

트리 2

최백준 choi@startlink.io

LCA

가장 가까운 조상 찾기

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기

$O(1)$

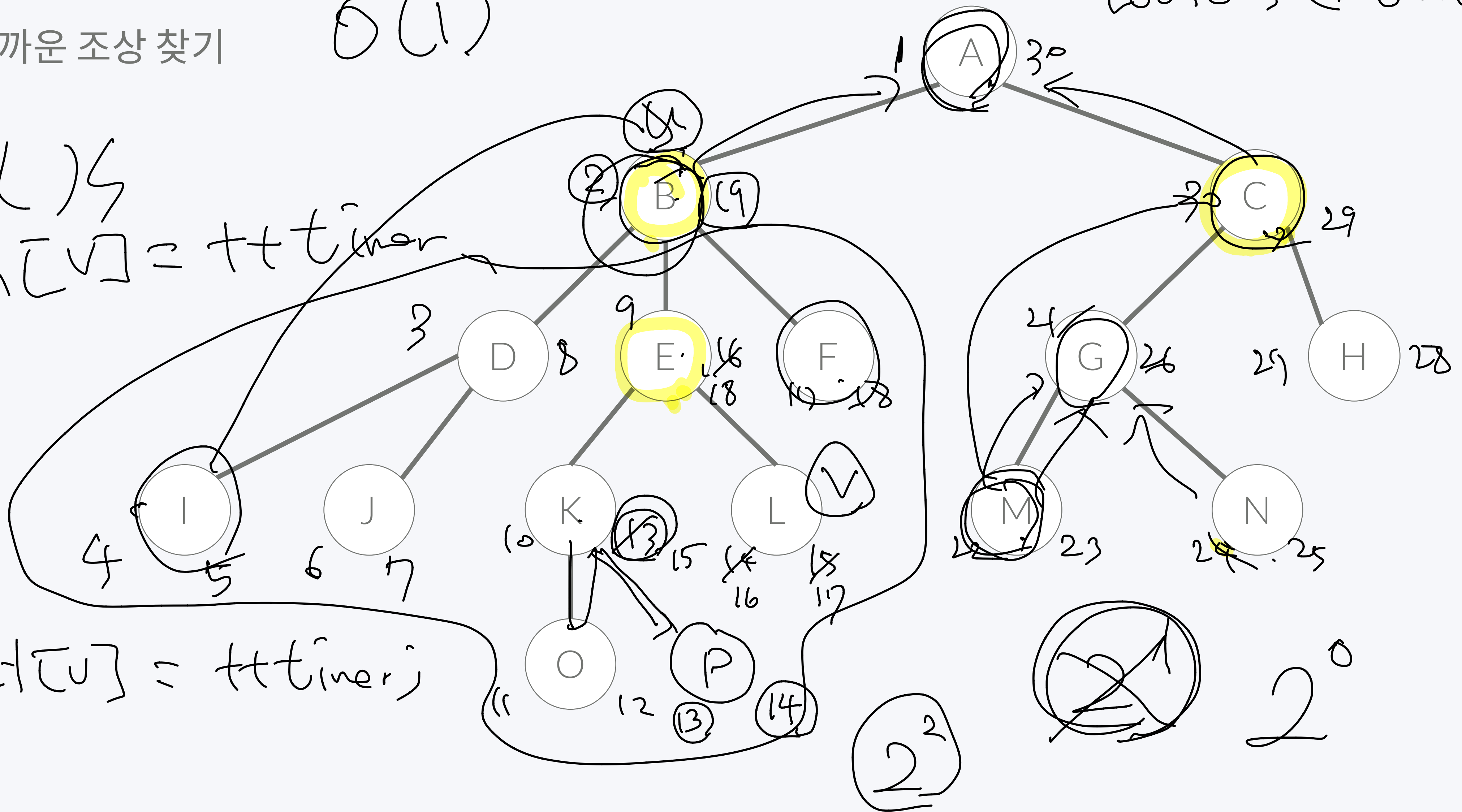
u가 v의 조상?
 $tin[u] \leq tin[v]$ &&
 $tout[v] \leq tin[u]$

3

dfs()

