

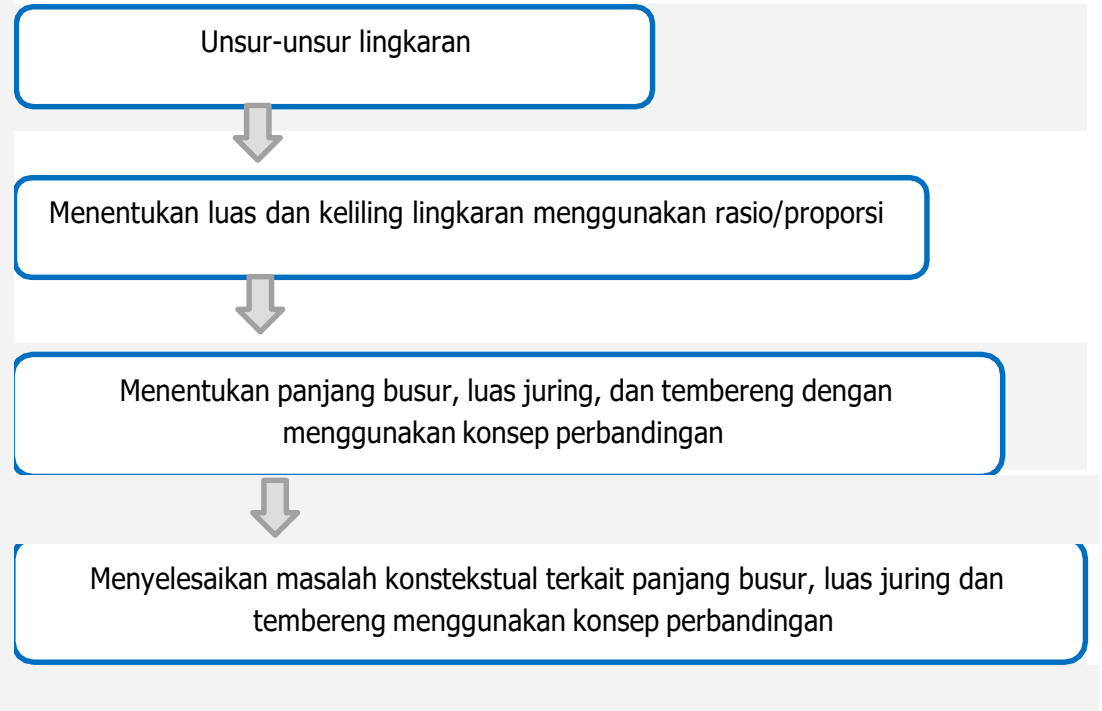


<b>Kode Modul Ajar</b>	<b>[MAT . D . PRK. 8.5]</b>	<b>Kode ATP Acuan</b>	8.5
<b>Nama Penyusun</b>	Dina Suprianti, S.Pd., M.Pd.	<b>Institusi</b>	SMP Negeri 2 Sekayu Kabupaten Musi Banyuasin Sumatera Selatan
<b>Jenjang</b>	SMP	<b>Tahun</b>	2020
<b>Fase/Kelas</b>	D/9	<b>Domain/Topik</b>	Pengukuran/Lingkaran
<b>Kata Kunci</b>	Lingkaran, unsur-unsur lingkaran, luas juring, panjang busur	<b>Pengetahuan/ Keterampilan Prasyarat</b>	Luas lingkaran
<b>Alokasi waktu</b>	560 menit	<b>Jumlah Pertemuan</b>	14 JP
<b>Moda</b>	Tatap Muka	<b>Model Pembelajaran</b>	<i>Discovery Learning, Cooperative Learning (tipe Think Pair Share, Bus Stop), dan Window Shopping</i>
<b>Karakteristik Peserta Didik</b>	Regular/Tipikal	<b>Jumlah Peserta Didik</b>	28 – 32 orang
<b>Sarana Prasarana</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Laptop, proyektor, internet, HP, papan tulis, kertas karton.</li><li>2. Ruang terbuka (halaman sekolah) untuk melakukan kegiatan <i>Ice Breaking</i> atau <i>Review</i> materi.</li></ol>		
<b>Daftar Pustaka</b>	Sutanti, Titik. 2019. <i>Paket Unit Pembelajaran Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan (PKB) melalui Peningkatan Kompetensi Pembelajaran (PKP) Mata Pelajaran Matematika Pembelajaran Geometri Datar</i> . Jakarta: Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan		

Van de Walle, J. A. 2008. *Pengembangan Pengajaran Matematika Sekolah Dasar dan Menengah Jilid 2*: Halaman 144. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Emdikbud. (2017). *Matematika Kelas VIII SMP/MTs: Buku Peserta didik*. Jakarta: Puskurbuk.

### Gambaran Umum



### Alat dan bahan

Jam dinding, jangka, busur, karton, spidol

**Topik****Lingkaran****Capaian Pembelajaran**

Di akhir fase D peserta didik dapat menemukan cara untuk menentukan luas permukaan dan volume bangun berdimensi tiga (prisma, tabung, bola, limas, dan kerucut) dan menggunakan rumus tersebut untuk menyelesaikan masalah. Mereka dapat menerapkan rasio pada pengukuran dalam berbagai konteks antara lain: perubahan ukuran (faktor skala) unsur-unsur suatu bangun terhadap panjang busur, keliling, luas, dan volume; konversi satuan pengukuran dan skala pada gambar.

**Tujuan Pembelajaran**

- P.1 Menjelaskan dan mengidentifikasi unsur lingkaran (jari-jari, diameter, titik pusat, tali busur, busur, apothema, juring, tembereng, dan sudut pusat).
- P.2 Menentukan luas dan keliling dari sebuah lingkaran (menggunakan rasio/proporsi).  
Contoh: menentukan selisih dan perbandingan luas dan keliling lingkaran yang berjari-jari 2 cm dan 4 cm.
- P.3 Menentukan panjang busur, luas juring dan tembereng dengan menggunakan metode perbandingan.  
Contoh: jika diketahui panjang busur  $AB = 4,4$  cm dan  $r = 14$  cm, untuk mencari luas juring maka menggunakan konsep perbandingan.
- P.4 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan panjang busur, luas juring dan tembereng (menggunakan konsep perbandingan) dan penerapannya dalam konversi satuan pengukuran.

**Pemahaman Bermakna**

**Menyelesaikan masalah kontekstual terkait lingkaran dengan menggunakan rasio/proporsi**

**Pertanyaan Pemantik**

Bagaimana hubungan sudut pusat, panjang busur, dan luas juring lingkaran, serta mencari luas tembereng?

**Profil Pancasila**

- Beriman & Bertakwa terhadap Tuhan YME
- Bernalar Kritis
- Kreatif
- Bergotong royong

**Tujuan Pembelajaran 1**

P.1 Menjelaskan dan mengidentifikasi unsur lingkaran (jari-jari, diameter, titik pusat, tali busur, busur, apothema, juring, tembereng, dan sudut pusat)

**Ketersediaan Materi**

- Pengayaan untuk peserta didik CIBI (cerdas istimewa berbakat istimewa) atau yang berprestasi tinggi: Ya/Tidak
- Alternatif penjelasan, metode, atau aktivitas, untuk peserta didik yang sulit memahami konsep: Ya/Tidak

Model Pembelajaran	Asesmen	Kegiatan Pembelajaran Utama
<b>Tatap muka</b> ( model <i>Discovery Learning</i> kombinasi <i>Cooperative Learning</i> tipe <i>Think Pair Share</i> (TPS), dan <i>window shopping</i> )	a. Cara guru menilai: Asesmen kelompok  b. Jenis asesmen: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Performa: presentasi</li> <li>• Tertulis: tes objektif, esai</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pengaturan peserta didik: berkelompok (4 – 5 orang)</li> <li>• Metode: diskusi, presentasi</li> </ul>

**Materi Ajar, alat, dan bahan**

Materi atau sumber pembelajaran utama	Buku paket unit 3 pembelajaran matematika program PKB melalui PKP
Alat dan Bahan yang diperlukan	Penggaris, jangka, busur derajat, pensil, karton, spidol
Perkiraan biaya	Penggaris: Rp. 2.000,00 Jangka: Rp. 15.000,00 Busur derajat: Rp. 2.000,00 Pensil: Rp. 2.000,00 Karton: Rp. 3.000,00 Spidol: Rp. 5.000,00 Total harga: Rp. 29.000,00 (1 kelompok)

**Persiapan Pembelajaran (1 – 1,5 jam)**

- Menyiapkan lembar kerja peserta didik (diprint dari perangkat ajar ini sesuai dengan banyaknya peserta didik)
- Menyiapkan karton, spidol, dobel tip untuk setiap kelompok

Urutan Kegiatan Belajar			
Kegiatan Pendahuluan			
Kegiatan Pembelajaran		Waktu (menit)	Profil Pancasila
Guru membuka kegiatan dengan aktivitas rutin di kelas, sesuai kesepakatan kelas (misalnya: menyapa peserta didik, berdo’a sebelum belajar, cek kehadiran).		5	Beriman & bertaqwa kepada Tuhan YME melalui kegiatan berdo’a
Guru melakukan kegiatan <i>ice breaking</i> tepuk L-S-L (Lingkaran-Segitiga-Lingkaran), agar peserta didik fokus mengikuti kegiatan belajar.  Caranya: <ul style="list-style-type: none"><li>- Guru menayangkan tulisan: (1) L – S – L (2) L – L – S – L (3) L – L – S – L – L – L – S – L</li><li>- Guru menjelaskan: L (tepukkan kedua telapak tangan di paha sambil menyebutkan kata lingkaran) S (tepukkan kedua telapak tangan sambil menyebutkan kata segitiga)</li><li>- Guru menyebutkan angka yang ada di tayangan, peserta didik bertepuk sesuai dengan angka yang disebutkan guru</li></ul>			
Kegiatan Inti			
Sintak <i>Discovery Learning</i>	Kegiatan Pembelajaran	Waktu (menit)	Profil Pancasila
<i>Stimulation</i> (Stimulasi/pemberian rangsangan)	Guru mereview kembali materi kelas VI KD tentang unsur-unsur lingkaran. Guru menayangkan gambar -gambar beserta unsur-unsur lingkaran. Selanjutnya guru meminta peserta didik untuk berpikir sejenak ( <i>Think</i> ), saling berbagi dengan teman di sampingnya ( <i>Pair</i> ), selanjutnya berbagi dengan teman-teman di kelas ( <i>Share</i> ). Selanjutnya guru meminta peserta didik menjawabnya juga di <b>Lembar Kegiatan Peserta Didik-1 (LKPD-1)</b> yang telah diberikan secara mandiri.	5	Melalui pertanyaan pancingan, diharapkan peserta didik dapat <b>bernalar kritis</b>

