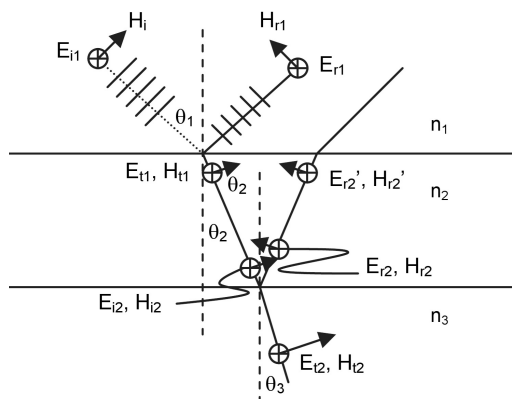


شبه سازی بازتاب و انتقال توسط لایه های نازک

بهار قاسم زاده
سروش سیرانی گرگری

مقدمه

می‌دانیم امواج الکترومغناطیسی در برخورد با صفحات دی‌الکتریک با ضریب دی‌الکتریک متفاوت شکسته می‌شوند و بخشی از آن بازتاب شده و بخش دیگر انتقال می‌یابد. حال اگر از تعدادی لایه نازک دی‌الکتریک استفاده کنیم می‌توان گفت پس از بازتاب‌ها و انتقال‌های متوالی بین لایه‌ها در نهایت یک موج بازتاب شده ناشی از برهمکنش بی‌نهایت موج بازتاب شده و یک موج انتقال یافته ناشی از برهمکنش بی‌نهایت موج انتقال یافته خواهیم داشت. برای حالت وجود دو دی‌الکتریک نیمه‌متناهی یا فقط یک لایه نازک بین آنها حل پارامتری برای انرژی بازتاب شده و انتقال یافته وجود دارد اما برای تعداد بیشتر تنها راه، حل عددی خواهد بود. در این پروژه با بررسی روابط اولیه، شبیه‌سازی سیستمی با تعداد دلخواه لایه نازک را با استفاده از کد پایتون انجام داده و به بررسی کاربردهای آن در ساخت ابزارهای مختلف خواهیم پرداخت.



بخش اول: بررسی روابط و شرایط مرزی

برای بررسی روابط جهت عمود بر لایه ها را z در نظر گرفته و همچنین صفحه بردار k را صفحه $x - z$ در نظر میگیریم.

برای سادگی محاسبات قطبش s را در جهت y در نظر گرفته و بدین ترتیب قطبش p در صفحه $x - z$ خواهد بود

قطبش s در مرز محیط i و $i + 1$:

$$\begin{aligned}
 n_i \sin \theta_i &= n_{i+1} \sin \theta_{i+1} \\
 E_i + E_{ir} &= E_{it} \\
 n_i \cos \theta_i (E_i - E_{ir}) &= n_{i+1} \cos \theta_{i+1} E_{it} \\
 \Rightarrow r_{i,i+1}^s &= \frac{E_{ir}}{E_i} = \frac{B_{ir}}{B_i} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_{i+1} \cos \theta_{i+1}}{n_i \cos \theta_i + n_{i+1} \cos \theta_{i+1}} \\
 \Rightarrow t_{i,i+1}^s &= \frac{E_{it}}{E_i} = \frac{n_{i+1} B_{it}}{n_i B_i} = \frac{2 n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_{i+1} \cos \theta_{i+1}} \\
 R^s &= \frac{|E_r \times B_r|}{|E \times B|} = r^s r^{s*} \\
 T^s &= \frac{|E_t \times B_t| \cos \theta_N}{|E \times B| \cos \theta_1} = \frac{n_N \cos \theta_N}{n_1 \cos \theta_1} t^s t^{s*}
 \end{aligned}$$

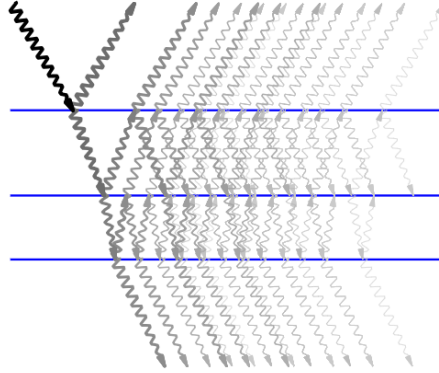
که در این معادله ضرایب r, t از برهمکنش موج های بازتابیده و انتقال یافته بدست می آیند که برای حالت بدون لایه نازک یا یک لایه نازک حل پارامتری دارد اما در غیر این صورت نیاز به حل عددی است