$tin[v] = ++timer$

$tout[v] = ++timer;$



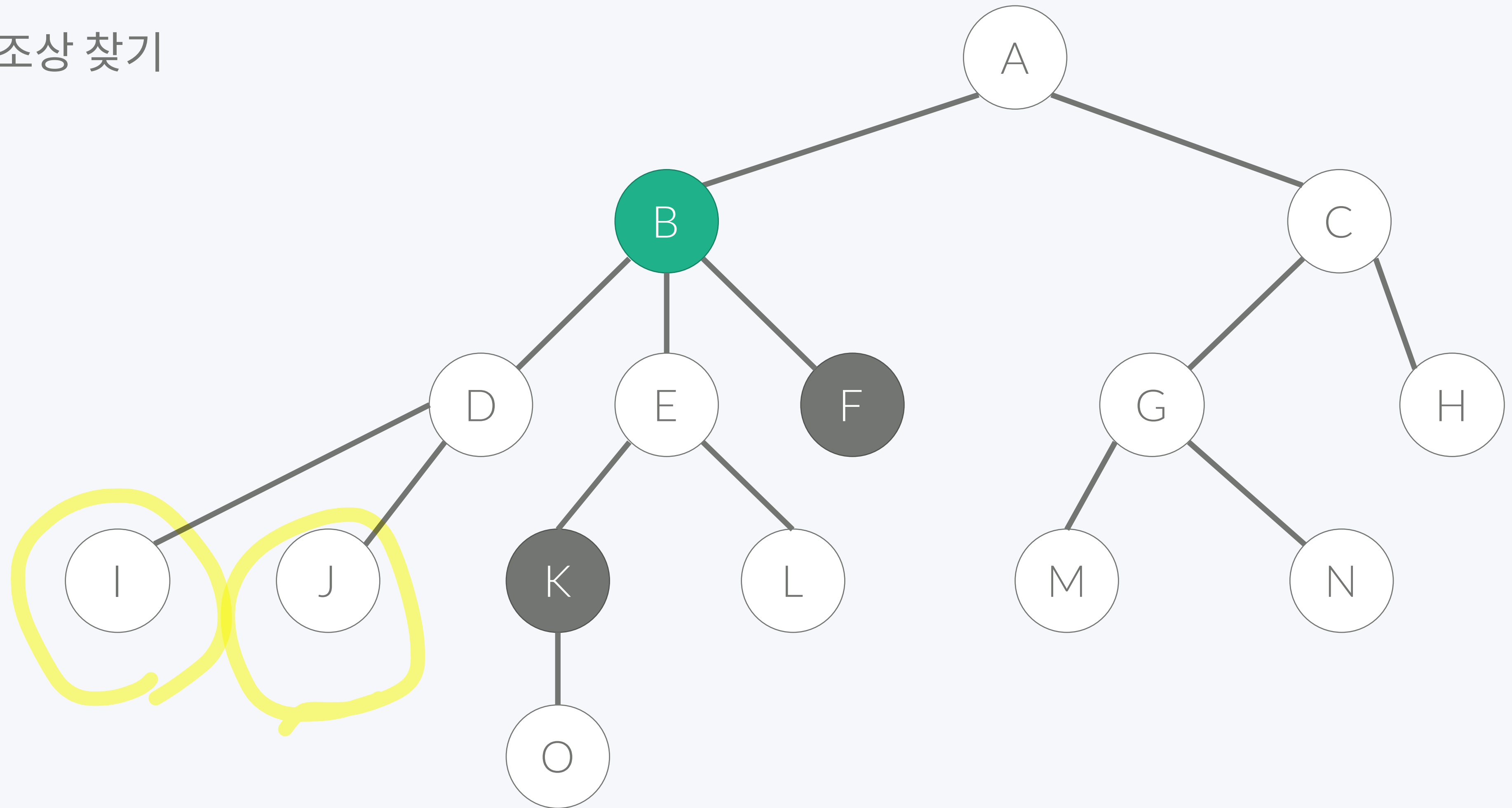
~~2~~ 2⁰

가장 가까운 조상 찾기

4

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기

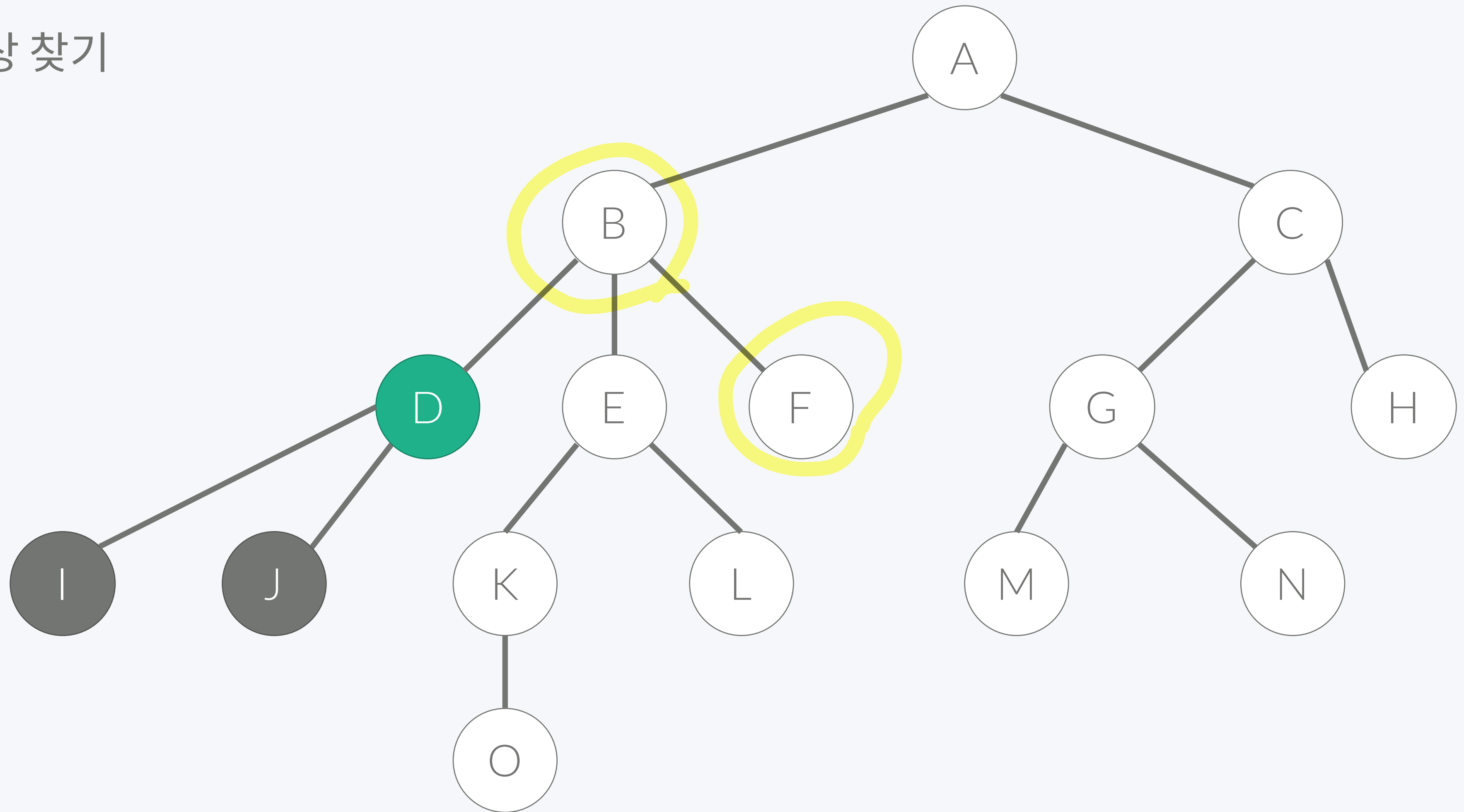


가장 가까운 조상 찾기

5

