三、解答题：（满分 70 分）

17. (本小题 12 分)

已知 $\{a_n\}$ 是公差为 3 的等差数列，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=1$, $b_2=\dfrac{1}{3}$, $a_nb_{n+1}+b_{n+1}=nb_n$.

（I）求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

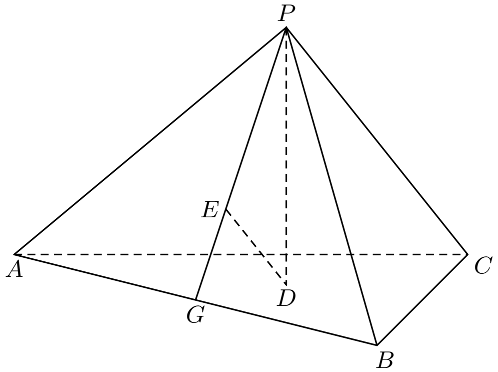
（II）求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

18. (本小题 12 分)

如图，已知正三棱锥 $P-ABC$ 的侧面是直角三角形，$PA=6$．顶点 P 在平面 ABC 内的正投影为点 D，D 在平面 PAB 内的正投影为点 E，连接 PE 并延长交 AB 于点 G.

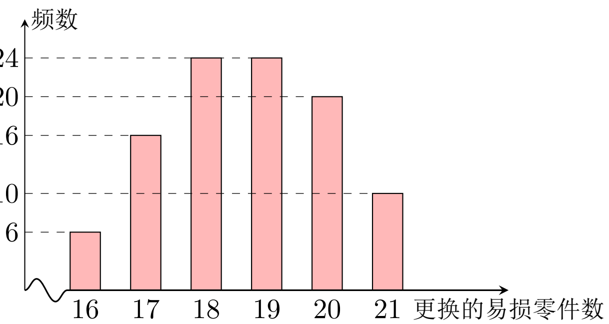
（I）证明：G 是 AB 的中点；

（II）在答题卡第 18 题图中作出点 E 在平面 PAC 内的正投影 F（说明作法及理由）并求四面体 $PDEF$ 的体积.



19. (本小题满分 12 分)

某公司计划购买 1 台机器，该种机器使用三年后即被淘汰．机器有一易损零件，在购进机器时，可以额外购买这种零件作为备件，每个 200 元．在机器使用期间，如果备件不足再购买，则每个 500 元．现需决策在购买机器时应同时购买几个易损零件，为此搜集并整理了 100 台这种机器在三年使用期内更换的易损零件数，得右面柱状图：



记 x 表示 1 台机器在三年使用期内需更换的易损零件数，y 表示 1 台机器在购买易损零件上所需的费用（单位：元），n 表示购机的同时购买的易损零件数.

（I）若 $n=19$，求 y 与 x 的函数解析式；

（II）若要求“需更换的易损零件数不大于 n”的频率不小于 0.5，求 n 的最小值；

(III) 假设这 100 台机器在购机的同时每台都购买 19 个易损零件，或每台都购买 20 个易损零件，分别计算这 100 台机器在购买易损零件上所需费用的平均数，以此作为决策依据，购买一台机器的同时应购买 19 个还是 20 个易损零件？

20. (本小题满分 12 分)

在直角坐标系 xOy 中，直线 $l:y=t(t\neq 0)$ 交 y 轴于点 M，交抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 于点 P，M 关于点 P 的对称点为 N，连接 ON 并延长交 C 于点 H.

（I）求 $\dfrac{|OH|}{|ON|}$；

（II）除 H 以外，直线 MH 与 C 是否有其它公共点？说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=(x-2)e^x+a(x-1)^2$.

（I）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（II）若 $f(x)$ 有两个零点，求 a 的取值范围.

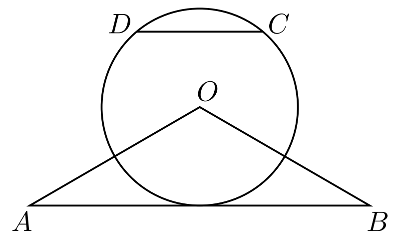
请考生在第 22、23、24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4–1：几何证明选讲

如图，$\triangle OAB$ 是等腰三角形，$\angle AOB=120°$．以 O 为圆心，$\dfrac{1}{2}OA$ 为半径作圆.

（I）证明：直线 AB 与 $\odot O$ 相切；

（II）点 C,D 在 $\odot O$ 上，且 A,B,C,D 四点共圆，证明：$AB\parallel CD$.



23. (本小题满分 10 分) 选修 4–4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=a\cos t,\\ y=1+a\sin t,\end{cases}$（$t$ 为参数，$a>0$）．在以坐标原点为极点，x 轴正半轴的极坐标系中，曲线 $C_2:\rho=4\cos\theta$.

（I）说明 C_1 是哪一种曲线，并将 C_1 的方程化为极坐标方程；

（II）直线 C_3 的极坐标方程为 $\theta=\alpha_0$，其中 α_0 满足 $\tan\alpha_0=2$，若曲线 C_1 与 C_2 的公共点都在 C_3 上，求 a.

24. (本小题满分 10 分) 选修 4–5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x+1|-|2x-3|$.

（I）在答题卡第 24 题图中画出 $y=f(x)$ 的图像；

（II）求不等式 $|f(x)|>1$ 的解集.