

# 第五次作业

姓名：申文钦  
班级：自动化 62  
学号：2160504046

一、频域低通滤波器：设计低通滤波器包括 **butterworth and Gaussian** (选择合适的半径，计算功率谱比),平滑测试图像 **test1** 和 **2**;分析各自优缺点。

频域滤波基本步骤：

- (1) 给定一幅大小为  $MN$  的输入图像  $f(x, y)$ ，先填充此图像至  $2M*2N$  大小得到  $f_p(x, y)$ ；
- (2) 对图像做  $(-1)^{x+y} * f_p(x, y)$  变换，将图像移到变换中心；
- (3) 计算得到图像的 DFT (FFT)，得到  $F(u, v)$ ；
- (4) 生成一个滤波器矩阵  $H(u, v)$ ，其大小为  $2M*2N$ ，中心在  $(M, N)$  处。用阵列相乘形成乘  $G(u, v) = H(u, v) F(u, v)$ ；
- (5) 对处理后的图像做 IDFT (IFFT) 变换，并只保留实部信息，并对结果乘以  $-1^{x+y}$  得到处理后的图像
- (6) 从处理后的图像提取左上象限  $M*N$  大小的矩阵，得到最终结果。

低通滤波是要保留图像中的低频分量而除去高频分量。图像中的边缘和噪声都对应图像傅里叶频谱中的高频部分，所以低通滤波可以除去或削弱噪声的影响并模糊边缘轮廓。频率域是由傅里叶变换和频率变量  $(u, v)$  定义的空间，频域滤波处理过程：先对图像进行傅里叶变换，转换至频率域，在频域使用滤波函数进行滤波，最后将结果反变换至空间域，傅里叶变换 matlab 中已经给出了函数。

频域的巴特沃斯低通滤波器借助下面的公式生成：  
 $H(u, v) = 1 / (1 + [D(u, v) / D_0]^{2n})$ ；

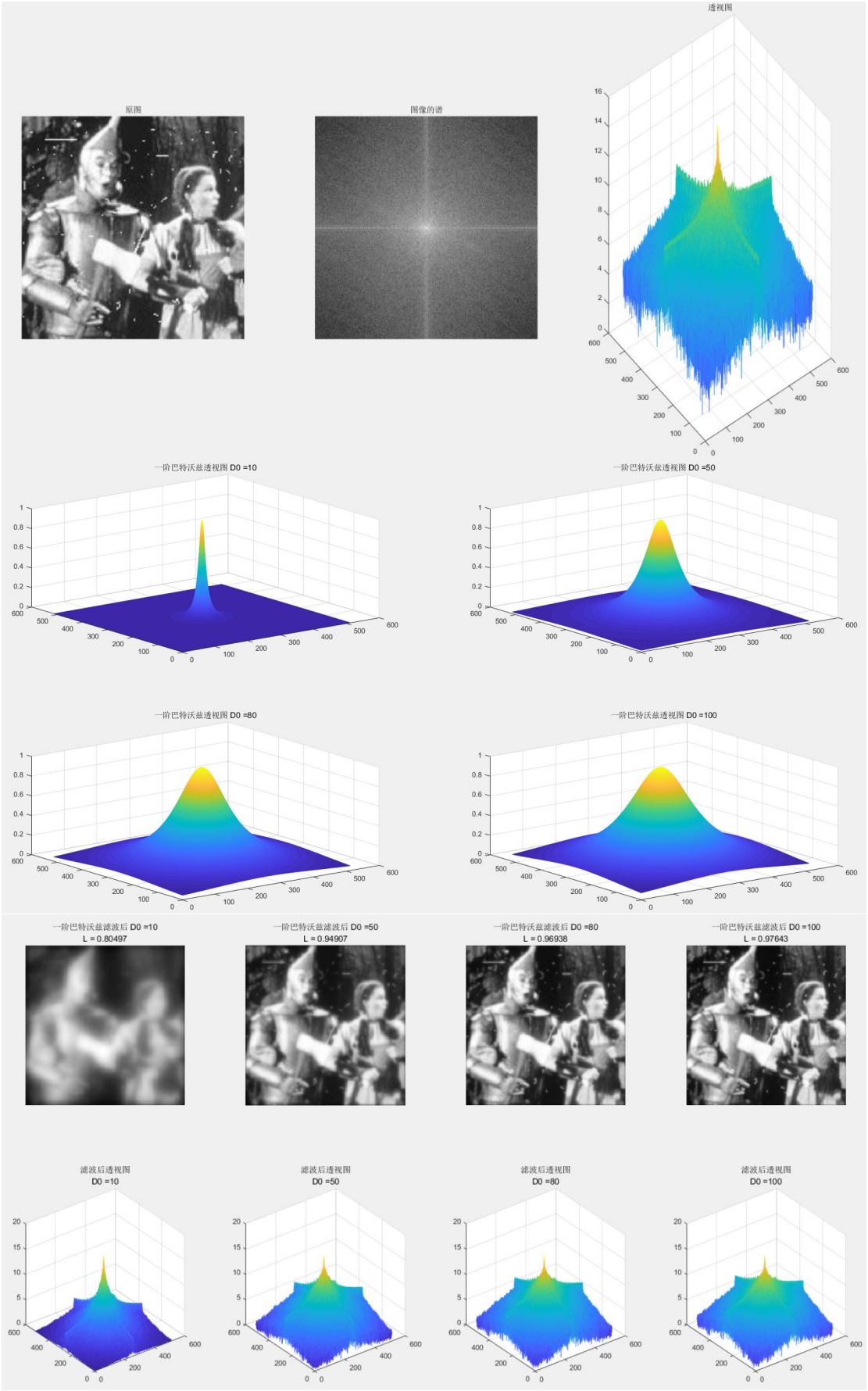
频域的高斯低通滤波器借助下面的公式生成：  
 $H(u, v) = \exp(-D(u, v)^2 / 2 / D_0^2)$ ；

其中  $D(u, v)$  是频率中心点  $(u, v)$  与频域矩形中心的距离,  $D_0$  是滤波器的截止频率；在巴特沃斯低通滤波器中， $D_0$  定义的截止频率是滤波器下降为最大值 0.5 时的点，而在高斯低通滤波器中， $D_0$  定义的截止频率滤波器下降到最大值 0.607 时的值。实验时，取巴特沃斯低通滤波器的阶数为 1。

