

● 构成势函数的两种方式

第一类势函数：可用对称的有限多项式展开，即：

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) = \sum_{i=1}^m \varphi_i(\mathbf{x}) \varphi_i(\mathbf{x}_k)$$

其中 $\{\varphi_i(\mathbf{x})\}$ 在模式定义域内为正交函数集。将这类势函数代入判别函数，有：

$$\begin{aligned} d_{k+1}(\mathbf{x}) &= d_k(\mathbf{x}) + r_{k+1} \sum_{i=1}^m \varphi_i(\mathbf{x}_{k+1}) \varphi_i(\mathbf{x}) \\ &= d_k(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m r_{k+1} \varphi_i(\mathbf{x}_{k+1}) \varphi_i(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

得迭代关系：

$$d_{k+1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m C_i(k+1) \varphi_i(\mathbf{x})$$

其中

$$C_i(k+1) = C_i(k) + r_{k+1} \varphi_i(\mathbf{x}_{k+1})$$

因此，积累位势可写成：

$$K_{k+1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m C_i(k+1) \varphi_i(\mathbf{x}), \quad C_i \text{ 可用迭代式求得。}$$

第二类势函数：选择双变量 \mathbf{x} 和 \mathbf{x}_k 的对称函数作为势函数，即 $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k)$

$= K(\mathbf{x}_k, \mathbf{x})$ ，并且它可展开成无穷级数，例如：

$$(a) \quad K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) = e^{-\alpha \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_k\|^2}$$

$$(b) \quad K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) = \frac{1}{1 + \alpha \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_k\|^2}, \quad \alpha \text{ 是正常数}$$

$$(c) \quad K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) = \frac{\sin \alpha \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_k\|^2}{\alpha \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_k\|^2}$$

