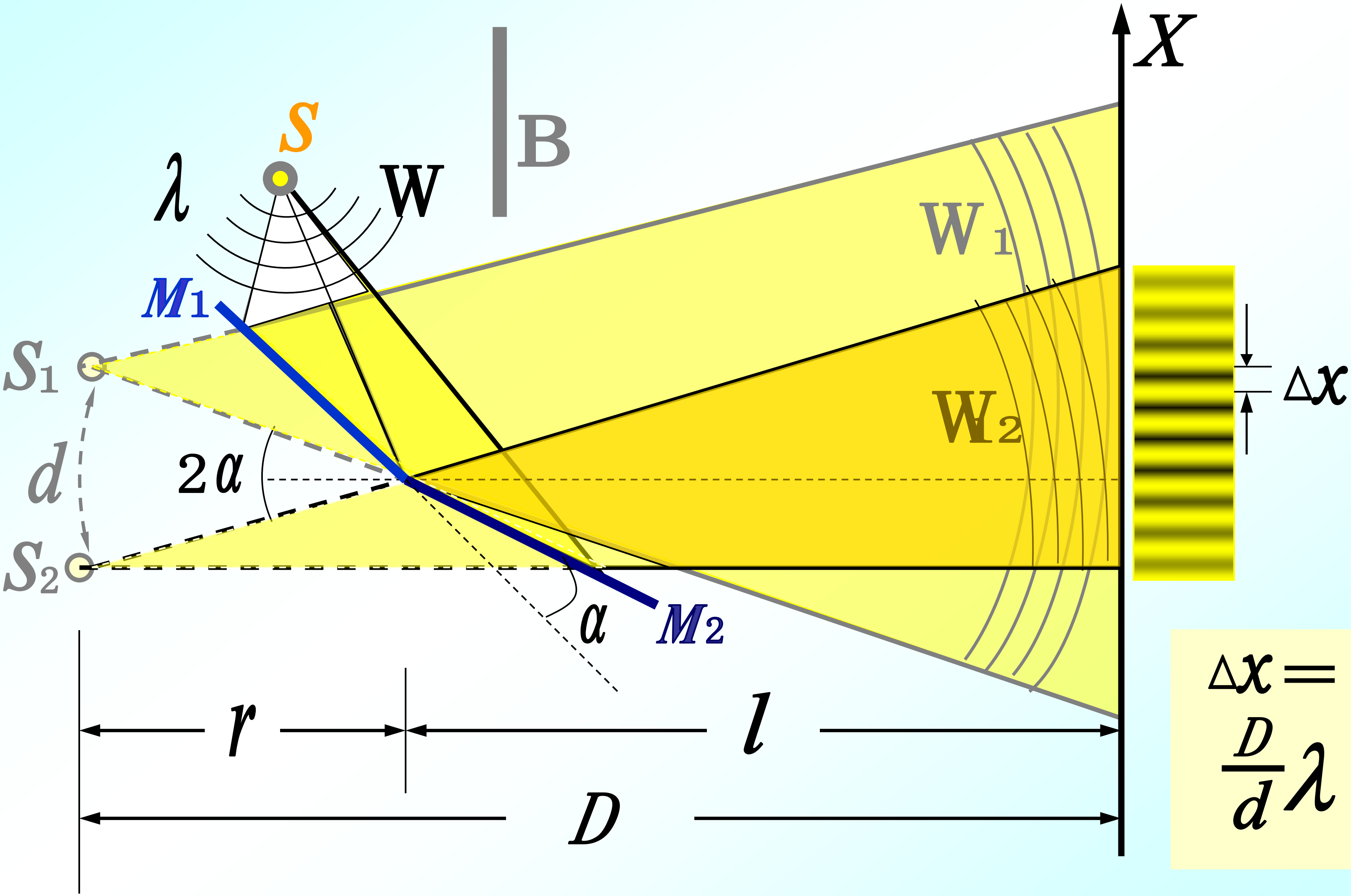
2.劳埃德镜/洛埃镜分波面干涉



$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$$

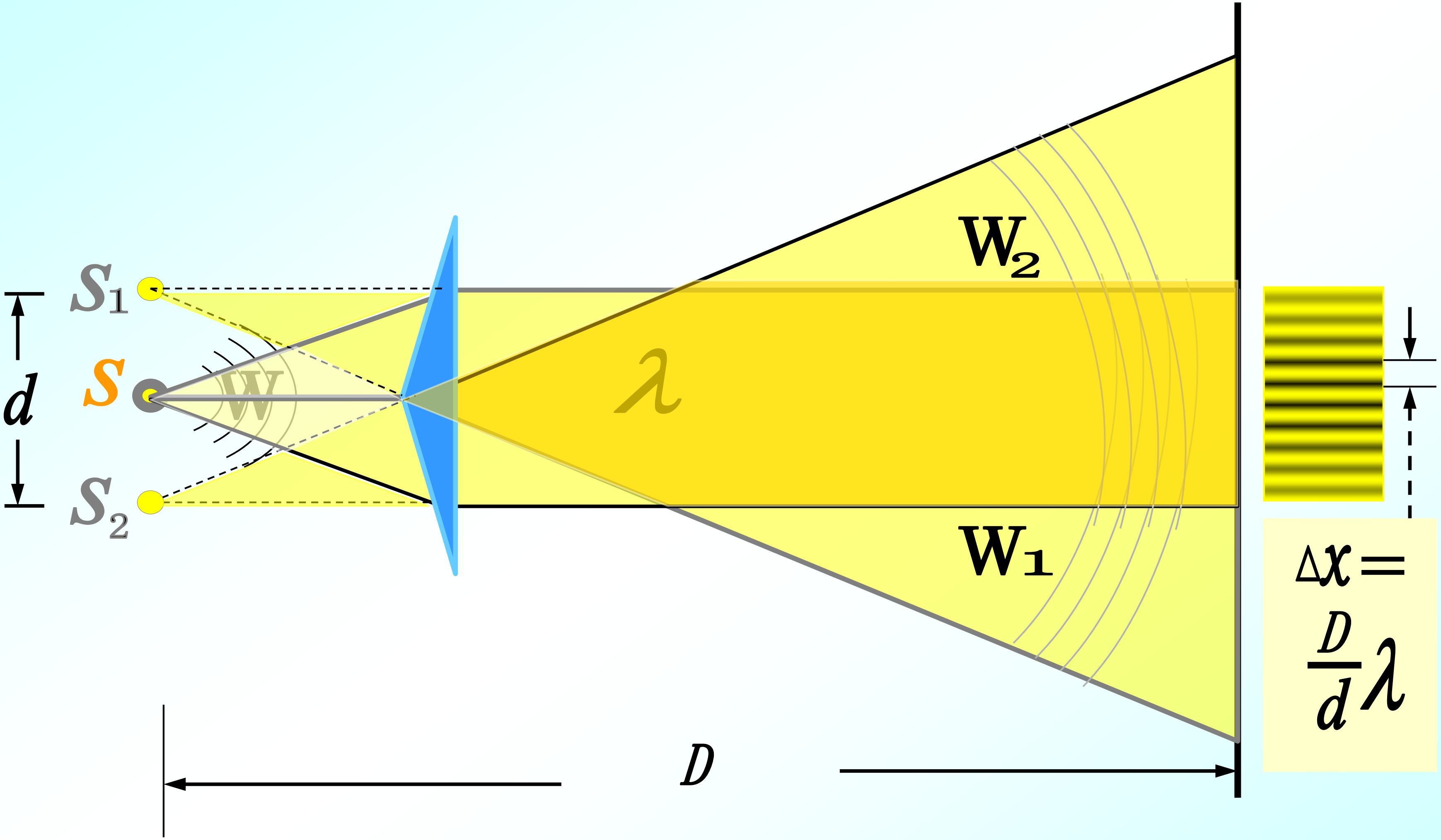
紧靠镜端处总是产生暗纹，说明在镜端处反射光与入射光的相位差为**π**，相当于光程差 **λ/2** ，称为 半波损失。

3.菲涅耳双面镜分波面干涉（了解）

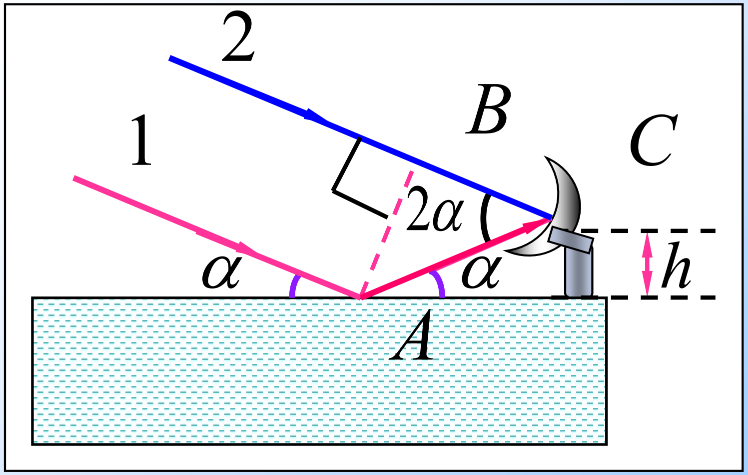


$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$$