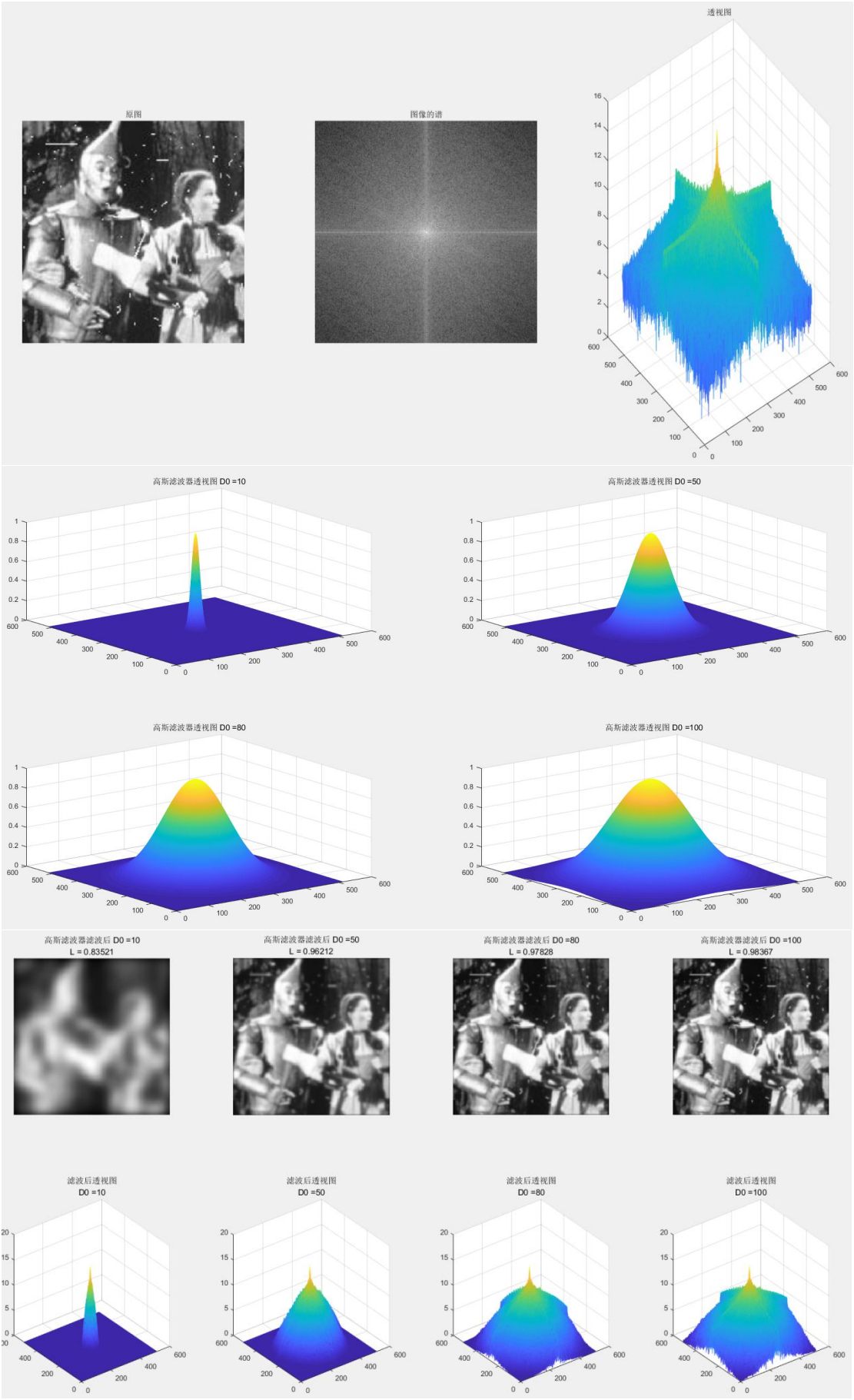
功率谱用下式表示： $P(u, v) = |F(u, v)|^2 = R(u, v)^2 + I(u, v)^2$  其中  $R$  和  $I$  分别是  $F(u, v)$  的实部和虚部。功率谱比就是两个功率谱的比值。

在本次实验中，我选择一阶低通巴特沃兹滤波器 ( $D_0=10, 50, 80, 100$ ) 和高斯滤波器 ( $D_0=10, 50, 80, 100$ )。  
实验结果如下：