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기

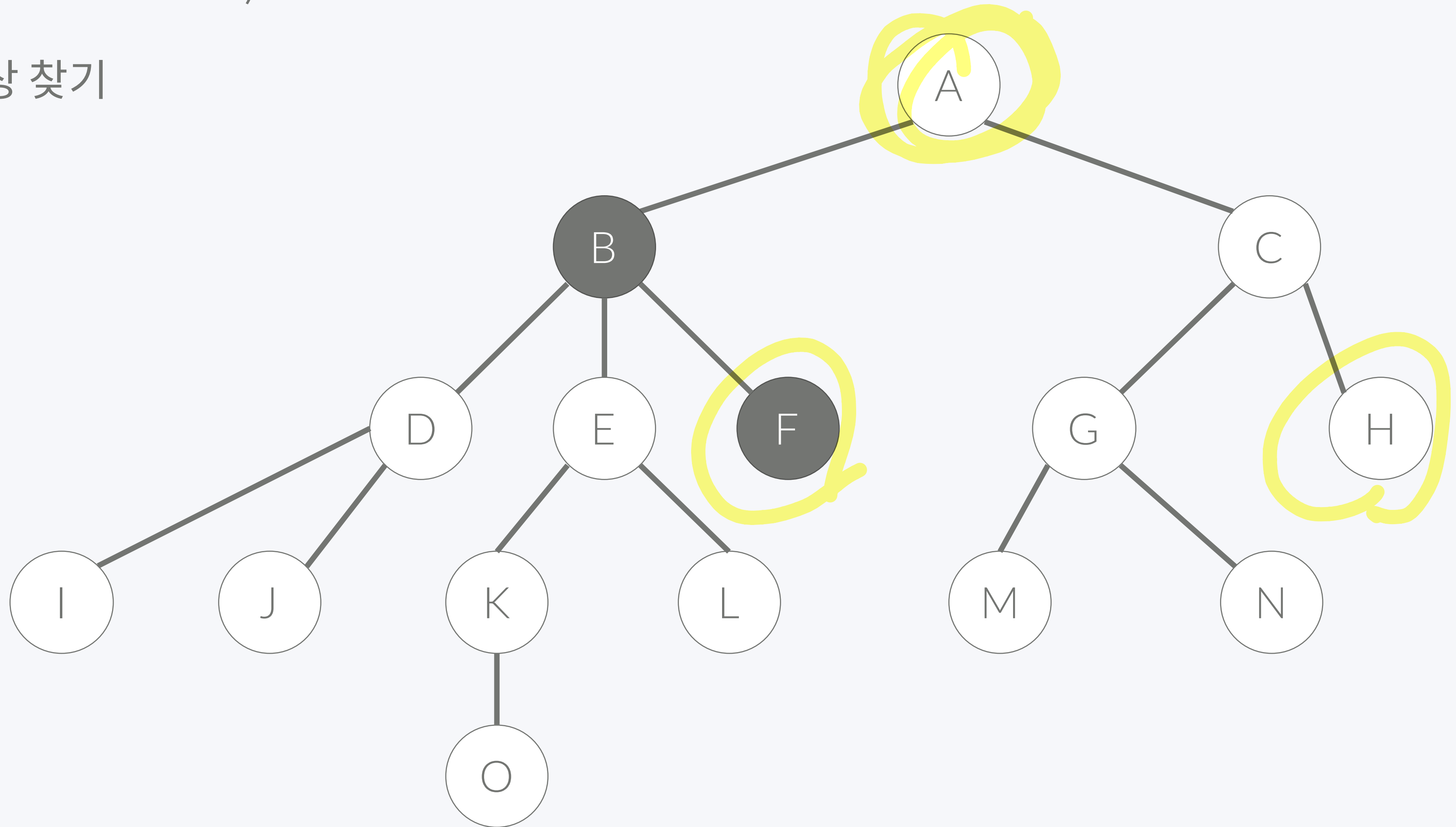


가장 가까운 조상 찾기

6

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기

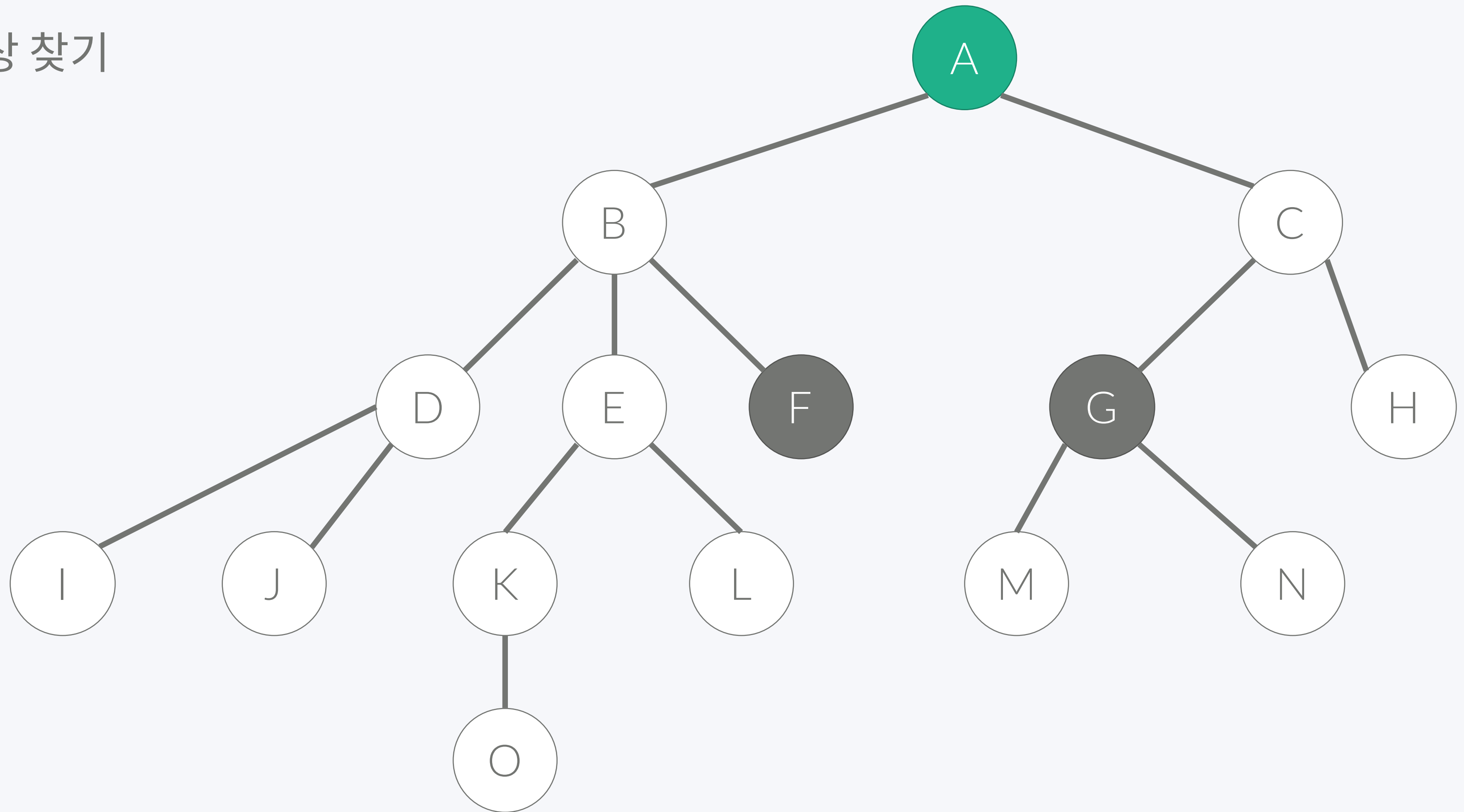


가장 가까운 조상 찾기

7

LCA (Lowest Common Ancestor)

