三、解答题：(共 5 个小题, 满分 70 分)

17. (本小题 12 分)

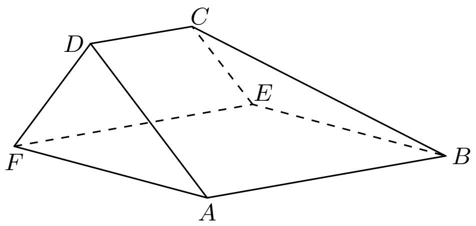
$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c,$，已知 $2\cos C(a\cos B + b\cos A) = c$.

（I）求 C;

（II）若 $c = \sqrt{7}$，$\triangle ABC$ 的面积为 $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，求 $\triangle ABC$ 的周长.

18. (本小题 12 分)

如图，在以 A, B, C, D, E, F 为顶点的五面体中，面 $ABEF$ 为正方形，$AF = 2FD$, $\angle AFD = 90°$，且二面角 $D-AF-E$ 与二面角 $C-BE-F$ 都是 $60°$.

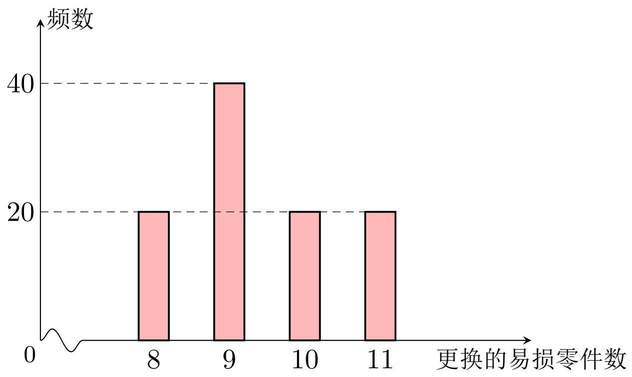


（I）证明：平面 $ABEF \perp$ 平面 $EFDC$;

（II）求二面角 $E-BC-A$ 的余弦值.

19. (本小题 12 分)

某公司计划购买 2 台机器，该种机器使用三年后即被淘汰. 机器有一易损零件，在购进机器时，可以额外购买这种零件作为备件，每个 200 元. 在机器使用期间，如果备件不足再购买，则每个 500 元. 现需决策在购买机器时应同时购买几个易损零件，为此搜集并整理了 100 台这种机器在三年使用期内更换的易损零件数，得右面柱状图：



以这 100 台机器更换的易损零件数的频率代替 1 台机器更换的易损零件数发生的概率，记 X 表示 2 台机器三年内共需更换的易损零件数，n 表示购买 2 台机器的同时购买的易损零件数.

（I）求 X 的分布列;

（II）若要求 $P(X \leqslant n) \geqslant 0.5$，确定 n 的最小值;

(III) 以购买易损零件所需费用的期望值为决策依据，在 $n = 19$ 与 $n = 20$ 之中选其一，应选用哪个?

20. (本小题 12 分)

设圆 $x^2 + y^2 + 2x - 15 = 0$ 的圆心为 A，直线 l 过点 $B(1, 0)$ 且与 x 轴不重合，l 交圆 A 与 C, D 两点，过 B 作 AC 的平行线交 AD 于点 E.

（I）证明 $|EA| + |EB|$ 为定值，并写出点 E 的轨迹方程;

（II）设点 E 的轨迹为 C_1，直线 l 交 C_1 于 M, N 两点，过 B 且与 l 垂直的直线与圆 A 交于 P, Q 两点，求四边形 $MPNQ$ 面积的取值范围.

21. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = (x-2)e^x + a(x-1)^2$ 有两个零点.

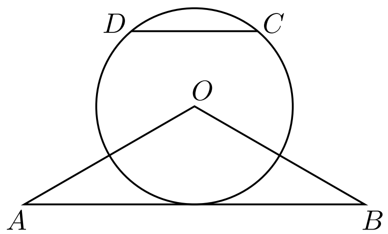
（I）求 a 的取值范围;

（II）设 x_1, x_2 是 $f(x)$ 的两个零点，证明：$x_1 + x_2 < 2$.

请考生在第 22、23、24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22. (本小题 10 分) 选修 4–1：几何证明选讲

如图，$\triangle OAB$ 是等腰三角形，$\angle AOB = 120°$. 以 O 为圆心，$\dfrac{1}{2}OA$ 为半径作圆.



（I）证明：直线 AB 与 $\odot O$ 相切;

（II）点 C, D 在 $\odot O$ 上，且 A, B, C, D 四点共圆，证明：$AB \,/\!/\, CD$.

23. (本小题 10 分) 选修 4–4：坐标系与参数方程

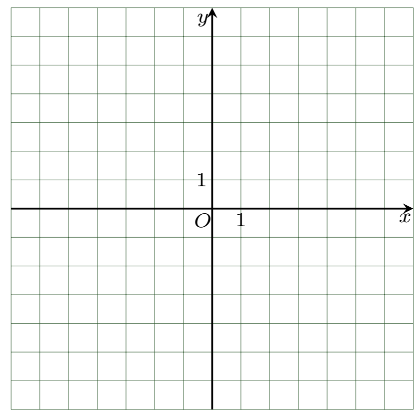
在直角坐标系 xOy 中曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = a\cos t, \\ y = 1 + a\sin t, \end{cases}$（$t$ 为参数，$a > 0$）. 在以坐标原点为极点，x 轴正半轴的极坐标系中，曲线 $C_2 : \rho = 4\cos\theta$.

（I）说明 C_1 是哪一种曲线，并将 C_1 的方程化为极坐标方程;

（II）直线 C_3 的极坐标方程为 $\theta = \alpha_0$，其中 α_0 满足 $\tan\alpha_0 = 2$，若曲线 C_1 与 C_2 的公共点都在 C_3 上，求 a.

24. (本小题 10 分) 选修 4–5：不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x+1| - |2x-3|$.



（I）在答题卡第 24 题图中画出 $y = f(x)$ 的图像;

（II）求不等式 $|f(x)| > 1$ 的解集.