

翻译自：<https://blog.trailofbits.com/2018/08/14/fault-analysis-on-rsa-signing/>

## 前言

今年春天和夏天的时候，我在Trail of Bits实习，研究了针对RSA签名的故障攻击建模。我查阅了使用中国剩余定理（CRT）的RSA签名优化和会泄露私钥的诱发性计算错误。我分析了低级别的故障攻击，而不是数学上下文。在分析了一个toy program、一个[MBED TLS](#)的RSA实现后，我确定了在翻转时会在内存中泄露私钥的比特位。

## 使用RSA-CRT的签名过程

通常来说，RSA签名会使用这个算法： $s = m^d \pmod n$ 。

其中，s代表签名，m代表明文信息，d代表私有指数，n代表公钥。这个算法是有效的，但是如果是为了安全起见，使用的数值增加到所要求的的大小之后，计算将会花费相

给定私有指数d，我们计算两个值， $dp = d \pmod{(p-1)}$ 和 $dq = d \pmod{(q-1)}$ 。

然后我们使用这两个值分别计算两个部分签名；第一个部分签名 $s_1 = m^{dp} \pmod p$ ，第二个部分签名 $s_2 = m^{dq} \pmod q$ 。 $s_1 \pmod p$ 和 $s_2 \pmod q$ 的逆都是可以计算出来的，两个部分签名结合到一起形成一个最终签名s，即

$$s = (s_1 * q * qInv) + (s_2 * p * pInv) \pmod n$$

## 故障攻击

当两个部分签名中的一个（我们假设是s2，使用q计算生成）不正确时，问题就会出现。

最终签名由两个部分签名合并而成。我们可以通过比较原始信息和 $s^e \pmod n$ 来验证签名是否正确，其中e是公有指数。然而，在有故障的签名中， $s^e \pmod p$ 依然和m相等，但是 $s^e \pmod q$ 则不相等。

此时，p是 $s^e - m$ 的一个因子，而q不是。

因为p同时也是n的一个因子，所以攻击者可以通过计算n和 $s^e - m$ 的最大公因子来得到p，n直接除以p就可以得到q，所以攻击者就知道了两个密钥。

## 使Toy Program产生故障

我开始用C写了一个toy program，使用中国剩余定理进行RSA签名。这个程序不包含填充和检查，使用标准的RSA签署相当小的数字。我使用调试器手动修改其中一个部分签名，最后产生了一个故障

## 用Manticore翻转比特位

我使用Binary

Ninja来查看我的程序的反汇编并确定我感兴趣的数据的内存位置。当我试图解出私钥时，我能知道在哪里查看。然后我安装并学习了如何使用[Manticore](#)，这是由Trail of Bits开发的二进制分析工具，我将用它来进行故障攻击。

我写了一个Manticore脚本，它将迭代每个连续的内存字节，通过翻转字节中的比特位来改变指令，并执行RSA签名。对于每一次没有导致崩溃或超时的执行，我尝试从输出

```

def bitflip(cpu, memory_location):
    location = cpu.read_int(memory_location, 8)
    flipped = location ^ 1
    cpu.write_int(memory_location, flipped, 8, force=True)

def solve_private_keys(e, s, m, n):
    p = gcd(pow(s, e)-m,n)
    q = n//p
    private_keys = [p, q]
    return private_keys

def decrypt(p, q, e, s, m, n, encrypted):
    totn = (p-1)*(q-1)
    d = modinv(e,totn)
    if not(d == None) and not(n == 0):
        decrypted = pow(encrypted,d,n)
        return decrypted

def check_private_keys(correct_message, message):
    if correct_message == message:
        return "yes"

for i in range(0x400e00, 0x400eda):
    ...
    m = Manticore(target)
    @m.hook(0x400c50)
    def hook_bitflip(state):
        cpu = state.cpu
        ru.bitflip(cpu, i)

    @m.hook(0x400eda)
    def hook_getdata(state):
        # collect data using cpu.read_int()
    m.run(timeout = 60)

    if len(partial_signatures) == 0:
        i_data["Partial Signatures"] = "crash"
    else:
        i_data["Partial Signatures"] = partial_signatures
        private_keys = ru.solve_private_keys(e, s, m, n)
        i_data["Private Keys"] = private_keys
        decrypted = ru.decrypt(p, q, e, s, m, n, encrypted_message)
        i_data["Decrypted Message"] = decrypted
        check = ru.check_private_keys(correct_message, decrypted)
        i_data["Correct Private Keys?"] = check
    all_data.append(i_data)

# write to CSV file

```



先知社区

图1.在toy program中寻找导致错误的地址的部分代码

## 结果

我总共测试了938个位翻转,发现其中45个,或者说4.8%,成功的生成了正确的私钥。接近55%的位翻转会导致崩溃或超时,意味着程序无法产生签名。大约有31%的位翻

