● 感知器的训练算法实例

将属于ω2的训练样本乘以(-1),并写成增广向量的形式。

$$x^{1} = (0\ 0\ 1)^{T}, x^{2} = (0\ 1\ 1)^{T}, x^{3} = (-1\ 0\ -1)^{T}, x^{4} = (-1\ -1\ -1)^{T}$$

第一轮迭代: 取 C=1, $w(I)=(0\ 0\ 0)^T$

因
$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(1) \mathbf{x}^{\mathrm{1}} = (0\ 0\ 0)(0\ 0\ 1)^{\mathrm{T}} = 0 \Rightarrow 0$$
,故 $\mathbf{w}(2) = \mathbf{w}(1) + \mathbf{x}^{\mathrm{1}} = (0\ 0\ 1)^{\mathrm{T}}$

因
$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(2) \mathbf{x}^{2} = (0\ 0\ 1)(0\ 1\ 1)^{\mathrm{T}} = 1 > 0$$
,故 $\mathbf{w}(3) = \mathbf{w}(2) = (0\ 0\ 1)^{\mathrm{T}}$

因
$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(3) \mathbf{x}^{3} = (0\ 0\ 1)(-1\ 0\ -1)^{\mathrm{T}} = -1 \Rightarrow 0$$
,故 $\mathbf{w}(4) = \mathbf{w}(3) + \mathbf{x}^{3} = (-1\ 0\ 0)^{\mathrm{T}}$

因
$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(4) \mathbf{x}^{4} = (-1\ 0\ 0)(-1\ -1\ -1)^{\mathrm{T}} = 1 > 0$$
,故 $\mathbf{w}(5) = \mathbf{w}(4) = (-1\ 0\ 0)^{\mathrm{T}}$

这里, 第1步和第3步为错误分类, 应"罚"。

因为只有对全部模式都能正确判别的权向量才是正确的解,因此需进行第二轮迭代。

第二轮迭代:

因
$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(5)\mathbf{x}_{\odot} = (-1\ 0\ 0)(0\ 0\ 1)^{\mathrm{T}} = 0 \Rightarrow 0$$
,故 $\mathbf{w}(6) = \mathbf{w}(5) + \mathbf{x}_{\odot} = (-1\ 0\ 1)^{\mathrm{T}}$

因
$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(6)\mathbf{x}_{\odot} = (-1\ 0\ 1)(0\ 1\ 1)^{\mathrm{T}} = 1 > 0$$
,故 $\mathbf{w}(7) = \mathbf{w}(6) = (-1\ 0\ 1)^{\mathrm{T}}$

因
$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(7)\mathbf{x}_{\$}=(-1\ 0\ 1)(-1\ 0\ -1)^{\mathrm{T}}=0 \Rightarrow 0$$
,故 $\mathbf{w}(8)=\mathbf{w}(7)+\mathbf{x}_{\$}=(-2\ 0\ 0)^{\mathrm{T}}$

因
$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(8)\mathbf{x}_{\oplus} = (-2\ 0\ 0)(-1\ -1\ -1)^{\mathrm{T}} = 2 > 0$$
,故 $\mathbf{w}(9) = \mathbf{w}(8) = (-2\ 0\ 0)^{\mathrm{T}}$

需进行第三轮迭代。

第三轮迭代:

因
$$\mathbf{w}^{\mathsf{T}}(9) \mathbf{x}^{\mathsf{1}} = (-2\ 0\ 0)(0\ 0\ 1)^{\mathsf{T}} = 0 \Rightarrow 0$$
,故 $\mathbf{w}(10) = \mathbf{w}(9) + \mathbf{x}^{\mathsf{1}} = (-2\ 0\ 1)^{\mathsf{T}}$

因 $\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(10) \mathbf{x}^{2} = (-2\ 0\ 1)(0\ 1\ 1)^{\mathrm{T}} = 1 > 0$,故 $\mathbf{w}(11) = \mathbf{w}(10) = (-2\ 0\ 1)^{\mathrm{T}}$ 因 $\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(11) \mathbf{x}^{3} = (-2\ 0\ 1)(-1\ 0\ -1)^{\mathrm{T}} = 1 > 0$,故 $\mathbf{w}(12) = \mathbf{w}(11) = (-2\ 0\ 1)^{\mathrm{T}}$ 因 $\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(12) \mathbf{x}^{4} = (-2\ 0\ 1)(-1\ -1\ -1)^{\mathrm{T}} = 1 > 0$,故 $\mathbf{w}(13) = \mathbf{w}(12) = (-2\ 0\ 1)^{\mathrm{T}}$ 需进行第四轮迭代。

第四轮迭代:

因
$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(13) \mathbf{x}^{\mathrm{1}} = 1 > 0$$
,故 $\mathbf{w}(14) = \mathbf{w}(13) = (-201)^{\mathrm{T}}$

因
$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(14) \mathbf{x}^{2}=1>0$$
,故 $\mathbf{w}(15)=\mathbf{w}(10)=(-2\ 0\ 1)^{\mathrm{T}}$

因
$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(15) \mathbf{x}^{3}=1>0$$
,故 $\mathbf{w}(16)=\mathbf{w}(11)=(-2\ 0\ 1)^{\mathrm{T}}$

因
$$\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(16) \mathbf{x}^{4}=1>0$$
,故 $\mathbf{w}(17)=\mathbf{w}(12)=(-2\ 0\ 1)^{\mathrm{T}}$

该轮的迭代全部正确,因此解向量 $w=(-2\ 0\ 1)^{T}$,相应的判别函数为:

$$d(x) = -2x_1 + 1$$