4.菲涅耳双棱镜分波面干涉（了解）



例4 如图 离湖面 $h=0.5$ m处有一电磁波接收器位于 C ，当一射电星从地平面渐渐升起时， 接收器断续地检测到一系列极大值． 已知射电星所发射的电磁波的波长为20.0 cm, 求第一次测到极大值时，射电星的方位与湖面所成角度.

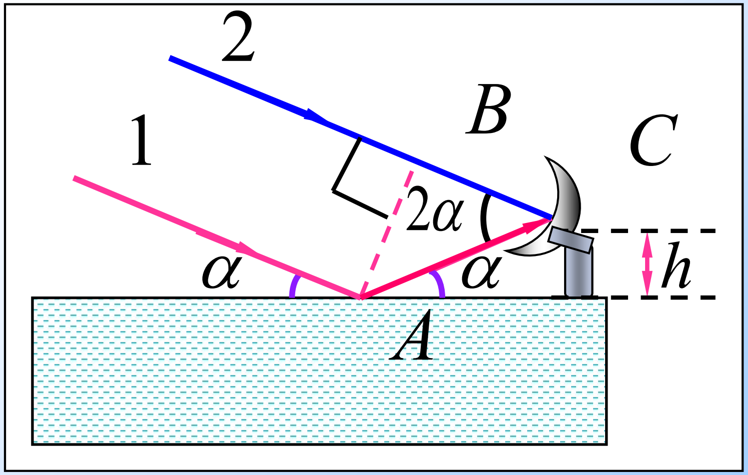


解 计算波程差

$$\Delta r = AC - BC \boxed{+\frac{\lambda}{2}} = AC(1-\cos 2\alpha) + \frac{\lambda}{2}$$