Memory Location	Partial Signatures	Private Keys	Decrypted Message	Correct?
0x400d5f	crash			
0x400d60	[7, 9]	[23, 37]	26	yes
0x400d61	[7, 1]	[23, 37]	26	yes
0x400d62	[7, 1]	[23, 37]	26	yes
0x400d63	crash			
0x400d64	[7, 25]	[23, 37]	26	yes
0x400d65	crash			
0x400d66	[1, 26]	[1, 851]		
0x400d67	crash			
0x400d68	[7, 28]	[851, 1]		
0x400d69	crash			
0x400d6a	[0, 28]	[37, 23]	26	yes

图2. 分析代码的输出

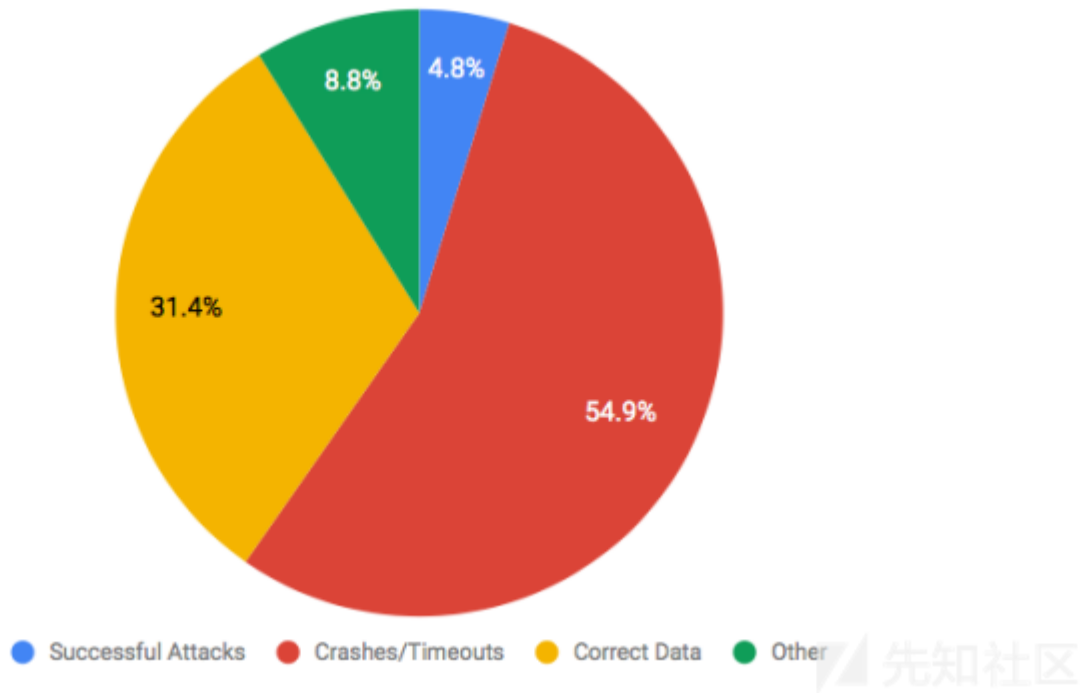


图3. toy program的位翻转结果

这种自动化为挖掘类似的漏洞提供了巨大的速度提升，你只需简单的向Manticore描述一下漏洞，就会得到一个全面的漏洞利用方法表。如果能引入一些不严密的错误（例如

### 使mbed TLS产生故障

在有了我的toy program的翻转结果文件之后，我找了一个真实的加密库来破解。我选择了mbed TLS，它主要应用在嵌入式系统上。因其比我写的程序复杂得多，我花了很长一段时间研究mbed TLS的源码，以便在编译前弄懂RSA的签名过程，并使用Binary Ninja查看了二进制文件的反汇编。

mbed TLS和我的toy program之间的一个关键不通点是使用mbed TLS的签名会被■■■。我试图建模的故障攻击仅适用于确定性填充，给定的消息将始终产生相同的填充值，而不是使用概率性的方案。尽管mbed TLS已经可以实现许多种不同的填充方案，我另外还查看了使用PKCS#1 v1.5的RSA签名，PKCS#1 v1.5是一种用更复杂的随机PSS填充方案的确定性替代方案。我再次使用调试器来定位目标数据，当我知道我要读取的内存位置时，我使其中一个部分签名产生错误，并生成一个错误的签名。然而，我很快意识到，有一些运行时检查可以阻止我进行故障类的攻击。特别是在两次检查失败后，程序会停止执行，输出一个错误信息，不产生签名。我使用调试器跳过了这些检查。通过故障签名和所有的公钥数据，我可以复制在我的toy program中成功提取出私钥的过程。

