

(3) がまどろっこしかったので、簡潔にする。

(3) $g \circ f$ が全射なら、 g も全射である。

$g \circ f$ が全射なので、 $\forall c \in C$ に対して、 $a \in A$ が存在する。

その、 a に対して、 $f(a) \in B$ が存在するので、 $\forall c \in C$ に対して、 $f(a) \in B$ が存在して、 g が全射であることがわかる。

なお、 f は全射である必要はない。例えば、 $A=\{1, 2\}$, $B=\{1, 2\}$, $C = \{1\}$ として、 $f(1) = f(2) = 1$, $g(1) = g(2) = 1$ としても、 $g \circ f$ は全射となる。