

西南交通大学
本科毕业设计（论文）

碳-氮化硼纳米管超晶格的传热与力学性质研究

Research on Heat Transfer and Mechanical
Properties of Carbon-Boron Nitride Nanotube
Superlattices

年 级：2018 级

学 号：2018115237

姓 名：萧贺源

专 业：应用物理学

指导教师：倪宇翔

二〇二二年五月

西南交通大学

本科毕业设计（论文）学术诚信声明

本人郑重声明：所呈交的毕业设计（论文），是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

作者签名：

日期： 年 月 日

西南交通大学

本科毕业设计（论文）版权使用授权书

本毕业设计（论文）作者同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权西南交通大学可以将本毕业设计（论文）的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本毕业设计（论文）。

保密 ☐，在_____年解密后适用本授权书。

本论文属于

不保密 ☒。

（请在以上方框内打“√”）

作者签名：

指导教师签名：

日期： 年 月 日

日期： 年 月 日

西南交通大学本科毕业设计（论文）

院 系 物理科学与技术学院 专 业 应用物理学
年 级 2018 级 姓 名 萧贺源
题 目 碳-氮化硼纳米管超晶格的传热与力学性质研究

指导教师

评 语

指导教师_____（签章）

评 阅 人

评 语

评 阅 人_____（签章）

成绩_____

答辩委员会主任_____（签章）

年 月 日

毕业设计（论文）任务书

班 级 物理 2018-01 班 学生姓名 萧贺源 学 号 2018115237
发题日期： 年 月 日 完成日期： 年 月 日

题 目 碳-氮化硼纳米管超晶格的传热与力学性质研究

1、本设计（论文）的目的、意义

本论文拟研究碳-氮化硼纳米管超晶格的热传导性质。纳米材料随着空间维度的降低，其热传导性质也发生着明显的变化。超晶格材料由于存在多个界面，其热传导性质与单一组分材料相比有明显的差异。本论文拟使用分子动力学模拟，对碳-氮化硼纳米管超晶格的热传导性质进行研究，对纳米级电子材料的设计提供有用的信息。

2、学生应完成的任务

- （1）广泛调研及阅读文献，熟悉利用分子动力学计算材料热导率的方法；
- （2）设计纳米管超晶格材料的结构；
- （3）计算相关结构的热导率；
- （4）分析纳米结构对相关材料热导率影响的规律。

3、本设计（论文）与本专业的毕业要求达成度如何？（如在知识结构、能力结构、素质结构等方面有哪些有效的训练。）

本课题是在所学的热力学与统计物理、固体物理等知识上的进一步巩固、拓展和深化，有效提高学生应用相关物理知识的能力，同时对学生独立开展工作的能力有较好地培养，初步从事科学研究，进一步开拓学生科学视野，提高分析问题、解决问题的能力，促进对科学研究的兴趣。

4、本设计（论文）各部分内容及时间分配：（共 17 周）

第一部分	<u>调研分子动力学计算材料热导率的方法，完成文献翻译</u>	(1-3 周)
第二部分	<u>建立不同纳米管超晶格的模型</u>	(4-8 周)
第三部分	<u>计算相关模型的热导率和力学性质</u>	(9-11 周)
第四部分	<u>分析周期长度对超晶格热导率影响的规律。</u>	(12-14 周)
第五部分	<u>论文撰写</u>	(15 周)
评阅及答辩		(1 周)

指导教师：	年	月	日
审 批 人：	年	月	日

摘 要

这里是摘要。

关键词：西南交通大学; 毕业论文

Abstract

This is abstract.

Key words: SWJTU; graduation thesis

目 录

摘要	IV
Abstract	V
第一章 绪论	1
1.1 恒星际小天体	1
第二章 1I/'Oumuamua 的轨道与物理特性	2
第三章 2I/Borisov 的轨道与物理特性	3
第四章 对太阳系内小天体受木星摄动产生双曲线轨道的讨论	4
4.1 方程建立与求解	4
4.1.1 建立圆形限制性三体系统	4
4.1.2 求解运动微分方程组	5
4.1.3 坐标转换	5
4.1.4 求解吻切轨道偏心率	6
4.2 小天体受木星摄动飞离太阳系的条件	8
4.2.1 无返假设下的初始条件	8
4.2.2 相对静止	8
4.2.3 $\xi O \eta$ 平面限制情况讨论	9
4.2.3.1 $\xi_0 = 1 \quad v_{\xi 0} = 0$	9
4.2.3.2 $\xi_0 = 1 \quad v_{\eta 0} = 0$	12
4.2.3.3 $\eta_0 = 0 \quad v_{\xi 0} = 0$	12
4.2.3.4 $\eta_0 = 0 \quad v_{\eta 0} = 0$	13
4.2.3.5 $\xi_0 = 1 \quad \eta_0 = 0$	13
第五章 恒星际小天体的可能性判断	14
第六章 1I/'Oumuamua 与 2I/Borisov 的起源猜测	15
第七章 恒星际小天体研究展望	16