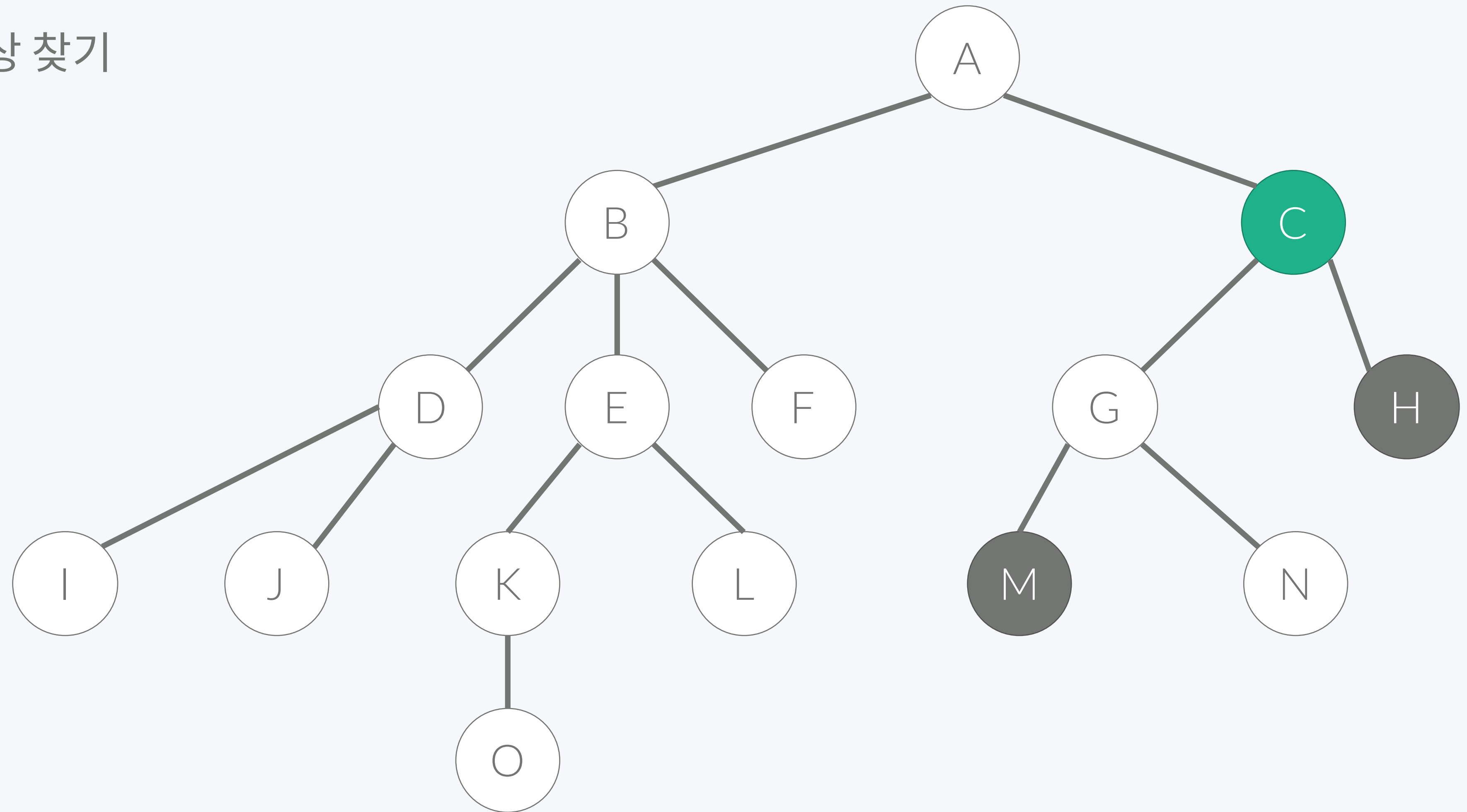
- 가장 가까운 조상 찾기



가장 가까운 조상 찾기

LCA (Lowest Common Ancestor)

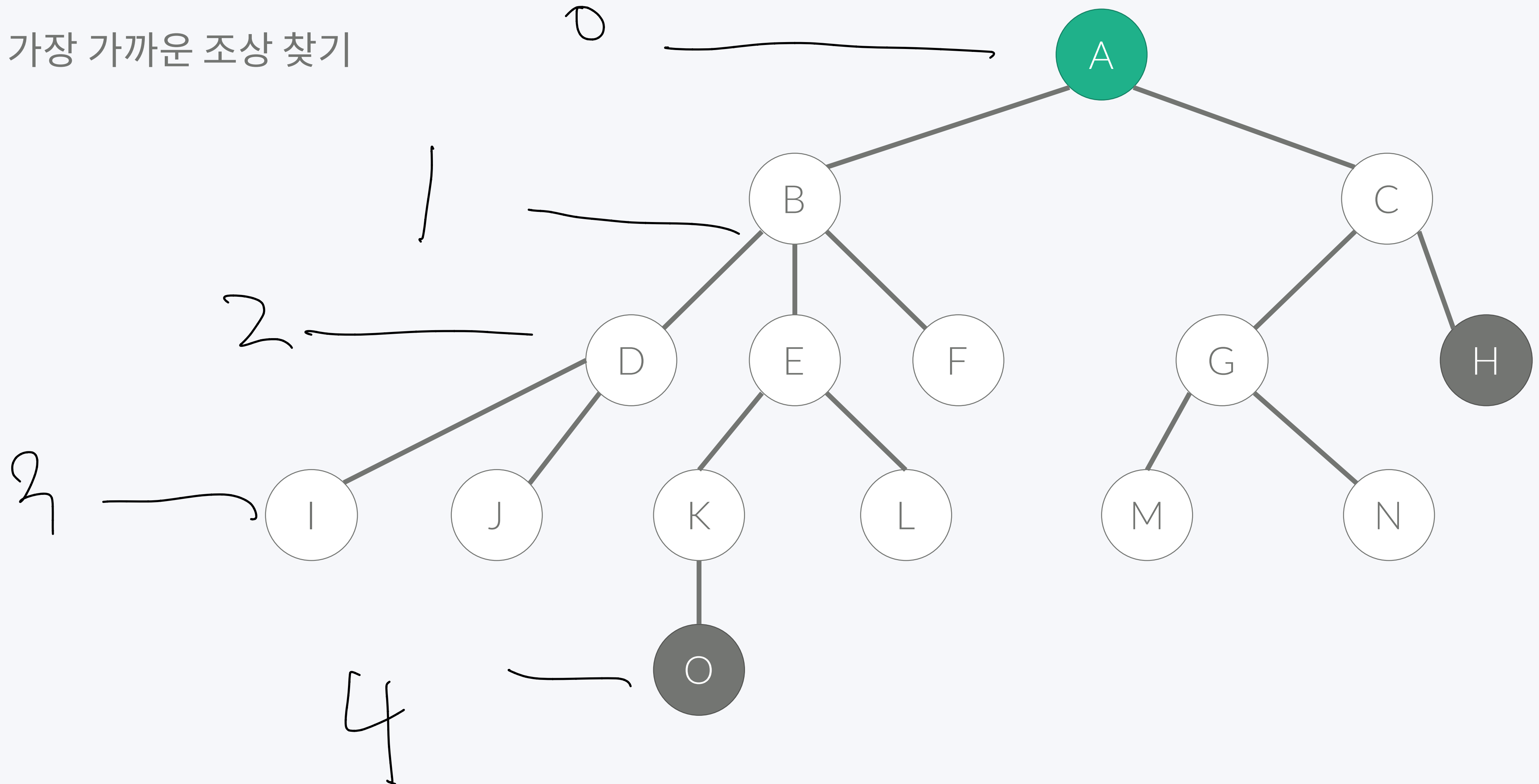
- 가장 가까운 조상 찾기



가장 가까운 조상 찾기

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기



가장 가까운 조상 찾기

LCA (Lowest Common Ancestor)