	Pada <b>LKPD-1</b> terdapat unsur lingkaran yang belum dipelajari ketika SD, yaitu sudut pusat dan sudut keliling. Guru meminta peserta didik mengamati posisi titik sudut dan kaki-kaki sudutnya.		
<i>Problem Statement</i> (pernyataan atau identifikasi masalah)	Guru meminta peserta didik mengajukan pertanyaan tentang unsur lingkaran yang belum mereka ketahui. Guru mengarahkan peserta didik untuk menanyakan definisi dan hubungannya. Diharapkan muncul pernyataan masalah “Apakah yang dimaksud dengan sudut pusat dan sudut keliling? Bagaimana hubungan besar sudut pusat dengan sudut keliling yang menghadap busur yang sama?”	5	
<i>Data Collection</i> (pengumpulan data)	<p>Untuk menemukan definisi sudut pusat dan sudut keliling, guru meminta peserta didik mengamati titik sudut dan kaki sudut dari masing-masing gambar yang ada dalam LKPD-2, peserta didik diminta untuk berdiskusi dalam kelompoknya. Kemudian menuliskan jawabannya pada kertas karton yang telah disediakan.</p> <p>Untuk menemukan hubungan sudut pusat dan sudut keliling, guru meminta peserta didik melukis lima contoh sudut pusat dengan besar tertentu, kemudian meminta peserta didik membuat sudut kelilingnya dan mengukur besarnya menggunakan busur derajat pada kertas karton yang telah disediakan.</p>	<p>10</p> <p>10</p>	Melalui kegiatan diskusi kelompok, diharapkan peserta didik dapat menerapkan Profil Pancasila <b>bergotong royong</b>
<i>Data Processing</i> (pengolahan data)	Guru meminta peserta didik menganalisis besar sudut pusat dan sudut keliling dari lima contoh yang telah dibuat, selanjutnya peserta didik memprediksi hubungan sudut pusat dengan sudut keliling.	10	
<i>Verification</i> (pembuktian)	Sebagai verifikasi dari hasil prediksinya, selanjutnya guru meminta peserta didik untuk	10	

	<p>membuktikan prediksinya secara aljabar yaitu dengan membuat dua segitiga sama kaki dengan salah satu sisinya adalah kaki sudut keliling dan dua sisi yang lain adalah jari-jari. Dengan menggunakan sifat segitiga yaitu jumlah sudutnya <math>180^\circ</math> dan sudut lingkaran penuh <math>360^\circ</math>. Peserta didik membuktikan prediksi mereka mengenai hubungan besar sudut pusat dan sudut keliling adalah benar.</p>		
<p><i>Generalization</i> (penarikan simpulan)</p>	<p>Dari hasil pengolahan data dan verifikasi yang telah dilakukan, selanjutnya guru meminta peserta didik menarik kesimpulan dari aktivitas pada LKPD-1 dan LKPD-2.</p> <p>Setiap kelompok menempelkan kertas karton yang telah diisi. Selanjutnya akan dilakukan kegiatan <i>window shopping</i> (istilah lainnya belanja ilmu). Langkah-langkahnya, yaitu:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✚ Setiap kelompok menentukan dua orang yang akan berperan sebagai “penjaga toko ilmu”, dua orang lainnya akan berkeliling melihat “toko ilmu” kelompok yang lain.</li> <li>✚ Peserta didik yang berkeliling akan mencatat temuan/pendapat kelompok lain, sedangkan yang menjaga “toko ilmu” akan menjelaskan jika ada pertanyaan dari kelompok lain yang berkunjung.</li> <li>✚ Setelah waktu yang ditentukan selesai, masing-masing anggota yang berkeliling kembali ke kelompok asal.</li> <li>✚ Setelah kembali, anggota kelompok bertukar informasi berdasarkan hasil kunjungan yang telah dilakukan.</li> <li>✚ Selanjutnya guru berkeliling untuk mengecek hasil pekerjaan dan melihat hal-hal yang perlu diperbaiki dan memberikan</li> </ul>	<p>5</p> <p>10</p>	

	<p>komentar terhadap hasil pekerjaan tiap-tiap kelompok.</p> <p>✚ Guru melakukan konfirmasi berupa umpan balik dan koreksi terhadap pekerjaan tiap-tiap kelompok secara klasikal.</p>		
<b>Kegiatan Penutup</b>			
Peserta didik membuat kesimpulan dengan bimbingan guru tentang poin-poin penting yang muncul dalam kegiatan pembelajaran tentang materi <i>sudut pusat dan sudut keliling</i> yang baru dilakukan.		5	
Guru memberikan penghargaan untuk materi pelajaran <i>sudut pusat dan sudut keliling</i> kepada kelompok yang memiliki kinerja dan kerjasama yang baik.		5	
<b>Jumlah waktu</b>		<b>80</b>	

#### Refleksi Guru

- Apakah kegiatan pembukaan (*ice breaking*) yang dilakukan dapat mempersiapkan peserta didik untuk mulai mengikuti kegiatan belajar dengan baik?
- Apakah pemberian instruksi atau penjelasan teknis dapat dipahami peserta didik?
- Apakah 100% peserta didik mencapai Tujuan Pembelajaran? Jika tidak, berapa % kira-kira yang mencapai Tujuan Pembelajaran?
- Apa kesulitan yang dialami peserta didik yang tidak mencapai Tujuan Pembelajaran? Apa yang akan guru lakukan untuk membantu mereka?
- Apakah ada peserta didik yang nampak tidak fokus? Mengapa? Bagaimana supaya mereka bisa lebih fokus di kegiatan berikutnya?

#### Kriteria untuk mengukur ketercapaian Tujuan Pembelajaran

Asesmen dilakukan melalui observasi guru selama kegiatan pembelajaran berlangsung, dan hasil pekerjaan peserta didik (skor LKPD).

#### Rubrik Penilaian

1	2	3	4
<ul style="list-style-type: none"> <li>Belum mampu membedakan unsur-unsur lingkaran</li> <li>Belum mampu menjelaskan tentang</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sudah mampu membedakan unsur-unsur lingkaran</li> <li>Belum mampu menjelaskan tentang</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sudah mampu membedakan unsur-unsur lingkaran</li> <li>Sudah mampu menjelaskan tentang</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sudah mampu membedakan unsur-unsur lingkaran</li> <li>Sudah mampu menjelaskan tentang</li> </ul>



<p>sudut pusat dan sudut keliling</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Belum mampu menemukan/menjelaskan hubungan besar sudut pusat dan sudut keliling</li> </ul>	<p>sudut pusat dan sudut keliling</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Belum mampu menemukan/menjelaskan hubungan besar sudut pusat dan sudut keliling</li> </ul>	<p>sudut pusat dan sudut keliling</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Belum mampu menemukan/menjelaskan hubungan besar sudut pusat dan sudut keliling</li> </ul>	<p>sudut pusat dan sudut keliling</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sudah mampu menemukan/menjelaskan hubungan besar sudut pusat dan sudut keliling</li> </ul>
---	---	---	---

Pertanyaan refleksi untuk peserta didik	Daftar Pustaka
<p>a. Bagian mana yang menurutmu paling sulit dari pelajaran ini?</p> <p>b. Apa yang akan kamu lakukan untuk memperbaiki hasil belajarmu?</p> <p>c. Kepada siapa kamu akan meminta bantuan untuk memahami pelajaran ini?</p> <p>d. Jika kamu diminta untuk memberikan bintang 1 sampai 5, berapa bintang akan kamu berikan pada usaha yang telah kamu lakukan?</p>	<p>Sumber gambar untuk lembar kerja peserta didik (LKPD), yaitu:</p> <p><a href="https://www.idntimes.com/travel/destination/ucik/nyammm-mau-tahu-seperti-apa-bentuk-dan-uniknya-pizza-dari-seluruh-dunia">https://www.idntimes.com/travel/destination/ucik/nyammm-mau-tahu-seperti-apa-bentuk-dan-uniknya-pizza-dari-seluruh-dunia</a></p> <p><a href="https://womantalk.com/news-update/articles/kreasi-mudah-dari-kaleng-bekas-AdXqA">https://womantalk.com/news-update/articles/kreasi-mudah-dari-kaleng-bekas-AdXqA</a></p> <p>Sutanti, Titik. 2019. Paket Unit Pembelajaran Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan (PKB) melalui Peningkatan Kompetensi Pembelajaran (PKP) Mata Pelajaran Matematika Pembelajaran Geometri Datar. Jakarta: Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan</p> <p>Van de Walle, J. A. 2008. Pengembangan Pengajaran Matematika Sekolah Dasar dan Menengah Jilid 2: Halaman 144. Jakarta: Penerbit Erlangga.</p>

LKPD	Bahan Bacaan Peserta Didik	Bahan Bacaan Guru	Materi Pengayaan	Materi untuk peserta didik yang kesulitan belajar
Ada (terlampir)	Ada (terlampir)	Ada (terlampir)	Tidak Ada	Tidak Ada

## Lembar Kegiatan Peserta Didik 1

### Unsur-Unsur Lingkaran

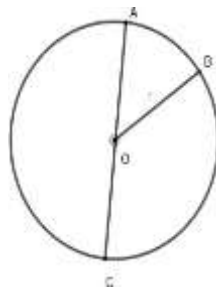
Nama : .....

Tujuan Pembelajaran: Setelah mengerjakan LKPD ini, peserta didik dapat mengingat kembali unsur-unsur lingkaran

Petunjuk :

- Kerjakan LKPD-1 secara mandiri.
- Ingatlah kembali materi unsur-unsur lingkaran yang pernah dipelajari di SD.
- Tuliskan unsur lingkaran sesuai nama yang diberikan.

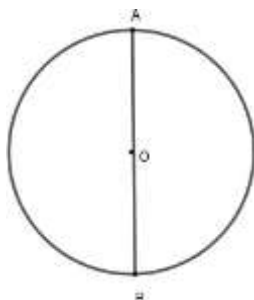
Perhatikan gambar-gambar berikut!



Titik O disebut ....

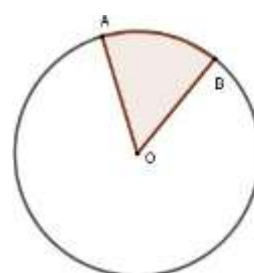
$\overline{AB}$  disebut ....

$\widehat{AB}$  disebut ....



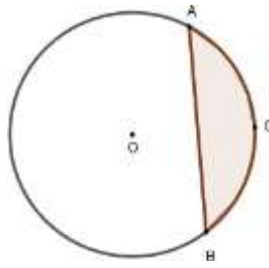
$\overline{AB}$  disebut ....

$\widehat{AB}$  disebut ....



