

## 三、解答题: (共5个小题, 满分70分)

17. (12分)  $\triangle ABC$  中,  $D$  是  $BC$  上的点,  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,  $\triangle ABD$  面积是  $\triangle ADC$  面积的2倍.

(I) 求  $\frac{\sin \angle B}{\sin \angle C}$ ;

(II) 若  $AD = 1$ ,  $DC = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 求  $BD$  和  $AC$  的长.

18. (12分) 某公司为了了解用户对其产品的满意度, 从 A, B 两地区分别随机调查了 20 个用户, 得到用户对产品的满意度评分如下:

A 地区: 62 73 81 92 95 85 74 64 53 76

78 86 95 66 97 78 88 82 76 89

B 地区: 73 83 62 51 91 46 53 73 64 82

93 48 65 81 74 56 54 76 65 79

(I) 根据两组数据完成两地区用户满意度评分的茎叶图, 并通过茎叶图比较两地区满意度评分的平均值及分散程度 (不要求计算出具体值, 给出结论即可);

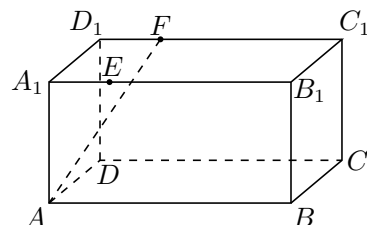
A 地区		B 地区
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	

(II) 根据用户满意度评分, 将用户的满意度从低到高分三个等级:

满意度评分	低于 70 分	70 分到 89 分	不低于 90 分
满意度等级	不满意	满意	非常满意

记事件  $C$ : “A 地区用户的满意度等级高于 B 地区用户的满意度等级”. 假设两地区用户的评价结果相互独立. 根据所给数据, 以事件发生的频率作为相应事件发生的概率, 求  $C$  的概率.

19. (12分) 如图, 长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = 16$ ,  $BC = 10$ ,  $AA_1 = 8$ , 点  $E, F$  分别在  $A_1B_1, D_1C_1$  上,  $A_1E = D_1F = 4$ . 过点  $E, F$  的平面  $\alpha$  与此长方体的面相交, 交线围成一个正方形.



(I) 在图中画出这个正方形 (不必说明画法和理由);

(II) 求直线  $AF$  与平面  $\alpha$  所成角的正弦值.

20. (12分)

已知是椭圆  $C: 9x^2 + y^2 = m^2 (m > 0)$ , 直线  $l$  不过原点  $O$  且不平行于坐标轴,  $l$  与  $C$  有两个交点  $A, B$ , 线段  $AB$  的中点为  $M$ .

(I) 证明: 直线  $OM$  的斜率与  $l$  的斜率的乘积为定值;

(II) 若过点  $(\frac{m}{3}, m)$ , 延长线段  $OM$  与  $C$  交于点  $P$ , 四边形  $OAPB$  能否为平行四边形? 若能, 求此时  $l$  的斜率; 若不能, 说明理由.

21. (12分)

设函数  $f(x) = e^{mx} + x^2 - mx$ .

(I) 证明  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  单调递减, 在  $(0, +\infty)$  单调递增;

(II) 若对于任意  $x_1, x_2 \in [-1, 1]$ , 都有  $|f(x_1) - f(x_2)| \leq e - 1$ , 求  $m$  的取值范围.

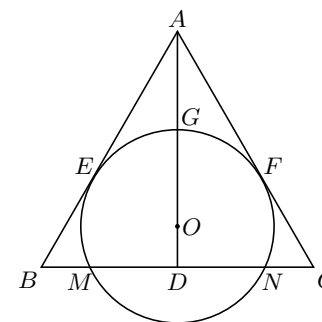
请考生在第 22、23、24 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图,  $O$  为等腰三角形  $ABC$  内一点,  $\odot O$  与  $\triangle ABC$  的底边  $BC$  交于  $M, N$  两点, 与底边上的高  $AD$  交于点  $G$ , 且与  $AB, AC$  分别相切于  $E, F$  两点.

(I) 证明:  $EF \parallel BC$ ;

(II) 若  $AG$  等于  $\odot O$  的半径, 且  $AE = MN = 2\sqrt{3}$ , 求四边形  $EBCF$  的面积.



23. (10分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1: \begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ , ( $t$  是参数,  $t \neq 0$ ),

其中  $0 \leq \alpha < \pi$ , 在以  $O$  为极点,  $x$  轴正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线  $C_2: \rho = 2 \sin \theta$ ,  $C_3: \rho = 2\sqrt{3} \cos \theta$ .

(I) 求  $C_2$  与  $C_3$  的交点的直角坐标;

(II) 若  $C_1$  与  $C_2$  相交于点  $A$ ,  $C_1$  与  $C_3$  相交于点  $B$ , 求  $|AB|$  的最大值.

24. (10分) 选修 4-5: 不等式选讲

设  $a, b, c, d$  均为正数, 且  $a + b = c + d$ , 证明:

(I) 若  $ab > cd$ , 则  $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{c} + \sqrt{d}$ ;

(II)  $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{c} + \sqrt{d}$  是  $|a - b| < |c - d|$  的充要条件.