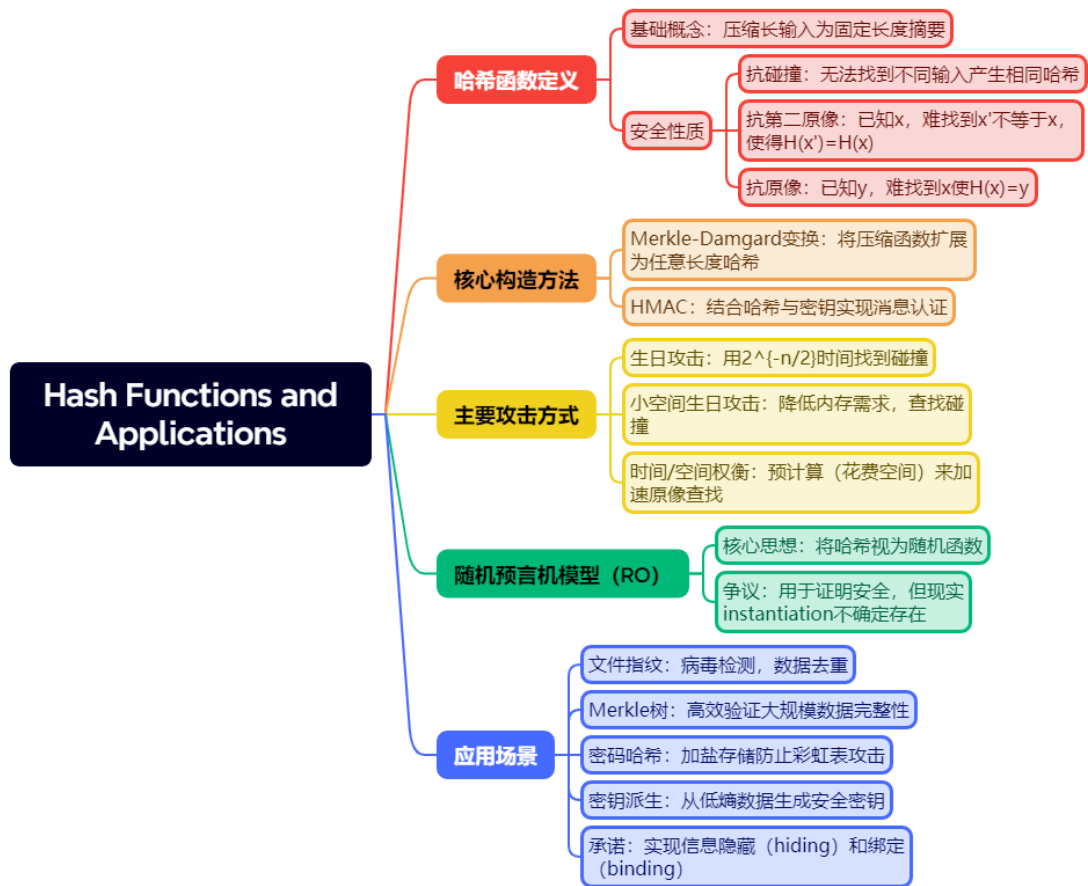


# 一段话总结

文档围绕**密码学哈希函数**展开，介绍其核心是将长输入映射为短摘要，核心要求是**碰撞抗性**（即难以找到两个输入产生相同哈希值）。通过**Merkle-Damgård变换**可将固定长度压缩函数扩展为任意长度哈希函数，而**HMAC**利用哈希函数实现消息认证。此外，阐述了**生日攻击**（用 $2^{n/2}$ 时间找碰撞）、**时间/空间权衡攻击**等通用攻击，以及**随机预言机模型**（将哈希视为随机函数）。应用涵盖文件指纹、Merkle树、密码哈希（加盐防彩虹表）、密钥派生等，强调哈希函数在保证数据完整性和安全性中的关键作用。

# 思维导图



# 详细总结

## 一、哈希函数基础定义

- 核心特性**：确定性压缩长输入为固定长度摘要，核心安全要求为**碰撞抗性**（PPT算法无法找到碰撞），此外还有弱安全概念如**第二原像抗性**（已知 $x$ 难寻 $x' \neq x$ 使 $H(x')=H(x)$ ）和**原像抗性**（已知 $y$ 难寻 $x$ 使 $H(x)=y$ ）。
- 形式化定义**：由 $(Gen, H)$ 构成， $Gen$ 生成密钥 $s$ ， $H(s, x)$ 输出固定长度摘要，碰撞查找实验中成功概率需为可忽略函数。

