

## 2019 高考试题（全国卷 II）理科数学

一、选择题：（本大题共 12 个小题，每小题 5 分，满分 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 设集合  $A = \{x \mid x^2 - 5x + 6 > 0\}$ ,  $B = \{x \mid x - 1 < 0\}$ , 则  $A \cap B =$   
A.  $(-\infty, 1)$  B.  $(-2, 1)$  C.  $(-3, -1)$  D.  $(3, +\infty)$
2. 设  $z = -3 + 2i$ , 则在复平面内  $\bar{z}$  对应的点位于  
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 已知  $\overrightarrow{AB} = (2, 3)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (3, t)$ ,  $|\overrightarrow{BC}| = 1$ , 则  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} =$   
A.  $-3$  B.  $-2$  C.  $2$  D.  $3$
4. 2019 年 1 月 3 日嫦娥四号探测器成功实现人类历史上首次月球背面软着陆，我国航天事业取得又一重大成就。实现月球背面软着陆需要解决的一个关键技术问题是地面与探测器的通讯联系。为解决这个问题，发射了嫦娥四号中继星“鹊桥”，鹊桥沿着围绕地月拉格朗日  $L_2$  点的轨迹运行。 $L_2$  点是平衡点，位于地月连线的延长线上。设地球质量为  $M_1$ ，月球质量为  $M_2$ ，地月距离为  $R$ ， $L_2$  点到月球的距离为  $r$ ，根据牛顿运动定律和万有引力定律， $r$  满足方程：

$$\frac{M_1}{(R+r)^2} + \frac{M_2}{r^2} = (R+r) \frac{M_1}{R^3}.$$

设  $\alpha = \frac{r}{R}$ . 由于  $\alpha$  的值很小，因此在近似计算中  $\frac{3\alpha^3 + 3\alpha^4 + \alpha^5}{(1+\alpha)^2} \approx 3\alpha^3$ , 则  $r$  的近似值为

- A.  $\sqrt{\frac{M_2}{M_1}}R$  B.  $\sqrt{\frac{M_2}{2M_1}}R$  C.  $\sqrt[3]{\frac{3M_2}{2M_1}}R$  D.  $\sqrt[3]{\frac{M_2}{3M_1}}R$

5. 演讲比赛共有 9 为评委分别给出某选手的原始得分，评定该选手的成绩时，从 9 个原始评分中去掉一个最高分、一个最低分，得到 7 个有效评分。7 个有效评分与 9 个原始评分相比，不变的数字特征是  
A. 中位数 B. 平均分 C. 方差 D. 极差
6. 若  $a > b$ , 则  
A.  $\ln(a-b) > 0$  B.  $3^a < 3^b$  C.  $a^3 - b^3 > 0$  D.  $|a| > |b|$
7. 设  $\alpha, \beta$  为两个平面，则  $\alpha \parallel \beta$  的充要条件是  
A.  $\alpha$  内有无数条直线与  $\beta$  平行 B.  $\alpha$  内有两条相交直线与  $\beta$  平行

- C.  $\alpha, \beta$  平行于同一条直线 D.  $\alpha, \beta$  垂直于同一平面

8. 若抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点是椭圆  $\frac{x^2}{3p} + \frac{y^2}{p} = 1$  的一个焦点，则  $p =$   
A. 2 B. 3 C. 4 D. 8
9. 下列函数中，以  $\frac{\pi}{2}$  为周期且在区间  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$  单调递增的是  
A.  $f(x) = |\cos 2x|$  B.  $f(x) = |\sin 2x|$  C.  $f(x) = \cos |x|$  D.  $f(x) = \sin |x|$
10. 已知  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ ,  $2 \sin 2\alpha = \cos 2\alpha + 1$ , 则  $\sin \alpha =$   
A.  $\frac{1}{5}$  B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$  C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  D.  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$
11. 设  $F$  为双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右焦点， $O$  为坐标原点，以  $OF$  为直径的圆与圆  $x^2 + y^2 = a^2$  交于  $P, Q$  两点. 若  $|PQ| = |OF|$ , 则  $C$  的离心率为  
A.  $\sqrt{2}$  B.  $\sqrt{3}$  C. 2 D.  $\sqrt{5}$
12. 设函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 满足  $f(x+1) = 2f(x)$ , 且当  $x \in (0, 1]$  时,  $f(x) = x(x-1)$ . 若对任意  $x \in (-\infty, m]$ , 都有  $f(x) \geq -\frac{8}{9}$ , 则  $m$  的取值范围是  
A.  $(-\infty, \frac{9}{4}]$  B.  $(-\infty, \frac{7}{3}]$  C.  $(-\infty, \frac{5}{2}]$  D.  $(-\infty, \frac{8}{3}]$
- 二、填空题：（共 4 个小题，每小题 5 分，满分 20 分）
13. 我国高铁发展迅速，技术先进。经统计，在经停某站的高铁列车中，有 10 个车次的正点率为 0.97，有 20 个车次的正点率为 0.98，有 10 个车次的正点率为 0.99，则经停该站高铁列车所有车次的平均正点率的估计值为\_\_\_\_\_。
14. 已知  $f(x)$  是奇函数，且当  $x < 0$  时， $f(x) = -e^{ax}$ ，若  $f(\ln 2) = 8$ ，则  $a =$ \_\_\_\_\_。
15.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 若  $b = 6, a = 2c, B = \frac{\pi}{3}$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_。
16. 中国有悠久的金石文化，印信是金石文化的代表之一。印信的形式多为长方体、正方体或圆柱体，但南北朝时期的官员独孤信的印信形状是“半正多面体”（图 1）。半正多面体是由两种或两