$$AC = h/\sin\alpha$$

$$\Delta r = \frac{h}{\sin\alpha}(1-\cos 2\alpha) + \frac{\lambda}{2}$$



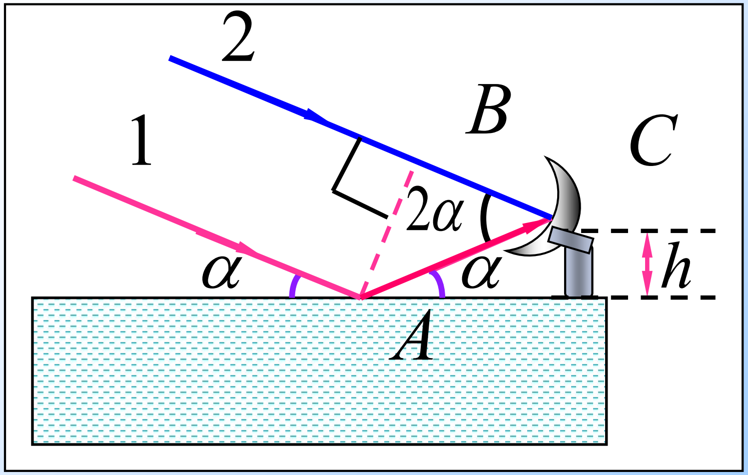
极大时 $\Delta r = k\lambda$

$$\sin\alpha = \frac{(2k-1)\lambda}{4h}$$

取 $k=1$ 　 $\alpha_1 = \arcsin\frac{\lambda}{4h}$

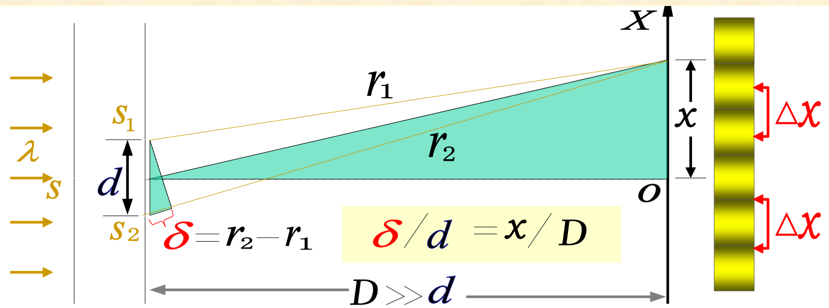
$$\alpha_1 = \arcsin\frac{20.0\times10^{-2}\ \mathrm{m}}{4\times0.5\ \mathrm{m}} = 5.74^\circ$$

注意　考虑半波损失时，附加波程差取 $\pm\lambda/2$ 均可，符号不同，k 取值不同，对问题实质无影响.



分波面干涉小结

杨氏双缝分波面干涉



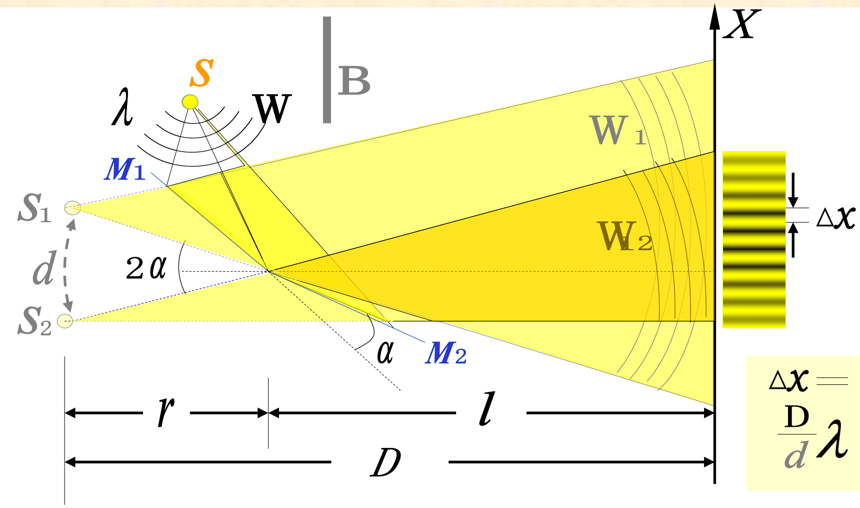
$\delta = \pm k\lambda$ $(k = 0, 1, 2 \ldots)$ $x = \pm k \dfrac{D}{d}\lambda$

$\delta = \pm(2k+1)\lambda/2$ $(k = 0, 1, 2 \ldots)$ $x = \dfrac{\pm(2k+1)\lambda D}{2d}$

