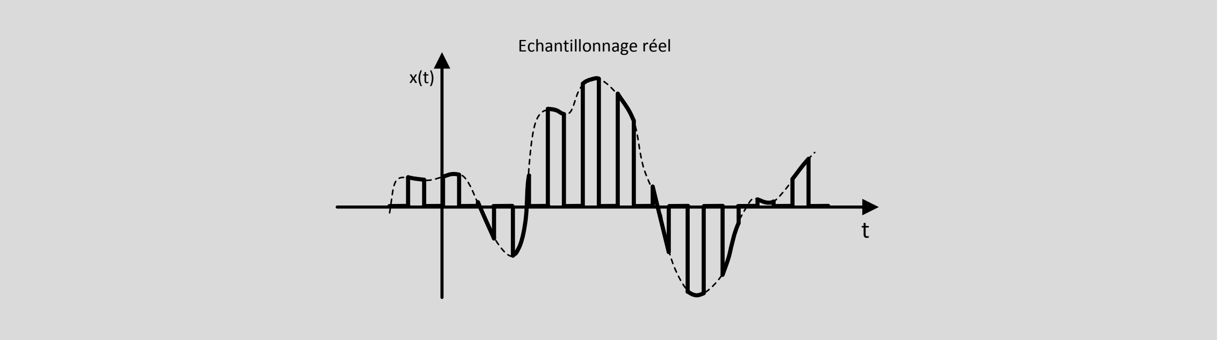
13 Exercices - Corrigés

Echantillonnage, reconstruction, quantification et codage

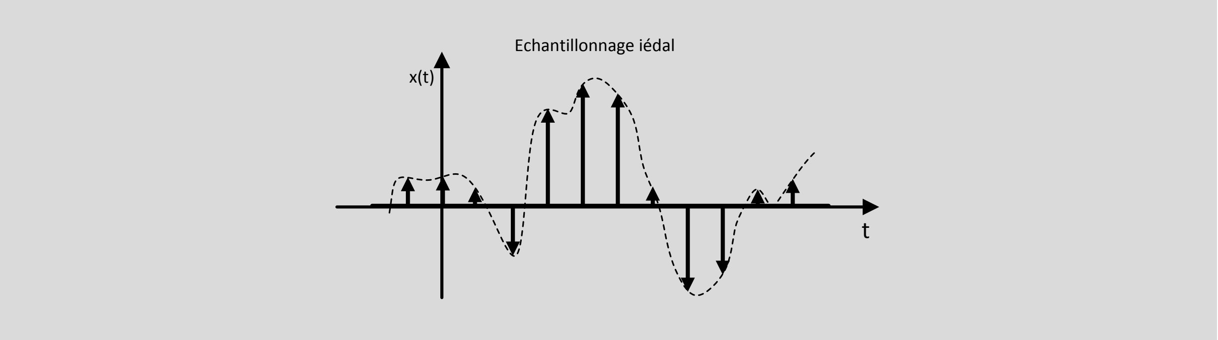
1. Dessinez les signaux suivant:

   a) un signal ordinaire.

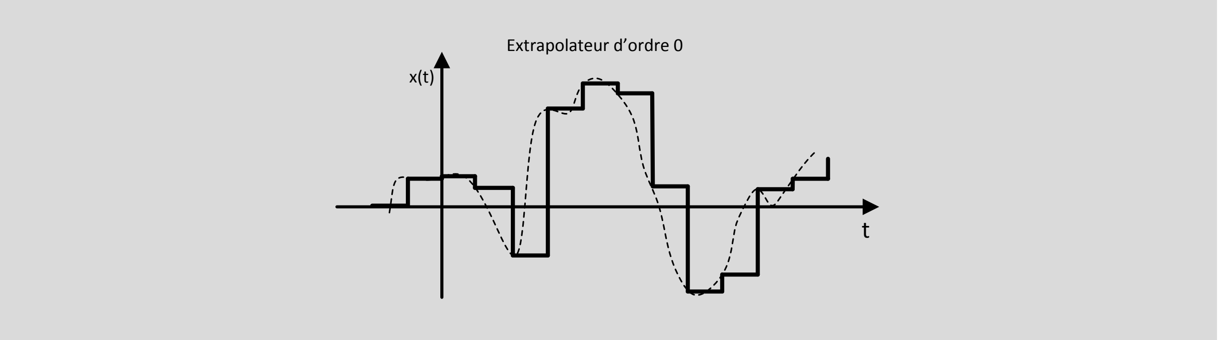
   b) le même signal après échantillonnage réel



   c) le même signal après échantillonnage idéal.