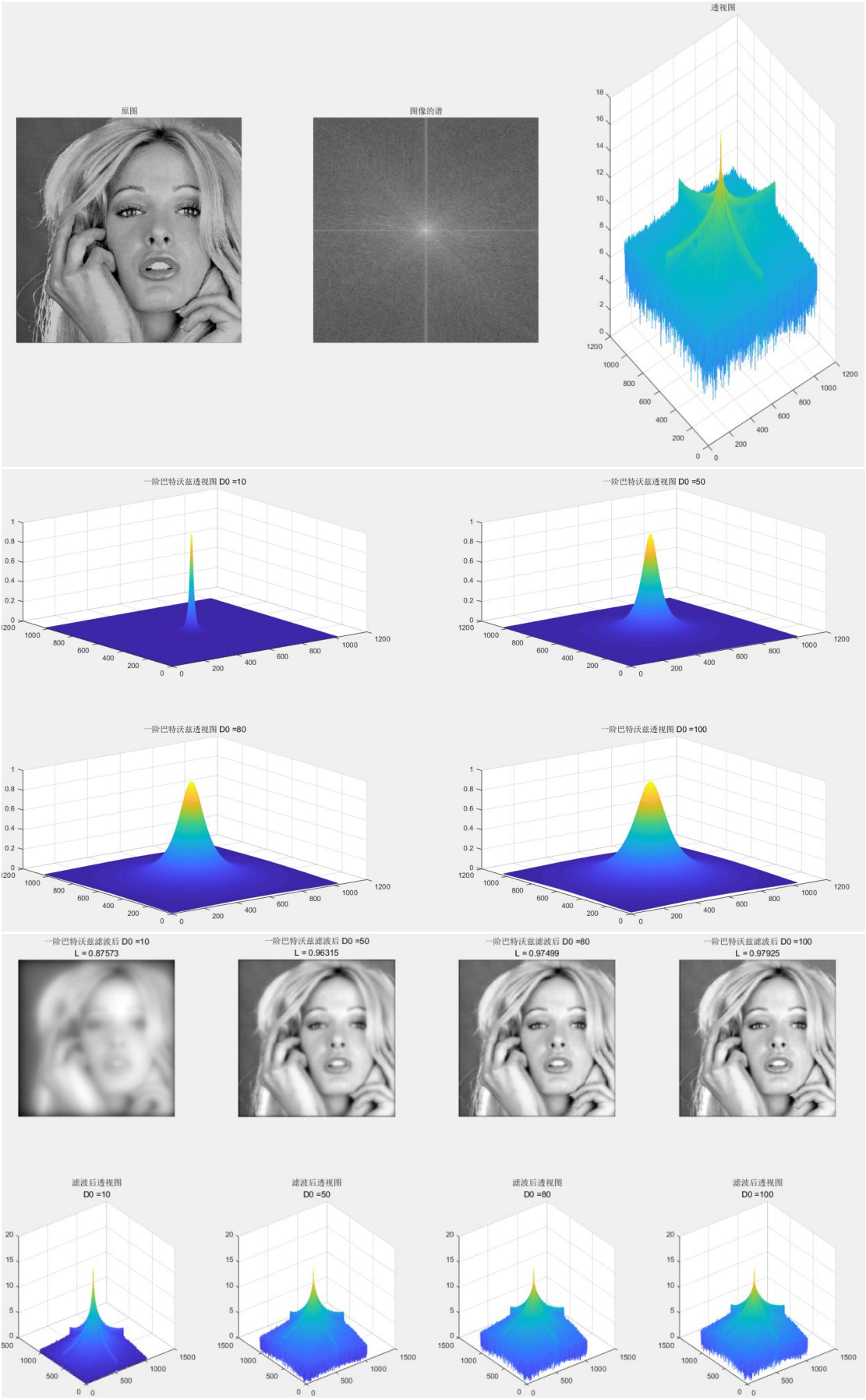
Test1 巴特沃兹



Test1 高斯

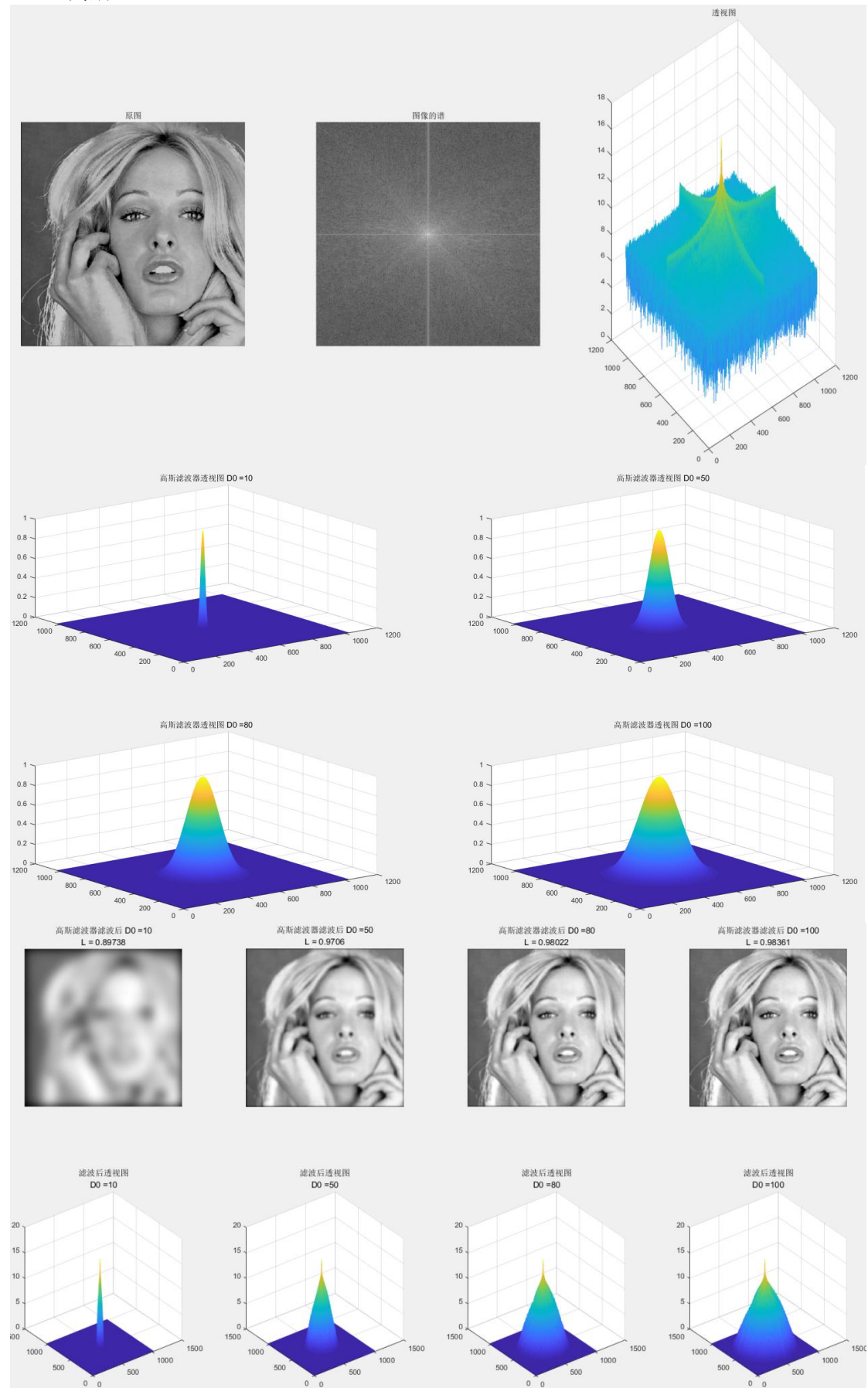


Test2 巴特沃兹





## Test2 高斯



从几组不同  $D_0$  的效果图对比，我们看到，在巴特沃斯低通滤波器取一阶的前提下，同  $D_0$ ，高斯的模糊效果更好，巴特沃兹的模糊效果相比较差；

并且当设定的  $D_0$  越小时，平滑的效果越明显，模糊的效果越好，而相应的滤波器的功率谱比也就会相应的变小；可以看出，使用这两种滤波器时，由于在低频与高频之间的平滑过渡，图像并没有出现振铃现象。

**二、频域高通滤波器：**设计高通滤波器包括 **butterworth and Gaussian**，在频域增强边缘。选择半径和计算功率谱比，测试图像 **test3,4**：分析各自优缺点。

频域的巴特沃斯高通滤波器借助下面的公式生成：  
 $H(u,v) = 1 / (1 + [D_0/D(u,v)]^{2n})$ ;

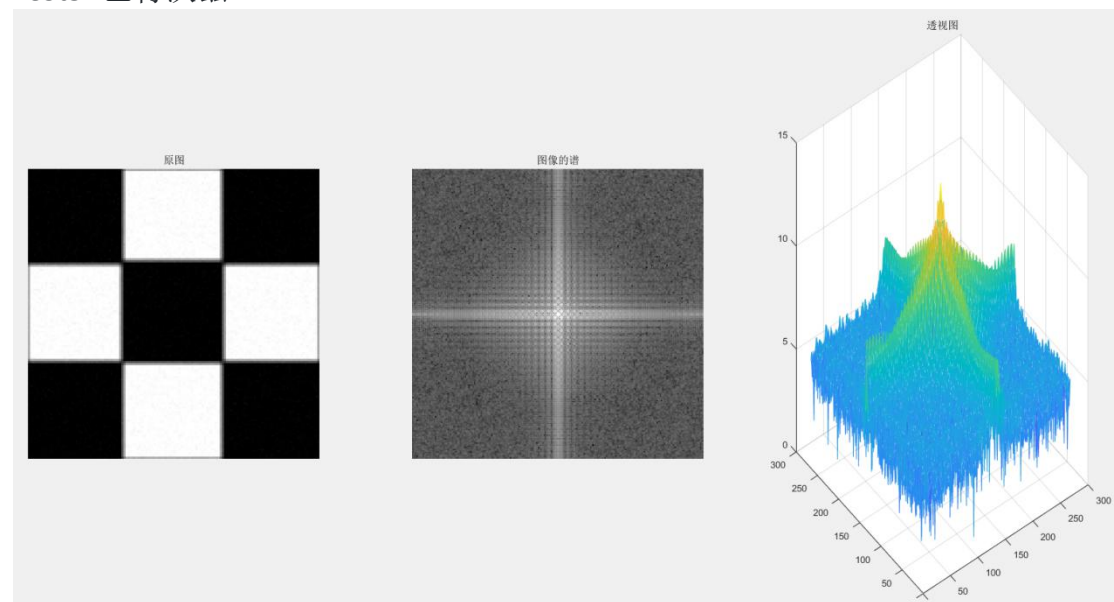
频域的高斯高通滤波器借助下面的公式生成：  
 $H(u,v) = 1 - \exp(-D(u,v)^2 / 2 / D_0^2)$ 。

