第六次作业

姓名：申文钦
班级：自动化 62
学号：2160504046

摘要：本次实验实现了对于加噪图像的恢复，其中利用了四种滤波器对比实验结果分析了各种滤波器的优缺点。同时还完成了对于运动模糊图像的生成，以及加噪后的维纳滤波和约束最小二乘滤波的图像恢复。

一、在测试图像上产生高斯噪声 lena 图-需能指定均值和方差；并用多种滤波器恢复图像，分析各自优缺点。

高斯噪声的生成利用了 matlab 中的 imnoise 函数。实验中生成了均值为 0，方差为 30 的高斯噪声加入图像中。

实验中实现了多种滤波器，分别如下：

1.算术均值滤波器：f(x,y)= $\frac{1}{mn}\sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)$ 。

2. 几何均值滤波器：f(x,y)= $\left[\prod_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)\right]^{\frac{1}{mn}}$ 。

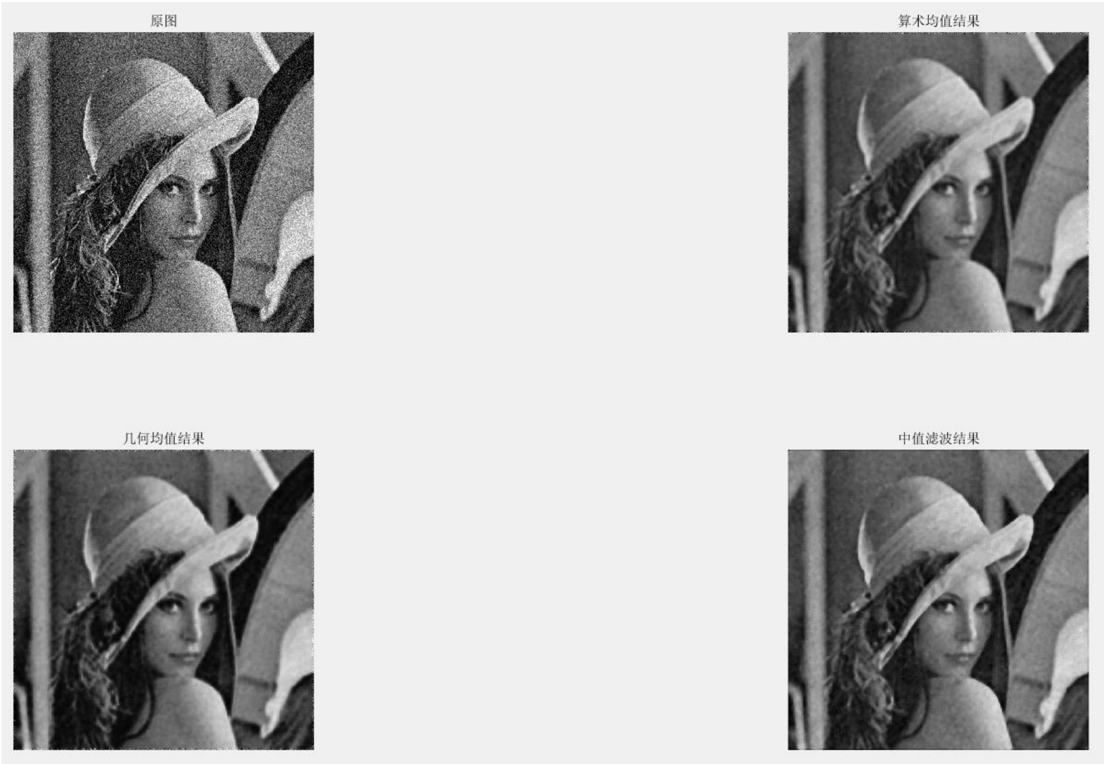
几何均值滤波器和算术平均滤波器相比较，这种处理会丢失的图像细节跟少，但是存在的问题是，可能会将黑色区域加粗，因为只要窗口中包含一个零像素，就会使得结果为 0。

3. 中值滤波器:f(x,y)= $\underset{(s,t)\in S_{xy}}{\mathrm{median}}\{g(s,t)\}$,中值滤波器对于单极或者双极噪声的情况下效果尤其有效。

4.逆谐波均值滤波器：f(x,y)= $\frac{\sum_{((s,t)\in S_{xy}} g(s,t)^{Q+1}}{\sum_{((s,t)\in S_{xy}} g(s,t)^{Q}}$ ，Q 称为滤波器的阶数。这种滤波器适合减少或消除椒盐噪声。Q 为正，消除胡椒噪声；Q 为负，消除盐粒噪声。当 Q=0 时，该滤波器退化为算术均值滤波器；Q=-1 时，退化为谐波均值滤波器。

在第一问中，我用算术、几何均值滤波器和中值滤波器来对高斯噪声进行消除，所有滤波器使用的窗口大小是 7*7。

结果如下：



由图可以看出，加入的噪声污染还是比较严重的。算术均值滤波器虽然降低了噪声，但是模糊了原图像，但是除去噪声的效果还是很不错的；几何均值滤波器如果选的窗口太大，在一些范围内，由于像素值太小，会造成很多的黑色斑点；中值滤波器的处理效果还是很不错的，可以很好的恢复原图。