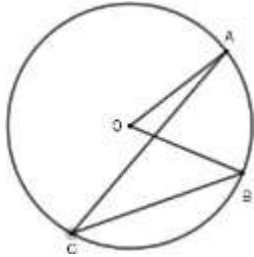
Daerah AOB disebut ....





Daerah  $ACBA$  disebut . . .

Untuk unsur lingkaran berupa sudut, coba perhatikan gambar berikut.



$\angle AOB$  disebut . . .

$\angle ACB$  disebut . . .

## Lembar Kegiatan Peserta Didik 2

### Hubungan Sudut Pusat dan Sudut Keliling

Nama Kelompok : .....

Nama Anggota Kelompok : 1. ....  
2. ....  
3. ....  
4. ....  
5. ....

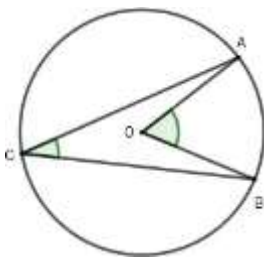
Tujuan Pembelajaran : peserta didik dapat menganalisis dan menemukan hubungan sudut pusat dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama

Alat dan Bahan : penggaris, jangka, busur derajat, kertas, dan pensil

Petunjuk :

- Kerjakan LKPD-2 secara berkelompok.
- Cermati pertanyaan yang diberikan dan kerjakan dengan teliti.
- Analisislah jawabanmu dan tariklah simpulan dari hasil analisismu.
- Presentasikan hasil diskusi kelompokmu.

I. Mendefinisikan sudut pusat dan sudut keliling lingkaran.



Perhatikan sudut pusat $\angle AOB$	Perhatikan sudut keliling $\angle ACB$
Titik sudutnya berada di . . . . . lingkaran	Titik sudutnya berada di . . . . . lingkaran
Kaki-kaki sudutnya berupa . . . . . lingkaran	Kaki-kaki sudutnya berupa . . . . . lingkaran

Setelah mengisi tabel di atas, susunlah definisi sudut pusat dan sudut keliling lingkaran.

Sudut pusat lingkaran adalah

Sudut keliling lingkaran adalah

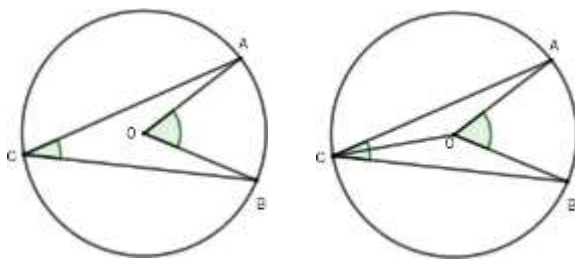
II. Menganalisis dan menemukan hubungan besar sudut pusat dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama

1. Lukislah 4 lingkaran dengan jangka.
2. Buatlah sudut pusat pada masing-masing lingkaran dengan besar sudut pusat  $40^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $100^\circ$ ,  $180^\circ$ .
3. Buatlah sudut keliling yang menghadap busur yang sama dengan busur sudut pusat pada langkah (2).
4. Dengan menggunakan busur derajat, ukur besar sudut keliling tersebut.
5. Lengkapi tabel berikut pada kolom gambar lingkaran dan besar sudut keliling. Kolom prediksi hubungan akan diisi setelah kolom besar sudut keliling terisi semua.

No.	Gambar Lingkaran	Besar sudut pusat	Besar sudut keliling	Prediksi hubungan sudut pusat dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama
1		$40^\circ$		
2		$60^\circ$		
3		$100^\circ$		

4		180°		
---	--	------	--	--

- Perhatikan kolom besar sudut pusat dan besar sudut keliling. Analisislah apa hubungan dari keduanya. Kemudian tuliskan prediksi hubungan tersebut pada kolom prediksi.
- Ujilah prediksimu dengan pembuktian secara matematis menggunakan perhitungan aljabar. Berikut ini bisa kamu gunakan sebagai contoh.



Misal kita buat ruas garis  $OC$  sehingga terbentuk 2 segitiga. Segitiga apa yang terbentuk? Dengan menggunakan aturan jumlah sudut dalam segitiga dan sudut satu putaran lingkaran, buktikan prediksimu tentang hubungan sudut pusat dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama. Tuliskan proses pengerjaanmu pada kolom berikut.

8. Berdasarkan prediksi dan pengujian yang telah kamu lakukan, rumuskan simpulan hubungan besar sudut pusat dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama. Tulis simpulanmu dalam kolom berikut.

## Tujuan Pembelajaran 2

P.2 Menentukan luas dan keliling dari sebuah lingkaran (menggunakan rasio/proporsi)

Contoh: menentukan selisih dan perbandingan luas dan keliling lingkaran yang berjari-jari 2 cm dan 4 cm.

## Ketersediaan Materi

- Pengayaan untuk peserta didik CIBI (cerdas istimewa berbakat istimewa) atau yang berprestasi tinggi: Ya/Tidak
- Alternatif penjelasan, metode, atau aktivitas, untuk peserta didik yang sulit memahami konsep: Ya/Tidak

Model Pembelajaran	Asesmen	Kegiatan Pembelajaran Utama
<b>Tatap muka</b> ( model <i>Discovery Learning</i> kombinasi <i>Cooperative Learning</i> tipe <i>Think Pair Share</i> (TPS), dan <i>window shopping</i> )	a. Cara guru menilai: Asasmen kelompok b. Jenis asesmen: • Performa: presentasi	• Pengaturan peserta didik: berkelompok (4 – 5 orang) • Metode: diskusi, presentasi, eksperimen

## Materi Ajar, alat, dan bahan

Materi atau sumber pembelajaran utama	Buku Pengembangan Pengajaran Matematika Sekolah Dasar dan Menengah Jilid 2 (John A. Van De Walle)
Alat dan Bahan yang diperlukan	Benang, benda-benda berbentuk lingkaran, gunting, Penggaris, pensil, karton, spidol
Perkiraan biaya	Benang: Rp. 2.000,00 Gunting: Rp. 5.000,00 Penggaris: Rp. 2.000,00 Pensil: Rp. 2.000,00 Karton: Rp. 3.000,00 Spidol: Rp. 5.000,00 Total harga: Rp. 19.000,00 (1 kelompok)

## Persiapan Pembelajaran (1 – 1,5 jam)

- Menyiapkan lembar kerja peserta didik (diprint dari perangkat ajar ini sesuai dengan banyaknya peserta didik)
- Menyiapkan karton, spidol, dobel tip untuk setiap kelompok



Urutan Kegiatan Belajar (4 JP)		
Kegiatan Pendahuluan		
Kegiatan Pembelajaran	Waktu (menit)	Profil Pancasila
Guru membuka kegiatan dengan aktivitas rutin di kelas, sesuai kesepakatan kelas (misalnya: menyapa peserta didik, berdo'a sebelum belajar, cek kehadiran).	5	Beriman & bertaqwa kepada Tuhan YME melalui kegiatan berdo'a
<p>Guru melakukan kegiatan <i>ice breaking</i> "gambaran diri saya", tujuannya untuk melihat kesiapan peserta didik mengikuti kegiatan belajar.</p> <p>Caranya:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Guru meminta peserta didik untuk menyiapkan 1 lembar kertas dan pensil, kertas diberi alas buku</li> <li>- Guru meminta peserta didik duduk berhadapan</li> <li>- Guru meminta peserta didik meletakkan kertas dan buku sebagai alasnya di dada masing-masing</li> <li>- Guru menjelaskan aturan mainnya, yaitu               <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Peserta didik tidak boleh melihat kertas masing-masing (menggambar tanpa melihat)</li> <li>b. Peserta didik menggambar sesuai dengan instruksi guru</li> </ol> </li> <li>- Guru memberikan instruksi, misal:               <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gambarkan matamu sebelah kanan (peserta didik menggambarkan matanya sebelah kanan)</li> <li>• Gambarkan alismu sebelah kiri (peserta didik menggambarkan alis sebelah kiri)</li> <li>• Gambarkan hidung (peserta didik menggambar hidung)</li> <li>• Gambarkan bibir atas dan bawah (peserta didik menggambar bibir atas dan bawah)</li> <li>• Gambarkan telinga sebelah kiri (peserta didik menggambar telinga sebelah kiri)</li> <li>• Gambarkan mata sebelah kiri</li> <li>• Gambarkan alis sebelah kanan</li> <li>• Gambarkan telinga sebelah kanan</li> <li>• Gambarkan muka (peserta didik menggambar muka)</li> </ul> </li> <li>- Selanjutnya guru meminta peserta didik melihat gambarnya masing-masing</li> </ul>	10	

- Jika gambarnya proporsional, berarti peserta didik sudah fokus			
<b>Kegiatan Inti</b>			
<b>Sintak <i>Discovery Learning</i></b>	<b>Kegiatan Pembelajaran</b>	<b>Waktu (menit)</b>	<b>Profil Pancasila</b>
<i>Stimulation</i> (Stimulasi/pemberian rangsangan)	Guru mereview kembali materi tentang unsur-unsur lingkaran. Guru menayangkan gambar benda berbentuk lingkaran. Selanjutnya guru meminta peserta didik untuk berpikir sejenak bagaimana cara mengukur diameter, dan keliling dari benda-benda tersebut ( <i>Think</i> ), saling berbagi dengan teman di sampingnya ( <i>Pair</i> ), selanjutnya berbagi dengan teman-teman di kelas ( <i>Share</i> ). Selanjutnya guru meminta peserta didik berdiskusi melalui <b>Lembar Kerja Peserta Didik-3 (LKPD-3)</b> yang telah diberikan.	15	Melalui pertanyaan pancingan, diharapkan peserta didik dapat <b>bernalar kritis</b>
<i>Problem Statement</i> (pernyataan atau identifikasi masalah)	Guru mengarahkan peserta didik untuk menanyakan hubungan keliling lingkaran dan diameter lingkaran. Diharapkan muncul pernyataan masalah "perbandingan antara keliling lingkaran dan diameter lingkaran disebut apa?"	10	
<i>Data Collection</i> (pengumpulan data)	Untuk menemukan rumus keliling lingkaran, guru meminta peserta didik berdiskusi dalam kelompoknya melalui LKPD-3. Kemudian menuliskan jawabannya pada kertas karton yang telah disediakan.  Untuk menemukan rumus luas lingkaran, guru meminta peserta didik berdiskusi dalam kelompoknya melalui LKPD-4. Kemudian menuliskan jawabannya pada kertas karton yang telah disediakan.	15  15	Melalui kegiatan diskusi kelompok, diharapkan peserta didik dapat menerapkan Profil Pancasila <b>bergotong royong</b>