   d) le signal reconstruit avec extrapolateur d'ordre 0.



2. Selon l'exercice 1 de la série 12, soit le signal $x(t) = 10cos(2\pi f_0 t)$ avec $f_0 = 1KHz$ est échantillonné avec une fréquence d'échantillonnage de 8kHz pour lequel les échantillons ont été calculés :

   a) Calculez la valeur de tension RMS du signal obtenu après reconstruction par extrapolateur d'ordre 0.

Selon la formule de la puissance :

$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{+T/2} x^2(t)dt$

Avec un signal périodique, cela équivaut à:

$P = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{+T/2} x^2(t)dt$

Et avec ce signal en particulier:

$P = \frac{1}{T}\sum_{n=0}^{7} x[n]^2 \cdot \frac{1}{f_e} = 1kHz \sum_{n=0}^{7} x[n]^2 \cdot \frac{1}{8\text{kHz}}$

$P = \frac{1kHz}{8kHz}(10^2 + 7.071^2 + 0^2 + (-7.071)^2 + (-10)^2 + (-7.071)^2 + 0^2 + 7.071^2) = 50$

Et la valeur RMS est $\sqrt{P} = \sqrt{50} = 7.071\ V^2$

On remarque que la valeur RMS du signal reconstruit par extrapolateur d'ordre 0 est identique à la valeur efficace du signal d'origine, soit $\frac{10\text{V}}{\sqrt{2}} = 7.071\ V$.

   b) Afin de supprimer les marches d'escaliers, un filtre passe-bas peut être utilisé, quelle doit être sa fréquence de coupure?

La première fréquence la plus petite à couper complétement est:

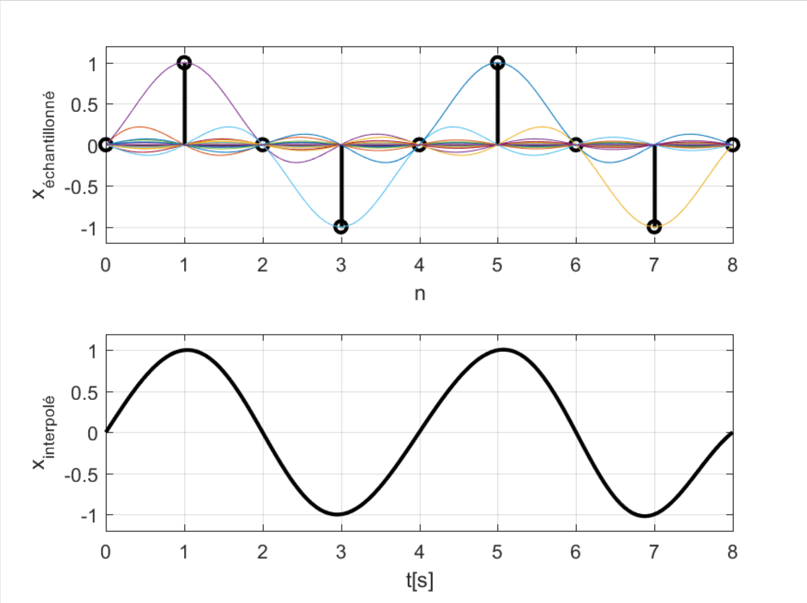
$f_e - f = 8kHz - 1kHz = 7kHz$

La fréquence de coupure peut donc être $\frac{f_e}{2} = 4kHz$.