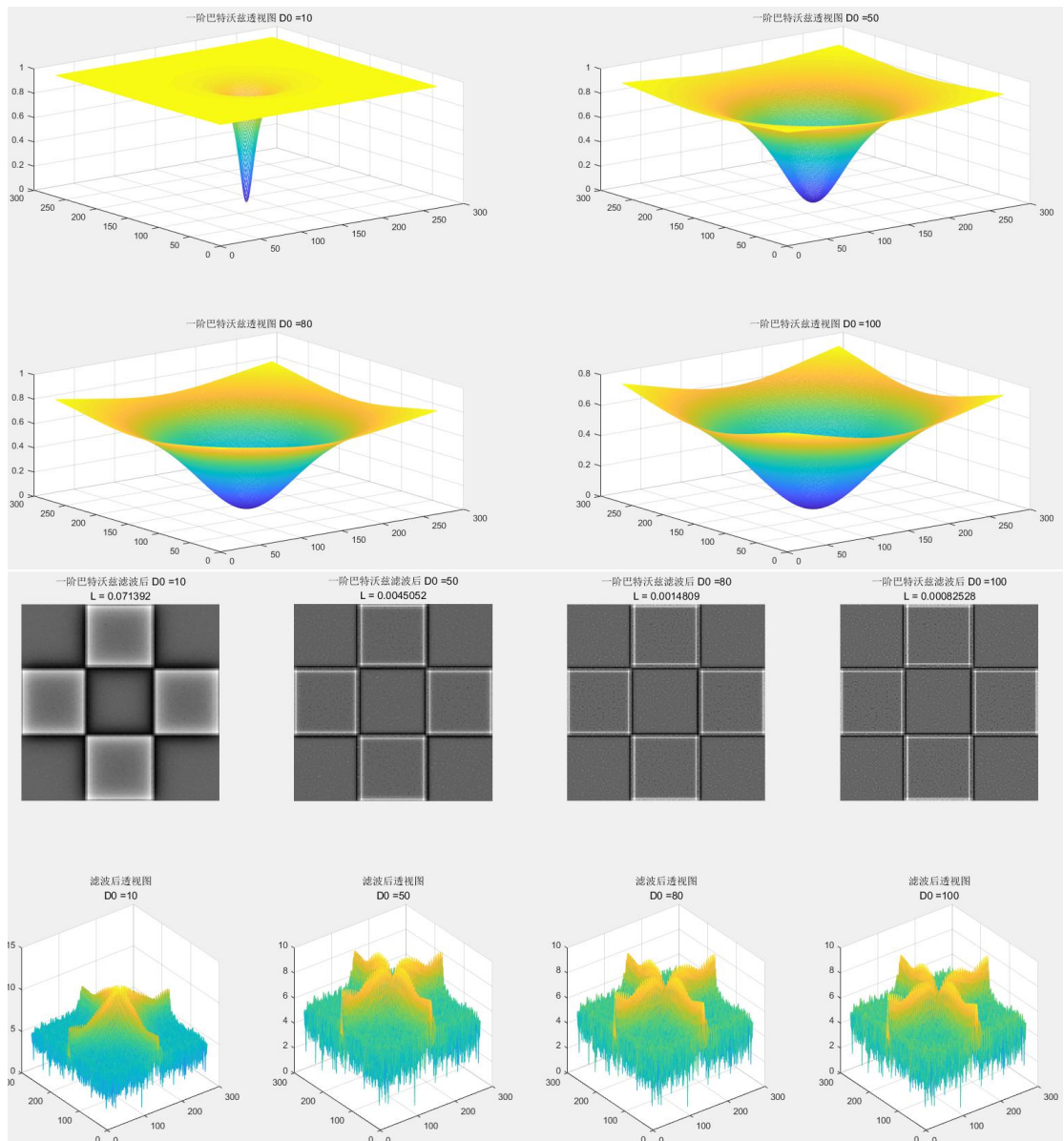
其中  $D(u,v)$  和  $D_0$  定义与低通相同。实验时，取巴特沃斯低通滤波器的阶数为 1；功率谱和功率谱的定义也与低通滤波器相同，同时显示时也经过了标定过程。

