- 固定增量的逐次调整算法

设取准则函数为：

$$J(\boldsymbol{w}, \boldsymbol{x}) = \frac{|\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x}| - \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x}}{2}$$

则 J 对 $\boldsymbol{w}$ 的微分式：

$$\frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{w}} = \frac{1}{2}[\boldsymbol{x} \cdot sign(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x}) - \boldsymbol{x}]$$

定义：

$$sign(\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x}) = \begin{cases} +1 & if\ \ \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x} > 0 \\ -1 & if\ \ \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x} \le 0 \end{cases}$$

则由梯度法中 $\boldsymbol{w}(k+1)$和 $\boldsymbol{w}(k)$的关系有：

$$\boldsymbol{w}(k+1) = \boldsymbol{w}(k) + \frac{C}{2}[\boldsymbol{x}^k - \boldsymbol{x}^k \cdot sign(\boldsymbol{w}^T(k)\boldsymbol{x}^k)]$$

其中 $\boldsymbol{x}^k$ 是训练模式样本，k 是指第 k 次迭代。

$$\boldsymbol{w}(k+1) = \boldsymbol{w}(k) + C \cdot \begin{cases} 0 & if\ \ \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x}^k > 0 \\ \boldsymbol{x}^k & if\ \ \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x}^k \le 0 \end{cases}$$

可以看出，当 $\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x}^k > 0$ 时，则 $\boldsymbol{w}(k+1) = \boldsymbol{w}(k)$，此时不对权向量进行修正；当 $\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x}^k \le 0$ 时，则 $\boldsymbol{w}(k+1) = \boldsymbol{w}(k) + C\boldsymbol{x}^k$，需对权向量进行校正，初始权向量 $\boldsymbol{w}(1)$的值可任选，显然这就是前面所说的感知器算法，因此感知器算法是梯度法的一个特例。在上式中 C 是预先选好的固定值，在迭代过程中，只要 $\boldsymbol{w}^T \boldsymbol{x}^k \le 0$，就要对权向量修正 $C\boldsymbol{x}^k$ 值，因此称为固定增量算法。