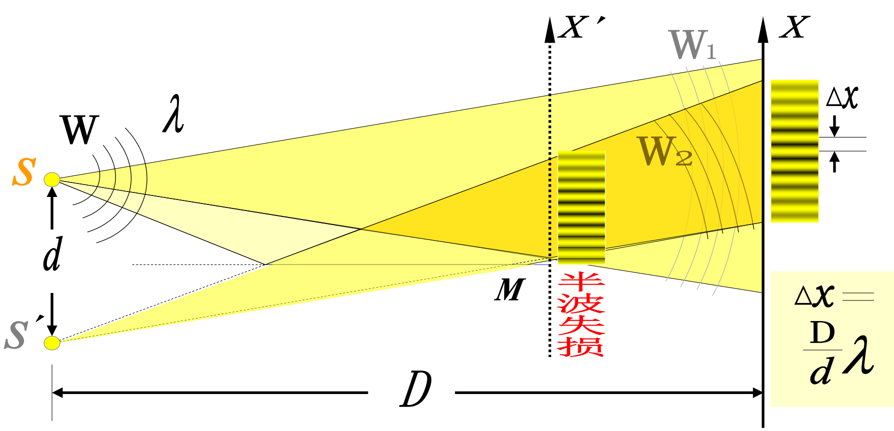
条纹间隔

$\Delta x = \dfrac{D}{d}\lambda$

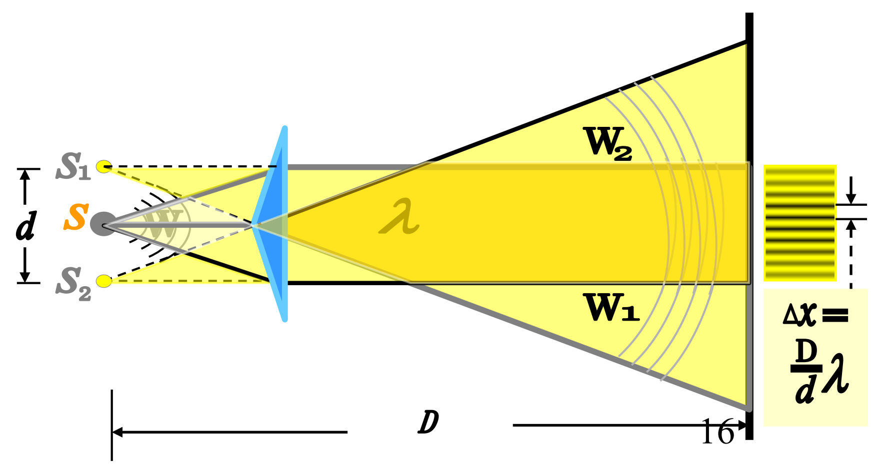
菲涅耳双面镜分波面干涉（了解）



劳埃德镜分波面干涉



菲涅耳双棱镜分波面干涉（了解）



习题：

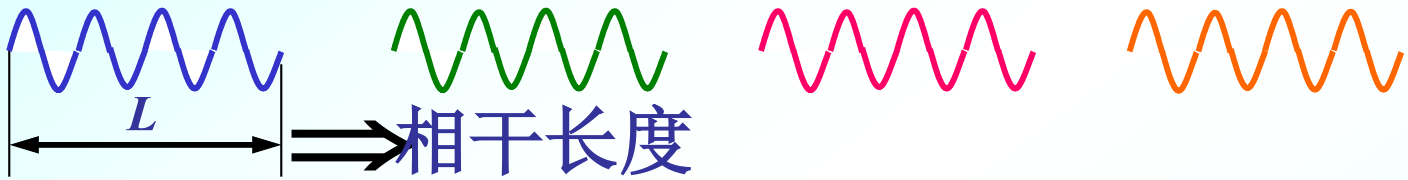
1、一双缝干涉装置，在空气中观察时干涉条纹间距为1.0mm。若整个装置放在水中，干涉条纹的间距将为<u>0.75</u>mm（设水的折射率为4/3）。

2、用很薄的云母片（n=1.58）覆盖在双缝装置的一条缝上，光屏上原来的中心这时为第七级亮纹所占据，已知入射光的波长λ=550nm，则这云母片的厚度为<u>6.6μm</u>。

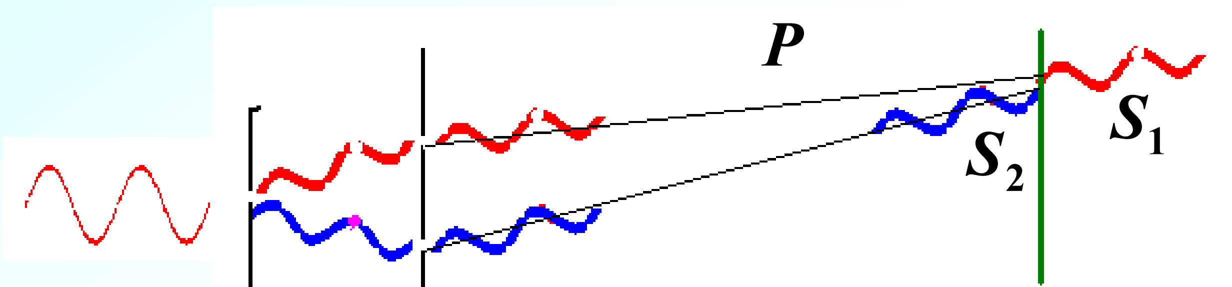
三、时间相干性和空间相干性（了解）

1. 时间相干性（了解）

原子发光是间歇性的，每个波列持续的时间 Δt : ns ~ μs



⟹相干长度



恰好能相干的情形

理论证明

$$\boxed{L=\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}=\frac{\lambda}{\Delta\nu/\nu}}$$

普通光源的相干长度：$\Delta\lambda: 1\ \text{pm} \sim 100\ \text{pm}$ $\Delta\nu/\nu: 10^{-4} \sim 10^{-6}$

相干长度： $0\cdot1\ \text{cm} \sim 10\ \text{cm}$

激 光 的 相 干 长 度：$\Delta\lambda: 10^{-18}\ \text{m} \sim 10^{-13}\ \text{m}$ $\Delta\nu/\nu: 10^{-7} \sim 10^{-12}$