قطبش p در مرز محیط i و $i + 1$:

$$\begin{aligned}
 n_i \sin \theta_i &= n_{i+1} \sin \theta_{i+1} \\
 n_i (E_i + E_{ir}) &= n_{i+1} E_{it} \\
 \cos \theta_i (E_i - E_{ir}) &= \cos \theta_{i+1} E_{it} \\
 \Rightarrow r_{i,i+1}^p &= \frac{E_{ir}}{E_i} = \frac{B_{ir}}{B_i} = \frac{n_{i+1} \theta_i - n_i \cos \theta_{i+1}}{n_i \cos \theta_{i+1} + n_{i+1} \cos \theta_i} \\
 \Rightarrow t_{i,i+1}^p &= \frac{E_{it}}{E_i} = \frac{n_{i+1} B_{it}}{n_i B_i} = \frac{2 n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_{i+1} + n_{i+1} \cos \theta_i} \\
 R^p &= \frac{|E_r \times B_r|}{|E \times B|} = r^p r^{p*} \\
 T^p &= \frac{|E_t \times B_t| \cos \theta_N}{|E \times B| \cos \theta_1} = \frac{n_N \cos \theta_N}{n_1 \cos \theta_1} t^p t^{p*}
 \end{aligned}$$

که مانند معادله قبل، ضرایب r, t از برهمکنش موج های بازتابیده و انتقال یافته بدست می آیند که برای حالت بدون لایه نازک یا یک لایه نازک حل پارامتری دارد اما در غیر این صورت نیاز به حل عددی است همچنین برای محاسبه برهمکنش ها نیاز به دانستن اختلاف فاز پس از طی کردن طول هر لایه دارد:

$$\beta_i = d_i k_i \cos \theta_i = \frac{2\pi}{\lambda_i} \cos \theta_i$$



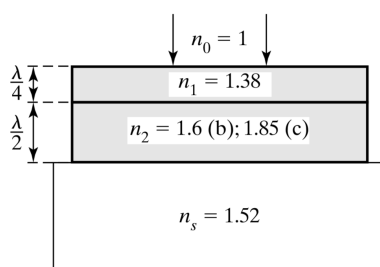
کاربرد تداخل امواج الکترومغناطیسی در لایه‌های نازک

۱. پوشش‌های ضد بازتاب

در اینجا نیز با استفاده از تداخل ویرانگر امواج بازتاب شده، بازتاب از سطح جسم را کاهش می‌دهیم که از کاربرد آن میتوان به عینک‌های ضد انعکاس، صفحه نمایش گوی و نمایشگرها و افزایش جذب نور در سلول‌های خورشیدی اشاره نمود.

حال به بررسی یک مثال برای موادی که به صورت کاربردی برای ساخت عینک‌های ضدانعکاس استفاده میشوند می‌پردازیم:

در این مثال ضریب بازتاب با استفاده از تداخل ویرانگر در لایه‌ها در بازه نور مرئی صفر میشود



در کتاب اپتیک *pedrotti* به بررسی این سیستم در طول موج‌های مرئی در زاویه عمود بر سطح می‌پردازد که نمودار بدست آمده عبارت است از:

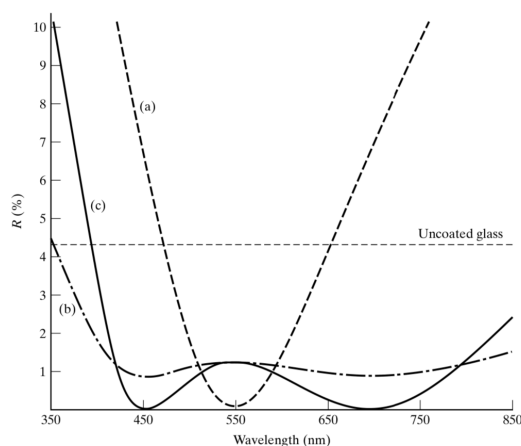
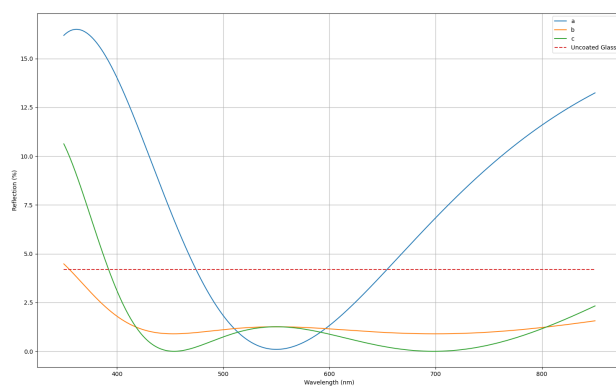