结论	17
致谢	18
参考文献	19
附录 1	19
附录 2	20

第一章 绪论

1.1 恒星际小天体

第二章 1I/'Oumuamua 的轨道与物理特性

第三章 2I/Borisov 的轨道与物理特性

第四章 对太阳系内小天体受木星摄动产生双曲线轨道的讨论

4.1 方程建立与求解

4.1.1 建立圆形限制性三体系统

以太阳、木星为主天体，小天体为第三体建立圆形限制性三体系统。我们作以下的无量纲化规定：

$$m_{\odot} + m_J = 1 \quad (4-1)$$

$$m_J = \mu \quad (4-2)$$

$$a_J = 1 \quad (4-3)$$

$$n_J = 1 \quad (4-4)$$

$$G = 1 \quad (4-5)$$

其中， m_{\odot} 与 m_J 为太阳、木星的质量， a 为木星绕太阳作椭圆运动的半长轴， n_J 为木星的平运动角频率， G 为万有引力常量。木星绕太阳的椭圆轨道偏心率较小，因此我们不妨先假定木星绕太阳的轨道为圆，在此假定下分析小天体的运动情况。

转动参考系下圆形限制性三体系统的雅可比积分：

$$\frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) - \frac{1-\mu}{r_1} - \frac{\mu}{r_2} = -\frac{1}{2}C_J \quad (4-6)$$

其中 $1-\mu$ 、 μ 为太阳和木星的质量， C_J 为雅可比常量。

转动参考系下第三体的 Hill 曲面：

$$\frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} - \frac{1}{2}C_J = 0 \quad (4-7)$$

根据雅可比常量的不同取值，运动允许区的几何性质会发生改变，因此雅可比常量与各种动点对应雅可比常量的大小关系可用作研究不同轨道性质的判据。

4.1.2 求解运动微分方程组

转动参考系下的第三体运动微分方程组：

$$\dot{x} = v_x \quad (4-8)$$

$$\dot{y} = v_y \quad (4-9)$$

$$\dot{z} = v_z \quad (4-10)$$

$$\dot{v}_x = 2v_y + \frac{\partial \Omega}{\partial x} \quad (4-11)$$

$$\dot{v}_y = -2v_x + \frac{\partial \Omega}{\partial y} \quad (4-12)$$

$$\dot{v}_z = \frac{\partial \Omega}{\partial z} \quad (4-13)$$

$$\Omega = \frac{1}{2} (x^2 + y^2) + \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} \quad (4-14)$$

$$r_1 = \sqrt{(x+\mu)^2 + y^2 + z^2} \quad (4-15)$$

$$r_2 = \sqrt{(x+\mu-1)^2 + y^2 + z^2} \quad (4-16)$$

给定转动参考系下的初始坐标、速度，通过求解微分方程组即可得到某一时刻小天体在转动参考系下的坐标、速度。如果给定的初始速度是惯性参考系下的表示，则需要将其转换为转动参考系下的表示：

$$v_{x0} = v_{\xi 0} + y_0 \quad (4-17)$$

$$v_{y0} = v_{\eta 0} - x_0 \quad (4-18)$$

$$v_{z0} = v_{\zeta 0} \quad (4-19)$$

其中 $v_{\xi 0}$ 、 $v_{\eta 0}$ 、 $v_{\zeta 0}$ 是惯性参考系下的初始速度分量。

4.1.3 坐标转换

由于所得结果是转动参考系下的表示，需要进行转动参考系与惯性参考系的转换：

$$\mathbf{r} = R(f)\mathbf{r}' \quad (4-20)$$

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{R}(f)\mathbf{r}' + R(f)\dot{\mathbf{r}}' \quad (4-21)$$

$$R(f) = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t & 0 \\ \sin t & \cos t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4-22)$$

$$\dot{R}(f) = \begin{pmatrix} -\sin t & -\cos t & 0 \\ \cos t & -\sin t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4-23)$$

其中 \mathbf{r}' 、 $\dot{\mathbf{r}}'$ 为转动参考系下的坐标、速度， \mathbf{r} 、 $\dot{\mathbf{r}}$ 为惯性参考系下的坐标、速度。