相干长度： 可达上百千米

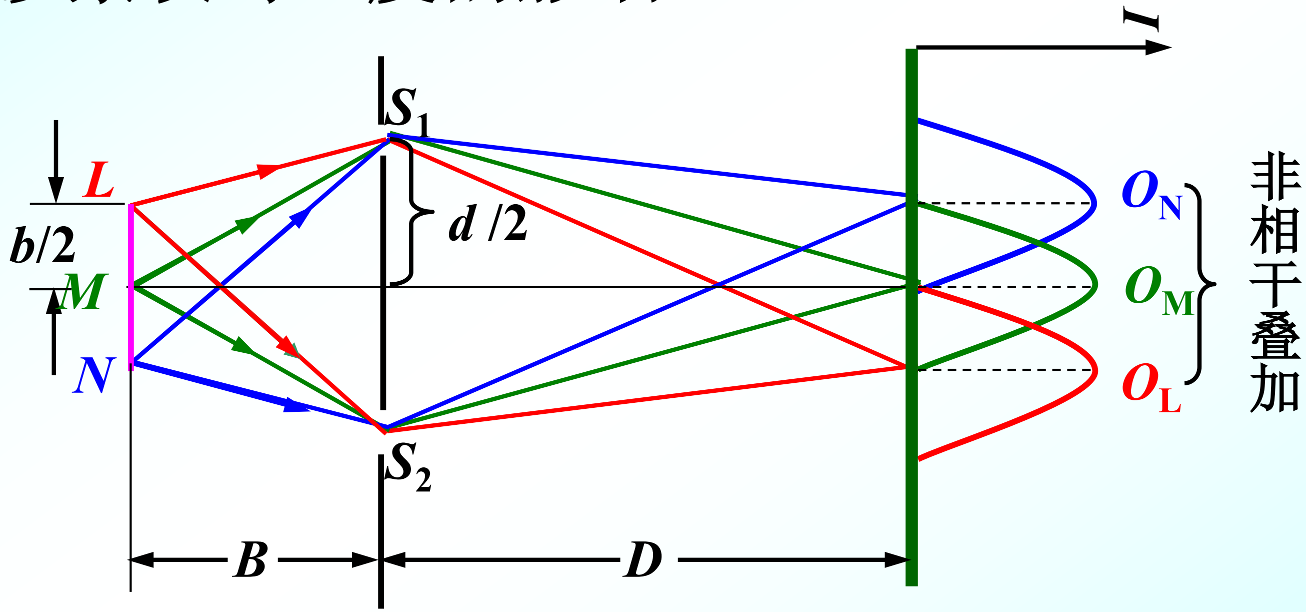
几种常用光源的时间相干性

光源	中心波长λ(nm)	波长范围 λ(nm)	相干长度L(m)
Hg灯	546.1	5	$<6\times10^{-6}$
^{86}Kr灯	605.7 605.7(低温)	5.5×10^{-3} 4.9×10^{-4}	<0.2 0.75
He-Cd激光器	441.6	7×10^{-4}	<0.3
Ar^+激光器	514.5	9×10^{-3}	<0.03
He-Ne激光器	632.8 632.8（稳频）	$\sim10^{-6}$ $\sim10^{-8}$	$10^2\sim10^3$ 4×10^4

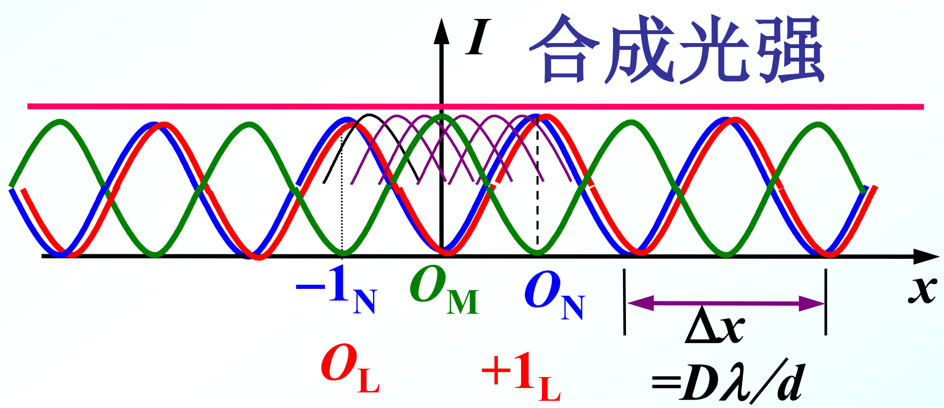
2. 空间相干性（了解）

光源宽度对干涉条纹对比度的影响

设光源宽度为b



当O_N与 O_M 的第一级极小重合时，干涉条纹消失，总光强均匀分布。



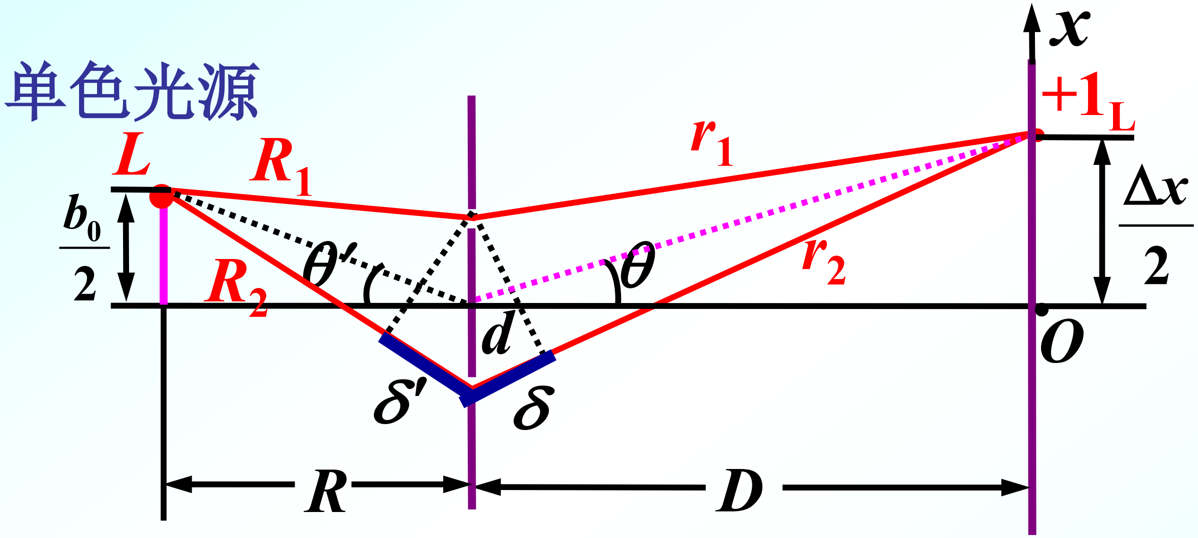
干涉条纹刚好消失对应的光源宽度b_0，称为光源的极限宽度。

设$R>>d$ 和 b_0

$(r_2+R_2)-(r_1+R_1)$

$=\delta+\delta'=\lambda$

(一级明纹)



$$\delta' \approx d\cdot\sin\theta' \approx d\cdot\frac{b_0/2}{R} \qquad \delta = d\cdot\sin\theta = d\cdot\frac{\Delta x/2}{D} = \frac{\lambda}{2}$$

