11 Exercices - Corrigés

Fonction de transfert, diagramme de Bode :

1. Représenter graphiquement les diagrammes de Bode de avec $\omega_c = 1\,{}^{rad}/_{s}$. Que représente la pulsation ω_c pour chacun des diagrammes.

a) $H(j\omega) = \dfrac{1}{1+{}^{j\omega}/_{\omega_c}}$

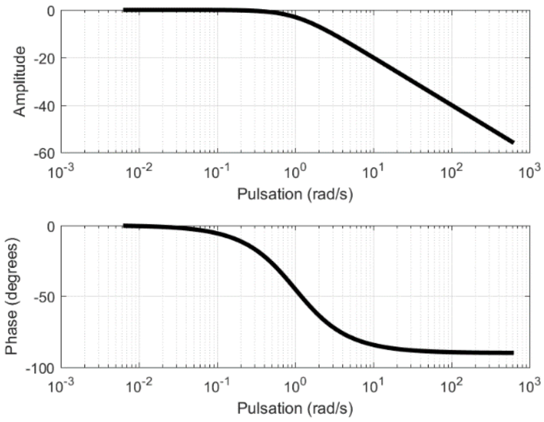
$H(j0) = \dfrac{1}{1+{}^{j0}/_{\omega_c}} = 1$

$H(j\infty) = \dfrac{1}{1+{}^{j\infty}/_{\omega_c}} = 0$

$H(j\omega_c) = \dfrac{1}{1+{}^{j\omega_c}/_{\omega_c}} = \dfrac{1}{1+j}$ donc

$H(j\omega_c) = \dfrac{1-j}{1+1} = \dfrac{1}{2} - j\dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot e^{-j\frac{\pi}{4}}$

ω_c est la pulsation de coupure du filtre passe-bas.



b) $H(j\omega) = \dfrac{{}^{j\omega}/_{\omega_c}}{1+{}^{j\omega}/_{\omega_c}}$

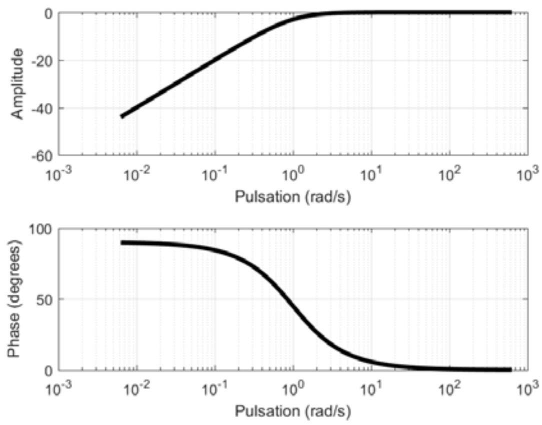
$H(j0) = \dfrac{{}^{j0}/_{\omega_c}}{1+{}^{j0}/_{\omega_c}} = 0$

$H(j\infty) = \dfrac{{}^{j\infty}/_{\omega_c}}{1+{}^{j\infty}/_{\omega_c}} = 1$

$H(j\omega_c) = \dfrac{{}^{j\omega_c}/_{\omega_c}}{1+{}^{j\omega_c}/_{\omega_c}} = \dfrac{j}{1+j}$ donc

$H(j\omega_c) = \dfrac{j+1}{1+1} = \dfrac{1}{2} + j\dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \cdot e^{j\frac{\pi}{4}}$

ω_c est la pulsation de coupure du filtre passe-haut.



c) $H(j\omega) = \frac{j\omega}{\omega_c}$

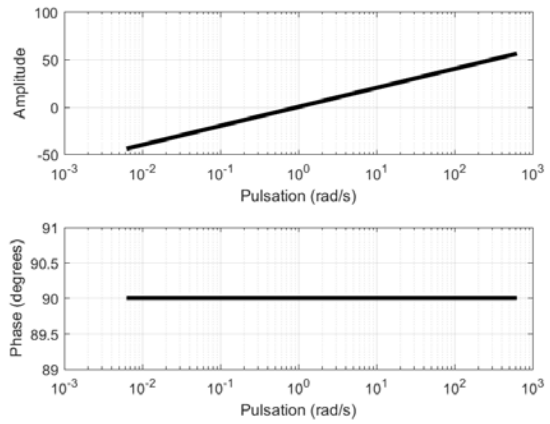
$H(j0) = \frac{j0}{\omega_c} = 0$

$H(j\infty) = \frac{j\infty}{\omega_c} = \infty$

$H(j\omega_c) = \frac{j\omega_c}{\omega_c} = \mathrm{j}$

C'est un dérivateur pur. Un dérivateur a donc un effet de filtre passe-haut.

