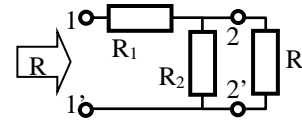




03 Exercices - Corrigés

Simplification et calcul de circuits:

1. Déterminer analytiquement en fonction de R_1 et R_2 la valeur que doit avoir la résistance R placée aux bornes 2-2' pour qu'elle soit égale à la résistance vue des bornes 1-1'. Calcul numérique avec $R_2 = 2R_1 = 50\Omega$.



$$R = R_1 + \frac{R \cdot R_2}{R + R_2} \quad \text{donc} \quad R^2 - R_1 R - R_1 R_2 = 0$$

$$R = \frac{R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + 4R_1 R_2}}{2} = \frac{R_1}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 + 4 \frac{R_2}{R_1}} \right)$$

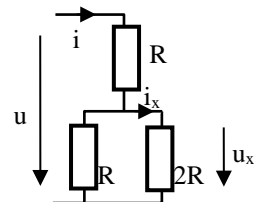
Application numérique avec $R_2 = 2R_1 = 50\Omega$:

$$R = \frac{R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + 4R_1 R_2}}{2} = \frac{25\Omega}{2} (1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 2}) = \frac{25\Omega}{2} (1 \pm 3)$$

$$R = -25\Omega \quad \text{<= impossible}$$

$$R = 50\Omega$$

2. Sans calculer la valeur de R , déterminer les rapports u_x/u et i_x/i , où u_x et i_x sont respectivement les tensions aux bornes de la résistance $2R$ et le courant qui la traverse.



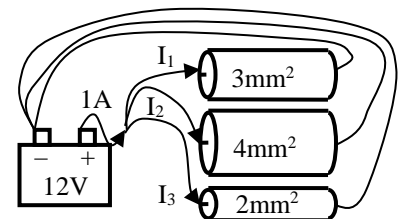
Par diviseur de tension et résistance équivalente:

$$\frac{u_x}{u} = \frac{(R // 2R) / (R + R // 2R)}{R + \frac{2R^2}{3R}} = \frac{\frac{2R^2}{3R}}{R + \frac{2R^2}{3R}} = \frac{2R^2}{5R^2} = \frac{2}{5}$$

et par diviseur de courant:

$$\frac{i_x}{i} = \frac{R}{R + 2R} = \frac{1}{3}$$

3. Déterminer les courants I_1 , I_2 et I_3 dans le circuit électrique ci-contre, où les trois cylindres ne diffèrent que par leur section indiquée (même matériau et même longueur) et les fils ont une résistivité nulle.



Par la formule de la résistance d'un conducteur $R = \rho \frac{l}{A}$ et la notion de diviseur de courant:

$$I_1 = 1A \frac{3\text{mm}^2}{9\text{mm}^2} = 0.33A \quad I_2 = 1A \frac{4\text{mm}^2}{9\text{mm}^2} = 0.44A \quad I_3 = 1A \frac{2\text{mm}^2}{9\text{mm}^2} = 0.22A$$



4. Calculer la valeur de la tension U_R ainsi que le courant $I_R = f(R)$.

1^{ère} méthode par Kirchhoff:

$$\begin{cases} U_R - U_1 = 0 & 1) \\ U_R + U_2 - 5V = 0 & 2) \\ I_2 + I_3 - I_1 = 0 & 3) \end{cases}$$

En multipliant 3) par -1 : $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Et en utilisant les valeurs des résistances, l'équation 3) peut s'écrire :

$$\frac{5V}{2R//R+R//R} - \frac{U_2}{2R} - \frac{U_2}{R} = 0 \quad \text{soit,} \quad \frac{5V}{\frac{2R}{3} + \frac{R}{2}} - \frac{U_2}{2R} - \frac{U_2}{R} = 0 \quad \text{puis en simplifiant :}$$

$$\frac{6}{7}5V - \frac{3}{2}U_2 = 0 \quad \text{donc} \quad U_2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7}5V = \frac{4}{7}5V$$