空间相干性

$$\therefore \quad \frac{\lambda}{2}+d\cdot\frac{b_0}{2R}=\lambda \quad \Rightarrow \quad b_0=\frac{R}{d}\lambda$$ ——光源的极限宽度

$b<b_0$ 时, 才能观察到干涉条纹.

注：若 b 和 R一定，则要得到干涉条纹，必须

$d<d_0 \quad (d_0=\frac{R}{b}\lambda)$ ——相干间隔

d_0越大, 光场的空间相干性越好.

Hg 灯：d_0: 0.3~30 mm

激光器：d_0: ~120 mm

第4节 分振幅干涉

Interference by Dividing Amplitude

薄膜干涉

一、 等倾干涉（厚度均匀的薄膜干涉）

二、 等厚干涉（厚度不均匀的薄膜干涉）

三、干涉现象的应用

1. 增透膜与增反膜
2. 劈尖干涉
3. 牛顿环
4. 迈克耳孙干涉仪

重点：明暗条件、条纹特征。

一、等倾干涉

—厚度均匀的薄膜所得到的干涉

薄膜厚度为d，折射率为n

假设 $n_1 < n < n_2$

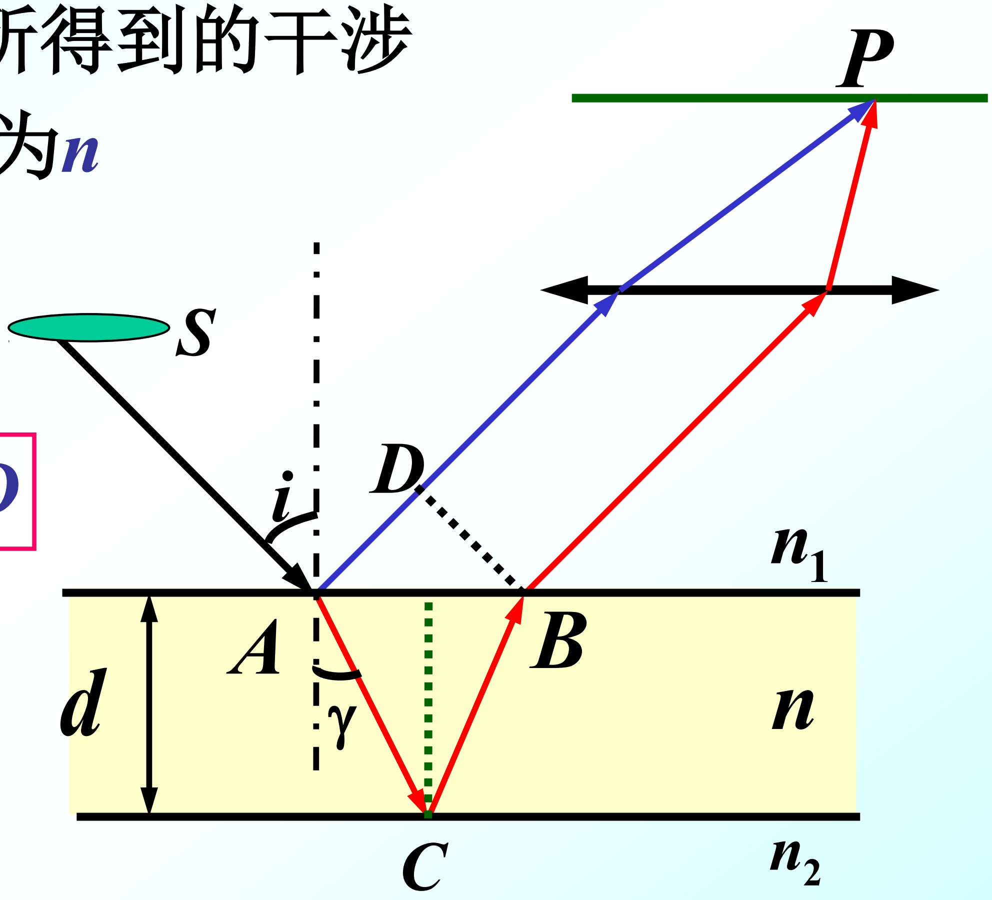
光程差

$$\boxed{\delta = n(AC+BC) - n_1 AD}$$

$$AC = BC = \frac{d}{\cos\gamma}$$

$$AD = AB\sin i$$

$$= 2d\tan\gamma\sin i$$



$$\delta = \frac{2nd}{\cos\gamma} - 2n_1 d\tan\gamma\sin i = 2nd\cos\gamma = 2d\sqrt{n^2 - n_1^2\sin^2 i}$$

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & (k = 1, 2, \cdots) \cdots \text{明条纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k = 0, 1, 2\cdots) \cdots \text{暗条纹} \end{cases}$$