转换结果：

$$\xi = x \cos t - y \sin t \quad (4-24)$$

$$\eta = x \sin t + y \cos t \quad (4-25)$$

$$\zeta = z \quad (4-26)$$

$$\dot{\xi} = -x \sin t - y \cos t + \dot{x} \cos t - \dot{y} \sin t \quad (4-27)$$

$$\dot{\eta} = x \cos t - y \sin t + \dot{x} \sin t + \dot{y} \cos t \quad (4-28)$$

$$\dot{\zeta} = \dot{z} \quad (4-29)$$

4.1.4 求解吻切轨道偏心率

通过二体运动坐标、速度与轨道根数的转换，即可得到吻切轨道的偏心率：

$$\mathbf{r} = r(\cos f)\mathbf{P} + r(\sin f)\mathbf{Q} \quad (4-30)$$

$$\dot{\mathbf{r}} = -\frac{h}{p}(\sin f)\mathbf{P} + \frac{h}{p}(e + \cos f)\mathbf{Q} \quad (4-31)$$

$$r = \frac{a|e^2 - 1|}{1 + e \cos f} \quad (4-32)$$

$$\frac{h}{p} = \sqrt{\frac{1 - \mu}{p}} = \sqrt{\frac{1 - \mu}{a|e^2 - 1|}} \quad (4-33)$$

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \sin \omega \cos i \\ \sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \sin \omega \cos i \\ \sin \Omega \sin i \end{pmatrix} \quad (4-34)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} -\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos \omega \cos i \\ -\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos \omega \cos i \\ \cos \Omega \sin i \end{pmatrix} \quad (4-35)$$

求解六个吻切根数的完整方程组：

$$\begin{aligned} \xi = \frac{a|e^2 - 1|}{1 + e \cos f} & [\cos f(\cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \sin \omega \cos i) \\ & + \sin f(-\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos \omega \cos i)] \end{aligned} \quad (4-36)$$

$$\eta = \frac{a|e^2 - 1|}{1 + e \cos f} [\cos f (\sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \sin \omega \cos i) + \sin f (-\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos \omega \cos i)] \quad (4-37)$$

$$\zeta = \frac{a|e^2 - 1|}{1 + e \cos f} [\cos f \sin \Omega \sin i + \sin f \cos \Omega \sin i] \quad (4-38)$$

$$\dot{\xi} = \sqrt{\frac{1 - \mu}{a|e^2 - 1|}} - \sin f (\cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \sin \omega \cos i) + (e + \cos f)(-\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos \omega \cos i) \quad (4-39)$$

$$\dot{\eta} = \sqrt{\frac{1 - \mu}{a|e^2 - 1|}} [-\sin f (\sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \sin \omega \cos i) + (e + \cos f)(-\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos \omega \cos i)] \quad (4-40)$$

$$\dot{\zeta} = \sqrt{\frac{1 - \mu}{a|e^2 - 1|}} [-\sin f \sin \Omega \sin i + (e + \cos f) \cos \Omega \sin i] \quad (4-41)$$

由于我们将重点放在研究吻切轨道的偏心率上，因此可以不必求解其余的吻切根数。

令：

$$p = a|e^2 - 1| \quad (4-42)$$

$$\theta = f + \omega \quad (4-43)$$

同时，取 $i = \Omega = 0$ ，将任一时刻的坐标与速度矢量置于 xOy 平面，且小天体位于 x 轴上。

于是，方程组简化为：

$$r = \frac{p \cos \theta}{1 + e \cos(\theta - \omega)} \quad (4-44)$$

$$0 = \frac{p \sin \theta}{1 + e \cos(\theta - \omega)} \quad (4-45)$$

$$v \cos \alpha = -\sqrt{\frac{1 - \mu}{p}} (\sin \theta + e \sin \omega) \quad (4-46)$$

$$v \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{\frac{1 - \mu}{p}} (\cos \theta + e \cos \omega) \quad (4-47)$$

其中：

$$r = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2} \quad (4-48)$$

$$v = \sqrt{\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 + \dot{\zeta}^2} \quad (4-49)$$

$$\cos \alpha = \frac{\xi \dot{\xi} + \eta \dot{\eta} + \zeta \dot{\zeta}}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2} \sqrt{\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 + \dot{\zeta}^2}} \quad (4-50)$$