二、关键构造与变换

- 1. **Merkle-Damgård变换** - **作用**：将输入长度为 $n+n'$  ( $n'\geq n$ ) 的压缩函数 $h$ 扩展为任意长度哈希函数 $H$ 。 - **步骤**：消息填充后分块，逐块与前一哈希值迭代计算，如 $H(x)=h(z_B)$ ，其中 $z_i=h(z_{i-1}||x_i)$ 。 - **安全性**：若 $h$ 碰撞抗性，则 $H$ 碰撞抗性。
- 2. **HMAC (哈希消息认证码)** - **构造**： $Mac(k, m)=H((k\oplus opad)||H((k\oplus ipad)||m))$ ，需独立密钥 $k$ ，利用哈希函数实现消息认证。 - **安全性**：基于哈希碰撞抗性和内层MAC安全性，若 $G^s$ 为伪随机生成器则安全。

三、通用攻击手段

攻击类型	核心原理	时间复杂度	关键参数
生日攻击	鸽巢原理，随机选 $q=2^{(\ell/2)}$ 输入找碰撞	$O(2^{(\ell/2)})$	哈希输出长度 $\ell$ ，需输出 $\geq 2n$ 位防 $2^n$ 时间攻击
小空间生日攻击	迭代计算 $H(x_i)$ 和 $H(H(x_i))$ 找循环	$O(2^{(\ell/2)})$	内存仅需存储两个哈希值
时间 / 空间权衡	预计算存储 $s \cdot t$ 个 (SPI, EPI) 对，在线阶段匹配	预计算 $O(s \cdot t)$ ， 在线 $O(t^2)$	$s \cdot t^2=2^\ell$ ，如 $t=2^{(2\ell/3)}$ 时 存储 $2^{(2\ell/3)}$

四、随机预言机模型

- 1. **核心思想**：将哈希函数视为“随机黑盒”函数，输入 $x$ 返回均匀随机 $y$ ，仅通过查询获取 $H(x)$ 。
- 2. **证明优势**：可利用随机性证明方案安全性，如构造伪随机函数 $F_k(x)=H(k||x)$ 。
- 3. **争议点**：现实中无真正随机 oracle，证明安全不保证实际 instantiation 安全，存在构造反例。

五、实际应用场景

- 1. **文件指纹与去重** - **病毒扫描**：哈希比对已知病毒指纹，避免全文匹配。 - **数据去重**：云存储中通过哈希识别重复文件，仅存储一份。
- 2. **Merkle树** - **结构**：二叉树，叶节点为数据哈希，内部节点为子节点哈希，根节点为整体哈希。 - **应用**：验证大规模数据完整性，如区块链区块哈希，验证时仅需 $O(\log t)$ 个节点。
- 3. **密码哈希存储** - **问题**：直接存储 $H(pw)$ 易遭彩虹表攻击（预计算 $2^{(2\ell/3)}$ 空间换时间）。 - **解决方案**：加盐 (salt) ， 存储( $salt, H(salt||pw)$ )，强制攻击者逐用户暴力破解。
- 4. **密钥派生**：从低熵共享秘密（如密码）生成高熵密钥，需保证原分布 min-entropy 足够，如用哈希函数提取均匀密钥。
- 5. **承诺方案**：通过 $com=H(m||r)$ 实现“隐藏”与“绑定”， $r$ 随机时 $com$ 不泄露 $m$ ，碰撞抗性保证无法双开。

关键问题

1. 为什么哈希函数的输出长度需要至少 $2n$ 位才能抵抗 $2^n$ 时间的攻击？

答案：生日攻击表明，哈希输出长度为 $\ell$ 时，找到碰撞的时间复杂度为 $O(2^{(\ell/2)})$ 。若希望抵抗 $2^n$ 时间的攻击，需 $2^{(\ell/2)}\geq 2^n$ ，即 $\ell\geq 2n$ 。例如，若要求安全性等价于128位密钥的穷举搜索，则哈希输出至少256位。

## 2. HMAC中ipad和opad的作用是什么？为什么需要两层哈希？

答案：ipad（内填充）和opad（外填充）用于将密钥 $k$ 扩展为适合哈希输入的长度，并分离内外层哈希。内层 $H((k \oplus \text{ipad}) || m)$ 确保消息与密钥结合，外层 $H((k \oplus \text{opad}) || \text{内层结果})$ 增强安全性。两层哈希结合使HMAC可基于哈希的碰撞抗性和内层MAC的安全性，即使内层哈希被攻击，外层仍提供保护，且避免密钥长度与哈希块长度不匹配问题。

## 3. 随机预言机模型的主要优势和局限性是什么？

答案：优势：提供理想化框架证明方案安全性，简化设计（如构造伪随机函数），证明中可利用随机性和查询可控性（如提取查询、编程输出）。局限性：现实中无真正随机 oracle，证明安全不保证实际哈希函数 instantiation 安全（存在反例），无法定义“足够好”的哈希函数标准，攻击者可利用哈希函数代码而非仅查询。