二、填空题：共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-2y-2\leqslant 0, \\ x-y+1\geqslant 0, \\ y\leqslant 0. \end{cases}$ 则 $z=3x+2y$ 的最大值为________.

14. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．若 $S_n=2a_n+1$，则 S_6=________.

15. 从 2 位女生，4 为男生中选 3 人参加科技比赛，且至少有 1 位女生入选，则不同的选法共有________ 种．（用数字填写答案）

16. 已知函数 $f(x)=2\sin x+\sin 2x$，则 $f(x)$ 的最小值是________.

三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17. (12 分)

在平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle ADC=90°$，$\angle A=45°$，$AB=2$，$BD=5$.

（1）求 $\cos\angle ADB$；

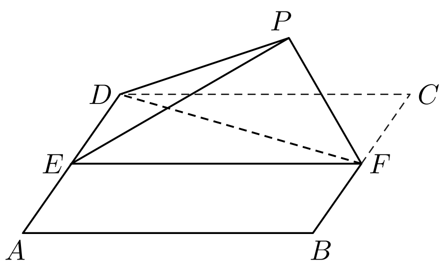
（2）若 $DC=2\sqrt{2}$，求 BC .

18. (12 分)

如图，四边形 $ABCD$ 为正方形，E, F 分别为 AD, BC 的中点，以 DF 为折痕把 $\triangle DFC$ 折起，使点 C 到达点 P 的位置，且 $PF\perp BF$.

（1）证明：平面 $PEF\perp$ 平面 $ABFD$；

（2）求 DP 与平面 $ABFD$ 所成的角的正弦值.



19. (12 分)

设椭圆 $C:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 的右焦点为 F，过 F 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点，点 M 的坐标为 $(2,0)$.

（1）当 l 与 x 轴垂直时，求直线 AM 的方程；

（2）设 O 为坐标原点，证明：$\angle OMA=\angle OMB$.

20. (12 分)

某工厂的某种产品成箱包装，每箱 200 件，每一箱产品在交付用户之前要对产品作检验，如检验出不合格产品，则更换为合格品．检验时，先从这箱产品中任取 20 件作检验，再根据检验结果决定是否对余下的所有产品作检验．设每件产品为不合格品的概率都为 $p(0<p<1)$，且各件产品是否为不合格品相互独立.

（1）记 20 件产品中有两件不合格品的概率为 $f(p)$，求 $f(p)$ 的最大值点 p_0；

（2）现对一箱产品检验了 20 件，结果恰有两件不合格品，以（1）中确定的 p_0 作为 p 的值．已知每件产品的检验费用为 2 元，若有不合格品进入用户手中，则工厂要对每件不合格品支付 25 元的赔偿费用.

（i）若不对该箱余下的产品作检验，这一箱产品的检验费用与赔偿费用的和记为 X，求 EX .

（ii）以检验费用与赔偿费用和的期望值为决策依据，是否该对这箱余下的所有产品作检验？

21. (12 分)

已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}-x+a\ln x$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1, x_2，证明：$\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<a-2$.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4–4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$．以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$.

（1）求 C_2 的直角坐标方程；

（2）若 C_1 与 C_2 有且仅有三个交点，求 C_1 的方程 .

23. [选修 4–5：不等式选讲]（10 分）

已知 $f(x)=|x+1|-|ax-1|$.

（1）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)>1$ 的解集；

（2）若 $x\in(0,1)$ 时不等式 $f(x)>x$ 成立，求 a 的取值范围 .