Figure 4 Reflectance from a double-layer film versus wavelength. In all cases $n_0 = 1$ and $n_s = 1.52$. Thicknesses are determined at $\lambda = 550$ nm. (a) $\lambda/4 - \lambda/4$; $n_1 = 1.65$, $n_2 = 2.1$. (b) $\lambda/4 - \lambda/2$; $n_1 = 1.38$, $n_2 = 1.6$. (c) $\lambda/4 - \lambda/2$; $n_1 = 1.38$, $n_2 = 1.85$.

همچنین مشاهده میشود که در این مثال کد شبیه سازی نتایج یکسانی را رقم میزند



۲. لیزر

در آخرین مورد از لایه‌های نازک دی‌الکتریک به عنوان پوشش داخلی کاواک لیزر استفاده میشود. این لایه‌ها تداخل‌های سازنده در فرکانس خاص ایجاد کرده که باعث تشدید فرکانس مد نظر ما میشود و به گونه‌ای بازتاب در آن فرکانس به بالاترین مقدار ممکن خود خواهد رسید.

طرز کار الگوریتم

این الگوریتم بازتاب از سطوح نازک را با شبیه‌سازی انتشار نور به صورت برهم‌نهی امواجی که بارها در مرزها بازتاب می‌شوند و انتقال می‌یابند حساب می‌کند. این الگوریتم چند بخش مهم دارد که در ادامه توضیح داده شده‌اند.

تقسیم موج

در هر مرز موج فرودی به دو موج بازتابی و انتقالی تقسیم می‌شود. با استفاده از معادلات فرنل شدت هر دو موج حساب می‌شود و اثربخشی موج فرودی همینجا تمام می‌شود.

جمع شدن فازها

امواج با توجه به اختلاف مسیری که طی می‌کنند با یکدیگر دچار اختلاف فاز می‌شوند. این الگوریتم با در نظر گرفتن طول موج، ضریب شکست محیط و زاویه حرکت تغییرات فاز امواج را محاسبه کرده و اثر می‌دهد.

تداخل

در نهایت با برهم‌نهی همه امواج بازتاب‌شده و در نظر گرفتن شدت و اختلاف فازشان با هم می‌توان ضریب بازتاب را محاسبه کرد.

پایان شبیه‌سازی

هرگاه شدت یک پرتو به قدری کم بشود که قابل چشم‌پوشی باشد از شبیه‌سازی حذف می‌شود. شبیه‌سازی تا جایی ادامه می‌یابد که همه پرتوها یا از لایه خارج شده باشند یا به قدری ضعیف شده باشند که قابل چشم‌پوشی باشند (10^{-6} بار شدت پرتوی اولیه).

راهنمای استفاده از برنامه

برای اجرای برنامه نیاز به کتابخانه‌های پایتون numpy و matplotlib دارید. فایل اصلی برنامه `thinfilms.py` نام دارد. همچنین فایل دیگری به اسم `glasses.py` نیز هست که بازتاب از یک سری لایه از پیش تعریف شده را محاسبه کرده و روی نمودار نشان می‌دهد. پس از اجرا کردن فایل اصلی یک سری سؤال از شما پرسیده می‌شود که باید مانند شکل زیر پاسخ بدهید:

```
$ python3 thinfilms.py
Insert polarization ('0: p', '1: s') 1
Do you want a 3D graph or a 2D one? ('0: 2D', '1: 3D') 0
Do you want the angle of incidence to be a variable or the wavelength? ('0: theta (degrees)', '1: lambda (nm)') 0
Insert the lower limit of theta (degrees): 0
Insert the upper limit of theta (degrees): 90
Insert the constant wavelength (nm): 500
```

پس از دادن جواب همه سؤال‌ها منتظر بمانید تا محاسبات تمام شوند و نمودار نشان داده شود. برای تغییر دادن لایه‌های استفاده شده در شبیه‌سازی می‌توانید متغیر `films` را مشابه نمونه زیر تغییر بدهید:

```

films = [[1, 0],      # First layer  $n_0$ 
         [2.25, 300],
         ...
         [k (Dielectric Constant), d (Film Thickness)],
         ...
         [2.3104, 0]] # Last layer  $n_s$ 

```