

式 (4.35) を見直してみる。そもそも、一般に

$$\begin{aligned}
\ln p(X) &= \ln p(X) \int \int q(Z, W) dZ dW = \int \int q(Z, W) \ln p(X) dZ dW \\
&= \int \int q(Z, W) \ln \left(\frac{p(X, Z, W)}{p(Z, W|X)} \right) dZ dW = \int \int q(Z, W) \ln \left(\frac{p(X, Z, W) q(Z, W)}{q(Z, W) p(Z, W|X)} \right) dZ dW \\
&= \int \int q(Z, W) \ln \left(\frac{p(X, Z, W)}{q(Z, W)} \right) dZ dW - \int \int q(Z, W) \ln \left(\frac{p(Z, W|X)}{q(Z, W)} \right) dZ dW \\
&= \mathcal{L}(q(Z, W)) + D_{KL}(q(Z, W) || p(Z, W|X))
\end{aligned} \tag{1}$$

真の分布 $p(Z, W|X) \approx q(Z, W) = q(Z)q(W)$ で近似することを考え、(4.28) のように

$$q(Z, W) = \operatorname{argmin}_W D_{KL}(q(Z, W) || p(Z, W|X)) \tag{2}$$

となる、分布 $q(Z, W)$ を求めることを考える。これは、 $p(X)$ つまり、 $\ln p(X)$ がある値となるので、これは、 $\mathcal{L}(q(Z, W))$ を最大化することになる。