注意　1° “明纹”中，$k \neq 0$；

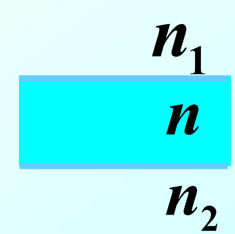
2° 明暗条件中没有 $\pm$ 号，因条纹不对称；

3° 明暗条件还可用折射角表示为

$$2nd\cos\gamma = \begin{cases} k\lambda & (k = 1, 2, \cdots) \cdots \text{明条纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k = 0, 1, 2\cdots) \cdots \text{暗条纹} \end{cases}$$

4° 明暗条件中是否考虑半波损失, 要看 n_1, n, n_2 的关系

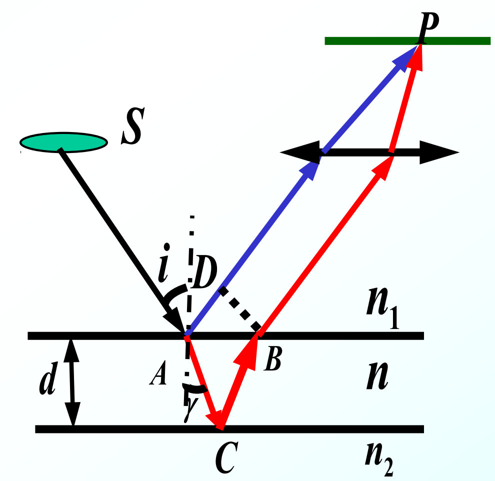
$$\left.\begin{matrix} n_1 > n > n_2 \\ n_1 < n < n_2 \end{matrix}\right\} \text{不考虑！} \qquad \left.\begin{matrix} n_1 > n < n_2 \\ n_1 < n > n_2 \end{matrix}\right\} \text{要加 } \frac{\lambda}{2} \text{ !!!}$$



$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} \boxed{+\frac{\lambda}{2}} = \begin{cases} k\lambda & (k = 1, 2, \cdots) \cdots \text{明条纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k = 0, 1, 2\cdots) \cdots \text{暗条纹} \end{cases}$$

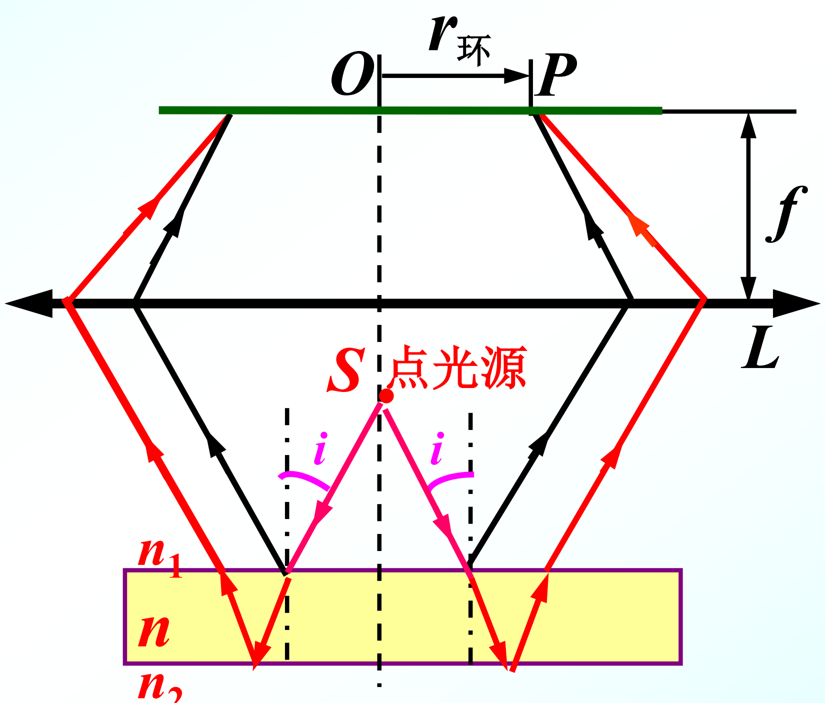
$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & (k = 1, 2, \cdots)\cdots\text{明条纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k = 0, 1, 2\cdots)\cdots\text{暗条纹} \end{cases}$$

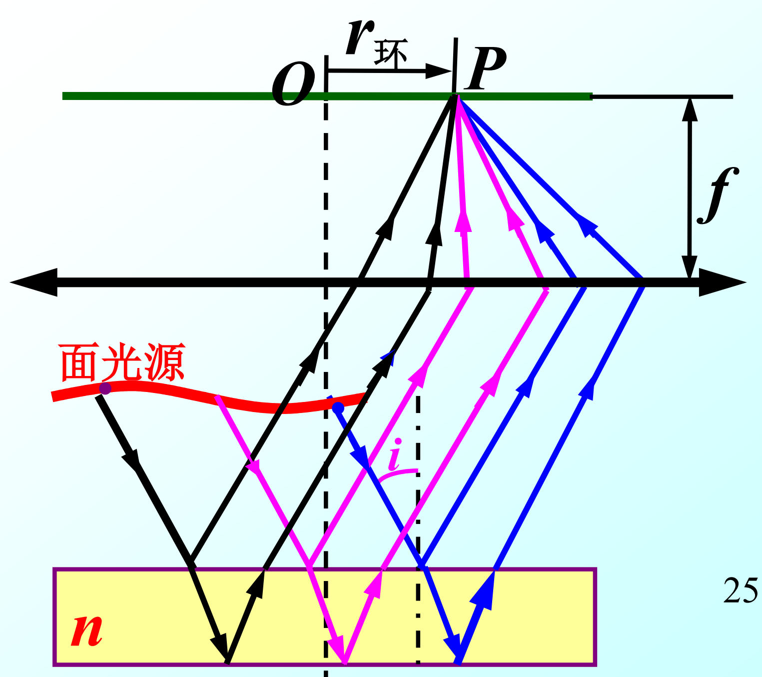
干涉条纹特征



1° 倾角 i 相同的光线对应同一条干涉圆环条纹 —等倾干涉

2° 不同倾角 i 构成的等倾条纹是一系列同心圆环





干涉条纹特征

1° 倾角 i 相同的光线对应同一条干涉圆环条纹

2° 不同倾角 i 构成的等倾条纹是一系列同心圆环

3° 愈往中心，条纹级别愈高

$2d\sqrt{n^2 - n_1^2\sin^2 i} = k\lambda$ d 一定时，$k\uparrow \to i\downarrow \to r_k\downarrow$