### 自动化攻击

就像我在toy program中做的一样，我尝试自动化故障攻击并识别出会泄露私钥的位翻转。为了加快进程，我写了一个GDB脚本，而没有使用Manticore。我找到了一些可以跳过两个检查的位翻转。在相同的程序中，我在指定的内存地址中额外地翻转了一位。然后我使用Python循环遍历内存中的每一个字节，调用此脚本，尝试提取私钥，同样通过尝试解密另一

```

def solve_private_keys(e, s, m, n):
    p = gcd(pow(s, e)-m,n)
    q = n//p
    private_keys = [p, q]
    return private_keys

def decrypt(p, q, e, s, m, n, encrypted):
    totn = (p-1)*(q-1)
    d = modinv(e,totn)
    if not(d == None) and not(n == 0):
        decrypted = pow(encrypted, d, n)
        return decrypted

# read public keys and collect data for message to check against

for i in range (0x40d27b, 0x40d41b):
    try:
        subprocess.call(["./gdb_flip.sh", str(i)], timeout=60)
        m = mu.read_memory(0x6f08a0, 0x6f09a0)
        i_data = {}
        i_data['Memory Address'] = hex(i)
        s = mu.read_file(sigfile)
        if not(s == "failed"):
            partials = mu.get_partial_sigs()
            i_data['Partial Signatures'] = partials
            os.remove("gdb.txt")
            pkeys = mu.solve_private_keys(e, s, m, n)
            i_data['Private Keys'] = pkeys
            os.remove(sigfile)
            decrypted = mu.decrypt(pkeys, e, n, encrypted)
            i_data['Correct?'] = mu.check_private_keys(correct, decrypted)
        else:
            i_data['Private Keys'] = "failed"
    except subprocess.TimeoutExpired:
        i_data['Private Keys'] = "failed"
        continue
    all_data.append(i_data)

# write data to CSV file

```



图4. 在mbed TLS中寻找导致错误的地址的部分代码

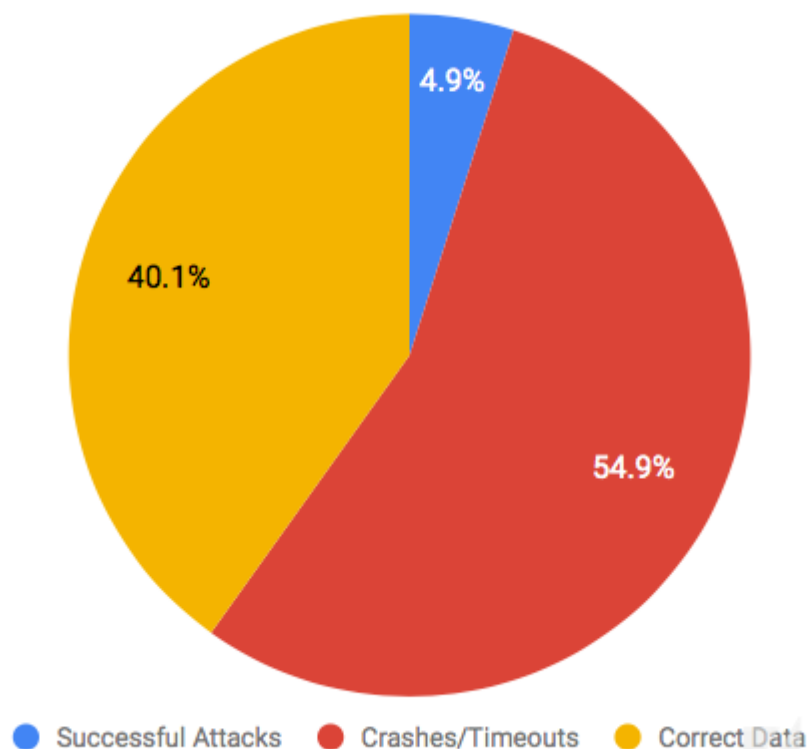
```
gdb -batch programs/pkey/rsa_sign \
-ex 'set args "example.txt"' \
-ex 'set logging on' \
-ex 'break main' \
-ex 'break *0x40d27b' \
-ex 'break *0x40d30d' \
-ex 'run' \
-ex 'set *'$address' ^= 0x1' \
-ex 'set *0x40b7f4 ^= 0x1' \
-ex 'set *0x40d4f6 ^= 0x10' \
-ex 'c' \
-ex 'x /64x 0x6f08a0' \
-ex 'c' \
-ex 'x /32x 0x6f0280' \
-ex 'x /32x 0x6f0310' \
-ex 'c'
```

图5. 从Python调用的用于在mbed TLS中引发故障的GDB脚本部分代码

## 结果

我测试了566位翻转，都在mbed

TLS实现签名部分的代码中。结果确保检查通过的两位翻转，发现其中28个——接近5%——泄露了私钥。大约55%未能产生签名。



## mbed TLS的位翻转结果

事实上这种分析适用于真实程序是很令人兴奋的，但不幸的是，在我能在“真实的世界”中测试它之前，我已经把夏天的时间花光了。尽管如此，输入真实TLS代码和全面描述

## 结论

我喜欢在Trail of

Bits工作。我对密码学有了更深的了解，并熟悉了安全工程师使用的一些工具。这是一次美妙的体验，我很高兴能在新的一年里将我学到的所有知识应用到卡内基梅隆大

点击收藏 | 0 关注 | 1

[上一篇：【2018年 网鼎杯CTF 第一场...】](#) [下一篇：【2018年 网鼎杯CTF 第一场...】](#)

1. 0 条回复
- 动动手指，沙发就是你的了！

[登录](#) 后跟帖

先知社区

---

[现在登录](#)

热门节点

---

[技术文章](#)

[社区小黑板](#)

目录

[RSS](#) [关于社区](#) [友情链接](#) [社区小黑板](#)