

# 4 矩阵计算(求导方面)

## 4 矩阵计算(求导方面)

- 0 引言
- 1 标量的导数
- 2 向量和标量的混合导数
- 3 总结

 Important

B站视频链接 [4 矩阵计算](#)

## 0 引言

这里所谓的矩阵计算并非简单的矩阵之间的加减乘除，而是利用矩阵进行求导的运算，这个运算在今后的设计以及编写过程是非常重要的。

首先 [2 数据操作和数据预处理](#) 中便已经知道了标量、向量以及矩阵的关系，现在就依靠这几个数据类型进行说明和运算。

定义：

- 标量：全是小写的字母  $a$ 、 $b$ 。
- 向量：带箭头的小写字母  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 。
- 矩阵：大写的字母  $A$ 、 $B$ 。

## 1 标量的导数

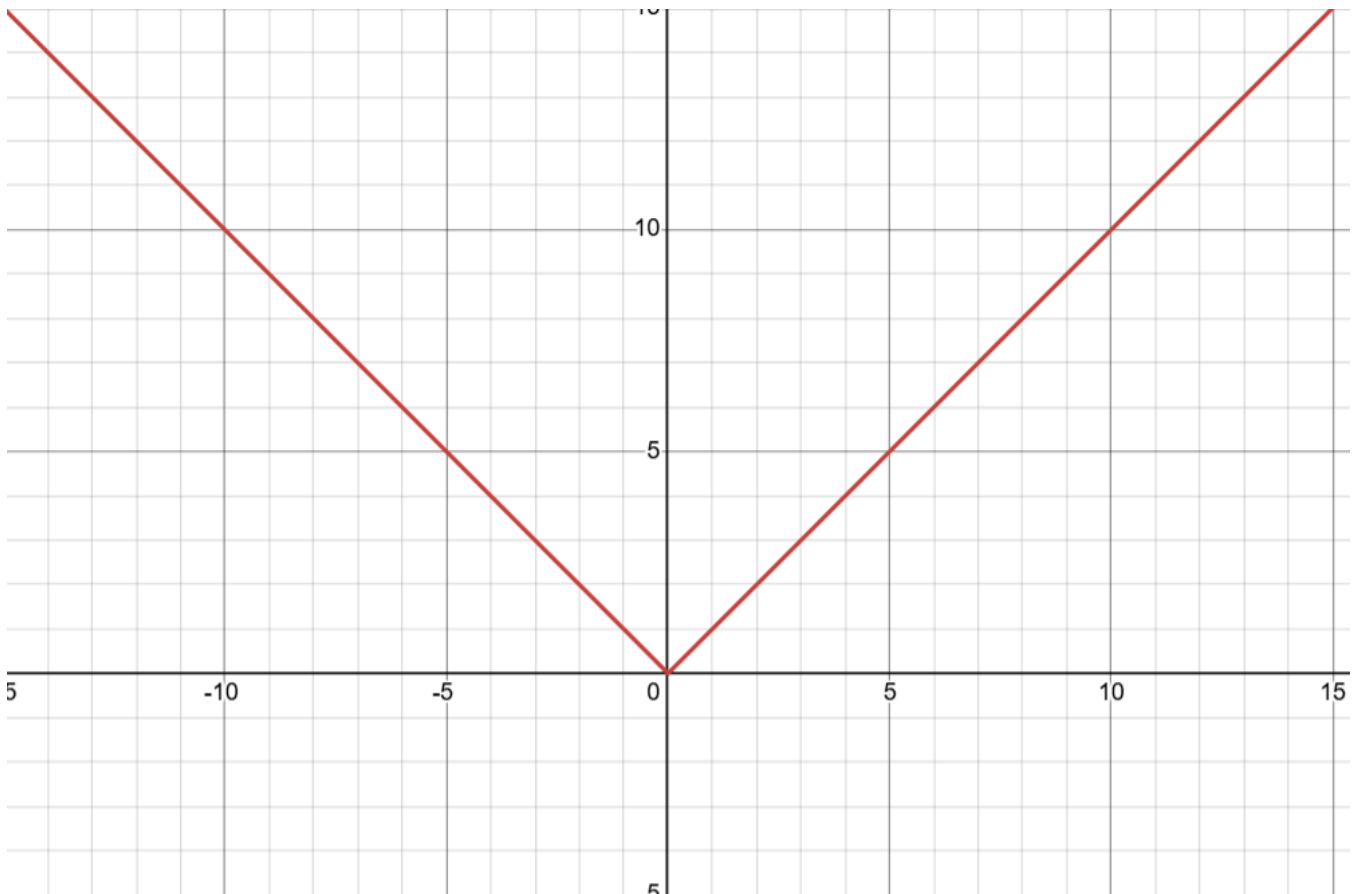
标量就是一个数据，类似于1、2、3，并非数组或是向、矩阵等。

$y = f(x)$ 、 $x$ 就是标量、 $f(x)$ 是对应法则、 $y$ 是自变量

$y$	$\frac{dy}{dx}$
$a$	0
$x^n$	$nx^{n-1}$
$e^x$	$e^x$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\sin x$	$\cos x$
$u(x) + v(x)$	$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$
$u(x) \times v(x)$	$\frac{du}{dx} \times v(x) + \frac{dv}{dx} \times u(x)$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'v - uv'}{(v')^2}$

对于不能求导的函数又该怎么办呢？

例如:  $f(x) = |x|$



不难看出该函数在  $x > 0$  时候  $f'(x) = 1$ ， $x < 0$  时候  $f'(x) = -1$ ， $x = 0$ ？

这个函数在  $x = 0$  的位置明显不可导，对于这种不可导的函数又该怎么办呢？

这个时候有一个叫做**亚函数**，虽然我不知道他有啥用但是应该和**偏导数**应该类似，这个时候上面的导数可以写成为

$$\frac{\partial |x|}{x} = \begin{cases} -1 & , x < 0 \\ 1 & , x > 0 \\ a & , x = 0 \end{cases}$$

这个时候便可以引入了一个新的数学定义-梯度 $grad$

### ① Note

注意梯度是一个向量而非数据，梯度的方向一定是函数方向导数的最大值

