

二、填空题: (共 4 个小题, 每小题 5 分, 满分 20 分)

13. 已知向量 $\mathbf{a} = (-2, 3)$, $\mathbf{b} = (3, m)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $m =$ _____.

14. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1 (a > 0)$ 的一条渐近线方程为 $y = \frac{3}{5}x$, 则 $a =$ _____.

15. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $C = 60^\circ$, $b = \sqrt{6}$, $c = 3$, 则 $A =$ _____.

16. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ 2^x, & x > 0. \end{cases}$ 则满足 $f(x) + f(x - \frac{1}{2}) > 1$ 的 x 取值范围是_____.

三、解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 3a_2 + \cdots + (2n-1)a_n = 2n$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求数列 $\left\{\frac{a_n}{2n+1}\right\}$ 的前 n 项和.

18. (12 分)

某超市计划按月订购一种酸奶, 每天进货量相同, 进货成本每瓶 4 元, 售价每瓶 6 元, 未售出的酸奶降价处理, 以每瓶 2 元的价格当天全部处理完. 根据往年销售经验, 每天需求量与当天最高气温 (单位: $^\circ\text{C}$) 有关. 如果最高气温不低于 25, 需求量为 500 瓶, 如果最高气温位于区间 $[20, 25)$, 需求量为 300 瓶; 如果最高气温低于 20, 需求量为 200 瓶. 为了确定六月份的订购计划, 统计了前三年六月份各天的最高气温数据, 得下面的频数分布表:

最高气温	[10, 15)	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)	[30, 35)	[35, 40)
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率估计最高气温位于各区间的概率.

(I) 估计六月份这种酸奶一天的需求量不超过 300 瓶的概率;

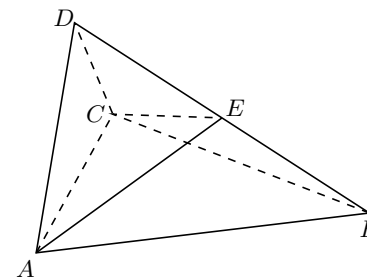
(II) 设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y (单位: 元). 当六月份这种酸奶一天的进货量为 450 瓶时, 写出 Y 的所有可能值, 并估计 Y 大于零的概率.

19. (12 分)

如图, 在四面体 $ABCD$ 中, $\triangle ABC$ 是正三角形, $AD = CD$.

(I) 证明: $AC \perp BD$;

(II) 已知 $\triangle ACD$ 是直角三角形, $AB = BD$, 若 E 为棱 BD 上与 D 不重合的点, 且 $AE \perp EC$, 求四面体 $ABCE$ 与四面体 $ACDE$ 的体积比.



20. (12 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线: $y = x^2 + mx - 2$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 点 C 的坐标为 $(0, 1)$. 当 m 变化时, 解答下列问题:

(I) 能否出现 $AC \perp BC$ 的情况? 说明理由;

(II) 证明过 A, B, C 三点的圆在 y 轴上解得的弦长为定值.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x + ax^2 + (2a+1)x$.

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 当 $a < 0$ 时, 证明 $f(x) \leq -\frac{3}{4a} - 2$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + t, \\ y = kt, \end{cases}$ (t 为参数), 直线 l_2 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{-2}{m} + m, \\ y = \frac{m}{k}, \end{cases}$ (m 为参数). 设 l_1 与 l_2 的交点为 P , 当 k 变化时, P 的轨迹为曲线 C .

(I) 写出 C 的普通方程;

(II) 以坐标原点为极点, 以 x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 设 $l_3: \rho(\cos \theta + \sin \theta) - \sqrt{2} = 0$, M 为 l_3 与 C 的交点, 求 M 的极径.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x+1| - |x-2|$.

(I) 求不等式 $f(x) \geq 1$ 的解集;

(II) 若不等式 $f(x) \geq x^2 - x + m$ 的解集非空, 求 m 的取值范围.