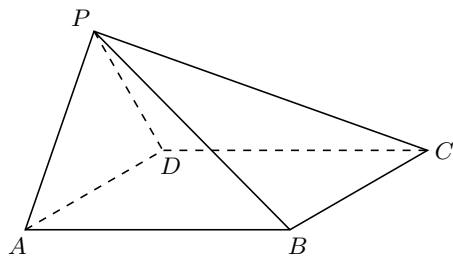


## 三、解答题: (共 5 个小题, 满分 70 分)

17. (12 分)

记  $S_n$  为等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 已知  $S_2 = 2, S_3 = -6$ .(I) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;(II) 求  $S_n$ , 并判断  $S_{n+1}, S_n, S_{n+2}$  是否成等差数列.

18. (12 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ , 且  $\angle BAP = \angle CDP = 90^\circ$ .(I) 证明: 平面  $PAB \perp$  平面  $PAD$ ;(II) 若  $PA = PD = AB = DC$ ,  $\angle APD = 90^\circ$ , 且四棱锥  $P-ABCD$  的体积为  $\frac{8}{3}$ , 求该四棱锥的侧面积.

19. (12 分)

为了监控某种零件的一条生产线的生产过程, 检验员每隔 30 min 从该生产线上随机抽取一个零件, 并测量其尺寸 (单位: cm). 下面是检验员在一天内抽取的 16 个零件的尺寸

抽取次序	1	2	3	4	5	6	7	8
零件尺寸	9.95	10.12	9.96	9.96	10.01	9.92	9.98	10.04
抽取次序	9	10	11	12	13	14	15	16
零件尺寸	10.26	9.91	10.13	10.02	9.22	10.04	10.05	9.95

$$\text{经计算得 } \bar{x} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} x_i = 9.97, s = \sqrt{\frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{16} \left( \sum_{i=1}^{16} x_i^2 - 16\bar{x}^2 \right)} \approx 0.212,$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{16} (i - 8.5)^2} \approx 18.439, \sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})(i - 8.5) = -2.78, \text{ 其中 } x_i \text{ 为抽取的第 } i \text{ 个}$$

零件的尺寸,  $i = 1, 2, \dots, 16$ .(I) 求  $(x_i, i)$  ( $i = 1, 2, \dots, 16$ ) 的相关系数  $r$ , 并回答是否可以认为这一天生产的零件尺寸不随生产过程的进行而系统地变大或变小 (若  $|r| < 0.25$ , 则可以认为零件的尺寸不随生产过程的进行而系统地变大或变小).(II) 一天内抽检零件中, 如果出现了尺寸在  $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$  之外的零件, 就认为这条生产线在这一天的生产过程可能出现了异常情况, 需对当天的生产过程进行检查.

(i) 从这一天抽检的结果看, 是否需对当天的生产过程进行检查?

(ii) 在  $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$  之外的数据称为离群值, 试剔除离群值, 估计这条生产线当天生产的零件尺寸的均值和标准差. (精确到 0.01)

$$\text{附: 样本 } (x_i, y_i) \text{ } (i = 1, 2, \dots, n) \text{ 的相关系数 } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}.$$

$$\sqrt{0.008} \approx 0.09.$$

20. (12 分)

设  $A, B$  为曲线  $C: y = \frac{x^2}{4}$  上两点,  $A$  与  $B$  的横坐标之和为 4.(I) 求直线  $AB$  的斜率;(II) 设  $M$  为曲线  $C$  上一点.  $C$  在  $M$  处的切线与直线  $AB$  平行, 且  $AM \perp BM$ , 求直线  $AB$  的方程.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = e^x(e^x - a) - a^2x$ .(I) 讨论  $f(x)$  的单调性;(II) 若  $f(x) \geq 0$ , 求  $a$  的取值范围.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 3 \cos \theta, \\ y = \sin \theta, \end{cases}$  ( $\theta$  为参数), 直线  $l$  的参数方

$$\text{程为 } \begin{cases} x = a + 4t, \\ y = 1 - t, \end{cases} \text{ } (t \text{ 为参数}).$$

(I) 若  $a = -1$ , 求  $C$  与  $l$  的交点坐标;(II) 若  $C$  上的点到  $l$  的距离的最大值为  $\sqrt{17}$ , 求  $a$ .

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数  $f(x) = -x^2 + ax + 4$ ,  $g(x) = |x + 1| + |x - 1|$ .(I) 当  $a = 1$  时, 求不等式  $f(x) \geq g(x)$  的解集;(II) 若不等式  $f(x) \geq g(x)$  的解集包含  $[-1, 1]$ , 求  $a$  的取值范围.