

● LMSE 算法实例：有解情况

已知模式样本集： $\omega_1: \{(0\ 0)^T, (0\ 1)^T\}$, $\omega_2: \{(1\ 0)^T, (1\ 1)^T\}$

模式的增广矩阵 X 为：
$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

其伪逆矩阵为：
$$X^\# = (X^T X)^{-1} X^T = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

取 $\mathbf{b}(1) = (1\ 1\ 1\ 1)^T$ 和 $C=1$ ，由 H-K 算法的迭代式：

$$\mathbf{w}(1) = X^\# \mathbf{b}(1) = (-2\ 0\ 1)^T$$

因 $X\mathbf{w}(1) = (1\ 1\ 1\ 1)^T$ ，即 $\mathbf{e}(1) = X\mathbf{w}(1) - \mathbf{b}(1) = (0\ 0\ 0\ 0)^T$ ，故 $\mathbf{w}(1)$ 是解。

● LMSE 算法实例：无解情况

已知模式样本集： $\omega_1: \{(0\ 0)^T, (1\ 1)^T\}$, $\omega_2: \{(0\ 1)^T, (1\ 0)^T\}$

模式的增广矩阵 X 为：
$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

其伪逆矩阵为：
$$X^\# = (X^T X)^{-1} X^T = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

取 $\mathbf{b}(1) = (1\ 1\ 1\ 1)^T$ 和 $C=1$ ，由 H-K 算法的迭代式：

$$\mathbf{w}(1) = X^\# \mathbf{b}(1) = (0\ 0\ 0)^T$$

则： $\mathbf{e}(1) = X\mathbf{w}(1) - \mathbf{b}(1) = (-1\ -1\ -1\ -1)^T$ ，全部分量均为负，无解。