4 矩阵计算(求导方面)

> **Important**
>
> **B站视频链接** **4 矩阵计算**

---

0 引言

这里所谓的矩阵计算并非简单的矩阵之间的加减乘除，而是利用矩阵进行求导的运算，这个运算在今后的设计以及编写过程是非常重要的。

首先 2 数据操作和数据预处理 中便已经知道了标量、向量以及矩阵的关系，现在就依靠这几个数据类型进行说明和运算。

定义：

- 标量：全是小写的字母 a、b 。
- 向量：带箭头的小写字母 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 。
- 矩阵：大写的字母 A、B 。

1 标量的导数

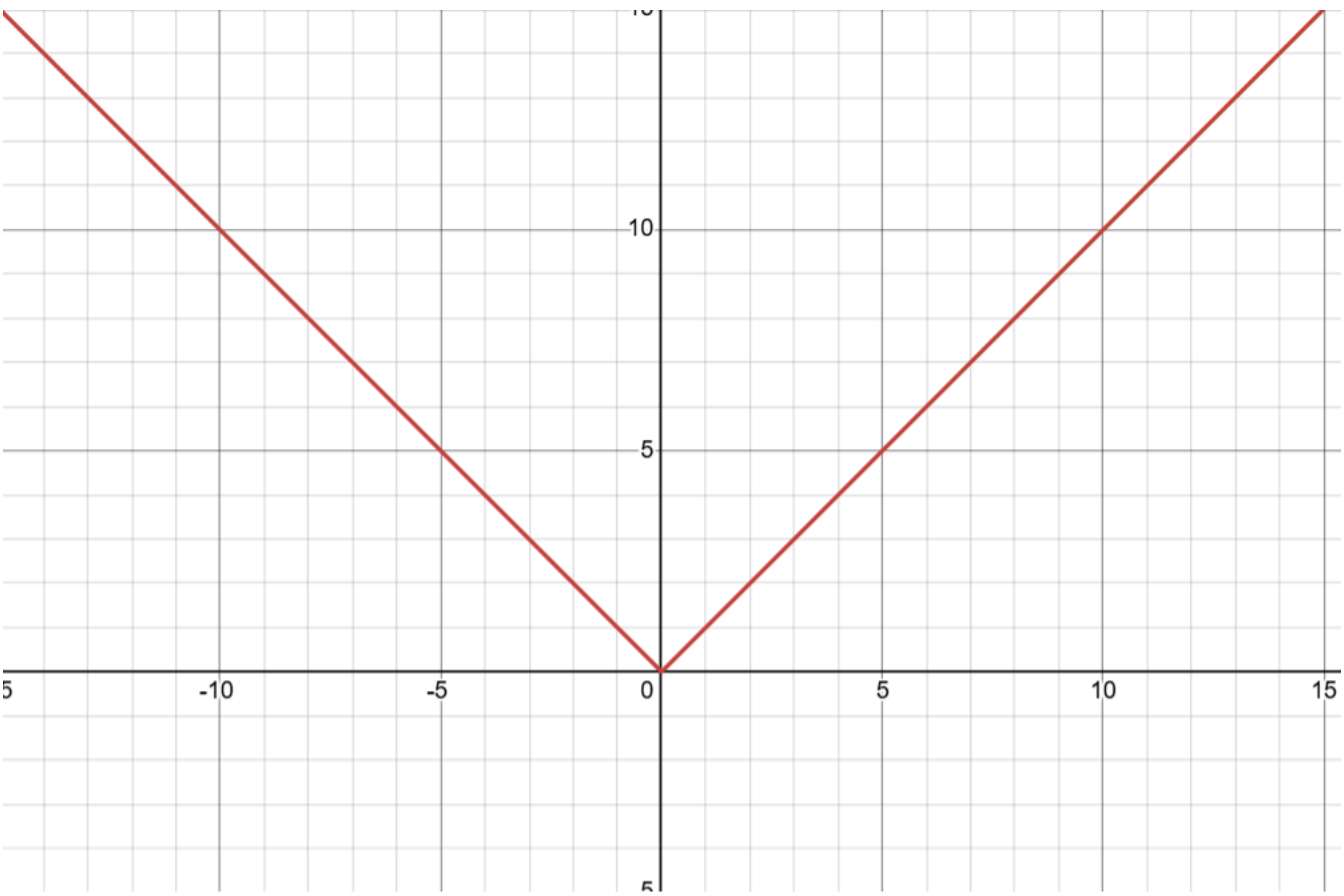
标量就是一个数据，类似于1、2、3，并非数组或是向、矩阵等。

$y=f(x)$、x就是标量 、$f(x)$是对应法则 、 y是自变量$

y	$\frac{dy}{dx}$
a	0
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
lnx	$\frac{1}{x}$
$sinx$	$cosx$
$u(x)+v(x)$	$\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dx}$
$u(x)\times v(x)$	$\frac{du}{dx}\times v(x)+\frac{dv}{dx}\times u(x)$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'v-uv'}{(v')^2}$

对于不能求导的函数又该怎么办呢?

例如: $f(x) = |x|$



不难看出该函数在$x > 0$时候$f'(x) = 1$， $x < 0$时候$f'(x) = -1$ ， $x = 0$?