<i>Data Processing</i> (pengolahan data)	Guru meminta peserta didik menganalisis hubungan antara keliling lingkaran dan diameter lingkaran. Serta untuk menemukan rumus luas lingkaran peserta didik mengkaitkannya dengan luas persegi panjang.	15	
<i>Verification</i> (pembuktian)	Selanjutnya guru meminta peserta didik untuk menemukan rumus keliling dan luas lingkaran melalui LKPD 3 dan 4.	20	
<i>Generalization</i> (penarikan simpulan)	<p>Dari hasil pengolahan data dan verifikasi yang telah dilakukan, selanjutnya guru meminta peserta didik menarik kesimpulan dari aktivitas pada LKPD-3 dan LKPD-4.</p> <p>Setiap kelompok menempelkan kertas karton yang telah diisi. Selanjutnya akan dilakukan kegiatan <i>window shopping</i> (istilah lainnya belanja ilmu). Langkah-langkahnya, yaitu:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✚ Setiap kelompok menentukan dua orang yang akan berperan sebagai "penjaga toko ilmu", dua orang lainnya akan berkeliling melihat "toko ilmu" kelompok yang lain.</li> <li>✚ Peserta didik yang berkeliling akan mencatat temuan/pendapat kelompok lain, sedangkan yang menjaga "toko ilmu" akan menjelaskan jika ada pertanyaan dari kelompok lain yang berkunjung.</li> <li>✚ Setelah waktu yang ditentukan selesai, masing-masing anggota yang berkeliling kembali ke kelompok asal.</li> </ul>	<p>15</p> <p>25</p>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Setelah kembali, anggota kelompok bertukar informasi berdasarkan hasil kunjungan yang telah dilakukan.</li> <li>➤ Selanjutnya guru berkeliling untuk mengecek hasil pekerjaan dan melihat hal-hal yang perlu diperbaiki dan memberikan komentar terhadap hasil pekerjaan tiap-tiap kelompok.</li> <li>➤ Guru melakukan konfirmasi berupa umpan balik dan koreksi terhadap pekerjaan tiap-tiap kelompok secara klasikal.</li> </ul>		
<b>Kegiatan Penutup</b>			
Peserta didik membuat kesimpulan dengan bimbingan guru tentang poin-poin penting yang muncul dalam kegiatan pembelajaran materi <i>keliling lingkaran dan luas lingkaran</i> yang baru dilakukan.		10	
Guru memberikan penghargaan untuk materi pelajaran <i>sudut pusat dan sudut keliling</i> kepada kelompok yang memiliki kinerja dan kerjasama yang baik.		5	
<b>Jumlah waktu</b>		<b>160</b>	

#### Refleksi Guru

- Apakah kegiatan pembukaan (*ice breaking*) yang dilakukan dapat mempersiapkan peserta didik untuk mulai mengikuti kegiatan belajar dengan baik?
- Apakah pemberian instruksi atau penjelasan teknis dapat dipahami peserta didik?
- Apakah 100% peserta didik mencapai Tujuan Pembelajaran? Jika tidak, berapa % kira-kira yang mencapai Tujuan Pembelajaran?
- Apa kesulitan yang dialami peserta didik yang tidak mencapai Tujuan Pembelajaran? Apa yang akan guru lakukan untuk membantu mereka?
- Apakah ada peserta didik yang nampak tidak fokus? Mengapa? Bagaimana supaya mereka bisa lebih fokus di kegiatan berikutnya?

### Kriteria untuk mengukur ketercapaian Tujuan Pembelajaran

Asesmen dilakukan melalui observasi guru selama kegiatan pembelajaran berlangsung, dan hasil pekerjaan peserta didik (skor LKPD).

#### Rubrik Penilaian

1	2	3
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Belum mampu menentukan keliling lingkaran</li> <li>• Belum mampu menentukan luas lingkaran</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sudah mampu menentukan keliling lingkaran</li> <li>• Belum mampu menentukan luas lingkaran</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sudah mampu menentukan keliling lingkaran</li> <li>• Sudah mampu menentukan luas lingkaran</li> </ul>

Pertanyaan refleksi untuk peserta didik	Daftar Pustaka
<p>a. Bagian mana yang menurutmu paling sulit dari pelajaran ini?</p> <p>b. Apa yang akan kamu lakukan untuk memperbaiki hasil belajarmu?</p> <p>c. Kepada siapa kamu akan meminta bantuan untuk memahami pelajaran ini?</p> <p>d. Jika kamu diminta untuk memberikan bintang 1 sampai 5, berapa bintang akan kamu berikan pada usaha yang telah kamu lakukan?</p>	<p>Sutanti, Titik. 2019. <i>Paket Unit Pembelajaran Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan (PKB) melalui Peningkatan Kompetensi Pembelajaran (PKP) Mata Pelajaran Matematika Pembelajaran Geometri Datar</i>. Jakarta: Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan</p> <p>Van de Walle, J. A. 2008. <i>Pengembangan Pengajaran Matematika Sekolah Dasar dan Menengah Jilid 2: Halaman 144</i>. Jakarta: Penerbit Erlangga.</p>

LKPD	Bahan Bacaan Peserta Didik	Bahan Bacaan Guru	Materi Pengayaan	Materi untuk peserta didik yang kesulitan belajar
Ada (terlampir)	Ada (terlampir)	Ada (terlampir)	Tidak Ada	Tidak Ada

### Lembar Kegiatan Peserta Didik 3

#### Keliling Lingkaran

Nama Kelompok : .....

Nama Anggota Kelompok : 1. ....  
2. ....  
3. ....  
4. ....  
5. ....

Tujuan Pembelajaran :

- Peserta didik dapat menentukan keliling dari sebuah lingkaran (menggunakan rasio/proporsi)

Alat dan Bahan :

- Benda-benda yang memiliki permukaan lingkaran



- Benang



- Gunting



- Penggaris



Petunjuk :

- Kerjakan LKPD-1.a secara berkelompok.
- Cermati pertanyaan yang diberikan dan kerjakan dengan teliti.
- Analisislah jawabanmu dan tariklah simpulan dari hasil analisismu.
- Presentasikan hasil diskusi kelompokmu.

---

- 1) Jiplak permukaan benda pada kertas, gunting kertas tersebut. Selanjutnya lipat dua kertas yang berbentuk lingkaran tersebut, gunakan penggaris untuk mengukur garis tengah (diameter) dari setiap permukaan benda. Tuliskan hasil pengukuran pada tabel 1.
- 2) Dengan menggunakan benang dan penggaris, ukur keliling dari setiap benda yang telah disediakan. Kemudian tuliskan hasil pengukuran pada tabel 1.
- 3) Tuliskan hasil pembagian antara keliling dan diameter dari setiap permukaan benda tersebut pada tabel 1.

**Tabel 1.**

No.	Nama Benda	Diameter (d)	Keliling benda (K)	$\frac{K}{d}$
1	.....	.....cm	.....cm	.....
2	.....	.....cm	.....cm	.....
3	.....	.....cm	.....cm	.....

Dari kolom ke-5, terlihat hasil pembagian antara keliling dan diameter benda adalah.....Nilai inilah kita kenal dengan ***phi***, yang disimbolkan dengan  $\pi$ . Jadi, dapat disimpulkan nilai  $\pi = \dots$

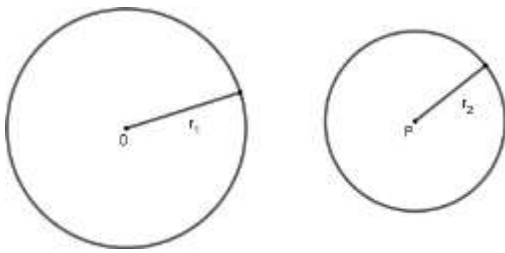
Telah kita ketahui bahwa nilai  $\pi$  diperoleh dari pembagian antara keliling lingkaran dan diameter lingkaran, bisa kita tulis

$$\pi = \frac{\dots}{\dots}$$

Melalui persamaan yang ada di dalam kotak di atas, maka keliling lingkaran dapat diperoleh dengan mengalikan antara  $\dots$  dan  $\dots$ , sehingga dapat ditulis dalam bentuk:

$$K_{\text{lingkaran}} = \dots \times \dots$$

Bagaimana cara menentukan keliling lingkaran menggunakan rasio/proporsi? Berikut akan kita pelajari langkah-langkah cara menentukannya.



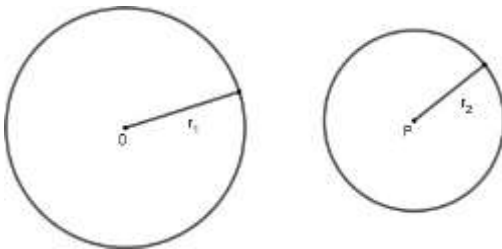
Dari gambar di atas, terlihat lingkaran  $O$  berjari-jari  $r_1$  dan lingkaran  $P$  memiliki panjang jari-jari  $r_2$ . Panjang jari-jari lingkaran  $O$  ..... panjang jari-jari lingkaran  $P$ , dapat ditulis .....

$$K_{\text{lingkaran } O} = \dots \times \dots$$

$$K_{\text{lingkaran } P} = \dots \times \dots$$

**Selisih keliling kedua lingkaran** dapat ditulis sebagai berikut:

$$K_{\text{lingkaran } O} - K_{\text{lingkaran } P} = \dots - \dots \\ = \dots$$



Dari gambar di atas, terlihat lingkaran  $O$  berjari-jari  $r_1$  dan lingkaran  $P$  memiliki panjang jari-jari  $r_2$ . Panjang jari-jari lingkaran  $O$  ..... panjang jari-jari lingkaran  $P$ , dapat ditulis .....

$$K_{\text{lingkaran } O} = \dots \times \dots$$

$$K_{\text{lingkaran } P} = \dots \times \dots$$

**Perbandingan kedua lingkaran** dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{K_{\text{lingkaran } O}}{K_{\text{lingkaran } P}} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{K_{\text{lingkaran } O}}{K_{\text{lingkaran } P}} = \frac{\dots}{\dots}$$

### Ayo berlatih

Yono akan membuat 50 hiasan terali yang akan dipasang di pagar rumahnya dengan ukuran yang berbeda, masing-masing 25 buah. Terali tersebut berbentuk lingkaran yang terbuat dari besi. Jika perbandingan kedua jari-jari 1:2 dan keliling hiasan terali kecil adalah 44 cm, panjang besi minimum yang diperlukan untuk membuat 50 hiasan terali tersebut adalah ... m.



## Lembar Kegiatan Peserta Didik 4

### Luas Lingkaran

Nama Kelompok : .....

Nama Anggota Kelompok : 1. ....  
2. ....  
3. ....  
4. ....  
5. ....