在本次实验中，我选择一阶高通巴特沃兹滤波器（ $D_0=10,50,80,100$ ）和高斯滤波器（ $D_0=10,50,80,100$ ）。

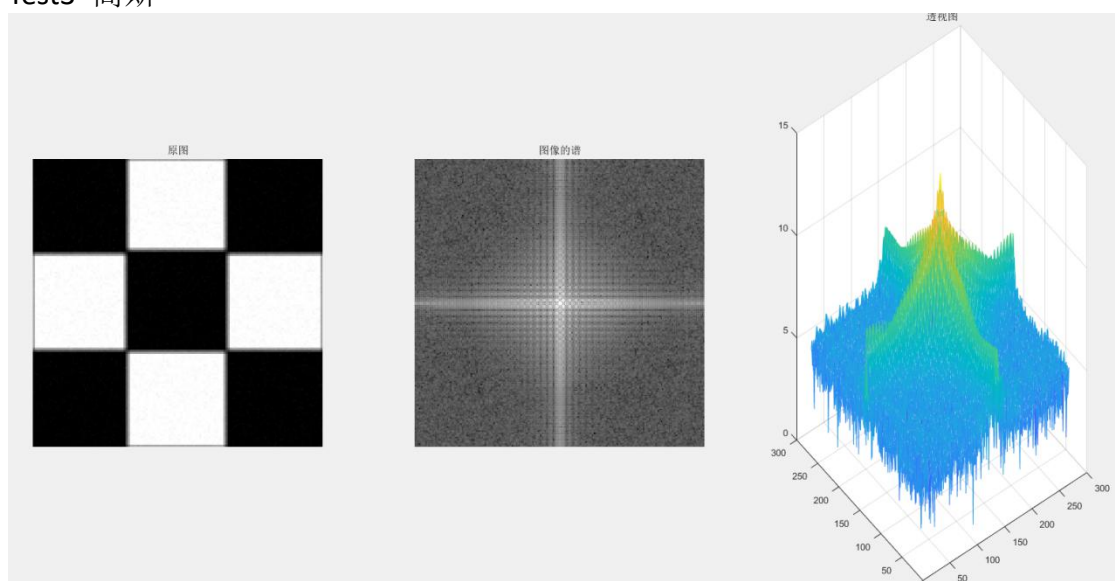
结果如下：

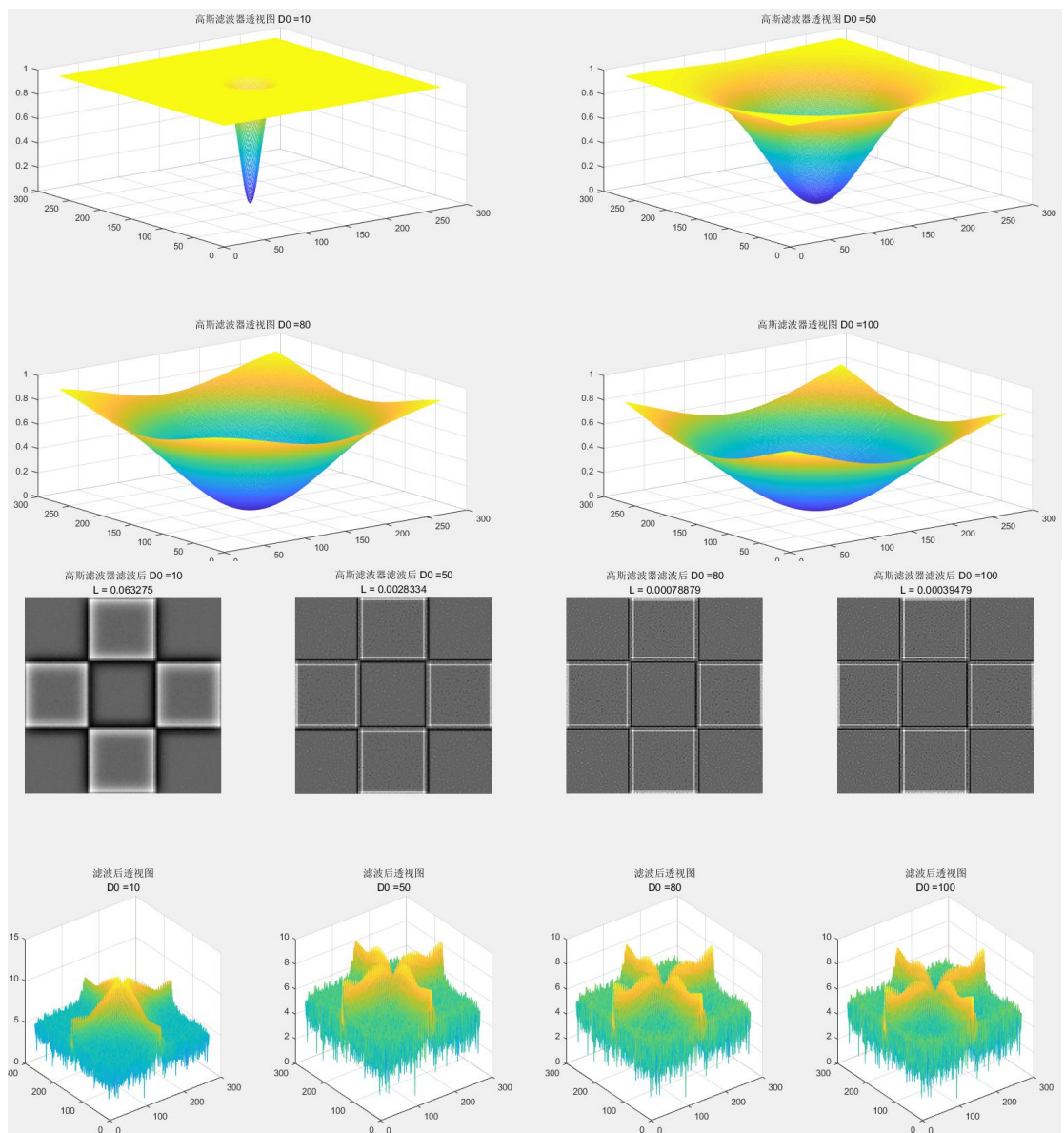
Test3 巴特沃兹



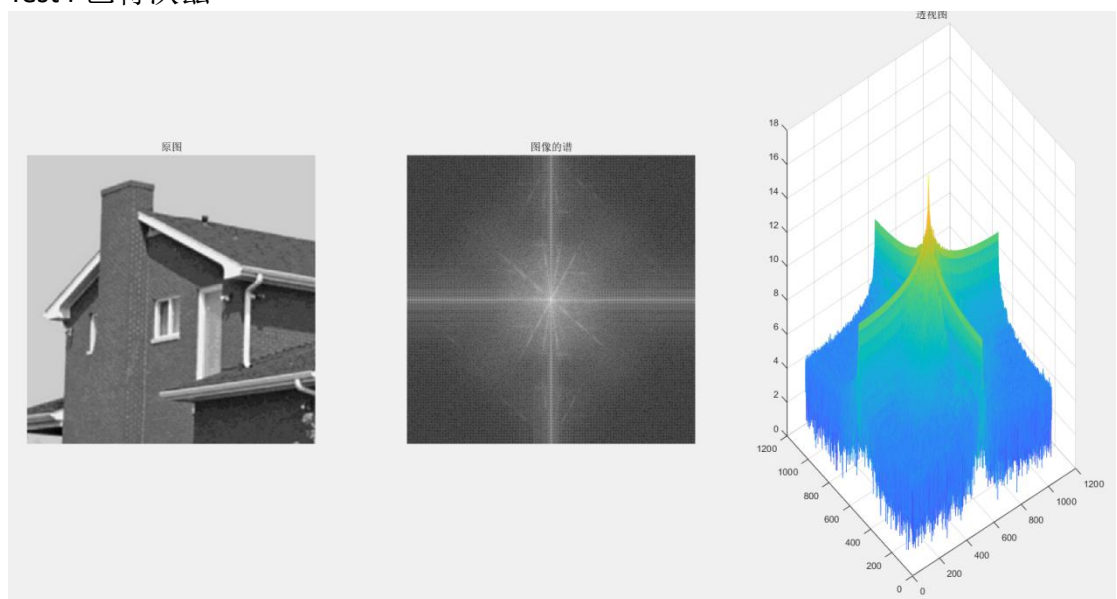