这个函数在$x = 0$的位置明显不可导，对于这种不可导的函数又该怎么办呢?

这个时候有一个叫做**亚函数**，虽然我不知道他有啥用但是应该和**偏导数**应该类似，这个时候上面的导数可以写成为

$$\frac{\partial |x|}{x} = \begin{cases} -1 & , x < 0 \\ 1 & , x > 0 \\ a & , x = 0 \end{cases}$$

这个时候便可以引入了一个新的数学定义-梯度$grad$

> ⓘ **Note**
>
> 注意梯度是一个向量而非数据，梯度的方向一定是函数方向导数的最大值

在任意一点$P(x_1, x_2, ..., x_n)$的梯度为

$$gradf(p) = (\frac{\partial f}{x_1}|_{P(x_1,x_2,...,x_n)}, ..., \frac{\partial f}{x_2}|_{P(x_1,x_2,...,x_n)}) = (y_1, y_2, ... y_n)$$

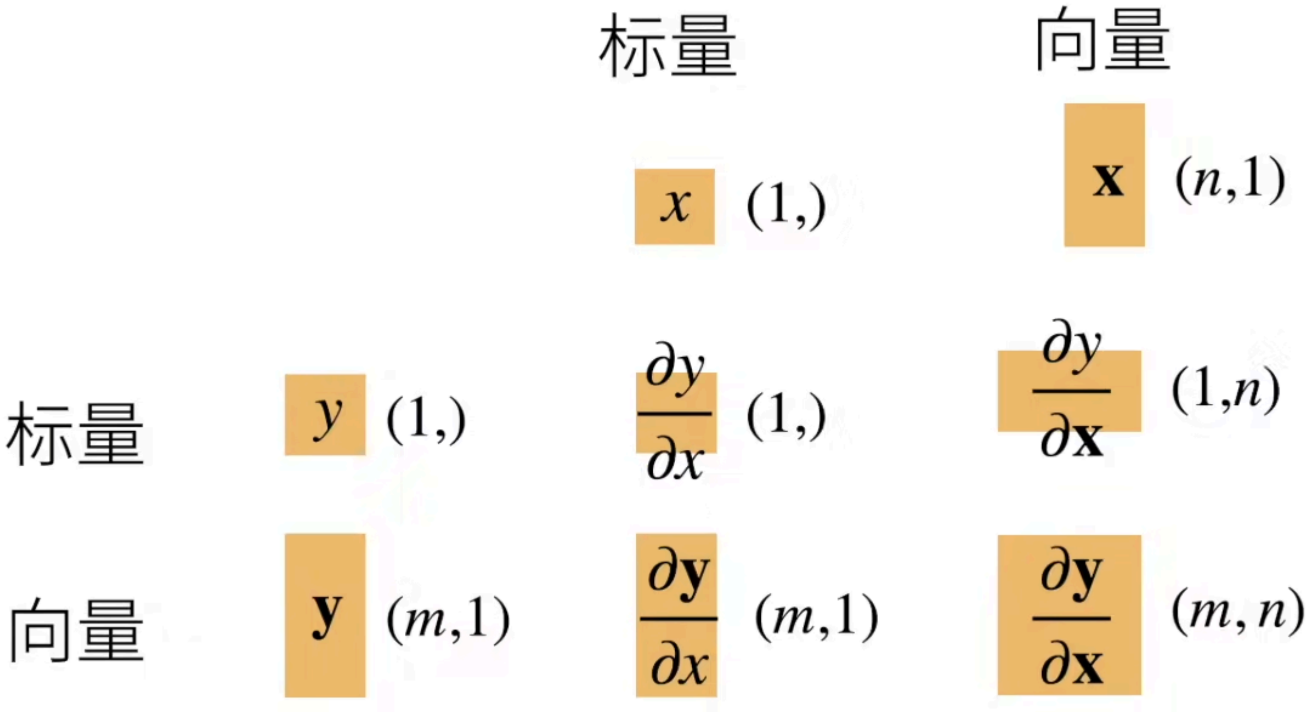
2 向量和标量的混合导数

向量和标量之间混合求导会出现下面四种情况

1. y是一个标量，x也是一个标量会得到$\frac{\partial y}{\partial x}$也是一个标量。
2. $\vec{y}$是一个向量，也是一个标量会得到$\frac{\partial \vec{y}}{\partial x}$是一个向量。

3. y是一个标量，$\vec{x}$也是一个向量量会得到$\frac{\partial y}{\partial \vec{x}}$也是一个向量，但是是一个躺着的向量 。

4. $\vec{y}$和$\vec{x}$均为向量, 那么$\frac{\partial \vec{y}}{\partial \vec{x}}$就是一个矩阵$A$ 。



举个例子说明一下吧：

$$令\overline{y}=\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix},\ \overline{x}=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} 则 \frac{\partial \overline{y}}{\partial \vec{x}}=\begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial \vec{x}} \\ \frac{\partial y_2}{\partial \vec{x}} \\ \vdots \\ \frac{\partial y_n}{\partial \vec{x}} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} l\,\frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial y_n}{\partial x_1} & \frac{\partial y_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

3 总结

y如果是向量的话这个是竖着的。

x如果是向量的话这个是躺着的。