Tujuan Pembelajaran :

- Peserta didik dapat menentukan luas dari sebuah lingkaran (menggunakan rasio/proporsi)

Alat dan Bahan :

- Karton



- Jangka



- Gunting



- Lem kertas



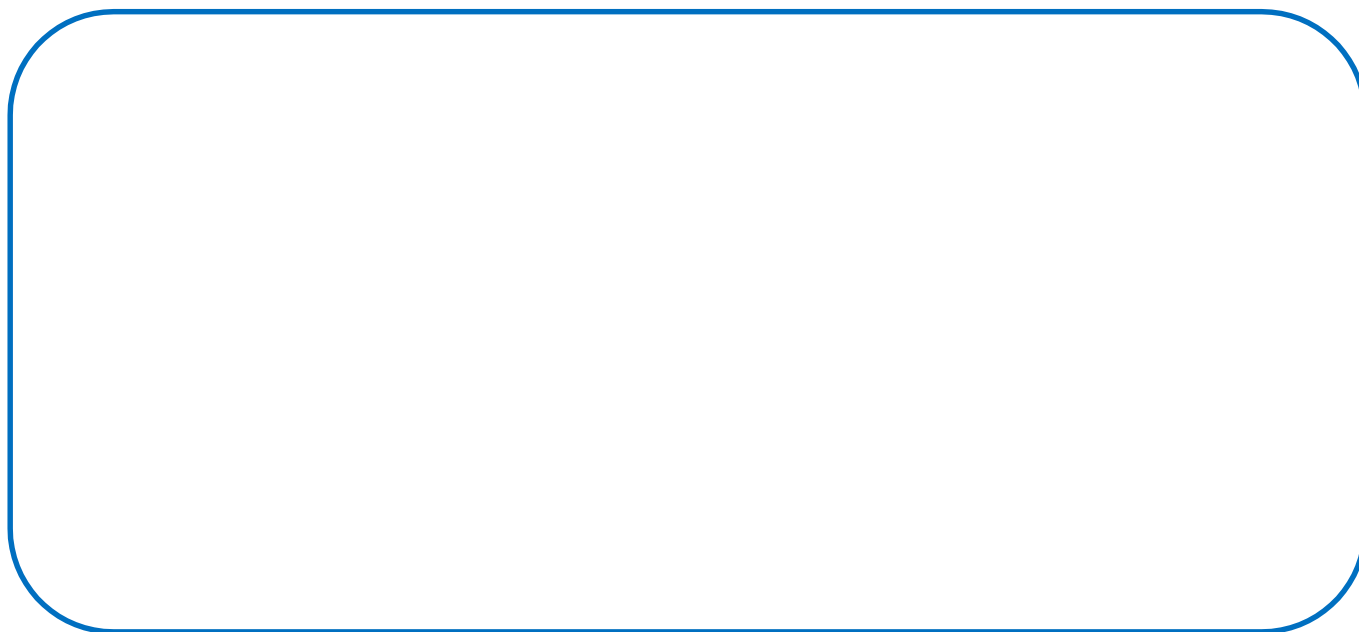
Petunjuk :

- Kerjakan LKPD-1.b secara berkelompok.
- Cermati pertanyaan yang diberikan dan kerjakan dengan teliti.
- Analisislah jawabanmu dan tariklah simpulan dari hasil analisismu.
- Presentasikan hasil diskusi kelompokmu.

---

Perhatikan langkah-langkah berikut:

- (1) Dengan menggunakan jangka buatlah sebuah lingkaran.
- (2) Karton yang berbentuk lingkaran tersebut dipotong menjadi 16 bagian sama besar.
- (3) Ambil 1 buah juring, gunting sama besar.
- (4) Selanjutnya juring-juring tersebut disusun menyerupai persegi panjang.
- (5) Tempelkan susunan juring tersebut pada kolom berikut.



Perhatikan susunan juring yang menyerupai persegi panjang tersebut, pada bagian panjang merupakan bagian dari  lingkaran, dengan rumus .

Selanjutnya pada bagian lebar merupakan  lingkaran, dengan simbol .

Dari susunan juring lingkaran pada kolom di atas, terlihat bahwa:

luas lingkaran = luas .

Adapun luas persegi panjang adalah .

Sehingga diperoleh:

Luas lingkaran = Luas

=

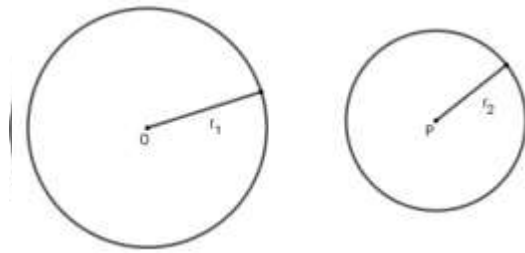
. . . . x . . . .

Luas lingkaran =

. . . . x . . . .

Luas lingkaran =

Bagaimana cara menentukan luas lingkaran menggunakan rasio/proporsi? Berikut akan kita pelajari langkah-langkah cara menentukannya.



Dari gambar di atas, terlihat lingkaran  $O$  berjari-jari  $r_1$  dan lingkaran  $P$  memiliki panjang jari-jari  $r_2$ . Panjang jari-jari lingkaran  $O$  ..... panjang jari-jari lingkaran  $P$ , dapat ditulis .....

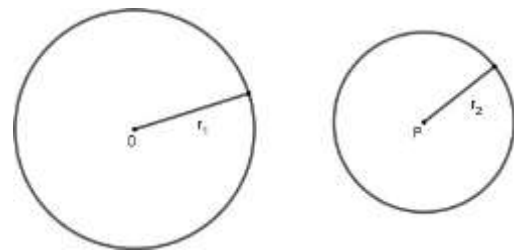
$$L_{\text{lingkaran } O} = \dots \times \dots$$

$$L_{\text{lingkaran } P} = \dots \times \dots$$

**Selisih luas kedua lingkaran** dapat ditulis sebagai berikut:

$$L_{\text{lingkaran } O} - L_{\text{lingkaran } P} = \dots - \dots$$

$$= \dots$$



Dari gambar di atas, terlihat lingkaran  $O$  berjari-jari  $r_1$  dan lingkaran  $P$  memiliki panjang jari-jari  $r_2$ . Panjang jari-jari lingkaran  $O$  ..... panjang jari-jari lingkaran  $P$ , dapat ditulis .....

$$L_{\text{lingkaran } O} = \dots \times \dots$$

$$L_{\text{lingkaran } P} = \dots \times \dots$$

**Perbandingan kedua lingkaran** dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{L_{\text{lingkaran } O}}{L_{\text{lingkaran } P}} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\frac{L_{\text{lingkaran } O}}{L_{\text{lingkaran } P}} = \frac{\dots}{\dots}$$

### Ayo berlatih

Sebuah taman berbentuk lingkaran berjari-jari 14 m. Di tengah-tengah taman, terdapat kolam berbentuk lingkaran dengan panjang jari-jari 7 m. Jika taman di luar kolam ditanami rumput, luas taman yang ditanami rumput adalah ...

## Tujuan Pembelajaran 3

P.3 Menentukan panjang busur, luas juring dan tembereng dengan menggunakan metode perbandingan.

Contoh: jika diketahui panjang busur  $AB = 4,4$  cm dan  $r = 14$  cm, untuk mencari luas juring maka menggunakan konsep perbandingan.

## Ketersediaan Materi

- Pengayaan untuk peserta didik CIBI (cerdas istimewa berbakat istimewa) atau yang berprestasi tinggi: Ya/Tidak
- Alternatif penjelasan, metode, atau aktivitas, untuk peserta didik yang sulit memahami konsep: Ya/Tidak

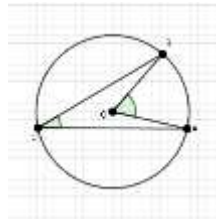
Model Pembelajaran	Asesmen	Kegiatan Pembelajaran Utama
<b>Tatap muka</b> ( model <i>Discovery Learning</i> kombinasi <i>Cooperative Learning</i> tipe <i>Think Pair Share</i> (TPS), dan <i>window shopping</i> )	a. Cara guru menilai: Asesmen kelompok  b. Jenis asesmen: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Performa: presentasi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pengaturan peserta didik: berkelompok (4 – 5 orang)</li> <li>• Metode: diskusi, presentasi</li> </ul>

## Materi Ajar, alat, dan bahan

Materi atau sumber pembelajaran utama	Buku Pengembangan Pengajaran Matematika Sekolah Dasar dan Menengah Jilid 2 (John A. Van De Walle)
Alat dan Bahan yang diperlukan	karton, spidol
Perkiraan biaya	Karton: Rp. 3.000,00 Spidol: Rp. 5.000,00 Total harga: Rp. 8.000,00 (1 kelompok)

## Persiapan Pembelajaran (1 – 1,5 jam)

- Menyiapkan lembar kerja peserta didik (diprint dari perangkat ajar ini sesuai dengan banyaknya peserta didik)
- Menyiapkan karton, spidol, double tip untuk setiap kelompok