ω_c est la pulsation où le module est à 1.



d) $H(j\omega) = \frac{\omega_c}{j\omega}$

$H(j0) = \frac{\omega_c}{j0} = \infty$

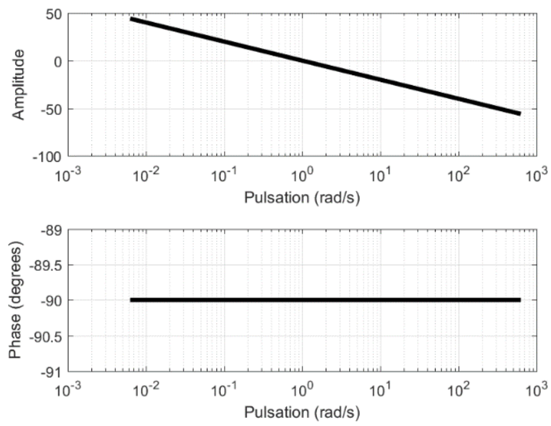
$H(j\infty) = \frac{\omega_c}{j\infty} = 0$

$H(j\omega_c) = \frac{\omega_c}{j\omega_c} = -\mathrm{j}$

C'est un intégrateur pur.

Un intégrateur a donc un effet de filtre passe-bas

ω_c est la pulsation où le module est à 1.



2. Similaire au précédent pour les fonctions ci-dessous avec $Q = 0.5;\ 1/\sqrt{2};\ 10$. Contrôler les graphiques avec la machine à calculer si possible, ou avec Matlab (fonction qui peut être utilisée: freqs):

a) $H(j\omega) = \frac{1}{1+\frac{j\omega}{Q\omega_c}+\left(\frac{j\omega}{\omega_c}\right)^2}$

$H(j0) = \frac{1}{1+\frac{j0}{Q\omega_c}+\left(\frac{j0}{\omega_c}\right)^2} = 1$

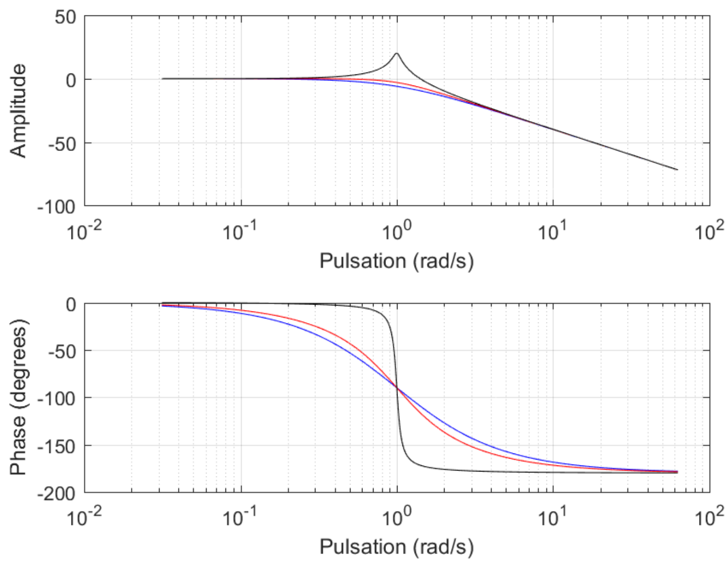
$H(j\infty) = \frac{1}{1+\frac{j\infty}{Q\omega_c}+\left(\frac{j\infty}{\omega_c}\right)^2} = 0$

$H(j\omega_c) = \frac{1}{1+\frac{j\omega_c}{0.5\omega_c}+\left(\frac{j\omega_c}{\omega_c}\right)^2} = 0.5 \cdot e^{-\frac{\pi}{2}j}$

$H(j\omega_c) = \frac{1}{1+\frac{j\omega_c}{1/\sqrt{2}\,\omega_c}+\left(\frac{j\omega_c}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{-\frac{\pi}{2}j}$

$H(j\omega_c) = \frac{1}{1+\frac{j\omega_c}{10\omega_c}+\left(\frac{j\omega_c}{\omega_c}\right)^2} = 10 \cdot e^{-\frac{\pi}{2}j}.$

