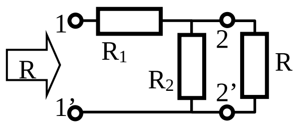
03 Exercices - Corrigés

Simplification et calcul de circuits:

1. Déterminer analytiquement en fonction de R_1 et R_2 la valeur que doit avoir la résistance R placée aux bornes 2-2' pour qu'elle soit égale à la résistance vue des bornes 1-1'. Calcul numérique avec $R_2 = 2R_1 = 50\Omega$.



$R = R_1 + \frac{R \cdot R_2}{R+R_2}$ donc $R^2 - R_1 R - R_1 R_2 = 0$

$$R = \frac{R_1 \pm \sqrt{{R_1}^2 + 4R_1R_2}}{2} = \frac{R_1}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 + 4\frac{R_2}{R_1}}\right)$$

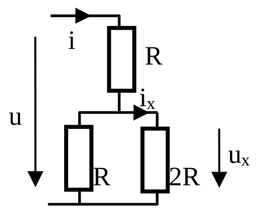
Application numérique avec $R_2 = 2R_1 = 50\Omega$:

$$R = \frac{R_1 \pm \sqrt{{R_1}^2 + 4R_1R_2}}{2} = \frac{25\Omega}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 2}\right) = \frac{25\Omega}{2}(1 \pm 3)$$

$R = -25\Omega$ <= impossible

$R = 50\Omega$

2. Sans calculer la valeur de R, déterminer les rapports ux/u et ix/i, où ux et ix sont respectivement les tensions aux bornes de la résistance 2R et le courant qui la traverse.



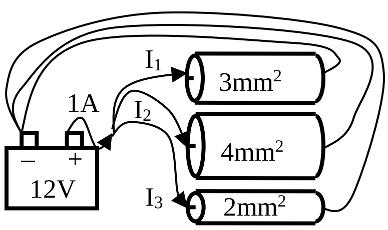
Par diviseur de tension et résistance équivalente:

$$\frac{u_x}{u} = (R//2R)/(R + R//2R) = \frac{\frac{2R^2}{3R}}{R + \frac{2R^2}{3R}} = \frac{2R^2}{5R^2} = \frac{2}{5}$$

et par diviseur de courant:

$$\frac{i_x}{i} = \frac{R}{R+2R} = \frac{1}{3}$$

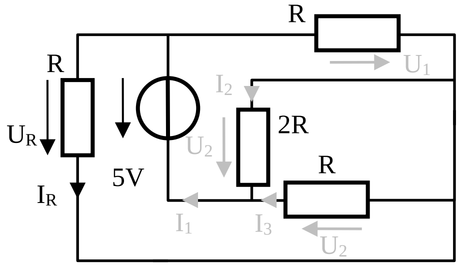
3. Déterminer les courants I_1 I_2 et I_3 dans le circuit électrique ci-contre, où les trois cylindres ne diffèrent que par leur section indiquée (même matériau et même longueur) et les fils ont une résistivité nulle.



Par la formule de la résistance d'un conducteur $R = \rho \frac{l}{A}$ et la notion de diviseur de courant:

$$I_1 = 1A\frac{3\text{mm}^2}{9\text{mm}^2} = 0.33\text{A} \qquad I_2 = 1A\frac{4\text{mm}^2}{9\text{mm}^2} = 0.44\text{A} \qquad I_3 = 1A\frac{2\text{mm}^2}{9\text{mm}^2} = 0.22\text{A}$$

4. Calculer la valeur de la tension U_R ainsi que le courant $I_\mathrm{R} = f(R)$.



1ère méthode par Kirchoff:

$$\begin{cases} U_\mathrm{R} - U_1 = 0 & 1) \\ U_\mathrm{R} + U_2 - 5\mathrm{V} = 0 & 2) \\ I_1 - I_2 - I_3 = 0 & 3) \end{cases}$$

En utilisant les valeurs des résistances, l'équation 3) peut s'écrire :

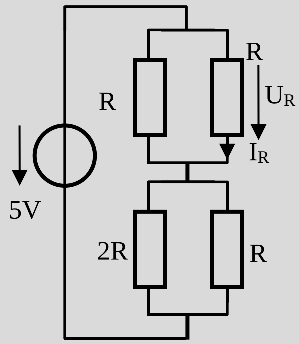
$\frac{5V}{2R//R+R//R} - \frac{U_2}{2R} - \frac{U_2}{R} = 0$ soit, $\frac{5V}{\frac{2R}{3}+\frac{R}{2}} - \frac{U_2}{2R} - \frac{U_2}{R} = 0$ puis en simplifiant :

$\frac{6}{7}5V - \frac{3}{2}U_2 = 0$ donc $U_2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7}5V = \frac{4}{7}5V$

de 2) : $U_\mathrm{R} = 5V - \frac{4}{7}5V = \frac{3}{7}5V$

de 1) : $U_1 = U_\mathrm{R}$

$I_R = \frac{U_\mathrm{R}}{R} = \frac{3}{7R}5V$



2ème méthode en redessinant le schéma, puis par diviseur de tension:

$U_R = 5V \cdot \frac{\frac{1}{2}R}{\frac{1}{2}R + \frac{2R^2}{3R}} = 5V \cdot \frac{6R}{2(3R+4R)} = \frac{3}{7}5V$

$I_R = \frac{U_R}{R} = \frac{3}{7R}5V$