Urutan Kegiatan Belajar (4 JP)			
Kegiatan Pendahuluan			
Kegiatan Pembelajaran		Waktu (menit)	Profil Pancasila
Guru membuka kegiatan dengan aktivitas rutin di kelas, sesuai kesepakatan kelas (misalnya: menyapa peserta didik, berdo'a sebelum belajar, cek kehadiran).		5	Beriman & bertaqwa kepada
Guru melakukan kegiatan <i>ice breaking</i> "dengarkan saya", tujuannya untuk melihat kesiapan peserta didik mengikuti kegiatan belajar.  Caranya: - Guru meminta peserta didik untuk melakukan gerakan/memegang benda berdasarkan ucapan (gerakan guru hanya pengecoh)  Contoh: Guru mengatakan <b>hidung saya</b> (tangan memegang kepala), satu (jari menunjukkan tiga)		5	Tuhan YME melalui kegiatan berdo'a
Kegiatan Inti			
Sintak <i>Discovery Learning</i>	Kegiatan Pembelajaran	Waktu (menit)	Profil Pancasila
<i>Stimulation</i> (Stimulasi/pemberian rangsangan)	Pada pemberian rangsangan ini, guru dapat menampilkan gambar sudut pusat suatu lingkaran yang diambil dari LKPD-2.    Kemudian, tanyakan kepada peserta didik: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Menghadap busur apakah sudut tersebut? <math>\hat{B}</math></li> <li>• Disebut apakah daerah yang dibatasi kaki sudut pusat dan busur yang dihadapnya? <b>juring</b></li> </ul>	15	Melalui pertanyaan pancingan, diharapkan peserta didik dapat <b>bernalar kritis</b>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Adakah hubungan dari besar sudut pusat dengan panjang busur lingkaran?</li> <li>• Adakah hubungan dari besar sudut pusat dengan luas juring lingkaran?</li> <li>• Bagaimana hubungan panjang busur dengan luas juring lingkaran?</li> <li>• Bagaimana cara menghitung luas tembereng?</li> </ul>		
<i>Problem Statement</i> (pernyataan atau identifikasi masalah)	Guru dapat menanyakan kepada peserta didik masalah apa yang akan kita pelajari hari ini. Diharapkan dapat muncul pernyataan bahwa kita akan mencari hubungan sudut pusat, panjang busur, dan luas juring lingkaran, serta mencari luas tembereng.	15	
<i>Data Collection</i> (pengumpulan data)	Sebagai proses pengumpulan data, peserta didik diminta untuk melihat perbandingan besar sudut pusat dengan panjang busur dan luas juring. Berikan juring lingkaran dari sudut-sudut $90^\circ$ , $120^\circ$ , dan $180^\circ$ . (LKPD-5)	30	Melalui kegiatan diskusi kelompok, diharapkan peserta didik dapat menerapkan Profil Pancasila
<i>Data Processing</i> (pengolahan data)	Guru meminta peserta didik mengamati dan memprediksi hubungan dari sudut pusat dengan panjang busur dan luas juring lingkaran.	25	<b>bergotong royong</b>
<i>Verification</i> (pembuktian)	Sebagai verifikasi dari prediksinya, minta peserta didik untuk membuktikan dengan sampel-sampel sudut yang lain.	25	
<i>Generalization</i> (penarikan simpulan)	Dari hasil pengolahan data dan verifikasi yang telah dilakukan, minta peserta didik untuk menarik simpulan LKPD-5. Selanjutnya peserta didik mempresentasikan hasil diskusi kelompoknya.	25	

Kegiatan Penutup		
Peserta didik membuat kesimpulan dengan bimbingan guru tentang poin-poin penting yang muncul dalam kegiatan pembelajaran materi <i>panjang busur, luas juring, dan luas tembereng lingkaran</i> yang baru dilakukan.	10	
Guru memberikan penghargaan untuk materi pelajaran <i>sudut pusat dan sudut keliling</i> kepada kelompok yang memiliki kinerja dan kerjasama yang baik.	5	
<b>Jumlah waktu</b>	<b>160</b>	

### Refleksi Guru

- Apakah kegiatan pembukaan (*ice breaking*) yang dilakukan dapat mempersiapkan peserta didik untuk mulai mengikuti kegiatan belajar dengan baik?
- Apakah pemberian instruksi atau penjelasan teknis dapat dipahami peserta didik?
- Apakah 100% peserta didik mencapai Tujuan Pembelajaran? Jika tidak, berapa % kira-kira yang mencapai Tujuan Pembelajaran?
- Apa kesulitan yang dialami peserta didik yang tidak mencapai Tujuan Pembelajaran? Apa yang akan guru lakukan untuk membantu mereka?
- Apakah ada peserta didik yang nampak tidak fokus? Mengapa? Bagaimana supaya mereka bisa lebih fokus di kegiatan berikutnya?

### Kriteria untuk mengukur ketercapaian Tujuan Pembelajaran

Asesmen dilakukan melalui observasi guru selama kegiatan pembelajaran berlangsung, dan hasil pekerjaan peserta didik (skor LKPD).

#### Rubrik Penilaian

1	2	3	4
<ul style="list-style-type: none"> <li>Belum mampu menentukan panjang busur lingkaran</li> <li>Belum mampu menentukan luas juring</li> <li>Belum mampu menentukan luas tembereng</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sudah mampu menentukan panjang busur lingkaran</li> <li>Belum mampu menentukan luas juring</li> <li>Belum mampu menentukan luas tembereng</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sudah mampu menentukan panjang busur lingkaran</li> <li>Sudah mampu menentukan luas juring</li> <li>Belum mampu menentukan luas tembereng</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sudah mampu menentukan panjang busur lingkaran</li> <li>Sudah mampu menentukan luas juring</li> <li>Sudah mampu menentukan luas tembereng</li> </ul>

Pertanyaan refleksi untuk peserta didik	Daftar Pustaka
a. Bagian mana yang menurutmu paling sulit dari pelajaran ini? b. Apa yang akan kamu lakukan untuk memperbaiki hasil belajarmu? c. Kepada siapa kamu akan meminta bantuan untuk memahami pelajaran ini? d. Jika kamu diminta untuk memberikan bintang 1 sampai 5, berapa bintang akan kamu berikan pada usaha yang telah kamu lakukan?	Sutanti, Titik. 2019. <i>Paket Unit Pembelajaran Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan (PKB) melalui Peningkatan Kompetensi Pembelajaran (PKP) Mata Pelajaran Matematika Pembelajaran Geometri Datar</i> . Jakarta: Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan

LKPD	Bahan Bacaan Peserta Didik	Bahan Bacaan Guru	Materi Pengayaan	Materi untuk peserta didik yang kesulitan belajar
Ada (terlampir)	Ada (terlampir)	Ada (terlampir)	Tidak Ada	Tidak Ada



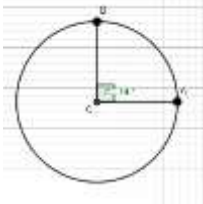
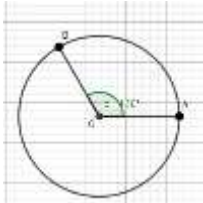
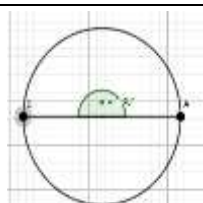
# **Lembar Kerja Peserta Didik 5** **Hubungan Sudut Pusat, Panjang Busur, dan Luas Juring,** **Luas Tembereng**

Nama : .....

Tujuan Pembelajaran: Setelah mengerjakan LKPD ini, peserta didik dapat menentukan panjang busur, luas juring dan tembereng (menggunakan rasio/proporsi)

Petunjuk :

- Kerjakan LKPD-5 secara kelompok.
- Ingatlah kembali materi unsur-unsur lingkaran yang pernah dipelajari di SD.
- Tuliskan unsur lingkaran sesuai nama yang diberikan.

No.	Gambar Lingkaran	Besar Sudut Pusat	Perbandingan sudut pusat dengan sudut lingkaran	Perbandingan luas juring dengan luas lingkaran	Perbandingan panjang busur dengan keliling lingkaran
1					
2					
3					

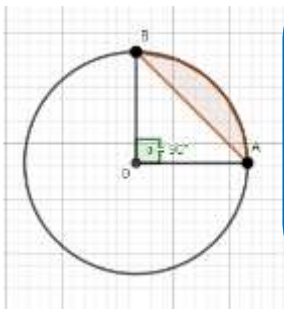
Setelah melengkapi tabel di atas, perhatikan pada tiga kolom terakhir. Bagaimana perbandingannya? Analisislah hubungan ketiganya dan tuliskan pada kolom berikut.

Pada lingkaran  $O$ , dengan jari-jari  $r$ , keliling lingkaran  $K$ , dan luas daerah lingkaran  $L$ , jika besar sudut pusat adalah  $\alpha$ , maka:

Panjang busur yang menghadap  $\alpha = \dots$

Luas juring dengan sudut pusat  $\alpha = \dots$

Selanjutnya bagaimana cara memperoleh luas tembereng?  
Coba perhatikan lingkaran  $O$  berikut.



Luas tembereng = Luas  $\dots$  - Luas  $\dots$

### **Ayo Berlatih**

Toni akan membuat 90 hiasan terali yang akan dipasang di pagar rumahnya. Terali tersebut berbentuk juring lingkaran yang terbuat dari besi. Jika panjang jari-jari lingkaran 14 cm dan besar sudut pusat  $30^\circ$ , panjang besi minimum yang diperlukan untuk membuat terali tersebut adalah  $\dots$

## Tujuan Pembelajaran 4

P.4 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan panjang busur, luas juring dan tembereng (menggunakan konsep perbandingan) dan penerapannya dalam konversi satuan pengukuran.

## Ketersediaan Materi

- Pengayaan untuk peserta didik CIBI (cerdas istimewa berbakat istimewa) atau yang berprestasi tinggi: Ya/Tidak
- Alternatif penjelasan, metode, atau aktivitas, untuk peserta didik yang sulit memahami konsep: Ya/Tidak

Model Pembelajaran	Asesmen	Kegiatan Pembelajaran Utama
<b>Tatap muka</b> ( model <i>Cooperative Learning</i> tipe <i>bus stop</i> )	a. Cara guru menilai: Asesmen kelompok b. Jenis asesmen: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Performa: presentasi</li> <li>• Tertulis: tes objektif, esai</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pengaturan peserta didik: berkelompok (4 – 5 orang)</li> <li>• Metode: diskusi, presentasi</li> </ul>

## Materi Ajar, alat, dan bahan

Materi atau sumber pembelajaran utama	Buku Pengembangan Pengajaran Matematika Sekolah Dasar dan Menengah Jilid 2 (John A. Van De Walle)
Alat dan Bahan yang diperlukan	karton, spidol kecil (setiap kelompok berbeda warna), bola kertas
Perkiraan biaya	Karton: Rp. 3.000,00 Spidol kecil: Rp. 2.000,00 Total harga: Rp. 5.000,00 (1 kelompok)

## Persiapan Pembelajaran (1 – 1,5 jam)

- Menyiapkan karton, spidol, dobel tip untuk setiap kelompok
- Menuliskan masalah kontekstual terkait keliling dan luas lingkaran pada kertas karton
- Menempelkan kertas karton di 8 tempat (sebagai terminal bus)