解该方程组即可得到吻切轨道的偏心率。

4.2 小天体受木星摄动飞离太阳系的条件

4.2.1 无返假设下的初始条件

假设一小天体初始时刻绕太阳运动的轨道偏心率 $e < 1$ ，则其轨道能量满足关系：

$$\frac{1}{2}v^2 - \frac{1-\mu}{r_1} < 0 \quad (4-51)$$

而经木星摄动后飞离太阳系，假设其不再返回，则其在转动参考系中的能量为正：

$$\frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) - \frac{1-\mu}{r_1} - \frac{\mu}{r_2} > 0 \quad (4-52)$$

需要说明，在惯性参考系中，小天体经过木星摄动后若能量增加，则木星与太阳的能量相应减少（可理解为木星、太阳对小天体做功），而该减少量相对木星与太阳的能量可忽略不计，因此无法通过分析惯性参考系中的能量情况判定小天体的最终轨道。

将上述两式统一用惯性参考系表示，即得到运动条件的限制：

$$\frac{1}{2}(\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2 + \dot{\zeta}^2) - \frac{1-\mu}{\sqrt{(\xi+\mu)^2 + \eta^2 + \zeta^2}} < 0 \quad (4-53)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}[(\dot{\xi} + \eta)^2 + (\dot{\eta} - \xi)^2 + \dot{\zeta}^2] - \frac{1}{2}(\xi^2 + \eta^2) - \frac{1-\mu}{\sqrt{(\xi+\mu)^2 + \eta^2 + \zeta^2}} \\ & - \frac{\mu}{\sqrt{(\xi+\mu-1)^2 + \eta^2 + \zeta^2}} > 0 \end{aligned} \quad (4-54)$$

只需找到满足上述条件的初始值集，即可获得飞离太阳系的小天体轨道。

4.2.2 相对静止

假设小天体初始时刻相对木星静止，则初始条件为：

$$\frac{1}{2}(\eta_0^2 + \xi_0^2) - \frac{1-\mu}{\sqrt{(\xi_0+\mu)^2 + \eta_0^2 + \zeta_0^2}} < 0 \quad (4-55)$$

$$-\frac{1}{2}(\xi_0^2 + \eta_0^2) - \frac{1-\mu}{\sqrt{(\xi_0+\mu)^2 + \eta_0^2 + \zeta_0^2}} - \frac{\mu}{\sqrt{(\xi_0+\mu-1)^2 + \eta_0^2 + \zeta_0^2}} > 0 \quad (4-56)$$

显然式 (4-56) 的条件是无法满足的，因此若小天体初始时刻相对木星静止，则其无法逃逸至无穷远处。

4.2.3 $\xi O \eta$ 平面限制情况讨论

令 $\zeta = \dot{\zeta} \equiv 0$ ，轨道能量条件简化为：

$$\frac{1}{2} (\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2) - \frac{1-\mu}{\sqrt{(\xi+\mu)^2 + \eta^2}} < 0 \quad (4-57)$$

$$\frac{1}{2} [(\dot{\xi} + \eta)^2 + (\dot{\eta} - \xi)^2] - \frac{1}{2} (\xi^2 + \eta^2) - \frac{1-\mu}{\sqrt{(\xi+\mu)^2 + \eta^2}} - \frac{\mu}{\sqrt{(\xi+\mu-1)^2 + \eta^2}} > 0 \quad (4-58)$$

对应初始条件限制为：

$$\frac{1}{2} (v_{\xi 0}^2 + v_{\eta 0}^2) - \frac{1-\mu}{\sqrt{(\xi_0+\mu)^2 + \eta_0^2}} < 0 \quad (4-59)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [(v_{\xi 0} + \eta_0)^2 + (v_{\eta 0} - \xi_0)^2] - \frac{1}{2} (\xi_0^2 + \eta_0^2) - \frac{1-\mu}{\sqrt{(\xi_0+\mu)^2 + \eta_0^2}} \\ - \frac{\mu}{\sqrt{(\xi_0+\mu-1)^2 + \eta_0^2}} > 0 \end{aligned} \quad (4-60)$$

以上不等式组包含四个独立变量，我们可以限制其中两个变量的初始值，讨论特殊情况下不等式组的简化结果。

4.2.3.1 $\xi_0 = 1 \quad v_{\xi 0} = 0$

初始条件简化为：

$$\frac{1}{2} v_{\eta 0}^2 - \frac{1-\mu}{\sqrt{(1+\mu)^2 + \eta_0^2}} < 0 \quad (4-61)$$

$$\frac{1}{2} (v_{\eta 0} - 1)^2 - \frac{1-\mu}{\sqrt{(1+\mu)^2 + \eta_0^2}} - \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + \eta_0^2}} - \frac{1}{2} > 0 \quad (4-62)$$