3. Nous voulons générer une sinusoïde de 10kHz en lisant une table trigonométrique sauvée dans une flash. La table a 12 valeurs pour les 2π, quelles est la fréquence d'échantillonnage?

$f_e = 12 \cdot 10kHz = 120kHz$

4. Une sinusoïde est échantillonnée avec 4 échantillons par période. Dessinez le signal reconstruit après interpolation idéale



Le signal $x_{interpolé}$ est égal à la somme de tous les $x[n] \cdot \mathrm{sinc}(t-n)$, soit:

$$x_{interpolé} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot \mathrm{sinc}(t-n)$$

5. Avec le dessin de la Figure 10 du cours à laquelle on ajoute un bit au quantificateur (le pas de quantification diminue d'un facteur 2). Quel est l'effet, sur la fréquence fondamentale du bruit de quantification ainsi que sur son amplitude est sa puissance.

La fréquence fondamentale du bruit de quantification augmente d'un facteur 2.

Son amplitude diminue d'un facteur 2.

Sa puissance diminue d'un facteur 4 : $P_q = \frac{\Delta^2}{12}$ donc $P_{q+1bit} = \frac{\Delta^2}{2^2 \cdot 12} = \frac{1}{4} P_q$

6. Calculez le rapport signal sur bruit (SNR) du CD audio 16bits/44,1kHz dans les cas suivant:

   a) Pour une sinusoïde qui utilise toute la plage d'entrée.

$$SNR = \frac{P_{signal}}{P_{bruit}} = \frac{\left(\frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}\right)^2}{\frac{\Delta^2}{12}} = \frac{\left(\frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}\right)^2}{\frac{\left(\frac{2\cdot\hat{U}}{2^{16}}\right)^2}{12}} = 12 \cdot \frac{2^{32}}{8}$$ où $\hat{U}$ est la moitié de la plage d'entrée.

b) Pour une sinusoïde d'amplitude 100 fois plus petite.

$$SNR_{100} = \frac{P_{signal}}{P_{bruit}} = \frac{\left(\frac{\hat{U}}{100\cdot\sqrt{2}}\right)^2}{\frac{\Delta^2}{12}} = \frac{\left(\frac{\hat{U}}{100\cdot\sqrt{2}}\right)^2}{\frac{\left(\frac{2\cdot\hat{U}}{2^{16}}\right)^2}{12}} = 12\cdot\frac{2^{32}}{10000\cdot 8} = \frac{SNR}{10000}$$

c) Calculer la même chose pour un convertisseur 8bits.

$$SNR_{8\text{bits}} = \frac{P_{signal}}{P_{bruit}} = \frac{\left(\frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}\right)^2}{\frac{\Delta^2}{12}} = \frac{\left(\frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}\right)^2}{\frac{\left(\frac{2\cdot\hat{U}}{2^{8}}\right)^2}{12}} = 12\cdot\frac{2^{16}}{8} = \frac{SNR}{2^{16}} = \frac{SNR}{65536}$$

$$SNR_{8\text{bits}100} = \frac{P_{signal}}{P_{bruit}} = \frac{\left(\frac{\hat{U}}{100\cdot\sqrt{2}}\right)^2}{\frac{\Delta^2}{12}} = \frac{\left(\frac{\hat{U}}{100\cdot\sqrt{2}}\right)^2}{\frac{\left(\frac{2\cdot\hat{U}}{2^{8}}\right)^2}{12}} = 12\cdot\frac{2^{16}}{10000\cdot 8} = \frac{SNR}{10000\cdot 2^{16}} = \frac{SNR}{655360000}$$

7. Quel est le code en binaire signé de l'amplitude 2.79 V pour un A/D de 8bits avec un plage de conversion de -5 à 5V.

$\Delta = \frac{10V}{2^8-1}$ donc le code binaire est la valeur $0 + \frac{2.79V}{\Delta} = \frac{2.79V}{\frac{10V}{2^8-1}} = \frac{2.79V}{10V}(2^8-1) = 71.14$ arrondie à 71 et codée en base de 2, soit 01000111 car $(2^6+2^2+2^1+2^0 = 71)$