## Test3 高斯

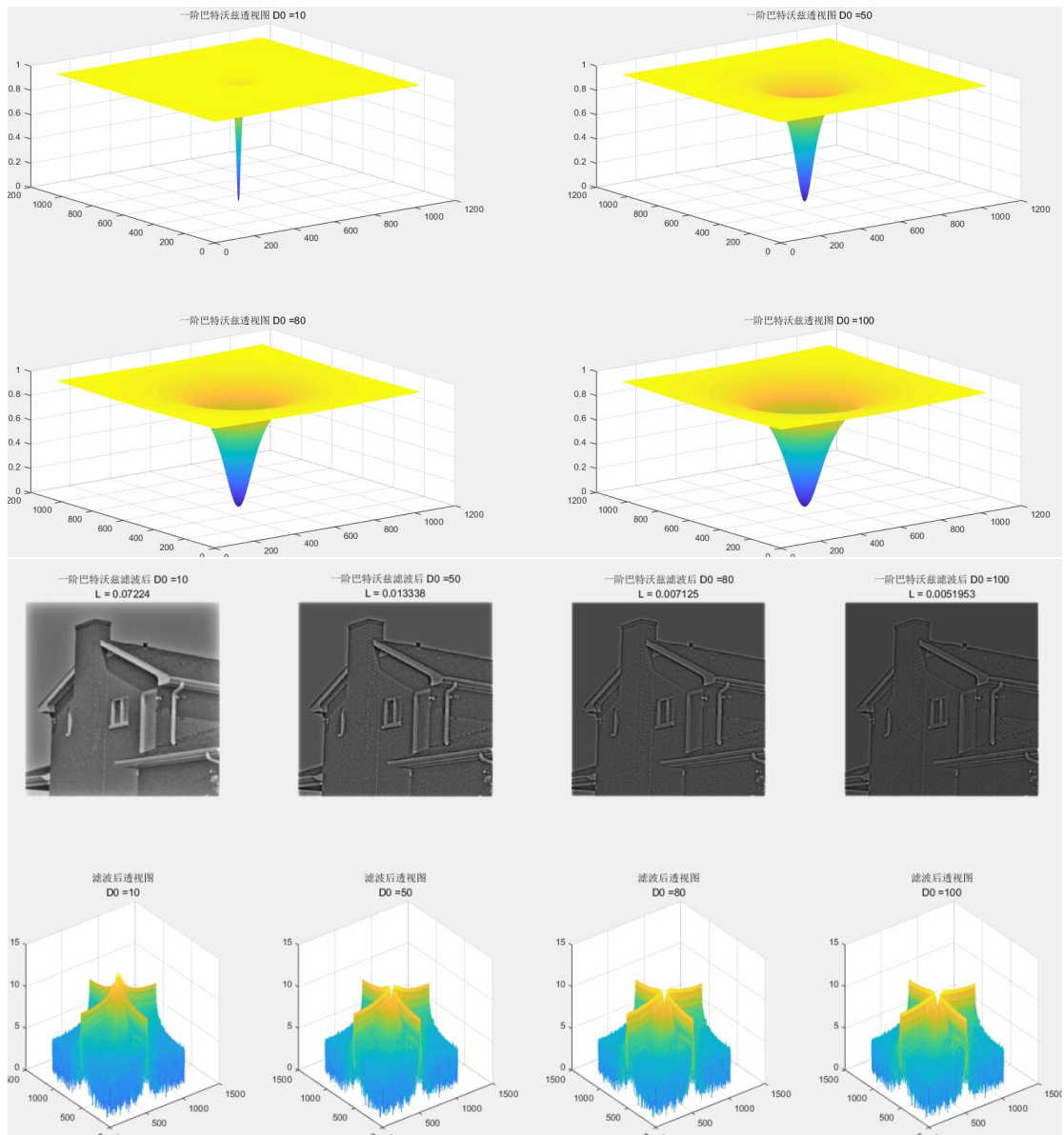




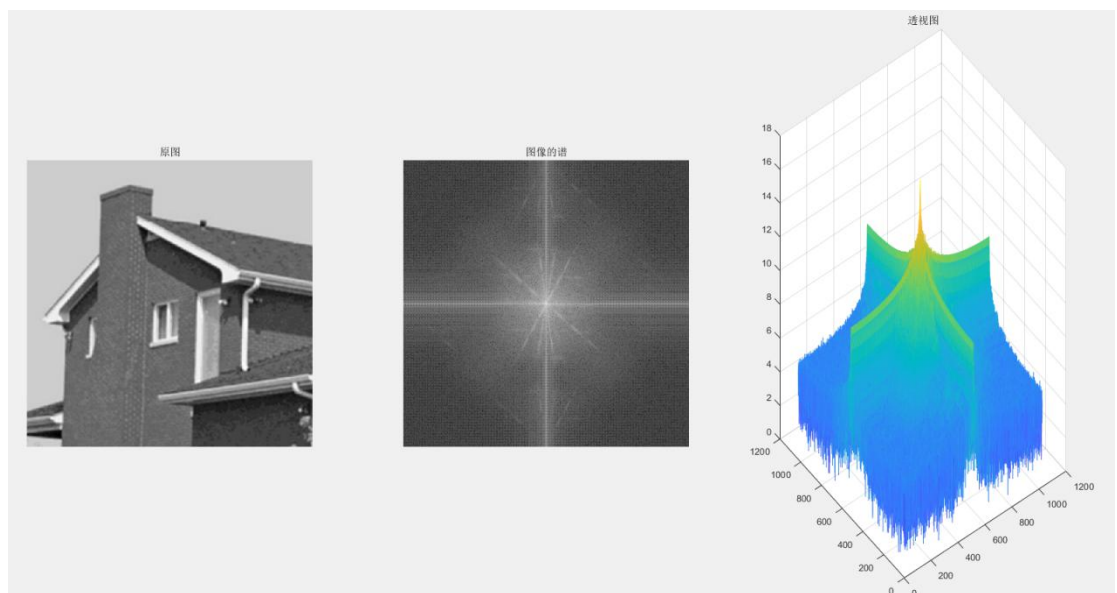
## Test4 巴特沃兹

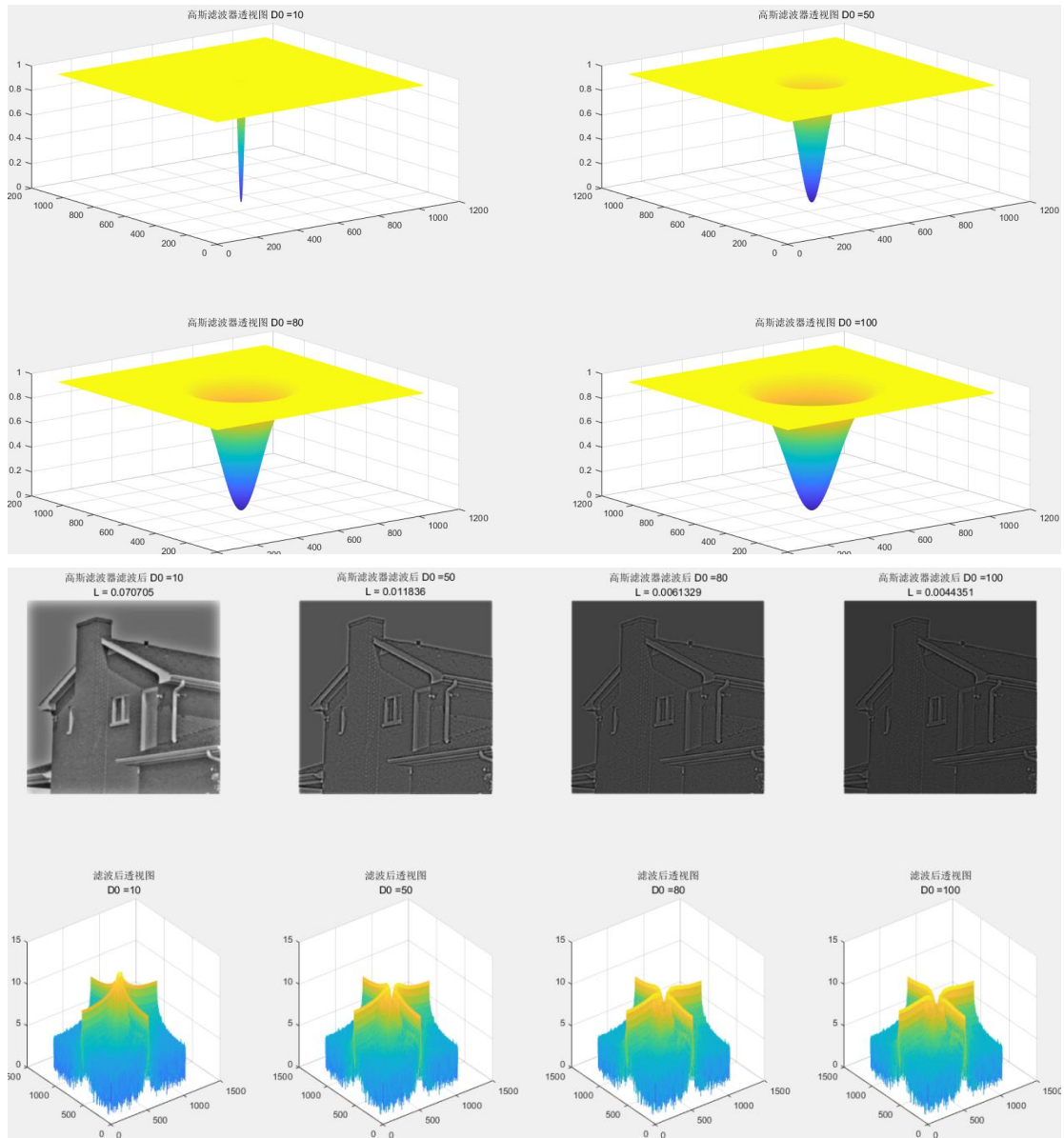






Test4 高斯





从几组不同  $D_0$  的效果图对比，我们看到，在巴特沃斯低通滤波器取一阶的前提下，同  $D_0$ ，高斯的边缘提取效果更好，巴特沃斯高通滤波器的边缘提取效果相比较差，且高斯高通结果图边缘更亮。