解以上不等式组可知，当 $0 < \mu < \frac{1}{3}$ 时：

$$v_{\eta 11} < v_{\eta 0} < v_{\eta 12} \quad (4-63)$$

其中：

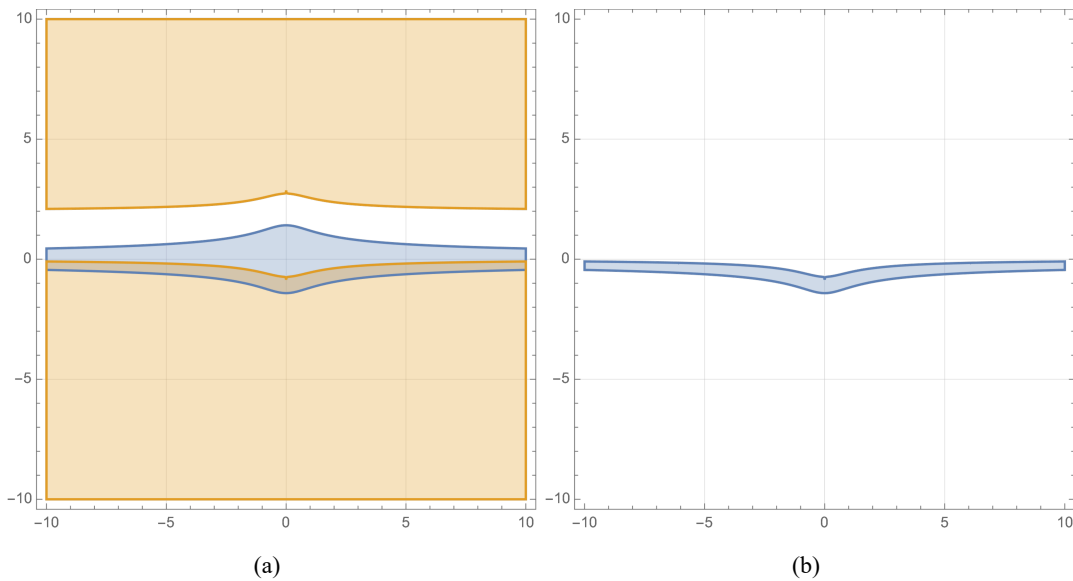
$$(\eta_0^2 + \mu^2 + 2\mu + 1) v_{\eta 11}^4 - 4\mu^2 + 8\mu - 4 = 0 \quad (4-64)$$

$$(\eta_0^8 + 4\mu^2 \eta_0^6 + 4\mu \eta_0^6 + 2\eta_0^6 + 6\mu^4 \eta_0^4 + 12\mu^3 \eta_0^4 + 10\mu^2 \eta_0^4 + 4\mu \eta_0^4 + \eta_0^4 + 4\mu^6 \eta_0^2 + 12\mu^5 \eta_0^2$$