三种滤波器都能对高斯噪声进行滤除，但代价是图像变得模糊，由结果可见，频域滤波后的图片亮度更贴近原图，空域滤波显得较暗。

二、在测试图像 lena 图加入椒盐噪声（椒和盐噪声密度均是 0.1）；用学过的滤波器恢复图像；在使用反谐波分析 Q 大于 0 和小于 0 的作用。

椒盐噪声也称为脉冲噪声，它是一种随机出现的白点或者黑点，可能是亮的区域有黑色像素或是在暗的区域有白色像素（或是两者皆有）。盐和胡椒噪声的成因可能是影像讯号受到突如其来的强烈干扰而产生、类比数位转换器或位元传输错误等。例如失效的感应器导致像素值为最小值，饱和的感应器导致像素值为最大值。在实验中，噪声的生成利用了 matlab 中的 imnoise 函数。生成了密度为 0.1 的椒盐噪声，并加入图像中。

结果如下：

由上面的运行结果可以看出，几种滤波器都可以对椒盐噪声进行滤除，椒盐噪声下，中值滤波器效果很好，因为椒盐在污染图像的时候，在一定的邻域内，并不可能污染全部的像素点，而且污染图像的时候往往走向了两个极端，取中值可以很好的解决这个问题，其余效果一般。但这几种种滤波器无法对滤除信息进行选择。

而逆谐波均值滤波器则可以对想要滤除的噪声进行选择：

当 Q>0 时，可以滤除椒噪声，但无法处理盐噪声。

当 Q=0 时，相当于算术均值滤波器，同时对椒噪声和盐噪声都有滤除效果。

当 Q<0 时，可以滤除盐噪声，但无法处理椒噪声。

三、.推导维纳滤波器并实现下边要求；

(a) 实现模糊滤波器如方程 Eq. (5.6-11).

(b) 模糊 lena 图像：45 度方向，T=1；

(c) 再模糊的 lena 图像中增加高斯噪声，均值= 0 ，方差=10 pixels 以产生模糊图像；

(d)分别利用方程 Eq. (5.8-6)和(5.9-4)，恢复图像；并分析算法的优缺点.

模糊滤波器公式如下：H(u,v)= $\frac{T}{\pi(ua+vb)}\sin[\pi(ua+vb)]e^{-j\pi(ua+vb)}$；

维纳滤波器公式如下：$\hat{F}(u,v)=[\frac{1}{H(u,v)}\frac{\left|H(u,v)^2\right|}{\left|H(u,v)^2\right|+K}]G(u,v)$；

其中 $\hat{F}(u,v)$ 是恢复后图像的频谱，G(u,v)是得到的图像，H(u,v)是退化函数，K 是噪声功率/图像功率。

推导：由帕斯瓦尔定理得：$J(H_w)=E\{\left\|I-H_w*I^{obs}\right\|^2\}$（Spatial domain）

$$J(\hat{H}_w)=E\{\left\|\hat{I}-\hat{H}_w*\hat{I}^{obs}\right\|^2\}\text{ (Frequency domain)}$$

则
$$\min_{Hw}(J(H_w))=\min_{Hw}(J(\hat{H}_w))$$

$$J(H_w)=E\{\left\|I-H_w*I^{obs}\right\|^2\}$$

$$=S_I(u)+\left\|\hat{H}_w(u)\right\|^2*(\left\|\hat{H}(u)\right\|*S_I(u))-S_\eta(u)-\hat{H}_w(u)*\hat{H}(u)*S_I(u)-\hat{H}_W*(u)\hat{H}*(u)S_I(u)$$

令 $\dfrac{\partial J(\hat{H}_w)}{\hat{H}_w(u)}=0$，即可得到维纳滤波器公式。

约束最小二乘公式如下：$\hat{F}(u,v)=\left[\dfrac{H^*(u,v)}{\left|H(u,v)^2\right|+\gamma\left|H(u,v)^2\right|}\right]G(u,v)$。

结果如下：

可以看到，MATLAB 自带的函数 Wiener 滤波处理后，对运动模糊的处理效果较好，但噪声影响未被较好去除，导致滤波后图像质量并不佳。对于最小二乘滤波器，参数 V 由自己确定,参数的选择对图像处理的影响较大。最后选择 V=0.0014，得到的结果较为理想。总体来看，最小约束二乘能够将原图的大部分信息进行还原。但是由于在计算的过程中存在着信息损失，并且最优的 V 值难以获取，导致滤波结果并不十分理想，但是相较于前一步的维纳滤波，图像的亮度要更接近于原图。

参考文献：[1]冈萨雷斯.数字图像处理（第三版）北京：电子工业出版社，2018

[2]数字图像处理的 MATLAB 实现　第 2 版（美）冈萨雷斯等著；阮秋琦译