09 Exercices - Corrigés

Signal; périodicité, puissance vs énergie finie et variable indépendante

1. Déterminer pour chacun de ces signaux, s'il est périodique, et le cas échéant la période (bien penser à la définition de la période) :

a) $x(t) = cos^2(\omega_0 t)$

Périodique, $T = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2\pi}{\omega_0}\right)$

b) $x(t) = cos^3(2\pi t/T)$

Périodique, T

c) $x(t) = e^{-2t} cos(2\pi f_0 t)$

Non-périodique

d) $x[n] = (-1)^n$

Périodique, $N = 2$

e) $x[n] = cos(2n)$

Non-périodique (apériodique)

f) $x[n] = cos(2\pi n)$

Non-périoque (constante)

g) $x[n] = cos\left(\frac{\pi n}{1.2}\right)$

Périodique, il existe un nombre entier $N = 12$ tel que $\frac{\pi \cdot N}{1.2 \cdot 2\pi} = 5$ est un nombre entier

2. Donner un exemple de : a) un signal à énergie finie et b) un signal à puissance finie. Justifiez vos exemples.

a) $x(t) = e^{-\frac{t}{t_0}} \cdot cos(\omega t + \varphi) \cdot u(t)$ résonnance amortie qui commence à $t = 0$ et $\sigma = -\frac{1}{t_0} < 0$

b) $x(t) = cos(\omega t + \varphi)$ signal sinusoïdal permanent

3. Déterminer pour chacun des signaux ci-dessous s'il est à énergie ou à puissance finie :

a) $\begin{cases} x(t) = e^{-\frac{t}{t_0}} & pour\ t > 0 \\ x(t) = 0 & pour\ t < 0 \end{cases}$

énergie finie

b) $x(t) = e^{-\frac{t}{t_0}}$

Ni l'un, ni l'autre (én. et puiss. infinie)

c) $x(t) = t$

Ni l'un, ni l'autre (én. et puiss. infinie)

d) $x(t) = cos(\omega_0 t)$

puissance finie

e) $x(t) = A\big(u(t) - u(t - t_0)\big)$ avec $t_0 > 0$

énergie finie

f) $x(t) = Au(t)$

puissance finie

g) $x[n] = cos(\pi n)$

puissance finie

h) $x[n] = sin(\pi n)$

Ni l'un, ni l'autre (én. et puiss. nulle)

i) $x[n] = cos(\pi n/2)$

puissance finie

4. Soit le signal : $\underline{x}_2(t) = A_2\ exp(\underline{s}_2\ t) + A_2\ exp(\underline{s}_2^*\ t)$
   où $\underline{s}_2 = \sigma_2 + j\omega_2$ et $\underline{s}_2^* = \sigma_2 - j\omega_2$
   Et si $\Re\{\underline{x}_2\} = 10\ exp\left(-\frac{t}{0.1}\right)\ cos(100\ t)$, calculer les valeurs de A_2, σ_2 et ω_2.

$\Re\{\underline{x}_2\} = \Re\left\{A_2\ \left(exp(\underline{s}_2\ t) + exp(\underline{s}_2^*\ t)\right)\right\} = \Re\{A_2\ (exp(\sigma_2\ t)exp(j\omega_2\ t) + exp(\sigma_2\ t)exp(-j\omega_2\ t))\}$
$\Re\{\underline{x}_2\} = \Re\{A_2\ exp(\sigma_2\ t)\ (exp(j\omega_2\ t) + exp(-j\omega_2\ t))\}$
$\Re\{\underline{x}_2\} = \Re\{A_2\ exp(\sigma_2\ t)\ (cos(\omega_2\ t) + jsin(\omega_2\ t) + cos(\omega_2\ t) - jsin(\omega_2\ t))\}$
$\Re\{\underline{x}_2\} = 2\ A_2\ exp(\sigma_2\ t)\ cos(\omega_2\ t)$
Par identification :
$2\ A_2 = 10 \ => \ A_2 = 5$ $\sigma_2 = -\frac{1}{0.1} = -10$ $\omega_2 = 100$

Remarque: on dit que $\underline{s}_2^*$ est le conjugué complexe de $\underline{s}_2$ et l'on remarque que lorsque deux exponentielles conjuguées complexes sont sommées, le résultat est purement réel.

5. Soit $x[n] = A \cdot \underline{r}^n$, avec $A = 2$, $\underline{r} = 1 + j$. Donnez la forme du signal $x_{réel}[n] = Re\{x[n]\} = Re\{C \cdot \underline{r}^n\}$ et déterminez les valeurs numériques respectives de r, Ω, et φ.

$A = 2$ $r = 0.707$ $\Omega = \frac{\pi}{4}$ $\varphi = 0$

6. Représenter graphiquement pour le signal x(t) ci-contre, les signaux y(t) suivants :

1) $y_1(t) = x(3t)$	4) $y_4(t) = x(2(t+2))$
2) $y_2(t) = x(3t+2)$	5) $y_5(t) = x(2(t-2))$
3) $y_3(t) = x(-2t-1)$	6) $y_6(t) = x(3t)+x(3t+2)$