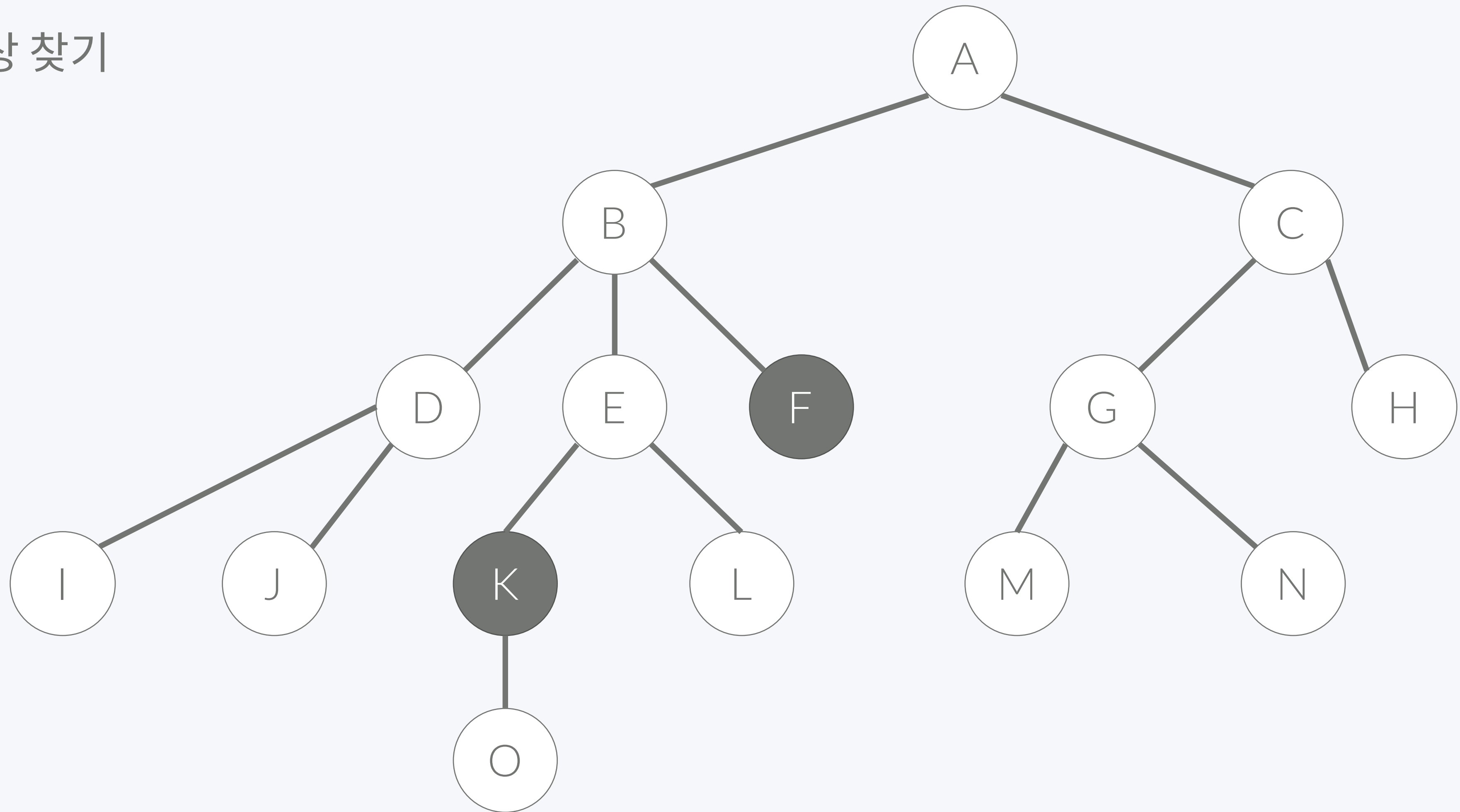
- x 와 y 의 LCA 구하기
- 두 노드의 레벨이 다르면
- 레벨이 같을 때까지 레벨이 큰 것을 한 칸 씩 위로 올린다
- 두 노드의 레벨이 같아졌으면
- 같은 노드가 될 때까지 한 칸씩 위로 올린다.