即：中心O点处的干涉级最高

*若改变d $\begin{cases} d\uparrow \text{ 中心向外冒条纹} \\ d\downarrow \text{ 中心向内吞条纹} \end{cases}$

等倾干涉

4° 条纹间隔分布：**内疏外密**

$$\left.\begin{aligned} 2nd\cos\gamma_k &= k\lambda \\ 2nd\cos\gamma_{k+1} &= (k+1)\lambda \end{aligned}\right\} \Rightarrow |\Delta\gamma_k| \approx \frac{\lambda}{2nd\sin\gamma_k} \qquad \begin{aligned} &\gamma_k \\ &\Delta\gamma_k\downarrow \end{aligned}$$

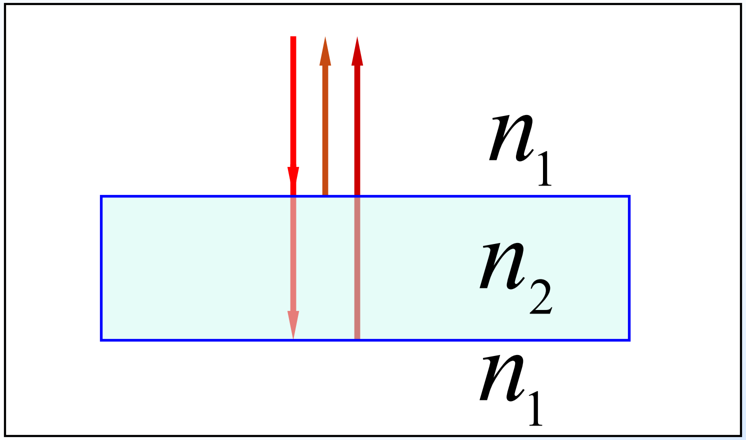
5° 光源是白光

k, d 一定 λ $\to i\downarrow \to r_k\downarrow$ —彩色干涉条纹

◈ 当光线垂直入射时 $i = 0^\circ$

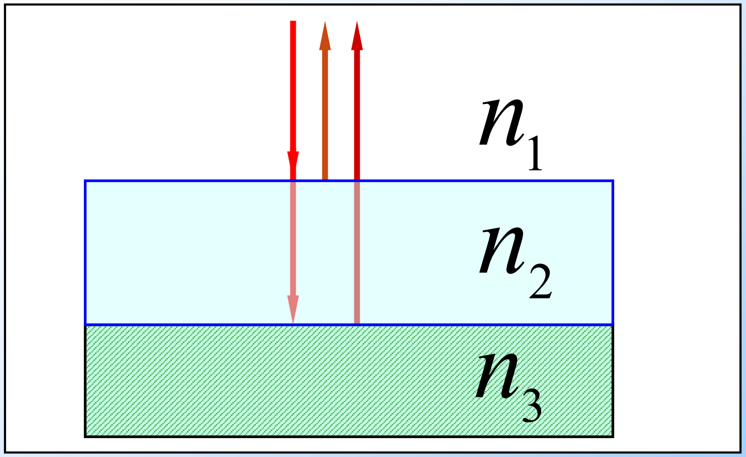
当 $n_2 > n_1$ 时

$$\Delta_r = 2dn_2 + \frac{\lambda}{2}$$



当 $n_3 > n_2 > n_1$ 时

$$\Delta_r = 2dn_2$$



例1　一油轮漏出的油(折射率n_1=1.20)污染了某海域，在海水(n_2=1.30)表面形成一层薄薄的油污.

(1) 如果太阳正位于海域上空，一直升飞机的驾驶员从机上向正下方观察，他所正对的油层厚度为460 nm, 则他将观察到油层呈什么颜色?

(2) 如果一潜水员潜入该区域水下，并向正上方观察，又将看到油层呈什么颜色?

已知 $n_1=1.20$ $n_2=1.30$ $d=460\ \mathrm{nm}$

解 (1) $\Delta_r = 2dn_1 = k\lambda$

$$\lambda = \frac{2n_1 d}{k}, \quad k = 1,2,\cdots$$

$$k = 1, \qquad \lambda = 2n_1 d = 1104\ \mathrm{nm}$$

$$k = 2, \qquad \lambda = n_1 d = 552\ \mathrm{nm}$$

绿色

$$k = 3, \qquad \lambda = \frac{2}{3} n_1 d = 368\ \mathrm{nm}$$

(2) 透射光的光程差 $\Delta_t = 2dn_1 + \lambda/2$

$$k=1,\qquad \lambda=\frac{2n_1 d}{1-1/2}=2208\ \text{nm}$$

紫红色

$$k=2,\qquad \lambda=\frac{2n_1 d}{2-1/2}=736\text{nm}$$

红光

$$k=3,\qquad \lambda=\frac{2n_1 d}{3-1/2}=441.6\text{nm}$$

紫光

$$k=4,\qquad \lambda=\frac{2n_1 d}{4-1/2}=315.4\ \text{nm}$$