

15. 函数  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{3\pi}{2}\right) - 3\cos x$  的最小值为\_\_\_\_\_.

16. 已知  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $P$  为平面  $ABC$  外一点,  $PC = 2$ , 点  $P$  到  $\angle ACB$  两边  $AC, BC$  的距离均为  $\sqrt{3}$ , 那么  $P$  到平面  $ABC$  的距离为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分, 第 17~21 题为必考题, 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

某商场为提高服务质量, 随机调查了 50 男顾客和 50 名女顾客. 每位顾客对该商场的服务给出满意或不满意的评价, 得到下面列联表:

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

(1) 分别估计男、女顾客对商场服务满意的概率;

(2) 能否有 95% 的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异?

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \quad \begin{array}{c|ccc} P(K^2 \geq k) & 0.050 & 0.010 & 0.001 \\ \hline k & 3.841 & 6.635 & 10.828 \end{array}$$

18. (12 分)

记  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 已知  $S_9 = -a_5$ .

(1) 若  $a_3 = 4$ , 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

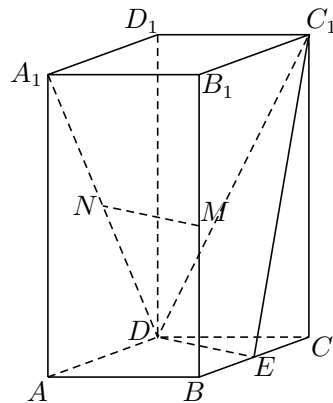
(2) 若  $a_1 > 0$ , 求使得  $S_n \geq a_n$  的  $n$  的取值范围.

19. (12 分)

如图, 直四棱柱  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的底面是菱形,  $AA_1 = 4$ ,  $AB = 2$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $E, M, N$  分别是  $BC, BB_1, A_1D$  的中点.

(1) 证明:  $MN \parallel$  平面  $C_1DE$ ;

(2) 求点  $C$  到平面  $C_1DE$  的距离.



20. (12 分)

已知函数  $f(x) = 2\sin x - x\cos x - x$ ,  $f'(x)$  为  $f(x)$  的导数.

(1) 证明:  $f'(x)$  在区间  $(0, \pi)$  存在唯一零点;

(2) 若  $x \in [0, \pi]$ ,  $f(x) \geq ax$ , 求  $a$  的取值范围.

21. (12 分)

已知点  $A, B$  关于坐标原点对称,  $|AB| = 4$ ,  $\odot M$  过点  $A, B$  且与直线  $x + 2 = 0$  相切, (1) 若  $A$  在直线  $x + y = 0$  上, 求  $\odot M$  的半径;

(2) 是否存在定点  $P$ , 使得当  $A$  运动时,  $|MA| - |MP|$  为定值? 并说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \\ y = \frac{4t}{1+t^2}. \end{cases}$  ( $t$  为参数). 以坐标原点  $O$  为

极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $2\rho \cos \theta + \sqrt{3}\rho \sin \theta + 11 = 0$ .

(1) 求  $C$  和  $l$  的直角坐标方程;

(2) 求  $C$  上的点到  $l$  的距离的最小值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知  $a, b, c$  为正数, 且满足  $abc = 1$ . 证明:

(1)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq a^2 + b^2 + c^2$ ;

(2)  $(a+b)^3 + (b+c)^3 + (c+a)^3 \geq 24$ .