高通滤波器可以对图像的高频信息，即图像的边缘信息进行提取。并且当  $D_0$  越大时，滤除的低频信息越多，相应的边缘提取也越清晰。但是对于 test3 这种细节信息较少，且较为明显的部分提取的效果较好。对于 test4 这种边缘信息较为复杂的图片，提取效果则不是非常的准确。

### 三、其他高通滤波器：拉普拉斯和 Unmask，对测试图像 test3,4 滤波；分析各自优缺点。

利用拉普拉斯和 Unmask 两种方法在频域提取图像的边缘。

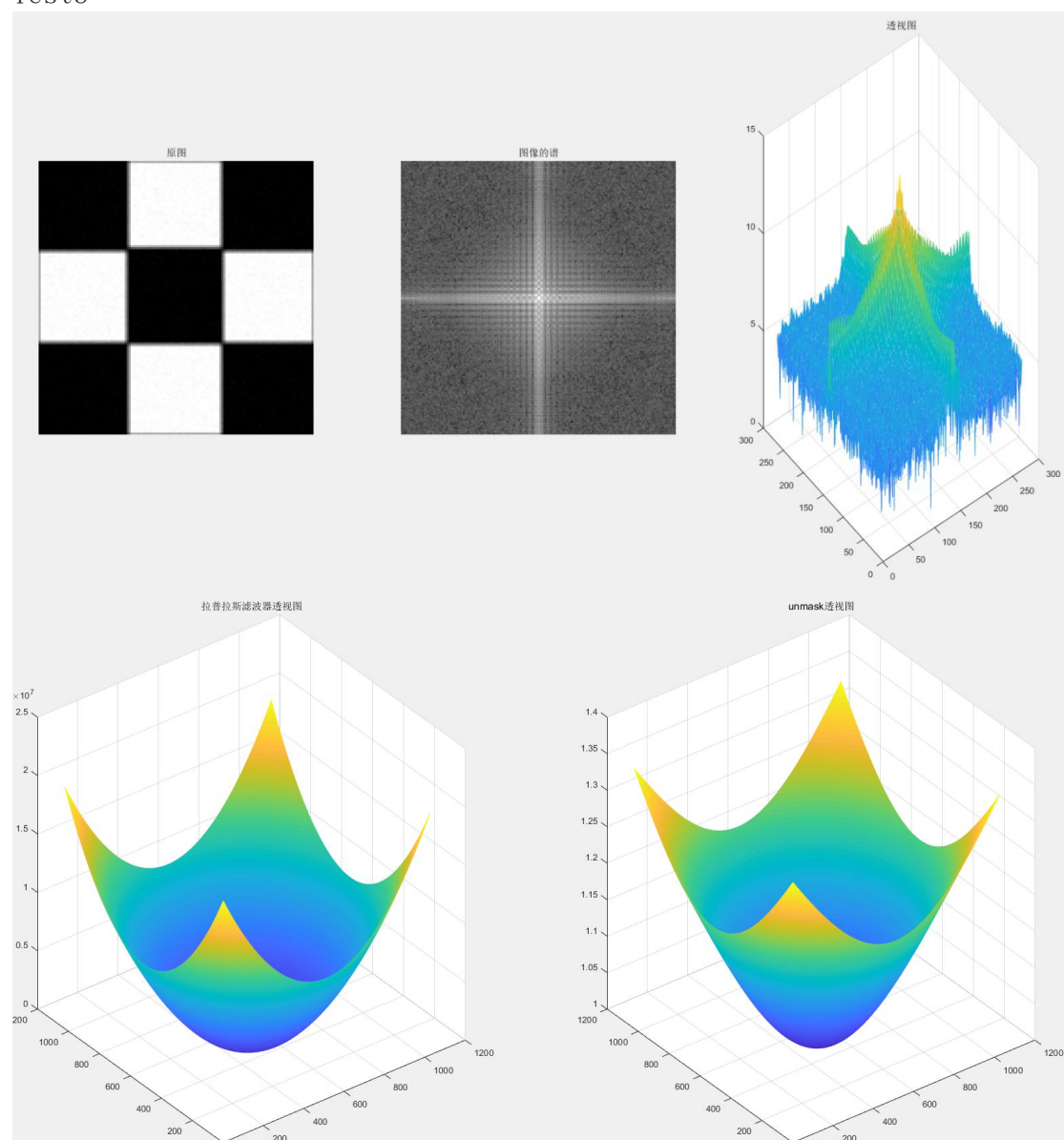
频域的拉普拉斯算子用下式实现： $H(u, v) = -4\pi^2 D(u, v)^2$ ，

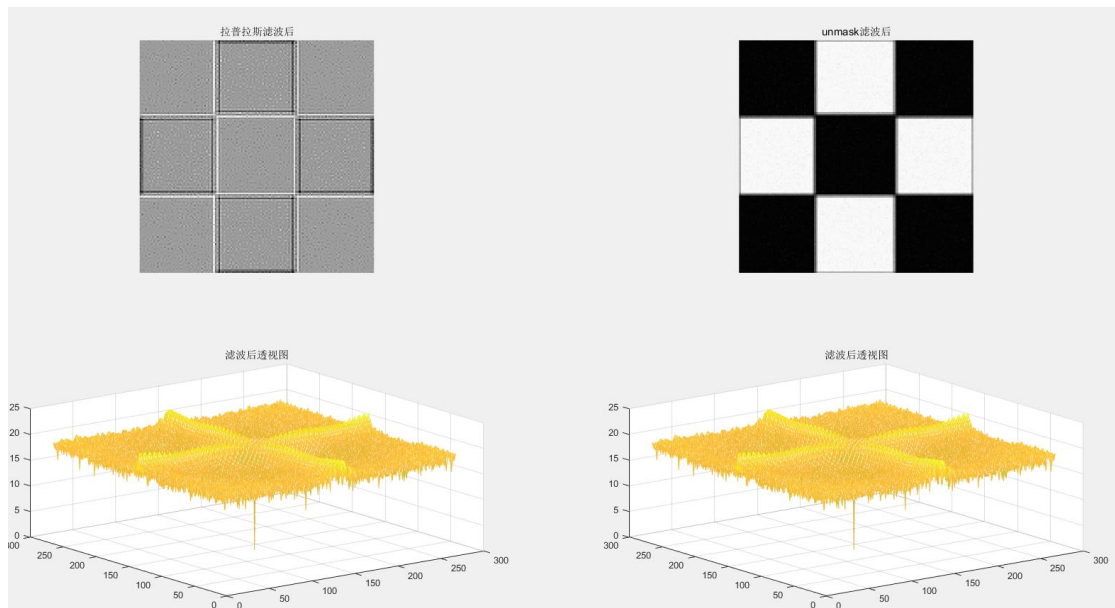
实现过程中需要注意最后要实现拉普拉斯算子和原图像的加和，所以需要对于原图像和拉普拉斯的空域结果进行归一化处理，将拉普拉斯算子结果  $d(x, y)$  标定在  $[-1, 1]$ ，将原图像  $f(x, y)$  标定在  $[0, 1]$ 。

频域的非锐化掩模用下式实现： $H(u, v) = 1 + k * H_{hp}(u, v)$ ；此处我们使用钝化模板，设置  $k=1$ ，选用一阶巴特沃茨高通滤波器作为平滑滤波器（取  $D_0 = 0.95 * P$ ）。

