

14. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2y - 2 \leq 0, \\ x - y + 1 \geq 0, \\ y \leq 0. \end{cases}$ 则 $z = 3x + 2y$ 的最大值为_____.

15. 直线 $y = x + 1$ 与圆 $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$ 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ _____.

16. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $b \sin C + c \sin B = 4a \sin B \sin C$, 且 $b^2 + c^2 - a^2 = 8$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $na_{n+1} = 2(n+1)a_n$. 设 $b_n = \frac{a_n}{n}$.

(1) 求 b_1, b_2, b_3 ;

(2) 判断数列 $\{b_n\}$ 是否为等比数列, 并说明理由;

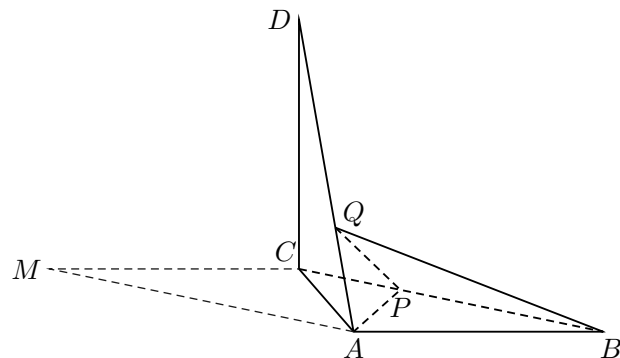
(3) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18. (12 分)

如图, 在平行四边形 $ABCM$ 中, $AB = AC = 3$, $\angle ACM = 90^\circ$, 以 AC 为折痕将 $\triangle ACM$ 折起, 使点 M 到达点 D 的位置, 且 $AB \perp DA$.

(1) 证明: 平面 $ACD \perp$ 平面 ABC ;

(2) Q 为线段 AD 上一点, P 为线段 BC 上一点, 且 $BP = DQ = \frac{2}{3}DA$, 求三棱锥 $Q-ABP$ 的体积.



19. (12 分)

某家庭记录了未使用节水龙头 50 天的日用水量数据 (单位: m^3) 和使用了节水龙头 50 天的日用水量数据得到频数分布表如下:

未使用节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0, 0.1)	[0.1, 0.2)	[0.2, 0.3)	[0.3, 0.4)	[0.4, 0.5)	[0.5, 0.6)	[0.6, 0.7)
频数	1	3	2	4	9	26	5

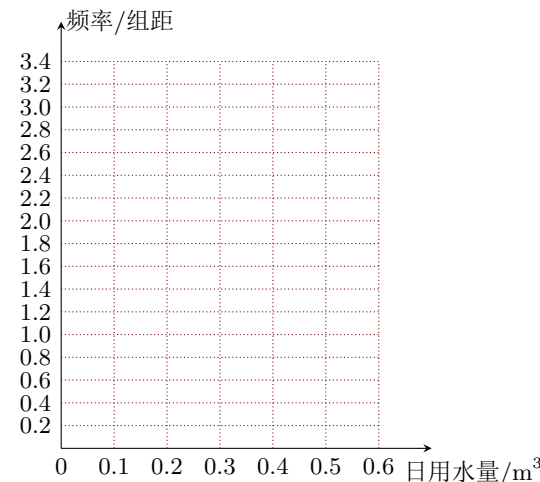
使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0, 0.1)	[0.1, 0.2)	[0.2, 0.3)	[0.3, 0.4)	[0.4, 0.5)	[0.5, 0.6)
频数	1	5	13	10	16	5

(1) 在答题卡上作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图:

(2) 估计该家庭使用节水龙头后, 日用水量小于 0.35 m^3 的概率;

(3) 估计该家庭使用节水龙头后, 一年能节省多少水? (一年按 365 天计算, 同一组中的数据以这组数据所在区间的中点的值作代表.)



20. (12 分)

设抛物线 $C: y^2 = 2x$, 点 $A(2, 0), B(-2, 0)$, 过点 A 的直线 l 与 C 交于 M, N 两点.

(1) 当 l 与 x 轴垂直时, 求直线 BM 的方程;

(2) 证明: $\angle ABM = \angle ABN$.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x - \ln x - 1$.

(1) 设 $x = 2$ 是 $f(x)$ 的极值点, 求 a , 并求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 证明: 当 $a \geq \frac{1}{e}$ 时, $f(x) \geq 0$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的方程为 $y = k|x| + 2$. 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 + 2\rho \cos \theta - 3 = 0$.

(1) 求 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个交点, 求 C_1 的方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知 $f(x) = |x + 1| - |ax - 1|$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;

(2) 若 $x \in (0, 1)$ 时不等式 $f(x) > x$ 成立, 求 a 的取值范围.