

15. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ 2^x, & x > 0. \end{cases}$ 则满足 $f(x) + f(x - \frac{1}{2}) > 1$ 的 x 取值范围是_____.

16. a, b 为空间中两条互相垂直的直线, 等腰直角三角形 ABC 的直角边 AC 所在直线与 a, b 都垂直, 斜边 AB 以直线 AC 为旋转轴旋转, 有下列结论:

- ① 当直线 AB 与 a 成 60° 角时, AB 与 b 成 30° 角;
- ② 当直线 AB 与 a 成 60° 角时, AB 与 b 成 60° 角;
- ③ 直线 AB 与 a 所成的角的最小值为 45° ;
- ④ 直线 AB 与 a 所成的角的最大值为 60° .

其中正确的是_____. (填写所有正确结论的代号)

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $\sin A + \sqrt{3} \cos A = 0$, $a = 2\sqrt{7}$, $b = 2$.

(I) 求 c ;

(II) 设 D 为 BC 边上一点, 且 $AD \perp AC$, 求 $\triangle ABD$ 的面积.

18. (12 分)

某超市计划按月订购一种酸奶, 每天进货量相同, 进货成本每瓶 4 元, 售价每瓶 6 元, 未售出的酸奶降价处理, 以每瓶 2 元的价格当天全部处理完. 根据往年销售经验, 每天需求量与当天最高气温 (单位: $^\circ\text{C}$) 有关. 如果最高气温不低于 25, 需求量为 500 瓶; 如果最高气温位于区间 $[20, 25)$, 需求量为 300 瓶; 如果最高气温低于 20, 需求量为 200 瓶. 为了确定六月份的订购计划, 统计了前三年六月份各天的最高气温数据, 得下面的频数分布表:

最高气温	[10, 15)	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)	[30, 35)	[35, 40)
天数	2	16	36	25	7	4

(I) 求六月份这种酸奶一天的需求量 X (单位: 瓶) 的分布列;

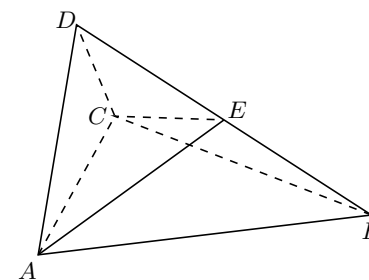
(II) 设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y (单位: 元). 当六月份这种酸奶一天的进货量 n (单位: 瓶) 为多少时, Y 的数学期望达到最大值?

19. (12 分)

如图, 在四面体 $ABCD$ 中, $\triangle ABC$ 是正三角形, $\triangle ACD$ 是直角三角形, $\angle ABD = \angle CBD$, $AB = BD$.

(I) 证明: 平面 $ACD \perp$ 平面 ABC ;

(II) 过直线 AC 的平面交 BD 于点 E , 若平面 AEC 把四面体 $ABCD$ 分成体积相等的两部分, 求二面角 $D-AE-C$ 的余弦值.



20. (12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2x$, 过点 $(2, 0)$ 的直线 l 交 C 于 A, B 两点, 圆 M 是以线段 AB 为直径的圆.

(I) 证明: 坐标原点 O 在圆 M 上;

(II) 设圆 M 过点 $P(4, -2)$, 求直线 l 与圆 M 的方程.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = x - 1 - a \ln x$.

(I) 若 $f(x) \geq 0$, 求 a 的值;

(II) 设 m 为整数, 且对于任意正整数 n , $(1 + \frac{1}{2})(1 + \frac{1}{2^2}) \cdots (1 + \frac{1}{2^n}) < m$, 求 m 的最小值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + t, \\ y = kt, \end{cases}$ (t 为参数), 直线 l_2 的参数方程为

$\begin{cases} x = -\frac{2}{m} + m, \\ y = \frac{1}{k}, \end{cases}$ (m 为参数). 设 l_1 与 l_2 的交点为 P , 当 k 变化时, P 的轨迹为曲线 C .

(I) 写出 C 的普通方程;

(II) 以坐标原点为极点, 以 x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 设 $l_3: \rho(\cos \theta + \sin \theta) - \sqrt{2} = 0$, M 为 l_3 与 C 的交点, 求 M 的极径.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x + 1| - |x - 2|$.

(I) 求不等式 $f(x) \geq 1$ 的解集;

(II) 若不等式 $f(x) \geq x^2 - x + m$ 的解集非空, 求 m 的取值范围.