Urutan Kegiatan Belajar (160 menit)		
Kegiatan Pendahuluan		
Kegiatan Pembelajaran	Waktu (menit)	Profil Pancasila
Guru membuka kegiatan dengan aktivitas rutin di kelas, sesuai kesepakatan kelas (misalnya: menyapa peserta didik, berdo'a sebelum belajar, cek kehadiran).	5	Beriman & bertaqwa kepada
<p>Guru melakukan kegiatan <i>ice breaking</i> "Tepuk 1-2-1-3", tujuannya untuk melihat kesiapan peserta didik mengikuti kegiatan belajar.</p> <p>Caranya:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Guru mengajak peserta didik ke luar kelas (lapangan sekolah)</li> <li>- Guru meminta peserta didik duduk/berdiri membentuk sebuah lingkaran (guru juga ikut dalam lingkaran tersebut)</li> <li>- Guru menjelaskan aturan main "tepuk 1-2-1-3", yaitu: <ul style="list-style-type: none"> <li>a. Setiap peserta didik membuka telapak tangannya dan meletakkan di sisi kiri dan kanan</li> <li>b. Saat guru mengatakan 1, peserta didik menepukkan tangan kanannya pada telapak tangan kiri masing-masing</li> <li>c. Saat guru mengatakan 2, peserta didik menepukkan tangan kanannya pada telapak tangan kiri teman yang ada di samping kanannya</li> <li>d. Saat guru mengatakan 3, peserta didik menepukkan tangan kanannya pada telapak tangan kiri teman yang ada di samping kirinya</li> </ul> </li> <li>- Setelah semua peserta didik paham dengan aturan tepuknya, selanjutnya peserta didik diminta melakukan tepukan sambil bernyanyi "Garuda Pancasila" atau "Halo-halo Bandung", atau boleh lagu yang lainnya</li> </ul>	10	Tuhan YME melalui kegiatan berdo'a
Kegiatan Inti		
Kegiatan Pembelajaran	Waktu (menit)	Profil Pancasila
Guru mereview kembali materi tentang unsur-unsur lingkaran, keliling, dan luas lingkaran dengan cara " <b>lempar tangkap bola</b> ". Posisi peserta didik masih di lapangan sekolah berbentuk lingkaran. Guru menjelaskan aturan	20	Melalui pertanyaan pancingan,

<div>main <b>"lempar tangkap bola"</b>:</div> <div><ul style="list-style-type: none"><li>Guru menyebutkan pertanyaan seputar materi yang telah dipelajari (unsur-unsur lingkaran, keliling dan luas lingkaran)</li><li>Guru melempar bola, peserta didik yang menangkapnya, melempar kembali ka peserta didik yang lain (hitungan ke-5 guru mengatakan berhenti)</li><li>Peserta didik yang memegang bola pada hitungan ke-5, memperoleh kesempatan menjawab pertanyaan guru yang telah disampaikan sebelumnya</li><li>Kegiatan bisa dilakukan untuk beberapa pertanyaan</li></ul></div>		<div>diharapkan peserta didik dapat <b>bernalar kritis</b></div>																																																																																				
<div>Setelah selesai melakukan review materi, selanjutnya guru menjelaskan tujuan pembelajaran. Guru menjelaskan permainan saat penyelesaian soal, yaitu "Bus Stop".</div> <div>Setiap kelompok diberikan sebuah spidol dengan warna yang berbeda.</div>	5	<div>Melalui kegiatan diskusi kelompok, diharapkan peserta didik dapat menerapkan Profil Pancasila <b>bergotong royong</b></div>																																																																																				
<div>Guru menjelaskan aturan mainnya, yaitu:</div> <div><ul style="list-style-type: none"><li>Setiap kelompok berbaris di setiap terminal bus (terminal bus telah diberi nomor 1 sampai 8)</li><li>Guru memberikan sebuah spidol berbeda warna kepada setiap kelompok</li><li>Setiap 3 menit guru akan memberikan aba-aba "Stop" untuk setiap kelompok berpindah ke terminal selanjutnya (contoh: kelompok 1 ke 2, 2 ke 3, ..., 7 ke 8, 8 ke 1)</li></ul></div> <div><table><tr><td></td><td colspan="8">Terminal Bus</td></tr><tr><td>Posisi Awal</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr><tr><td rowspan="7">Proses perpindahan terminal bus</td><td>8</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr><tr><td>7</td><td>8</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>1</td></tr><tr><td>Presentasi</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr></table></div>		Terminal Bus								Posisi Awal	1	2	3	4	5	6	7	8	Proses perpindahan terminal bus	8	1	2	3	4	5	6	7	7	8	1	2	3	4	5	6	6	7	8	1	2	3	4	5	5	6	7	8	1	2	3	4	4	5	6	7	8	1	2	3	3	4	5	6	7	8	1	2	2	3	4	5	6	7	8	1	Presentasi	1	2	3	4	5	6	7	8	15	
	Terminal Bus																																																																																					
Posisi Awal	1	2	3	4	5	6	7	8																																																																														
Proses perpindahan terminal bus	8	1	2	3	4	5	6	7																																																																														
	7	8	1	2	3	4	5	6																																																																														
	6	7	8	1	2	3	4	5																																																																														
	5	6	7	8	1	2	3	4																																																																														
	4	5	6	7	8	1	2	3																																																																														
	3	4	5	6	7	8	1	2																																																																														
	2	3	4	5	6	7	8	1																																																																														
Presentasi	1	2	3	4	5	6	7	8																																																																														
<div>Peserta didik melakukan penyelesaian masalah kontekstual terkait lingkaran melalui permainan "Bus Stop"</div>	50																																																																																					

Setelah semua kelompok menuliskan penyelesaiannya pada 8 karton, guru meminta setiap kelompok menjelaskan hasil diskusi kelompoknya, kelompok lain menanggapi jika ada perbedaan.	45							
<b>Kegiatan Penutup</b>								
<p>Peserta didik membuat kesimpulan mengenai kegiatan pembelajaran yang telah dilakukan dengan menggunakan P-M-I. Cara melakukan P-M-I:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Sebelumnya guru telah menyiapkan kertas yang telah berisi tulisan P-M-I (Positive-Minus-Interesting)</li> </ul> <p>Maksudnya,</p> <p><b>Positive:</b> hal-hal yang telah dikuasai/dipahami</p> <p><b>Minus:</b> hal-hal yang belum dikuasai/dipahami</p> <p><b>Interesting:</b> hal-hal yang menarik pada kegiatan pembelajaran</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Setiap peserta didik menuliskan pada kertas P-M-I yang telah dibagikan guru</li> </ul> <table border="1"> <thead> <tr> <th>P</th><th>M</th><th>I</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table> <p>Guru memberikan penghargaan kepada kelompok yang memiliki kinerja dan kerjasama yang baik.</p>	P	M	I				5	
P	M	I						
	5							
<b>Jumlah waktu</b>	<b>160</b>							
<b>Refleksi Guru</b>								
<p>a. Apakah kegiatan pembukaan (<i>ice breaking</i>) yang dilakukan dapat mempersiapkan peserta didik untuk mulai mengikuti kegiatan belajar dengan baik?</p> <p>b. Apakah pemberian instruksi atau penjelasan teknis dapat dipahami peserta didik?</p> <p>c. Apakah 100% peserta didik mencapai Tujuan Pembelajaran? Jika tidak, berapa % kira-kira yang mencapai Tujuan Pembelajaran?</p> <p>d. Apa kesulitan yang dialami peserta didik yang tidak mencapai Tujuan Pembelajaran? Apa yang akan guru lakukan untuk membantu mereka?</p> <p>e. Apakah ada peserta didik yang nampak tidak fokus? Mengapa? Bagaimana supaya mereka bisa lebih fokus di kegiatan berikutnya?</p>								

### Kriteria untuk mengukur ketercapaian Tujuan Pembelajaran

Asesmen dilakukan melalui observasi guru selama kegiatan pembelajaran berlangsung, dan hasil pekerjaan peserta didik (skor LKPD).

### Rubrik Penilaian

1	2	3	4
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Belum mampu menentukan keliling lingkaran</li> <li>• Belum mampu menentukan luas lingkaran</li> <li>• Belum mampu menyelesaikan masalah kontekstual terkait keliling dan luar lingkaran</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sudah mampu menentukan keliling lingkaran</li> <li>• Belum mampu menentukan luas lingkaran</li> <li>• Belum mampu menyelesaikan masalah kontekstual terkait keliling dan luar lingkaran</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sudah mampu menentukan keliling lingkaran</li> <li>• Sudah mampu menentukan luas lingkaran</li> <li>• Belum mampu menyelesaikan masalah kontekstual terkait keliling dan luar lingkaran</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sudah menentukan keliling lingkaran</li> <li>• Sudah mampu menentukan luas lingkaran</li> <li>• Sudah mampu menyelesaikan masalah kontekstual terkait keliling dan luar lingkaran</li> </ul>

### Pertanyaan refleksi untuk peserta didik

- Bagian mana yang telah kamu pahami? **(plus)**
- Bagian mana yang menurutmu paling sulit dari pelajaran ini? **(minus)**
- Apa yang akan kamu lakukan untuk memperbaiki hasil belajarmu?
- Kepada siapa kamu akan meminta bantuan untuk memahami pelajaran ini?
- Hal-hal apa saja yang menarik pada kegiatan pembelajaran? **(interesting)**

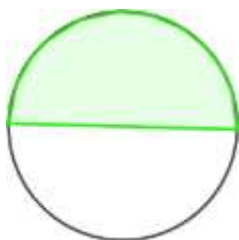
### Daftar Pustaka

Sutanti, Titik. 2019. Paket Unit Pembelajaran Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan (PKB) melalui Peningkatan Kompetensi Pembelajaran (PKP) Mata Pelajaran Matematika Pembelajaran Geometri Datar. Jakarta: Direktorat Jenderal Guru dan Tenaga Kependidikan, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

LKPD	Bahan Bacaan Peserta Didik	Bahan Bacaan Guru	Materi Pengayaan	Materi untuk peserta didik yang kesulitan belajar
Tidak ada	Ada (terlampir)	Ada (terlampir)	Tidak Ada	Tidak Ada

**Soal untuk di terminal bus:**

1. Diketahui sebuah taman yang berbentuk lingkaran. Setengah dari luas taman tersebut akan ditanami rumput. Jika jari-jari taman tersebut 21 meter, tentukan luas taman yang ditanami rumput.



2. Sebuah ban mobil memiliki panjang jari-jari 30 cm. Ketika mobil tersebut berjalan, ban mobil tersebut berputar sebanyak 1.000 kali. Diameter ban mobil, keliling ban mobil, dan jarak yang ditempuh mobil adalah . . . .



3. Yono akan membuat 100 hiasan terali yang akan dipasang di pagar rumahnya. Terali tersebut berbentuk lingkaran yang terbuat dari besi. Jika panjang jari-jari lingkaran 7 cm, panjang besi minimum yang diperlukan untuk membuat terali tersebut adalah m.
4. Sebuah kolam berbentuk lingkaran berjari-jari 10 meter. Di sekeliling tepi kolam dibuat jalan melingkar selebar 5 meter. Jika biaya untuk membuat jalan tiap 1 m<sup>2</sup> adalah Rp15.000,00. Seluruh biaya yang dibutuhkan untuk membuat jalan tersebut adalah . . . .