가장 가까운 조상 찾기

11

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기

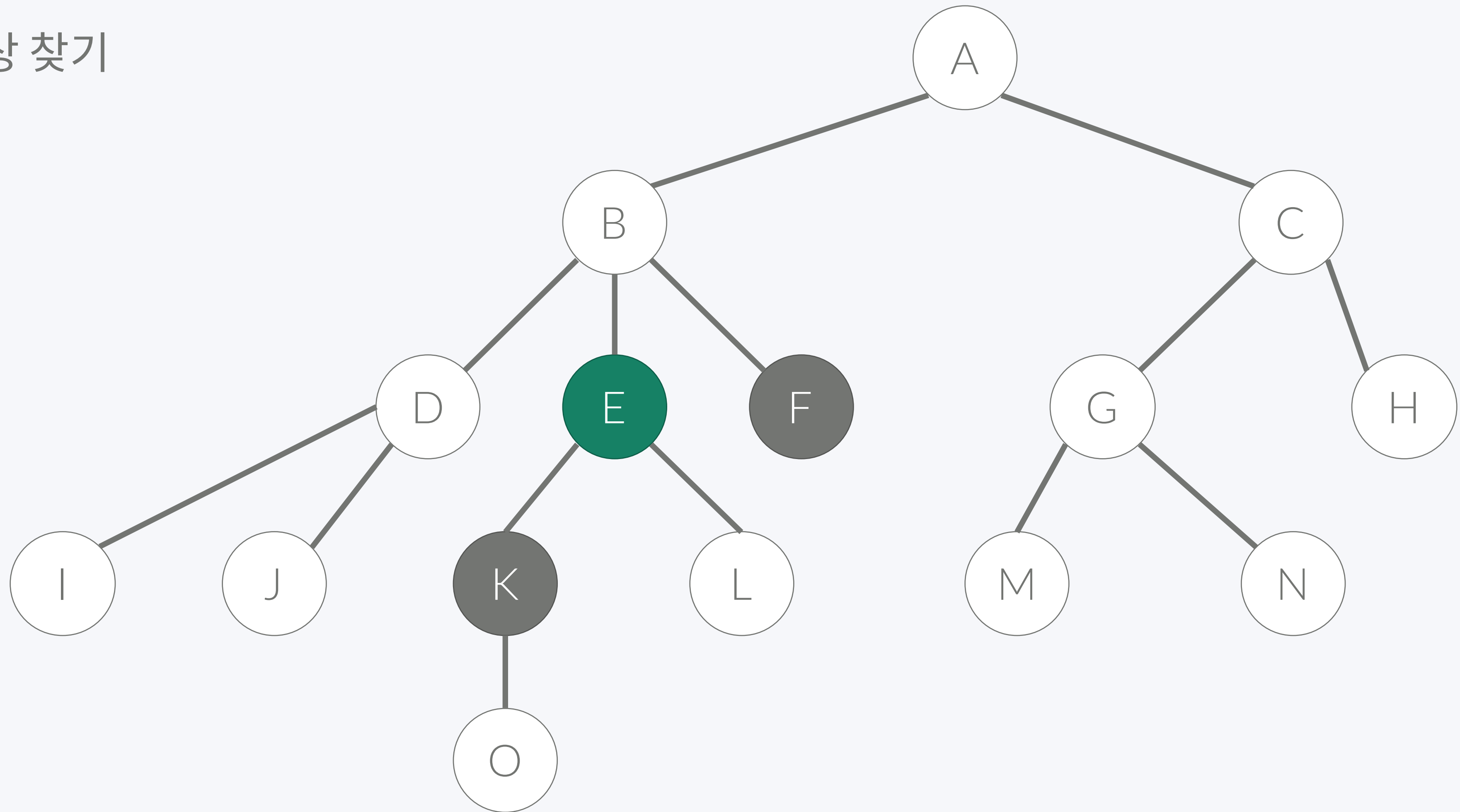


가장 가까운 조상 찾기

12

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기

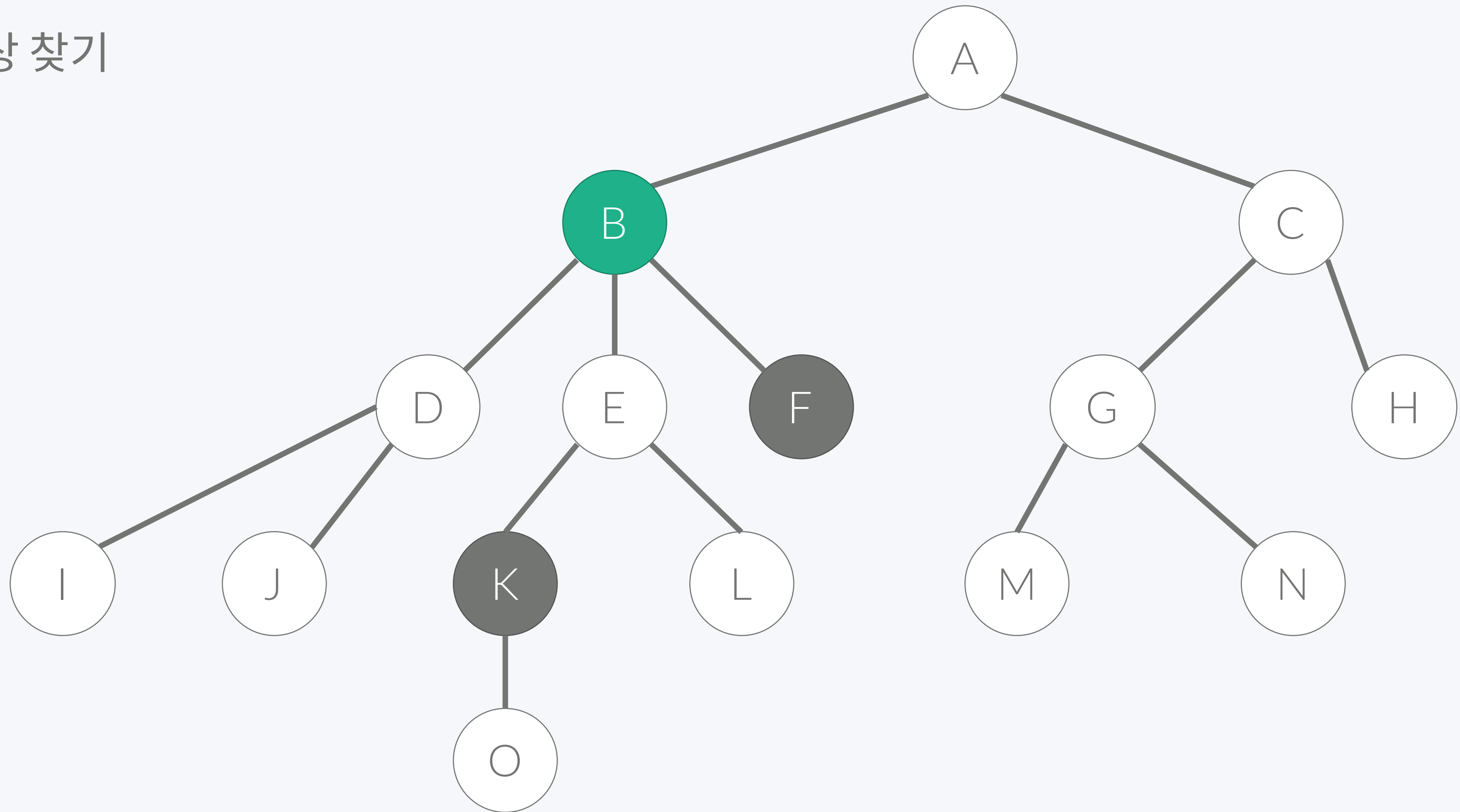


가장 가까운 조상 찾기

13