在任意一点  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  的梯度为

$$grad f(p) = \left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \Big|_{P(x_1, x_2, \dots, x_n)}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \Big|_{P(x_1, x_2, \dots, x_n)} \right) = (y_1, y_2, \dots, y_n)$$

## 2 向量和标量的混合导数

向量和标量之间混合求导会出现下面四种情况

1.  $y$  是一个标量， $x$  也是一个标量会得到  $\frac{\partial y}{\partial x}$  也是一个标量。
2.  $\vec{y}$  是一个向量，也是一个标量会得到  $\frac{\partial \vec{y}}{\partial x}$  是一个向量。

3.  $y$  是一个标量,  $\vec{x}$  也是一个向量量会得到  $\frac{\partial y}{\partial \vec{x}}$  也是一个向量, 但是是一个躺着的向量。

4.  $\vec{y}$  和  $\vec{x}$  均为向量, 那么  $\frac{\partial \vec{y}}{\partial \vec{x}}$  就是一个矩阵  $A$ 。

	标量	向量
标量	$x$ (1,)	$\mathbf{x}$ (n,1)
向量	$y$ (1,)	$\frac{\partial y}{\partial \mathbf{x}}$ (1,n)
	$\mathbf{y}$ (m,1)	$\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{x}}$ (m,n)

举个例子说明一下吧:

$$\text{令 } \vec{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \text{则 } \frac{\partial \vec{y}}{\partial \vec{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial y_n}{\partial x_1} & \frac{\partial y_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

### 3 总结

$y$  如果是向量的话这个是竖着的。

$x$  如果是向量的话这个是躺着的。