

三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

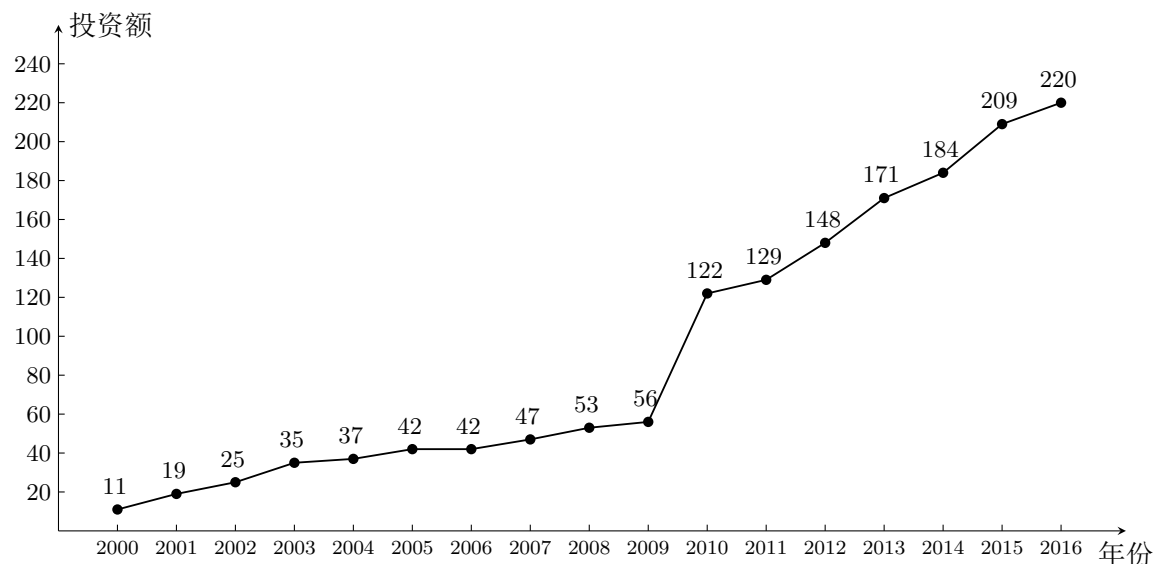
17. (12 分)

记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $a_1 = -7$ ， $S_3 = -15$ 。

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- (2) 求 S_n ，并求 S_n 的最小值。

18. (12 分)

下图是某地区 2000 年至 2016 年环境基础设施投资额 y (单位：亿元) 的折线图。



为了预测该地区 2018 年的环境基础设施投资额，建立了 y 与时间变量 t 的两个线性回归模型。根据 2000 年至 2016 年的数据 (时间变量 t 的值依次为 $1, 2, \dots, 17$) 建立模型①： $\hat{y} = -30.4 + 13.5t$ ；根据 2010 年至 2016 年的数据 (时间变量 t 的值依次为 $1, 2, \dots, 7$) 建立模型②： $\hat{y} = 99 + 17.5t$ 。

- (1) 分别利用这两个模型，求该地区 2018 年的环境基础设施投资额的预测值；
- (2) 你认为用哪个模型得到的预测值更可靠？说明理由。

19. (12 分)

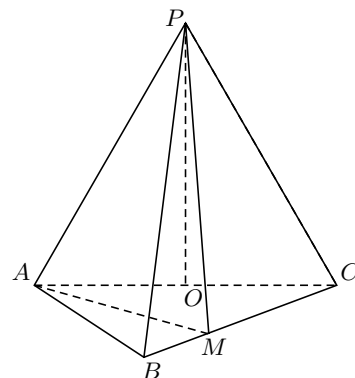
设抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F ，过 F 且斜率为 k ($k > 0$) 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点， $|AB| = 8$ 。

- (1) 求 l 的方程；
- (2) 求过点 A, B 且与 C 的准线相切的圆的方程。

20. (12 分)

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $AB = BC = 2\sqrt{2}$ ， $PA = PB = PC = AC = 4$ ， O 为 AC 的中点。

- (1) 证明： $PO \perp$ 平面 ABC ；
- (2) 若点 M 在棱 BC 上，且二面角 $M-PA-C$ 为 30° ，求 PC 与平面 PAM 所成角的正弦值。



21. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax^2$ 。

- (1) 若 $a = 1$ ，证明：当 $x \geq 0$ 时， $f(x) \geq 1$ ；
- (2) 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 只有一个零点，求 a 。

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 \cos \theta, \\ y = 4 \sin \theta. \end{cases}$ (θ 为参数)，直线 l 的参数

方程为 $\begin{cases} x = 1 + t \cos \alpha, \\ y = 2 + t \sin \alpha. \end{cases}$ (t 为参数)。

- (1) 求 C 与 l 的普通方程；
- (2) 若曲线 C 截直线 l 所得线段的中点坐标为 $(1, 2)$ ，求 l 的方程。

23. [选修 4-5：不等式选讲] (10 分)

已知 $f(x) = 5 - |x + a| - |x - 2|$ 。

- (1) 当 $a = 1$ 时，求不等式 $f(x) \geq 0$ 的解集；
- (2) 若 $f(x) \leq 1$ ，求 a 的取值范围。