Nom, Prénom: Zambon Yannick

17.5 pts **Note:** 5.9

Travail écrit de statistiques, classes T-2a/T-2f, 14.11.2017

Dans tous les exercices, il est demandé d'écrire les détails des calculs et des phrases contenant les idées de résolution. Une solution non développée sera considérée comme fausse. Simplifiez vos résultats lorsque c'est possible. Veuillez répondre directement sur la feuille de données. La machine peut être utilisée pour les opérations de base.

4

1. (4 points) On considère les deux situations suivantes qui font intervenir un dé équilibré à 6 faces:

   Un joueur A lance un dé quatre fois de suite.

   Un joueur B lance une paire de dés 24 fois de suite.

   (a) (2 pts) Calculer la probabilité pour le joueur A d'obtenir au moins un 6 dans ses quatre lancers.

   (b) (2 pts) Calculer la probabilité pour le joueur B d'obtenir au moins une fois un double 6 dans ses 24 lancers.

   Indication: calculer d'abord la probabilité de tirer un double six lors d'un seul lancer d'une paire de dés.

   Remarque: Le résultat peut être laissé sous forme de calcul. il n'est pas demandé d'évaluer numériquement le résultat.

a) Les résultats sont indépendants et l'expérience est répétée. On peut appliquer la loi binomiale, "Au moins 1" => $1-P(0)$ où $P(x)$ est la probabilité d'avoir X 6.

Avoir un 6 sur 1 lancer a une probabilité de $\frac{1}{6}$.

Donc $P(0) = \binom{4}{0}\left(\frac{1}{6}\right)^0\left(\frac{5}{6}\right)^4 = \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \sim 48\%$ (4 échecs)

$1-P(0) = \underline{\underline{52\%}}$ d'avoir au moins un 6.

b) Même raisonnement que en a). Ici on a $\frac{1}{36}$ d'avoir un double six ($\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}$, les deux dés sont indépendants)

Donc $P(0) = \binom{24}{0}\left(\frac{1}{36}\right)^0\left(\frac{35}{36}\right)^{24} = \left(\frac{35}{36}\right)^{24} = \sim 50\%$

$1-P(0) = \underline{\underline{50\%}}$ d'avoir au moins un double six.

7.5

2. (8 points) Lors d'une étude sur la résistance d'un métal, on a réalisé 100 expériences de rupture en charge d'un fil de même épaisseur et on a noté les masses limites dans le tableau ci-dessous:

Charge en grammes	Fréqu. abs. h_j	Fréqu. rel. f_j	Fréqu. cumul. F_j	m_j
[700; 750[	10	0,1	0,1	725
[750; 800[	23	0,23	0,33	775
[800; 840[	4	0,04	0,37	820
[840; 880[	15	0,15	0,52	860
[880; 920[	32	0,32	0,84	900
[920; 980[	16	0,16	1	950

(a) (2 pts) Compléter le tableau avec les fréquences relatives f_j et les fréquences cumulées relatives F_j. 2

(b) (1.5 pt) Déterminer une estimation de la moyenne des valeurs et donner son unité. 1.5

(c) (1.5 pt) Déterminer une estimation de la variance des valeurs et donner son unité. 1.5

(d) (2 pts) Déterminer la charge x tel qu'on a 20% des données qui ont une charge de x ou plus. 1.5

(e) (1 pt) Si $F(x)$ est la fonction de répartition empirique définie au cours, donner $F(890)$ à l'aide de la formule du quantile donnée au cours. 1

b) On estime en prenant le milieu des classes.

$$\overline{M} = \frac{725 \cdot 10 + 775 \cdot 23 + 820 \cdot 4 + 860 \cdot 15 + 900 \cdot 32 + 950 \cdot 16}{100} = \underline{852,55} \text{ g}$$

Même estimation.

$$c) \quad s^2 = \frac{\left((725-\overline{M})^2 \cdot 10 + (775-\overline{M})^2 \cdot 23 + (820-\overline{M})^2 \cdot 4 + (860-\overline{M})^2 \cdot 15 + (900-\overline{M})^2 \cdot 32 + (950-\overline{M})^2 \cdot 16\right)}{99}$$

$$= \sim \underline{5354} \text{ g}^2$$

Q_{80}

les calculs sont corrects

d) On cherche le quantile Q_{20}. "20%" est dépassé dans les bornes [750; 800[

donc : $Q_{20} = a_j + \dfrac{p - F_{j-1}}{F_j - F_{j-1}} (b_j - a_j)$ où $[a_j; b_j[$ les bornes, $p = 20\%$ et F_j la fréquence cumulée et $j=2$

$$= 750 + \frac{0,2-0,1}{0,33-0,1}(800-750) = \underline{771} \text{ g}$$

revoir la question!

e) même formule : On cherche p dans la borne $[880; 920[$ $(\gamma = 5)$

$$890 = 880 + \frac{p - 0{,}52}{0{,}84 - 0{,}52}\left(920 - 880\right)$$

$$10 = \frac{p - 0{,}52}{0{,}32}(40)$$

$$\left(\frac{1}{4}\right) 0{,}32 + 0{,}52 = p = \underline{\underline{60\%}} = F(890)$$

Le résultat peut être laissé sous forme de fraction simplifiée, il n'est pas demandé d'évaluer numériquement le résultat.

6 3. (6 points) L'urne A contient 3 boules bleues et 5 boules rouges; l'urne B contient 4 boules bleues et 2 boules rouges. D'abord, une boule est choisie au hasard de l'urne A et placée dans l'urne B sans que l'on connaisse sa couleur. Les boules sont mélangées. Ensuite, une boule est tirée au hasard de l'urne B.

(a) (2 pts) Construire l'arbre des probabilités pour cette situation.

(b) (2 pts) Quelle est la probabilité que la boule tirée de l'urne B soit rouge?

(c) (2 pts) Sachant que la boule tirée de l'urne B est rouge, quelle est la probabilité que la boule déplacée de A vers B était aussi rouge?

a) B_K, R_K : respectivement boule bleue et boule rouge tirée dans l'urne K

$\frac{3}{8}$ B_A — $\frac{5}{7}$ B_B $\to$ $P(B_A \cap B_B) = \frac{15}{56}$

$\frac{3}{8}$ B_A — $\frac{2}{7}$ R_B $\to$ $P(B_A \cap R_B) = \frac{6}{56}$

$\frac{5}{8}$ R_A — $\frac{4}{7}$ B_B $\to$ $P(R_A \cap B_B) = \frac{20}{56}$

$\frac{5}{8}$ R_A — $\frac{3}{7}$ R_B $\to$ $P(R_A \cap R_B) = \frac{15}{56}$

b) $P(R_B) = P(R_A \cap R_B) + P(B_A \cap R_B) = \frac{6}{56} + \frac{15}{56} = \frac{21}{56}$

c) $P(R_A | R_B) = \frac{P(R_A \cap R_B)}{P(R_B)} = \frac{15/56}{21/56} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$