$$\begin{aligned}
 & +14\mu^4\eta_0^2 + 8\mu^3\eta_0^2 + 2\mu^2\eta_0^2 + \mu^8 + 4\mu^7 + 6\mu^6 + 4\mu^5 + \mu^4) v_{\eta_{12}}^8 \\
 & + (-8\eta_0^8 - 32\mu^2\eta_0^6 - 32\mu\eta_0^6 - 16\eta_0^6 - 48\mu^4\eta_0^4 - 96\mu^3\eta_0^4 - 80\mu^2\eta_0^4 - 32\mu\eta_0^4 - 8\eta_0^4 \\
 & - 32\mu^6\eta_0^2 - 96\mu^5\eta_0^2 - 112\mu^4\eta_0^2 - 64\mu^3\eta_0^2 - 16\mu^2\eta_0^2 - 8\mu^8 - 32\mu^7 - 48\mu^6 - 32\mu^5 \\
 & - 8\mu^4) v_{\eta_{12}}^7 \\
 & + (24\eta_0^8 + 96\mu^2\eta_0^4 + 288\mu^3\eta_0^4 + 240\mu^2\eta_0^4 + 96\mu\eta_0^4 + 24\eta_0^4 + 96\mu^6\eta_0^2 + 288\mu^5\eta_0^2 + 336\mu^4 \\
 & \eta_0^2 + 192\mu^3\eta_0^2 + 48\mu^2\eta_0^2 + 24\mu^8 + 96\mu^7 + 144\mu^6 + 96\mu^5 + 24\mu^4) v_{\eta_{12}}^6 \\
 & + (-32\eta_0^8 - 128\mu^2\eta_0^6 - 128\mu\eta_0^6 - 64\eta_0^6 - 192\mu^4\eta_0^4 - 384\mu^3\eta_0^4 - 320\mu^2\eta_0^4 - 128\mu\eta_0^4 \\
 & - 32\eta_0^4 - 128\mu^6\eta_0^2 - 384\mu^5\eta_0^2 - 448\mu^4\eta_0^2 - 256\mu^3\eta_0^2 - 64\mu^2\eta_0^2 - 32\mu^8 - 128\mu^7 \\
 & - 192\mu^6 - 128\mu^5 - 32\mu^4) v_{\eta_{12}}^5 \\
 & + (16\eta_0^8 + 48\mu^2\eta_0^6 + 80\mu\eta_0^6 + 24\eta_0^6 + 48\mu^4\eta_0^4 + 192\mu^3\eta_0^4 + 144\mu^2\eta_0^4 + 64\mu\eta_0^4 + 8\eta_0^4 \\
 & + 16\mu^6\eta_0^2 + 144\mu^5\eta_0^2 + 184\mu^4\eta_0^2 + 96\mu^3\eta_0^2 + 8\mu^2\eta_0^2 + 32\mu^7 + 64\mu^6 + 32\mu^5) v_{\eta_{12}}^4 \\
 & + (64\mu^8 + 128\mu^7 + 192\eta_0^2\mu^6 + 128\mu^6 + 192\eta_0^2\mu^5 + 128\mu^5 + 192\eta_0^4\mu^4 + 160\eta_0^2\mu^4 + 64\mu^4 \\
 & + 128\eta_0^2\mu^3 + 64\eta_0^6\mu^2 + 64\eta_0^4\mu^2 + 96\eta_0^2\mu^2 - 64\eta_0^6\mu + 32\eta_0^6 + 32\eta_0^4) v_{\eta_{12}}^3 \\
 & + (-64\mu^8 - 128\mu^7 - 192\eta_0^2\mu^6 - 128\mu^6 - 192\eta_0^2\mu^5 - 128\mu^5 - 192\eta_0^4\mu^4 - 160\eta_0^2\mu^4 - 64\mu^4 \\
 & - 128\eta_0^2\mu^3 - 64\eta_0^6\mu^2 - 64\eta_0^4\mu^2 - 96\eta_0^2\mu^2 + 64\eta_0^6\mu - 32\eta_0^6 - 32\eta_0^4) v_{\eta_{12}}^2 \\
 & + 256\mu^6 + 16\eta_0^4 + 256\eta_0^2\mu^4 - 128\eta_0^2\mu^3 + 64\eta_0^4\mu^2 - 64\eta_0^4\mu = 0
 \end{aligned} \tag{4-65}$$

当 $\frac{1}{3} \leq \mu \leq \frac{1}{2}$ 时, η_0 须满足 $|\eta_0| > \sqrt{\frac{-7\mu^4 + 16\mu^3 - 8\mu^2}{8(\mu - 1)^2} + \frac{1}{8}\sqrt{\frac{\mu^8 + 32\mu^7 - 48\mu^6 + 16\mu^4}{(\mu - 1)^4}}}$,

v_{η_0} 的要求同式 (4-63)。代入木星质量 $\mu = 0.000953391$, 可得到 $\eta_0 - v_{\eta_0}$ 的允许范围图像:



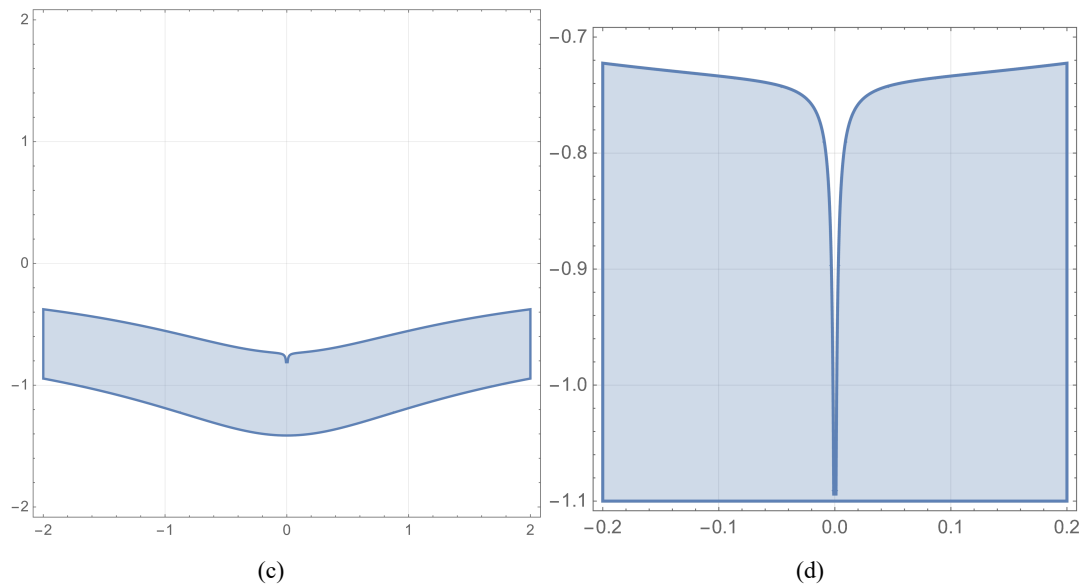


图 4-1 $\eta_0 - v_{\eta_0}$ 的允许范围，(a) 中显示了不等式 (4-61)(4-62) 分别对应的区域，(b)(c)(d) 中显示了两不等式的重合区域。

取 $\eta_0 = 1$, $v_{\eta_0} = -1$, 绘制小天体在惯性参考系下 $T < 12000$ 的轨道：

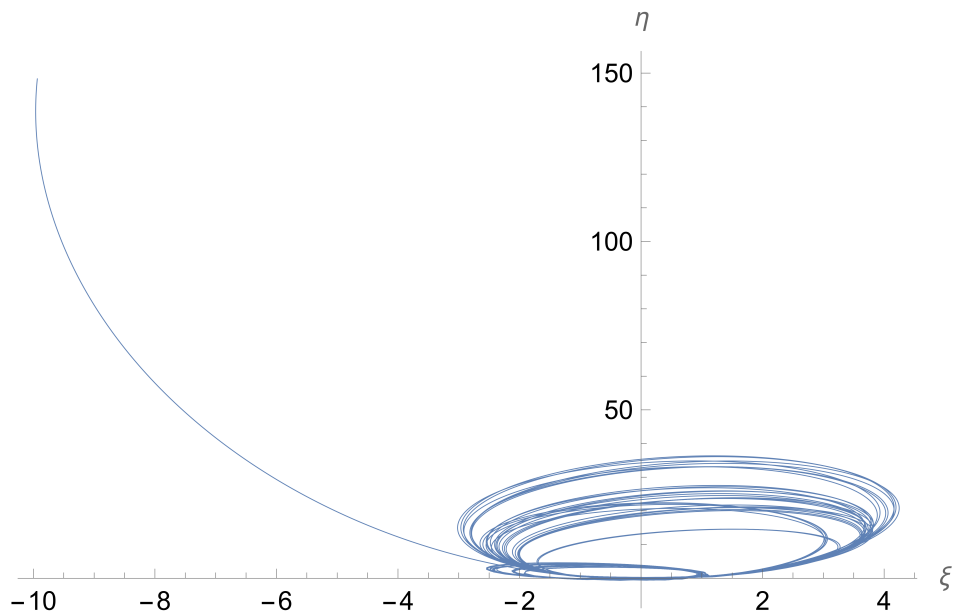


图 4-2 小天体在惯性参考系下 $T < 12000$ 的轨道

可见小天体在运动过程中，其轨道偏心率波动上升，直至产生偏心率极大的轨道从而离开太阳系。

4.2.3.2 $\xi_0 = 1 \quad v_{\eta 0} = 0$

初始条件简化为：

$$\frac{1}{2}v_{\xi 0}^2 - \frac{1-\mu}{\sqrt{(1+\mu)^2 + \eta_0^2}} < 0 \quad (4-66)$$

$$\frac{1}{2}(v_{\xi 0} + \eta_0)^2 - \frac{1}{2}\eta_0^2 - \frac{1-\mu}{\sqrt{(1+\mu)^2 + \eta_0^2}} - \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + \eta_0^2}} > 0 \quad (4-67)$$

4.2.3.3 $\eta_0 = 0 \quad v_{\xi 0} = 0$

初始条件简化为：

$$\frac{1}{2}v_{\eta 0}^2 - \frac{1-\mu}{|\xi_0 + \mu|} < 0 \quad (4-68)$$

$$\frac{1}{2}(v_{\eta 0} - \xi_0)^2 - \frac{1}{2}\xi_0^2 - \frac{1-\mu}{|\xi_0 + \mu|} - \frac{\mu}{|\xi_0 + \mu - 1|} > 0 \quad (4-69)$$

