

Trabajo Práctico N°3

Agustín Gurvich, Santiago Wirzt

13/11/2020

Ejercicio 1

$$\begin{array}{c}
 \frac{x : E \rightarrow E \rightarrow E \in \Gamma'}{\Gamma' \vdash x : E \rightarrow E \rightarrow E} \text{T-VAR} \quad \frac{z : E \in \Gamma'}{\Gamma' \vdash z : E} \text{T-VAR} \quad \frac{y : E \rightarrow E \in \Gamma'}{\Gamma' \vdash y : E \rightarrow E} \text{T-VAR} \quad \frac{z : E \in \Gamma'}{\Gamma' \vdash z : E} \text{T-VAR} \\
 \frac{\Gamma' \vdash (x z) : E \rightarrow E}{\Gamma' \vdash (x z) (y z) : E} \text{T-APP} \quad \frac{\Gamma' \vdash (y z) : E}{\Gamma' \vdash (x z) (y z) : E} \text{T-APP} \\
 \frac{\Gamma' \vdash (x z) (y z) : E}{\Gamma, \lambda x : E \rightarrow E \rightarrow E, \lambda y : E \rightarrow E \vdash \lambda z : E. (x z) (y z) : E \rightarrow E} \text{T-ABS} \\
 \frac{\Gamma, \lambda x : E \rightarrow E \rightarrow E \vdash \lambda y : E \rightarrow E. \lambda z : E. (x z) (y z) : (E \rightarrow E) \rightarrow E \rightarrow E}{\Gamma, \lambda x : E \rightarrow E \rightarrow E \vdash \lambda y : E \rightarrow E. \lambda z : E. (x z) (y z) : (E \rightarrow E) \rightarrow E \rightarrow E} \text{T-ABS} \\
 \frac{\Gamma, \lambda x : E \rightarrow E \rightarrow E \vdash \lambda y : E \rightarrow E. \lambda z : E. (x z) (y z) : (E \rightarrow E) \rightarrow E \rightarrow E}{\Gamma \vdash \lambda x : E \rightarrow E \rightarrow E. \lambda y : E \rightarrow E. \lambda z : E. (x z) (y z) : (E \rightarrow E) \rightarrow E \rightarrow E} \text{T-ABS}
 \end{array}$$

Donde $\Gamma' = \Gamma, \lambda x : E \rightarrow E \rightarrow E, \lambda y : E \rightarrow E, \lambda z : E$

Ejercicio 2

- La función *infer* debe devolver un valor de tipo *Either StringType*, pues queremos obtener el tipo de un término o tener una forma de poder propagar los errores de inferencia de tipo a través de la ejecución.
- La función ($>>=$) toma un elemento de tipo *Either String Type* y una función f de tipo $Type \rightarrow Either StringType$. Si recibe Left s (un error) devuelve Left s (propaga el error) pero si recibe un Right t (un tipo válido), aplica la función f al argumento t.

Ejercicio 5

$$\begin{array}{c}
 \frac{x : E \in \Gamma, x : E}{\Gamma, x : E \vdash x : E} \text{T-VAR} \\
 \frac{\Gamma \vdash \lambda x : E. x : E \rightarrow E}{\Gamma \vdash \lambda x : E. x \text{ as } E \rightarrow E : E \rightarrow E} \text{T-ABS} \quad \frac{z : E \rightarrow E \in \Gamma, z : E \rightarrow E}{\Gamma, z : E \rightarrow E \vdash z : E \rightarrow E} \text{T-VAR} \\
 \frac{\Gamma \vdash \lambda x : E. x \text{ as } E \rightarrow E : E \rightarrow E \quad \Gamma, z : E \rightarrow E \vdash z : E \rightarrow E}{\Gamma \vdash \text{let } z = ((\lambda x : E. x) \text{ as } E \rightarrow E) \text{ in } z : E \rightarrow E} \text{T-LET} \\
 \frac{\Gamma \vdash \text{let } z = ((\lambda x : E. x) \text{ as } E \rightarrow E) \text{ in } z \text{ as } E \rightarrow E : E \rightarrow E}{\Gamma \vdash (\text{let } z = ((\lambda x : E. x) \text{ as } E \rightarrow E) \text{ in } z) \text{ as } E \rightarrow E : E \rightarrow E} \text{T-ASCRIBE}
 \end{array}$$

Ejercicio 7

$$\frac{t_1 \rightarrow t'_1}{(t_1, t_2) \rightarrow (t'_1, t_2)} \text{E-PAR1}$$

$$\frac{t_2 \rightarrow t'_2}{(v_1, t_2) \rightarrow (v_1, t'_2)} \text{E-PAR2}$$

$$\frac{t \rightarrow t'}{fst\ t \rightarrow fst\ t'} \text{E-FST1}$$

$$fst\ (v_1, v_2) \rightarrow v_1 \text{E-FST2}$$

$$\frac{t \rightarrow t'}{snd\ t \rightarrow snd\ t'} \text{ E-SND1}$$

$$snd\ (v_1, v_2) \rightarrow v_2 \text{ E-SND2}$$

Ejercicio 9

$$\frac{\frac{\Gamma \vdash unit : Unit}{\Gamma \vdash unit\ as\ Unit : Unit} \text{ T-UNIT} \quad \frac{\frac{x : (E, E) \in \Gamma, x : (E, E)}{\Gamma, x : (E, E) \vdash x : (E, E)} \text{ T-VAR} \quad \frac{\Gamma, x : (E, E) \vdash snd\ x : E}{\Gamma \vdash \lambda x : (E, E). snd\ x : (E, E) \rightarrow E} \text{ T-SND}}{\Gamma \vdash (unit\ as\ Unit, \lambda x : (E, E). snd\ x) : (Unit, (E, E) \rightarrow E)} \text{ T-PAIR} \quad \frac{\Gamma \vdash (unit\ as\ Unit, \lambda x : (E, E). snd\ x) : (Unit, (E, E) \rightarrow E)}{\Gamma \vdash fst\ (unit\ as\ Unit, \lambda x : (E, E). snd\ x) : Unit} \text{ T-FST}$$