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기

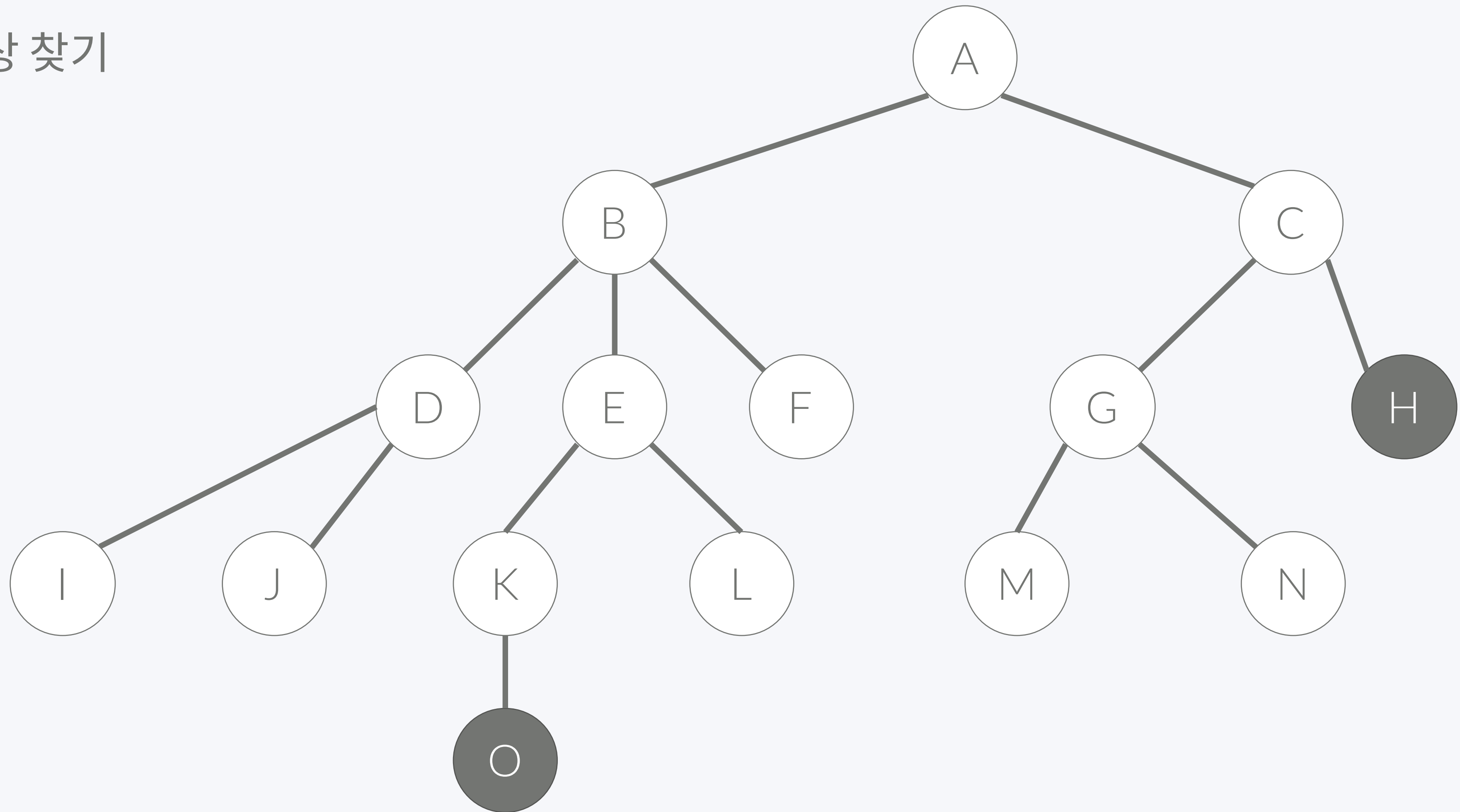


가장 가까운 조상 찾기

14

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기

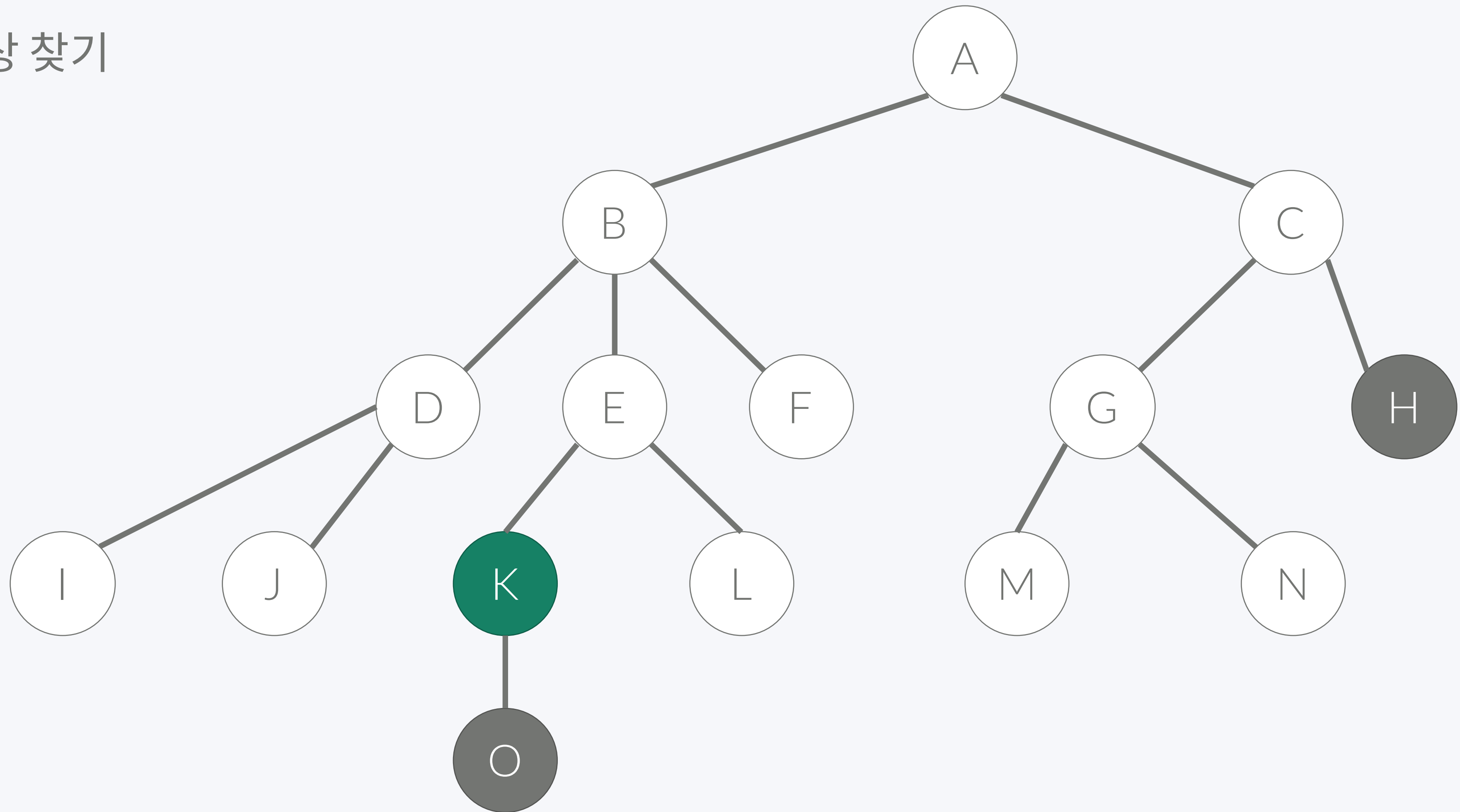


가장 가까운 조상 찾기

15

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기

