Docenti

- Conca (Prima parte)
- Fugacci (Seconda parte)

Insiemi

Insieme dei numeri naturali

$\mathbb{N}$ = insieme dei numeri naturali

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$

$3 \in \mathbb{N}$ -> 3 appartiene ai numeri reali

Insieme dei numeri interi

$\mathbb{Z}$ = insieme dei numeri interi

- $\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, ...\}$

$-1 \in \mathbb{Z}$ oppure $\mathbb{Z} \ni -1$

Insieme dei numeri razionali

$\mathbb{Q}$ = insieme dei numeri razionali

- $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} : a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$

$1/2 \in \mathbb{Q}$; $-1/3 \in \mathbb{Q}$; $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \notin \mathbb{Q}$

> **Important**
>
> Per quest'ultimo devono essere interi per appartenere all'insieme dei razionali

Insieme dei numeri reali

$\mathbb{R}$ = insieme dei numeri reali

$\sqrt{2} \in \mathbb{R}$; $\pi \in \mathbb{R}$; $\mathrm{e} \in \mathbb{R}$

$\mathbb{N}$

A = {0, 2, 7, 41} $\subseteq \mathbb{N}$
$7 \in \mathbb{N}$
$8 \notin \mathbb{N}$

l'ordine con cui scrivo gli elementi non è importante : A = $\{2, 0, 41, 7\}$

B = $\{a \in \mathbb{N}$: $a^2 + 7 \geq 25\}$

$3 \in B$?

- $3^2 + 7 = 16$, NO ; non soddisfa la condizione.
- $5^2 + 7 = 32$, SI ; soddisfa la condizione.

C = $\{a \in \mathbb{Z}$: $a^2 \geq 10$ e $a^3 \leq 5\}$

- $a = -4$
- $a^2 = -4^2 = 16$
- $a^3 = -4^3 = -64$
- SI SODDISFANO ENTRAMBE LE CONDIZIONI

X = matricola informatica 25/26 percorsa A

$T = \{a \in x$: a è $doriano$ e a è $genoano\}$

- T non ha elementi e si scrive
    - $T = \{\}$
    - $T = \emptyset$

$\emptyset$ è l'insieme vuoto.

$\{m \in \mathbb{N}$: $n^2 < 0\} = \emptyset$

un numero alla seconda (n^2) non può essere negativo.

GENERALE

se X è un insieme

allora:

- $x \subseteq X$

- $\emptyset \subseteq X$

Example

$X = \{0,1\}$
Quanti sottoinsieme ha X?
I sotto insiemi sono:

- $\{0,1\}$
- $\{0\}$
- $\emptyset$
- $\{1\}$

Example

Cosa significa $B \subseteq A$?

significa che ogni elemento di B è un elemento di A.

- $\forall b \in B \implies b \in A$

Dato un insieme di X

$A \subseteq X$, $B \subseteq X$

$A \cap B$ = $\{x \in X : X \in A$ e $X \in b\}$
$A \setminus B$ = $\{X \in A : X \notin B\}$

$Cx(A) = X \setminus A = \{x \in X : x \notin A\}$ = $\overline{A}$

\ sta per 'non stanno'

$X = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
$A = \{0,1,2,3,9\}$
$B = \{1,3,7,8\}$

$A \cap B = \{1,3\}$
$A \cup B = \{0,1,2,3,9,1,3,7,8\} = \{0,1,2,3,7,8,9\}$

$A \setminus B = \{0,2,9\}$

$B \setminus A = \{7,8\}$

$Cx(A) = \{4, 5, 6, 7, 8\} = X \setminus A$

Quindi $\cap$, $\cup$ sono operazioni binarie mentre Cx è unaria.

$\cap$ = intersezione
$\cup$ = unione

Propietà delle operazioni

1. $X + Y = Y + X$ somma commutativa
2. $(X + Y) + Z = X + (Y + Z)$ somma associativa
3. $-(-X) = X$
4. $X * (Y + Z) = X * Y + X * Z$, ***VERA*** ; $X + (YZ) = (X + Y) * (X + Z)$, ***FALSA***

$A, B \subseteq X$

$\subseteq$ = sottoinsieme

1.
    1. $A \cap B = B \cup A$; vera
2.
    1. $A \cup B = B \cap A$; vera
3.
    2. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$; vera
4.
    2. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$; vera
5.
    3. $Cx(Cx(A)) = A$
    $Cx(A \cup B) = Cx(A) \cup Cx(B)$
    $Cx(A \cap B) = Cx(A) \cap Cx(B)$

    > **Info**
    > Queste sono formule di Morgan

6.
    4. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
7.
    4. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
$A = \{0, 1, 2, 3\}$
$B = \{2, 3, 4\}$
$A \cap B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
$Cx(A \cup B) = Cx(\{0, 1, 2, 3, 4\}) = \{5\}$

$Cx(A) = \{4, 5\}$
$Cx(B) = \{0, 1, 5\}$
$Cx(A) \cap Cx(B) = \{4, 5\} \cap \{0, 1, 5\} = \{5\}$

$a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{N}$
$a_1 + a_2 + \dots + a_n \in \mathbb{N}$
$\sum_{=1} a_x = a_1 + a_2 + \dots + a_n$

$X = \mathbb{N}\ i \in \mathbb{N}$
$A_i\{a \in \mathbb{N} : a^2 \geq i\}$
$A_{20}\{a \in \mathbb{N} : a^2 \geq 20\} = \{5, 6, 7, 8 \dots$
$A_{100}\{a \in \mathbb{N} : a^2 \geq 100\}$

X, Y insiemi

$X * Y$ prodotto cartesiano di X con Y
$X * Y = \{(X, Y) : x \in X, y \in Y\}$
$(X, Y) = (X_1, Y_1) \iff X = X_1$ e $Y = Y_1$

Example

$X = \{0, 1\}\ Y = \{a, b, c\}$
$X * Y = \{(0, a), (0, b), (0, c), (1, a), (1, b), (1, c)\}$