

(7.9) を考慮する。

まず、(A.5) にある、 Λ を Σ で表すことを考える。

(A.3) を考えると、((A.3) は一部違っているので、PRML の (2.76) などを参考にすると良い。)

$$\Lambda = \Sigma^{-1} = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} M & -M\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1} \\ -\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}M & \Sigma_{22}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21}M\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1} \end{pmatrix} \quad (1)$$

なお、

$$M = (\Sigma_{11} - \Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}\Sigma_{21})^{-1} \quad (2)$$

(7.7) と (A.7),(A.8),(A.9) を考え、(7.8) を求める。

$$\Lambda = \Sigma^{-1} = \begin{pmatrix} K_{x_*,x_*} + \beta^{-1}I_{x_*} & K_{x_*,x} \\ K_{x,x_*} & K_{x,x} + \beta^{-1}I_x \end{pmatrix}^{-1} \quad (3)$$

なので、

$$\begin{aligned} \Sigma_* = \Lambda_{1|2}^{-1} &= \Lambda_{11}^{-1} = M^{-1} = (K_{x_*,x_*} + \beta^{-1}I_{x_*} - K_{x_*,x}(K_{x,x} + \beta^{-1}I_x)^{-1}K_{x,x_*})^{-1-1} \\ &= K_{x_*,x_*} + \beta^{-1}I_{x_*} - K_{x_*,x}(K_{x,x} + \beta^{-1}I_x)^{-1}K_{x,x_*} \end{aligned} \quad (4)$$

$\mu_1 = 0, \mu_2 = 0, x_2 = Y$ として、

$$\mu_* = -\Lambda_{11}^{-1}\Lambda_{12}Y = -M^{-1}(-MK_{x_*,x}(K_{x,x} + \beta^{-1}I_x)^{-1})Y = K_{x_*,x}(K_{x,x} + \beta^{-1}I_x)^{-1}Y \quad (5)$$

となり、(7.9) が求まる。