

16. 有三张卡片, 分别写有 1 和 2, 1 和 3, 2 和 3. 甲, 乙, 丙三人各取走一张卡片, 甲看了乙的卡片后说: “我与乙的卡片上相同的数字不是 2”, 乙看了丙的卡片后说: “我与丙的卡片上相同的数字不是 1”, 丙说: “我的卡片上的数字之和不是 5”, 则甲的卡片上的数字是_____.

三、解答题: (共 5 个小题, 满分 70 分)

17. (本小题 12 分)

等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 + a_4 = 4$, $a_5 + a_7 = 6$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $b_n = [a_n]$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 10 项的和, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 如 $[0.9]=0$, $[2.6]=2$.

18. (本小题 12 分)

某保险的基本保费为 a (单位: 元), 继续购买该险种的投保人成为续保人, 续保人本年度的保费与上年度出险次数的关联如下:

上年度出险次数	0	1	2	3	4	≥ 5
保 费	$0.85a$	a	$1.25a$	$1.5a$	$1.75a$	$2a$

设该险种一续保人一年内出险次数与相应概率如下:

出险次数	0	1	2	3	4	≥ 5
频 率	60	50	30	30	20	10

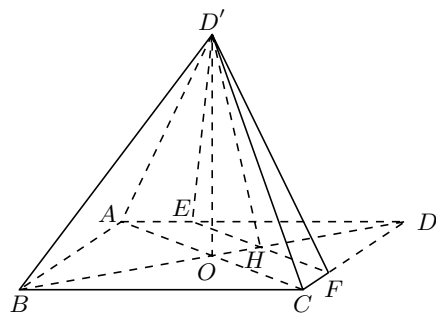
- (I) 记 A 为事件: “一续保人本年度的保费不高于基本保费”. 求 $P(A)$ 的估计值;
 (II) 记 B 为事件: “一续保人本年度的保费高于基本保费但不高于基本保费的 160%”. 求 $P(B)$ 的估计值;
 (III) 求续保人本年度的平均保费的估计值.

19. (本小题 12 分)

如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O , 点 E, F 分别在 AD, CD 上, $AE = CF$, EF 交 BD 于点 H , 将 $\triangle DEF$ 沿 EF 折到 $\triangle D'EF$ 的位置, $OD' = \sqrt{10}$.

(I) 证明: $AC \perp HD'$;

(II) 若 $AB = 5$, $AC = 6$, $AE = \frac{5}{4}$, $OD' = 2\sqrt{2}$, 求五棱锥 $D'-ABCFE$ 的体积.



20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (x+1)\ln x - a(x-1)$.

(I) 当 $a = 4$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 若当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $f(x) > 0$, 设 a 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知 A 是椭圆 $E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左顶点, 斜率为 $k(k > 0)$ 的直线交 E 于 A, M 两点, 点 N 在 E 上, $MA \perp NA$.

(I) 当 $|AM| = |AN|$ 时, 求 $\triangle AMN$ 的面积;

(II) 当 $2|AM| = |AN|$ 时, 证明: $\sqrt{3} < k < 2$.

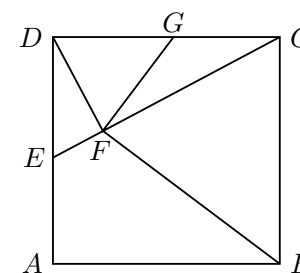
请考生在第 22、23、24 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E, G 分别在边 DA, DC 上 (不与端点重合), 且 $DE = DG$, 过 D 点作 $DF \perp CE$, 垂足为 F .

(I) 证明: B, C, G, F 四点共圆;

(II) 若 $AB = 1$, E 为 DA 的中点, 求四边形 $BCGF$ 的面积.



23. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的方程为 $(x+6)^2 + y^2 = 25$.

(I) 以坐标原点为极点, 以 x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 求 C 的极坐标方程;

(II) 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha, \end{cases}$ (t 为参数), l 与 C 交于 A, B 两点, $|AB| = \sqrt{10}$, 求 l 的斜率.

24. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x - \frac{1}{2}| + |x + \frac{1}{2}|$, M 为不等式 $f(x) < 2$ 的解集.

(I) 求 M ;

(II) 证明: 当 $a, b \in M$ 时, $|a+b| < |1+ab|$.