$$\text{de 2) : } U_R = 5V - \frac{4}{7}5V = \frac{3}{7}5V$$

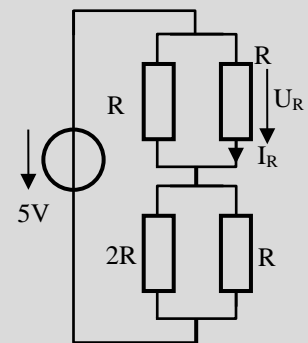
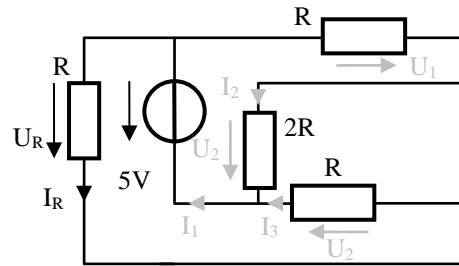
$$\text{de 1) : } U_1 = U_R$$

$$I_R = \frac{U_R}{R} = \frac{3}{7R}5V$$

2^{ème} méthode en redessinant le schéma, puis par diviseur de tension:

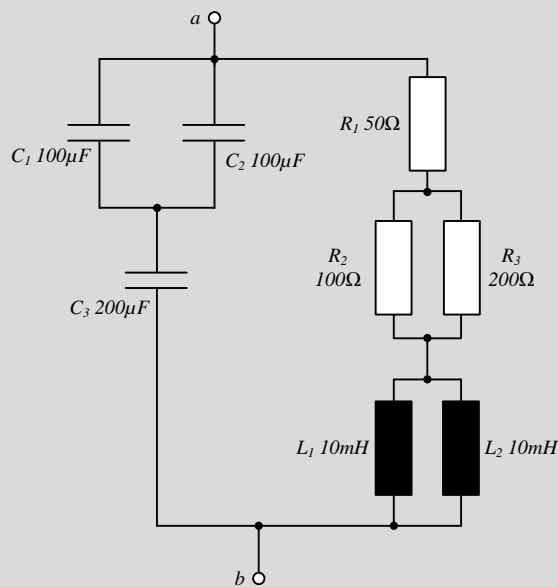
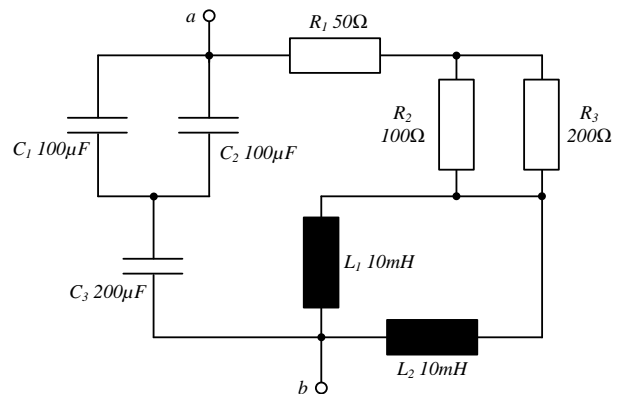
$$U_R = 5V \cdot \frac{\frac{1}{2}R}{\frac{1}{2}R + \frac{2R^2}{2R + 3R}} = 5V \cdot \frac{6R}{2(3R + 4R)} = \frac{3}{7}5V$$

$$I_R = \frac{U_R}{R} = \frac{3}{7R}5V$$





5. Simplifiez le schéma suivant, utilisé en tension continue, pour avoir un schéma équivalent avec le moins de composants R, L et C possibles entre les bornes a et b.



Même schéma redessiné

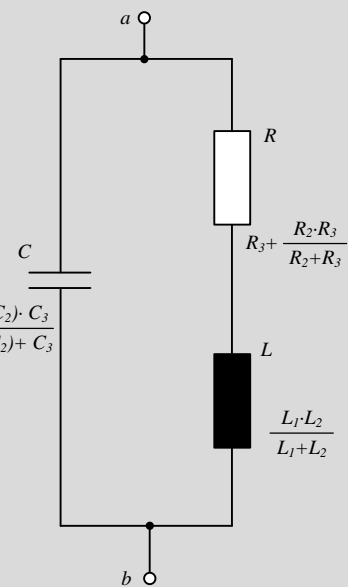


Schéma simplifié

Calcul des valeurs:

$$C = \frac{(C_1 + C_2) \cdot C_3}{(C_1 + C_2) + C_3} = \frac{(100\mu F + 100\mu F) \cdot 200\mu F}{(100\mu F + 100\mu F) + 200\mu F} = 100\mu F$$

$$R = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 50\Omega + \frac{100\Omega \cdot 200\Omega}{100\Omega + 200\Omega} = 116.7\Omega$$

$$L = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2} = \frac{10mH \cdot 10mH}{10mH + 10mH} = 5mH$$