

正多面体, 它的所有顶点都在同一个正方体的表面上, 且该正方体的棱长为 1. 则该半正多面体共有 _____ 个面, 其棱长为 _____. (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)



图 1

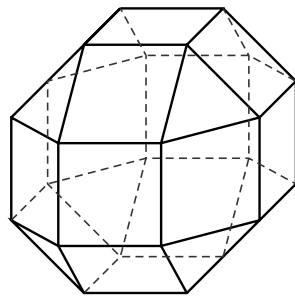


图 2

三、解答题: 共 70 分, 第 17~21 题为必考题, 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

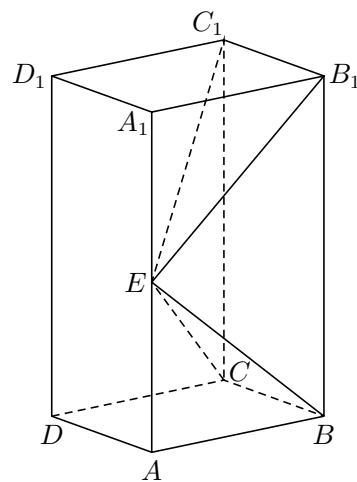
(一) 必考题: 共 60 分。

17. (12 分)

如图, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是正方形, 点 E 在棱 AA_1 上, $BE \perp EC_1$.

(1) 证明: $BE \perp$ 平面 EB_1C_1 ;

(2) 若 $AE = A_1E$, $AB = 3$, 求四棱锥 $E-BB_1C_1C$ 的体积.



18. (12 分)

已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, $a_1 = 2$, $a_3 = 2a_2 + 16$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \log_2 a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

19. (12 分)

某行业主管部门为了解本行业中小企业的生产情况, 随机调查了 100 个企业, 得到这些企业第一季度相对于前一年第一季度产值增长率 y 的频数分布表.

y 的分组	$[-0.20, 0)$	$[0, 0.20)$	$[0.20, 0.40)$	$[0.40, 0.60)$	$[0.60, 0.80)$
企业数	2	24	53	14	7

(1) 分别估计这类企业中产值增长率不低于 40% 的企业比例、产值负增长的企业比例;

(2) 求这类企业产值增长率的平均数与标准差的估计值 (同一组中的数据用改组区间的中点值为代表). (精确到 0.01)

附: $\sqrt{74} \approx 8.602$.

20. (12 分)

已知点 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点, P 为 C 上的点, O 为坐标原点.

(1) 若 $\triangle POF_2$ 为等边三角形, 求 C 的离心率;

(2) 过如果存在点 P , 使得 $PF_1 \perp PF_2$, 且 $\triangle F_1PF_2$ 的面积等于 16, 求 b 的值和 a 的取值范围.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = (x-1)\ln x - x - 1$. 证明:

(1) $f(x)$ 存在唯一的极值点;

(2) $f(x) = 0$ 有且仅有两个实根, 且两个实根互为倒数.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在极坐标系中, O 为极点, 点 $M(\rho_0, \theta_0) (\rho_0 > 0)$ 在曲线 $C: \rho = 4\sin \theta$ 上, 直线 l 过点 $A(4, 0)$ 且与 OM 垂直, 垂足为 P .

(1) 当 $\theta_0 = \frac{\pi}{3}$ 时, 求 ρ_0 及 l 的极坐标方程;

(2) 当 M 在 C 上运动且 P 在线段 OM 上时, 求 P 点轨迹的极坐标方程.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知 $f(x) = |x-a|x + |x-2|(x-a)$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求不等式 $f(x) < 0$ 的解集;