

15. 已知 $\tan\left(\alpha - \frac{5\pi}{4}\right) = \frac{1}{5}$, 则 $\tan\alpha =$ _____.

16. 已知圆锥的顶点为 S , 母线 SA, SB 互相垂直, SA 与圆锥底面所成角为 30° . 若 $\triangle SAB$ 的面积为 8, 则该圆锥的体积为_____.

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

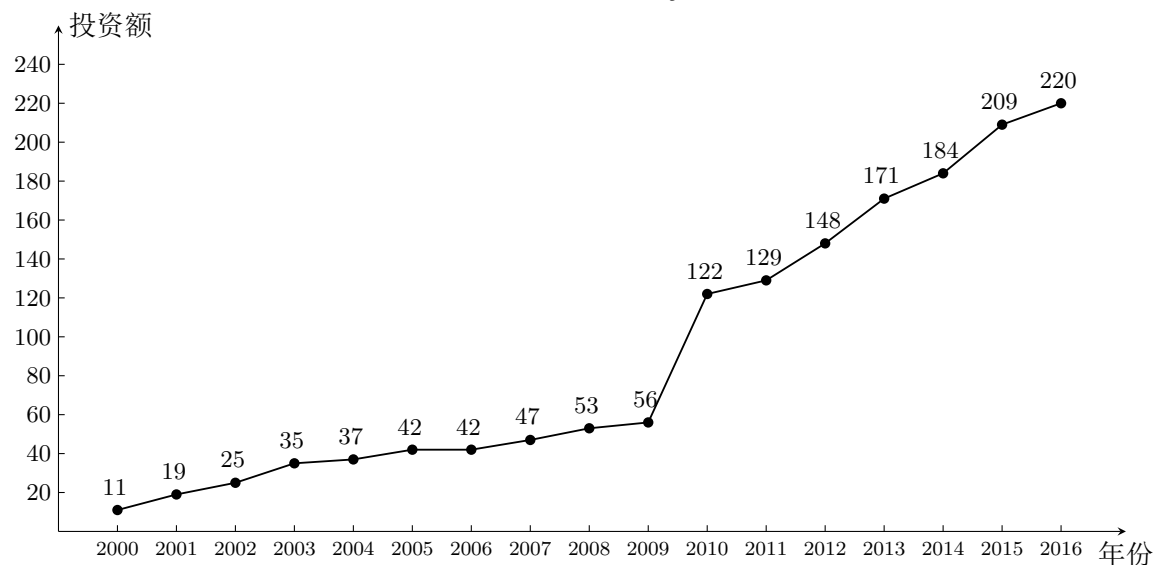
记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_1 = -7$, $S_3 = -15$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 S_n , 并求 S_n 的最小值.

18. (12 分)

下图是某地区 2000 年至 2016 年环境基础设施投资额 y (单位: 亿元) 的折线图.



为了预测该地区 2018 年的环境基础设施投资额, 建立了 y 与时间变量 t 的两个线性回归模型. 根据 2000 年至 2016 年的数据 (时间变量 t 的值依次为 $1, 2, \dots, 17$) 建立模型①: $\hat{y} = -30.4 + 13.5t$; 根据 2010 年至 2016 年的数据 (时间变量 t 的值依次为 $1, 2, \dots, 7$) 建立模型②: $\hat{y} = 99 + 17.5t$.

(1) 分别利用这两个模型, 求该地区 2018 年的环境基础设施投资额的预测值;

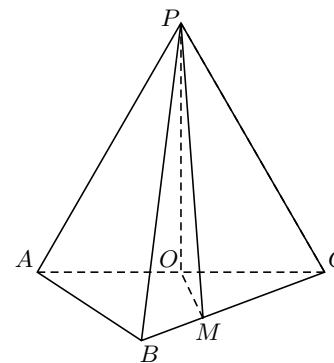
(2) 你认为用哪个模型得到的预测值更可靠? 说明理由.

19. (12 分)

如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB = BC = 2\sqrt{2}$, $PA = PB = PC = AC = 4$, O 为 AC 的中点.

(1) 证明: $PO \perp$ 平面 ABC ;

(2) 若点 M 在棱 BC 上, 且 $MC = 2MB$, 求点 C 到平面 POM 的距离.



20. (12 分)

设抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过 F 且斜率为 k ($k > 0$) 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, $|AB| = 8$.

(1) 求 l 的方程;

(2) 求过点 A, B 且与 C 的准线相切的圆的方程.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - a(x^2 + x + 1)$.

(1) 若 $a = 3$, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 证明: $f(x)$ 只有一个零点.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 \cos \theta, \\ y = 4 \sin \theta. \end{cases}$ (θ 为参数), 直线 l 的参数

方程为 $\begin{cases} x = 1 + t \cos \alpha, \\ y = 2 + t \sin \alpha. \end{cases}$ (t 为参数).

(1) 求 C 与 l 的普通方程;

(2) 若曲线 C 截直线 l 所得线段的中点坐标为 $(1, 2)$, 求 l 的方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知 $f(x) = 5 - |x + a| - |x - 2|$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 0$ 的解集;

(2) 若 $f(x) \leq 1$, 求 a 的取值范围.