解以上不等式组可知，令 $\mu_{31} \approx 0.236$ 为方程 $64 - 376x + 688x^2 - 1307x^3 + 1232x^4 - 392x^5 + 64x^6 = 0$ 的根，当 $0 < \mu < \mu_{31}$ 时，若 $\xi_0 < -\mu$ ：

$$\sqrt{\frac{\mu^2\xi_0^2 + 2\mu\xi_0^3 - \mu\xi_0^2 - 4\mu + \xi_0^4 - \xi_0^3 - 2\xi_0 + 2}{\mu^2 + 2\mu\xi_0 - \mu + \xi_0^2 - \xi_0}} + \xi_0 < v_{\eta 0} < \sqrt{\frac{2(\mu - 1)}{\mu + \xi_0}} \quad (4-70)$$

令方程 $(2\mu - 2)x^4 + (4\mu^2 - 8\mu + 4)x^3 + (2\mu^3 - 6\mu^2 + 6\mu - 2)x^2 + \mu^2x + \mu^3 = 0$ 的四个根从小到大分别为 ξ_{31} 、 ξ_{32} 、 ξ_{33} 、 ξ_{34} 。特别地，当 $\mu = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$ 时， $\xi_{33} = 1 - 2\mu$ 。

若 $-\mu < \xi_0 < \xi_{31}$ ，则：

$$\sqrt{\frac{\mu^2\xi_0^2 - 4\mu^2 + 2\mu\xi_0^3 - \mu\xi_0^2 - 4\mu\xi_0 + 4\mu + \xi_0^4 - \xi_0^3 + 2\xi_0 - 2}{\mu^2 + 2\mu\xi_0 - \mu + \xi_0^2 - \xi_0}} + \xi_0 < v_{\eta 0} < \sqrt{\frac{2(1 - \mu)}{\mu + \xi_0}} \quad (4-71)$$

若 $\xi_{32} < \xi_0 < \xi_{33}$ ，则：

$$-\sqrt{\frac{2(1 - \mu)}{\mu + \xi_0}} < v_{\eta 0} < \xi_0 - \sqrt{\frac{\mu^2\xi_0^2 - 4\mu^2 + 2\mu\xi_0^3 - \mu\xi_0^2 - 4\mu\xi_0 + 4\mu + \xi_0^4 - \xi_0^3 + 2\xi_0 - 2}{\mu^2 + 2\mu\xi_0 - \mu + \xi_0^2 - \xi_0}} \quad (4-72)$$

若 $\xi_0 > \xi_{34}$ ，则：

$$-\sqrt{\frac{2(1-\mu)}{\mu+\xi_0}} < v_{\eta 0} < \xi_0 - \sqrt{\frac{\mu^2 \xi_0^2 + 2\mu \xi_0^3 - \mu \xi_0^2 + 4\mu + \xi_0^4 - \xi_0^3 + 2\xi_0 - 2}{\mu^2 + 2\mu \xi_0 - \mu + \xi_0^2 - \xi_0}} \quad (4-73)$$

当 $\mu = \mu_{31}$ 时， $\xi_{32} = \xi_{33}$ ， $v_{\eta 0}$ 的第三个可取值区域消失。当 $\mu_{31} < \mu \leq \frac{1}{2}$ 时， $\xi_0 < -\mu$ 与 $-\mu < \xi_0 < \xi_{31}$ 的情况与前述相同， $\xi_0 > \xi_{32}$ 时 η_0 的取值同式 (4-73)。

4.2.3.4 $\eta_0 = 0 \quad v_{\eta 0} = 0$

初始条件简化为：

$$\frac{1}{2} v_{\xi 0}^2 - \frac{1-\mu}{|\xi_0 + \mu|} < 0 \quad (4-74)$$

$$\frac{1}{2} v_{\xi 0}^2 - \frac{1-\mu}{|\xi_0 + \mu|} - \frac{\mu}{|\xi_0 + \mu - 1|} > 0 \quad (4-75)$$

4.2.3.5 $\xi_0 = 1 \quad \eta_0 = 0$

初始条件简化为：

$$\frac{1}{2} (v_{\xi 0}^2 + v_{\eta 0}^2) - \frac{1-\mu}{1+\mu} < 0 \quad (4-76)$$

$$\frac{1}{2} [v_{\xi 0}^2 + (v_{\eta 0} - 1)^2] - \frac{1-\mu}{1+\mu} - \frac{3}{2} > 0 \quad (4-77)$$

第五章 恒星际小天体的可能性判断

第六章 1I/‘Oumuamua 与 2I/Borisov 的起源猜测

第七章 恒星际小天体研究展望

结 论

这里是结论。

致 谢

这里是致谢。

附录 1

附录 2