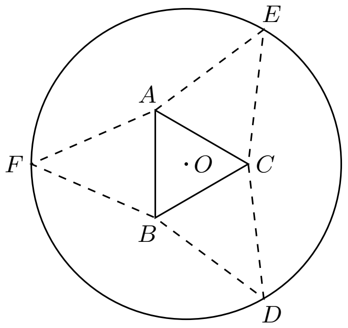
16. 如图，圆形纸片的圆心为 O，半径为 5 cm，该纸片上的等边三角形 ABC 的中心为 O．D,E,F 为圆 O 上的点，$\triangle DBC, \triangle ECA, \triangle FAB$ 分别是以 BC,CA,AB 为底边的等腰三角形．沿虚线剪开后，分别以 BC,CA,AB 为折痕折起 $\triangle DBC, \triangle ECA, \triangle FAB$，使得 D,E,F 重合，得到三棱锥．当 $\triangle ABC$ 的边长变化时，所得三棱锥体积（单位：cm^3）的最大值为__________．



三、解答题：（共 5 个小题，满分 70 分）

17.（12分）

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c,．已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\dfrac{a^2}{3\sin A}$．

（I）求 $\sin B\sin C$;

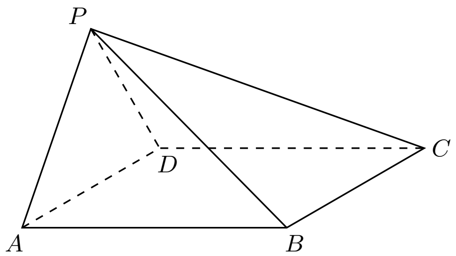
（II）若 $6\cos B\cos C=1$，$a=3$，求 $\triangle ABC$ 的周长．

18. (12 分)

如图，在四棱锥 P–$ABCD$ 中，$AB \parallel CD$，且 $\angle BAP=\angle CDP=90^\circ$．

（I）证明：平面 $PAB\perp$ 平面 PAD;

（II）若 $PA=PD=AB=DC$，$\angle APD=90^\circ$，求二面角 A–PB–C 的余弦值．



19. (12 分)

为了监控某种零件的一条生产线的生产过程，检验员每天从该生产线上随机抽取 16 个零件，并测量其尺寸（单位：cm）．根据长期生产经验，可以认为这条生产线正常状态下生产的零件服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$．

（I）假设生产状态正常，记 X 表示一天内抽取的 16 个零件中尺寸在 $(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$ 之外的零件数，求 $P(X\geqslant 1)$ 及 X 的数学期望;

（II）一天内抽检零件中，如果出现了尺寸在 $(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$ 之外的零件，就认为这条生产线在这一天的生产过程可能出现了异常情况，需对当天的生产过程进行检查．

（i）试说明上述监控生产过程方法的合理性;

（ii）下面是检验员在一天内抽取的 16 个零件的尺寸：

9.95	10.12	9.96	9.96	10.01	9.92	9.98	10.04
10.26	9.91	10.13	10.02	9.22	10.04	10.05	9.95

经计算得 $\bar{x}=\dfrac{1}{16}\sum\limits_{i=1}^{16}x_i=9.97$，$s=\sqrt{\dfrac{1}{16}\sum\limits_{i=1}^{16}(x_i-\bar{x})^2}=\sqrt{\dfrac{1}{16}\left(\sum\limits_{i=1}^{16}x_i^2-16\bar{x}^2\right)}\approx 0.212$，其中 x_i 为抽取的第 i 个零件的尺寸，$i=1,2,\cdots,16$．

用样本平均数 $\bar{x}$ 作为 μ 的估计值 $\hat{\mu}$，用样本标准差 s 作为 σ 的估计值 $\hat{\sigma}$，利用估计值判断是否需对当天的生产过程进行检查？剔除 $(\hat{\mu}-3\hat{\sigma},\hat{\mu}+3\hat{\sigma})$ 之外的数据，用剩下的数据估计 μ 和 σ（精确到 0.01）．

附：若随机变量 Z 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-3\sigma<Z<\mu+3\sigma)=0.9974$．

$0.9974^{16}\approx 0.9592$, $\sqrt{0.008}\approx 0.09$．

20. (12 分)

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），四点 $P_1(1,1)$, $P_2(0,1)$, $P_3\left(-1,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $P_4\left(1,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 中恰有三点在椭圆 C 上．

（I）求 C 的方程;

（II）设直线 l 不经过 P_2 且与 C 相交于 A,B 两点．若直线 P_2A 与直线 P_2B 的斜率的和为 -1，证明：l 过定点．

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=ae^{2x}+(a-2)e^x-x$．

（I）讨论 $f(x)$ 的单调性;

（II）若 $f(x)$ 有两个零点，求 a 的取值范围．

请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4–4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=3\cos\theta,\\ y=\sin\theta,\end{cases}$（$\theta$ 为参数），直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=a+4t,\\ y=1-t,\end{cases}$（$t$ 为参数）．

（I）若 $a=-1$，求 C 与 l 的交点坐标;

（II）若 C 上的点到 l 的距离的最大值为 $\sqrt{17}$，求 a．

23. [选修 4–5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=-x^2+ax+4$，$g(x)=|x+1|+|x-1|$．

（I）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)\geqslant g(x)$ 的解集;

（II）若不等式 $f(x)\geqslant g(x)$ 的解集包含 $[-1,1]$，求 a 的取值范围．