**Babab.Net**

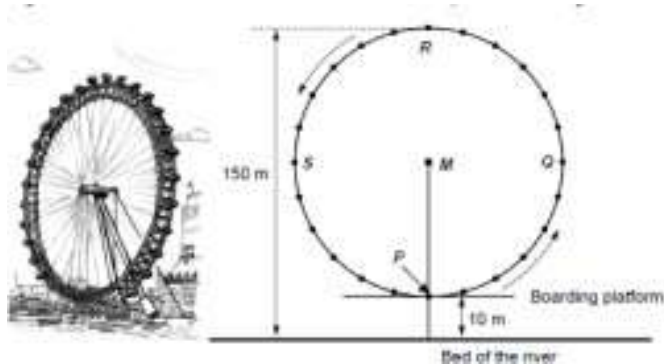


### Soal untuk di terminal bus:

(Soal nomor 5 – 8 adalah soal PISA Tahun 2012, diambil dari buku matematika unit 3 PKB melalui PKP)

#### 5. Bianglala

Bianglala raksasa di tepi sungai, seperti gambar dan diagram berikut



Bianglala memiliki diameter luar 140 meter dan ketinggian 150 meter di atas permukaan sungai. Ia berputar dengan arah seperti tanda panah.

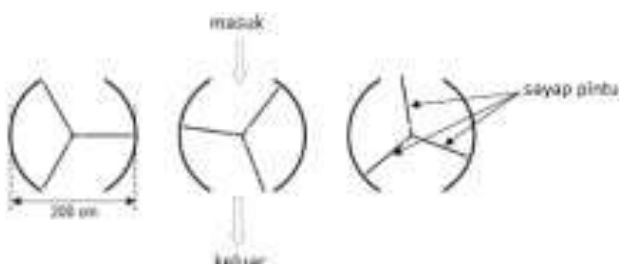
Bianglala berputar dengan kecepatan tetap. Bianglala berputar penuh satu putaran dalam 40 menit. John mulai naik bianglala di titik P. Di manakah posisi John setelah setengah jam?

- A. di R
- B. antara R dan S
- C. di S**
- D. antara S dan P

Untuk soal nomor 2, 3, dan 4 perhatikan wacana "Pintu Putar" berikut.

#### 6. PINTU PUTAR

Suatu pintu termasuk tiga daun sayap/pintu yang berputar dalam ruang berbentuk melingkar. Diameter dalam dari ruang pintu ini adalah 2 meter (200 centimeter). Tiga sayap pintu membagi ruang pintu menjadi tiga juring yang sama besar. Denah berikut menunjukkan sayap pintu putar dalam tiga posisi berbeda dilihat dari atas.



Identifikasi	
Level Kognitif	: 2 (Penerapan)
Indikator yang bersesuaian	: Menentukan panjang busur lingkaran
Diketahui	: Posisi titik awal Waktu tempuh untuk 1 keliling lingkaran = 40 menit
Ditanyakan	: Posisi titik setelah setengah jam (30 menit)
Materi yang dibutuhkan	: Panjang busur lingkaran dan keliling lingkaran

Berapakah ukuran dalam derajat sudut yang dibentuk oleh dua sayap pintu?

Besar sudut °

7. Bukaannya dua pintu (busur putus-putus pada gambar) berukuran sama.

Jika bukaan ini terlalu lebar, pintu putar tidak dapat memberikan ruang tertutup dan udara dapat keluar masuk dengan bebas antara pintu masuk dan pintu keluar, menyebabkan kehilangan atau memperoleh panas yang tidak diinginkan. Hal ini ditunjukkan pada gambar di samping.



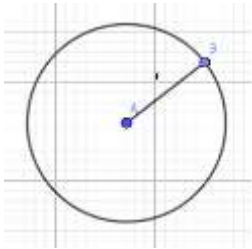
Berapakah panjang maksimum busur (dalam centimeter) yang dapat dimiliki masing-masing bukaan, sehingga udara tidak pernah mengalir dengan bebas diantara pintu masuk dan pintu keluar.

Panjang busur maksimum ..... cm

8. Pintu dapat berputar penuh 4 kali putaran dalam 1 menit. Tiap bagian pintu dapat memuat maksimal 2 orang. Berapa banyak maksimal orang yang dapat memasuki gedung melalui pintu putar dalam 30 menit?
- A. 60  
B. 180  
C. 240  
D. 720

## **Bahan Bacaan**

### **A. Pengertian lingkaran dan unsur-unsurnya**



Lingkaran adalah kedudukan titik-titik (himpunan semua titik) yang berjarak sama dengan suatu titik tertentu. Titik tertentu tersebut dinamakan pusat lingkaran dan jarak dari pusat lingkaran ke suatu titik pada lingkaran disebut jari-jari/radius. Nama lingkaran biasanya berdasar pada titik pusatnya. Pada gambar di samping, titik A adalah pusat

Lingkaran, sehingga lingkaran tersebut disimbolkan dengan  $\odot A$ . Ruas garis  $AB$  merupakan jari-jari lingkaran, biasa disimbolkan dengan  $r$  dari kata radius. Jari-jari juga dapat berarti jarak pusat lingkaran dengan setiap titik pada lingkaran.

Pada lingkaran terdapat unsur-unsur yang berupa titik, ruas garis, kurva lengkung, maupun bidang. Unsur lingkaran yang berupa titik adalah pusat lingkaran. Unsur lingkaran yang berupa ruas garis adalah:

1. Jari-jari, yaitu ruas garis yang menghubungkan pusat lingkaran dengan suatu titik pada lingkaran. Jari-jari juga berarti jarak pusat lingkaran terhadap setiap titik pada lingkaran.
2. Tali busur, yaitu ruas garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran.
3. Diameter, yaitu ruas garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran dan melalui pusat lingkaran, atau tali busur yang melalui pusat lingkaran.
4. Apotema, yaitu ruas garis yang menghubungkan pusat lingkaran dengan tali busur dan tegak lurus dengan tali busur. Apotema juga berarti jarak pusat lingkaran dengan tali busur.

Unsur lingkaran yang berupa kurva lengkung:

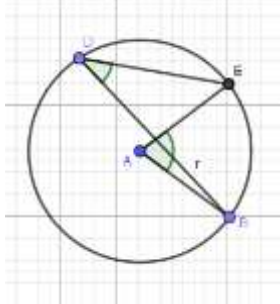
1. Busur lingkaran, yaitu kurva lengkung yang berimpit pada lingkaran. Jika busur lingkaran panjangnya kurang dari setengah lingkaran, maka dinamakan busur kecil/busur minor. Sebaliknya jika panjangnya lebih dari setengah lingkaran, dinamakan busur besar/busur mayor.
2. Lingkaran

Unsur lingkaran yang berupa bidang atau luasan atau daerah:

1. Juring lingkaran atau sektor lingkaran, yaitu daerah yang dibatasi oleh dua jari-jari dan busur lingkaran antara dua jari-jari tersebut.
2. Tembereng, yaitu daerah yang dibatasi oleh busur dan tali busurnya.
3. Daerah lingkaran, daerah yang dibatasi oleh lingkaran, atau daerah di dalam lingkaran.

## B. Sudut Pusat dan Sudut Keliling

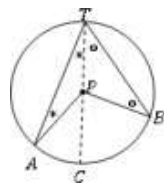
Perhatikan gambar berikut.



Pada gambar di atas, titik  $A$  adalah pusat lingkaran. Dengan pusat lingkaran sebagai titik sudut, maka sudut yang terbentuk oleh dua jari-jari sebagai kaki-kaki sudutnya dinamakan **sudut pusat**. Dengan demikian,  $\angle CAB$  adalah sudut pusat lingkaran  $A$ . Besar  $\angle CAB$  atau biasa disimbolkan  $m\angle CAB = \alpha^\circ$ .  $\angle CAB$  menghadap busur  $\widehat{CE}$ .

Sementara itu, titik  $D$  terletak **pada** lingkaran. Setiap sudut dengan sebuah titik pada lingkaran sebagai titik sudut dan kaki-kaki sudutnya adalah tali busur dinamakan **sudut keliling**. Dengan demikian,  $\angle CDB$  adalah sudut keliling. Besar  $\angle CDB$  atau  $m\angle CDB = \beta$ .  $\angle CDB$  menghadap busur  $\widehat{CE}$ .

**Teorema:** Jika dalam sebuah lingkaran terdapat sudut pusat dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama, maka besar sudut pusat dua kali besar sudut keliling.



Perhatikan gambar di atas. Garis tengah membiak dua sudut pusat  $\angle APB$  dan sudut keliling  $\angle ATB$ . Dari pembagian tersebut, terbentuk  $\triangle PAT$  dan  $\triangle PBT$ , keduanya sama kaki karena dua sisi masing-masing segitiga adalah jari-jari lingkaran.

Diperoleh:

$$\begin{aligned} m\angle APC &= m\angle PAT + m\angle PTA \quad (\text{sifat sudut luar segitiga}) \\ &= 2 \times m\angle PTA \dots\dots\dots (i) \end{aligned}$$

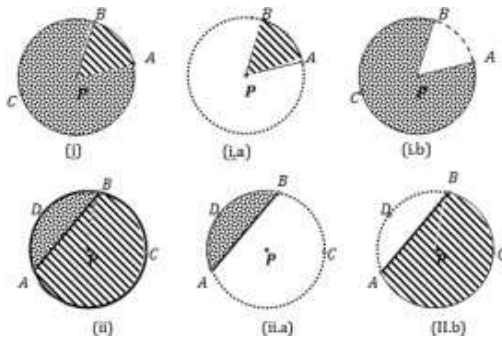
$$\begin{aligned} m\angle BPC &= m\angle PBT + m\angle PTB \quad (\text{sifat sudut luar segitiga}) \\ &= 2 \times m\angle PTB \dots\dots\dots (ii) \end{aligned}$$

Dari (i) dan (ii):

$$\begin{aligned} m\angle APC + m\angle BPC &= 2 \times m\angle PTA + 2 \times m\angle PTB \\ m\angle APB &= 2 \times (m\angle PTA + m\angle PTB) \\ \mathbf{m\angle APB} &= \mathbf{2 \times m\angle ATB} \end{aligned}$$

### C. Busur dan Juring Lingkaran

Busur dan juring lingkaran telah didefinisikan pada bagian Lingkaran dan Unsur-unsurnya. Mari kita perhatikan kembali gambar juring lingkaran berikut.



Daerah lingkaran pada gambar (i) memuat dua juring lingkaran, yaitu juring (kecil)  $PAB$  dan juring (besar)  $PACB$ . Juring (kecil)  $PAB$  digambarkan terpisah pada gambar (i.a). Juring (besar)  $PACB$  digambarkan terpisah pada gambar (i.b). Tampak bahwa juring lingkaran terkait langsung dengan **sudut pusat** lingkarannya. Perbandingan sudut pusat lingkaran dengan sudut satu lingkaran penuh ( $360^\circ$ ) sebanding dengan perbandingan luas juring dengan luas lingkaran. Begitupun perbandingan panjang busur dengan keliling lingkaran sebanding dengan perbandingan sudut pusat dengan  $360^\circ$ .