C'est un filtre passe bas du 2ème ordre.



b) $H(j\omega) = \dfrac{{j\omega}/{\omega_c}}{1+\frac{j\omega}{Q\omega_c}+\left(\frac{j\omega}{\omega_c}\right)^2}$

$$H(j0) = \frac{{j0}/{\omega_c}}{1+\frac{j0}{Q\omega_c}+\left(\frac{j0}{\omega_c}\right)^2} = 0$$

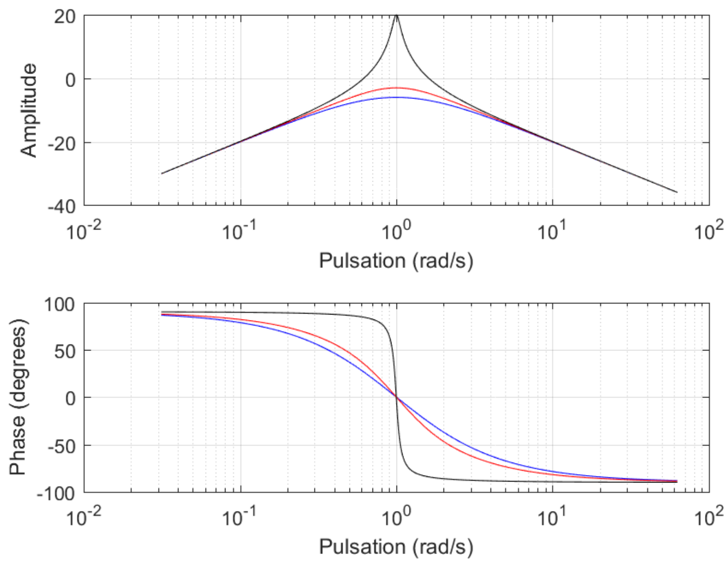
$$H(j\infty) = \frac{{j\infty}/{\omega_c}}{1+\frac{j\infty}{Q\omega_c}+\left(\frac{j\infty}{\omega_c}\right)^2} = 0$$

$$H(j\omega_c) = \frac{{j\omega_c}/{\omega_c}}{1+\frac{j\omega}{0.5\omega_c}+\left(\frac{j\omega}{\omega_c}\right)^2} = 0.5 \cdot e^{0j}$$

$$H(j\omega_c) = \frac{{j\omega_c}/{\omega_c}}{1+\frac{j\omega_c}{{1}/{\sqrt{2}}\omega_c}+\left(\frac{j\omega_c}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{0j}$$

$$H(j\omega_c) = \frac{{j\omega_c}/{\omega_c}}{1+\frac{j\omega_c}{10\omega_c}+\left(\frac{j\omega_c}{\omega_c}\right)^2} = 10 \cdot e^{0j}$$

C'est un filtre passe bande du 2ème ordre.



c) $H(j\omega) = \dfrac{\left({j\omega}/{\omega_c}\right)^2}{1+\frac{j\omega}{Q\omega_c}+\left(\frac{j\omega}{\omega_c}\right)^2}$

$$H(j0) = \frac{\left({j0}/{\omega_c}\right)^2}{1+\frac{j0}{Q\omega_c}+\left(\frac{j0}{\omega_c}\right)^2} = 0$$

$$H(j\infty) = \frac{\left({j\infty}/{\omega_c}\right)^2}{1+\frac{j\infty}{Q\omega_c}+\left(\frac{j\infty}{\omega_c}\right)^2} = 1$$

$$H(j\omega_c) = \frac{\left({j\omega_c}/{\omega_c}\right)^2}{1+\frac{j\omega_c}{0.5\omega_c}+\left(\frac{j\omega_c}{\omega_c}\right)^2} = 0.5 \cdot e^{+\frac{\pi}{2}j}$$

$$H(j\omega_c) = \frac{\left({j\omega_c}/{\omega_c}\right)^2}{1+\frac{j\omega_c}{{1}/{\sqrt{2}}\omega_c}+\left(\frac{j\omega_c}{\omega_c}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{+\frac{\pi}{2}j}$$

$$H(j\omega_c) = \frac{\left({j\omega_c}/{\omega_c}\right)^2}{1+\frac{j\omega_c}{10\omega_c}+\left(\frac{j\omega_c}{\omega_c}\right)^2} = 10 \cdot e^{+\frac{\pi}{2}j}$$

C'est un filtre passe haut du 2ème ordre.