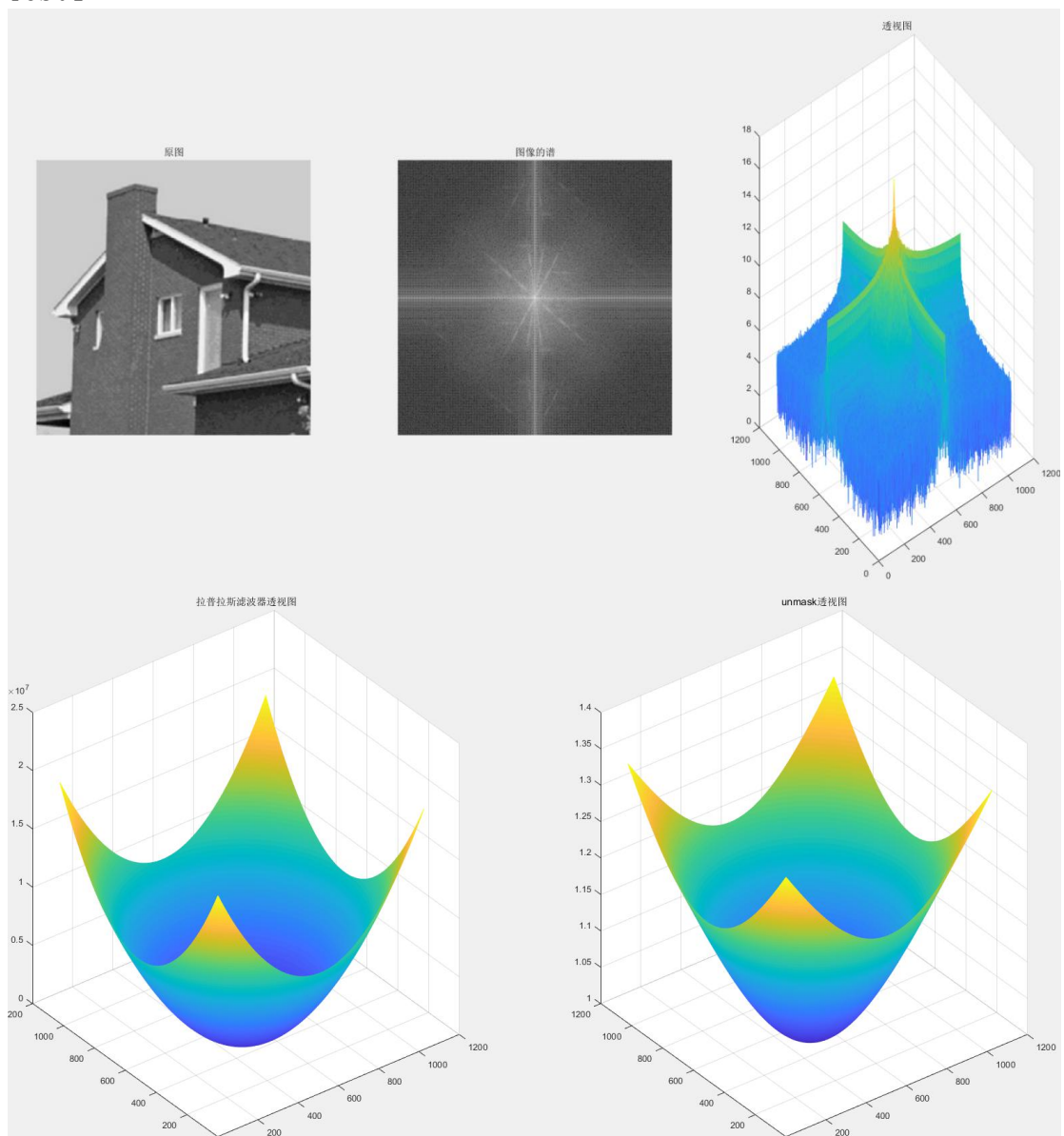
结果如下：

Test3

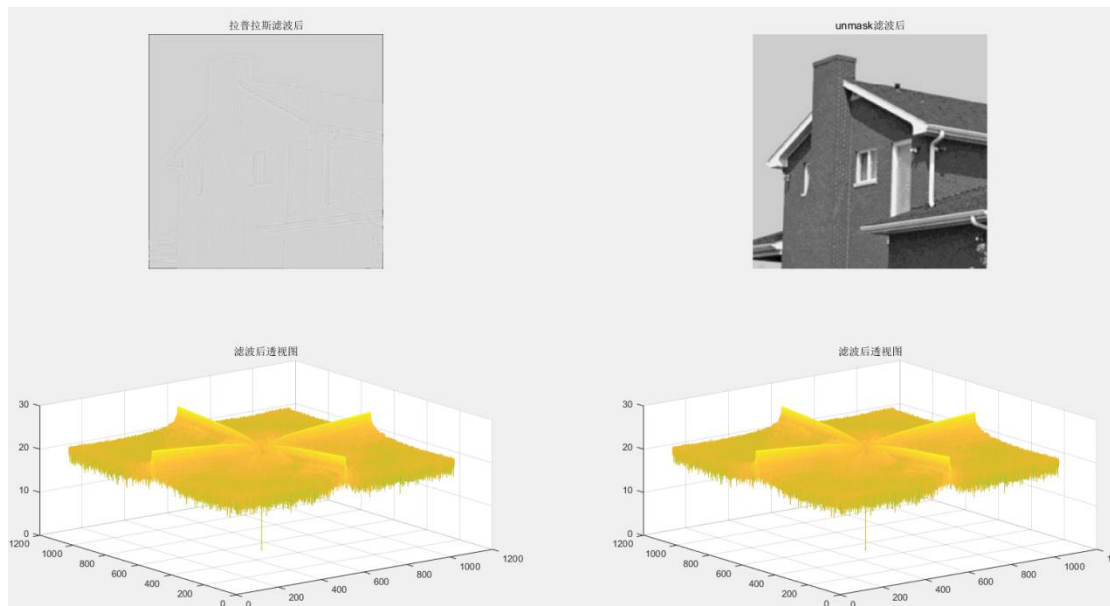




Test4







可以发现拉普拉斯和 unmask 都可以对低频分量进行滤除，保留边缘等高频分量。本题中选择的截止频率为 0.95 倍的填充后图像边长，处理效果比较好。但是，相比之下，拉普拉斯对于图像边缘的加强要更为明显。对 test3 和 test4 的处理结果也不大一致，二者都在处理 test3 这种简单图像时效果较好，面对 test4 这种细节丰富的图像，效果仍然不佳。

#### 四、比较并讨论空域低通高通滤波（Project3）与频域低通和高通的关系。

在完成过空域滤波和频域滤波之后，我们能发现空域的平滑滤波对应频域的低通滤波，空域的边缘检测锐化对应频域的高通滤波；空域滤波采用的方法是将原图和卷积核进行卷积，而频域则是将频域矩阵相乘再反变换回得到处理后的图像。

二者虽然方法不同，但是都体现出滤波器模板大小越大，模糊或者边缘提取的效果越好。

但是，频域滤波由于在傅里叶变换的过程中容易造成部分图像信息的丢失，因此相比之下空域滤波的操作的效果更好，也更加简单。

参考文献：[1]冈萨雷斯. 数字图像处理（第三版）北京：电子工业出版社，2018

[2]数字图像处理的 MATLAB 实现 第 2 版（美）冈萨雷斯等著；阮秋琦译