贵州师范大学 720 数学分析 **2019** 年考研真题（回忆版）

判断：

1、若 $f(x)$ 在 (a,b) 的每个闭子空间上有界，则 $f(x)$ 在 (a,b) 上有界。

2. 若 $f(x)$ 在区间 I 上有界，则 $f(x)$ 在 I 上可积。

3. 对于数列 $\{a_n\}$，若在任意一个子列 $\{a_{n_k}\}$ 中均存在收敛子列 $\{a_{n_{k_r}}\}$，则数列 $\{a_n\}$ 收敛。

计算

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(\int_0^x e^{t^2}dt\right)^2}{\int_0^x e^{2t^2}dt}$

2. $a\in N$，$f(x)=\begin{cases} x^a\cos\frac{1}{x^3}, & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$，试问 $a=?$ $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续．可导．$f'(x)$ 在 $x=0$ 处连续

贵州师范大学 720 数学分析 **2019** 年考研真题（回忆版）

判断：

1. 若 $f(x)$ 在 (a,b) 的每个闭子区间上有界，则 $f(x)$ 在 (a,b) 上有界。

2. 若 $f(x)$ 在区间 I 上有界，则 $f(x)$ 在 I 上可积。

3. 对于数列 $\{a_n\}$，若在任意一个子列 $\{a_{n_k}\}$ 中均存在收敛子列 $\{a_{n_{k_j}}\}$，则数列 $\{a_n\}$ 收敛。

计算

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(\int_0^x e^{t^2}dt\right)^2}{\int_0^x e^{2t^2}dt}$

2. $\alpha\in N$，$f(x)=\begin{cases}x^\alpha\cos\frac{1}{x}, & x\neq0\\ 0 & x=0\end{cases}$，试问 $\alpha=?$ $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续，可导，$f(x)$ 在 $x=0$ 处连续

3. $f(x)=\int_x^{x^2}\frac{\cos tx}{t}dt$，求 $f(x)$

4. 不定积分 $\int x^\alpha\ln x\,dx$.

5. 定积分计算 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{n(n+1)(n+2)\cdots(n+n)}}{n}$

6. 求 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}nx^{n-1}$ 的和函数

7. 计算 $y=\ln(1-x^2)$，$0\le x\le\frac{1}{2}$ 的弧长.

三. 证明：

1. 用 $\varepsilon-\delta$ 语言证明：$\lim\limits_{x\to1}\frac{1}{x}=1$.

2. $f(x)=\sin\frac{1}{x}$ 在 $(0,1)$ 非一致连续

3. $0<x_1<2019$. $x_{n+1}=x_n\left(2-\frac{x_n}{2019}\right)$，$n=1,2,\cdots$，证明 $\{x_n\}$ 收敛，并求极限值

4. 求证：设 f 在 $[a,b]$ 上连续，(a,b) 内可导. 则存在 $\xi\in(a,b)$，使

$$\int_a^b f(x)dx=(b-a)f(a)+\frac{f'(\xi)}{2}(b-a)^2$$

5. 设 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上的凸函数. 证明：$\frac{1}{x}\int_0^x f(t)dt$ 是 $(0,+\infty)$ 的凸函数.