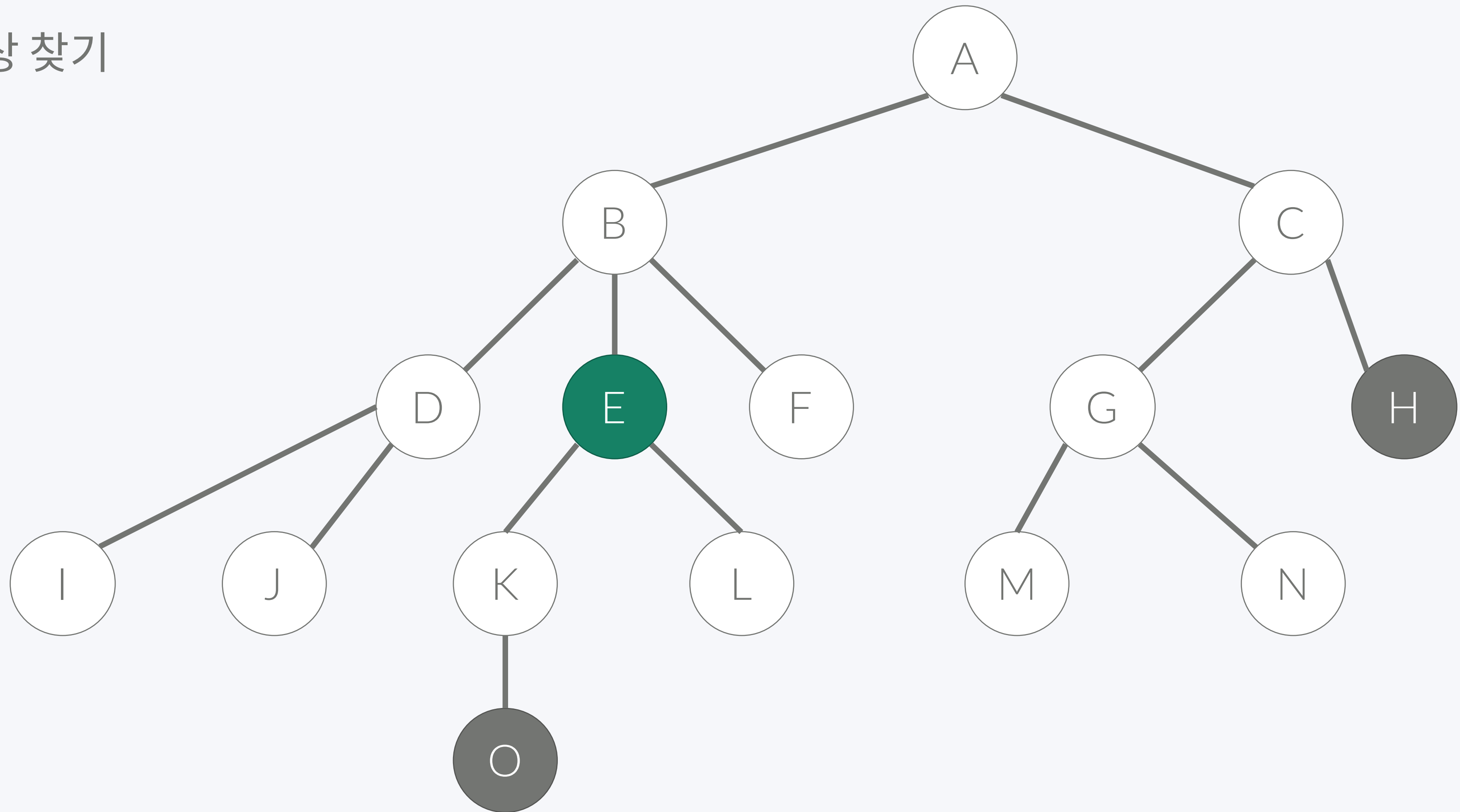


가장 가까운 조상 찾기

16

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기



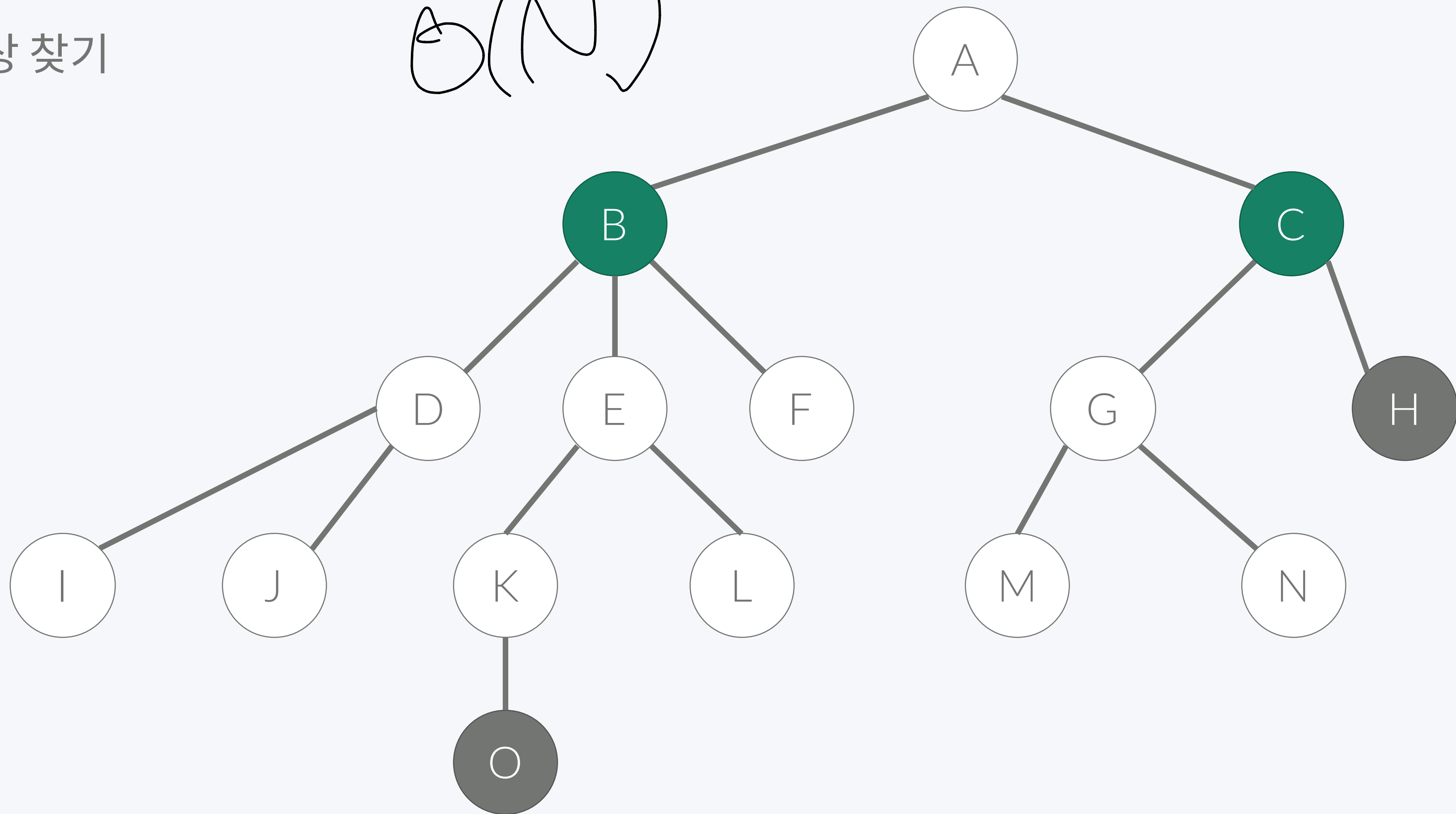
가장 가까운 조상 찾기

N 2H 501 N

17

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기

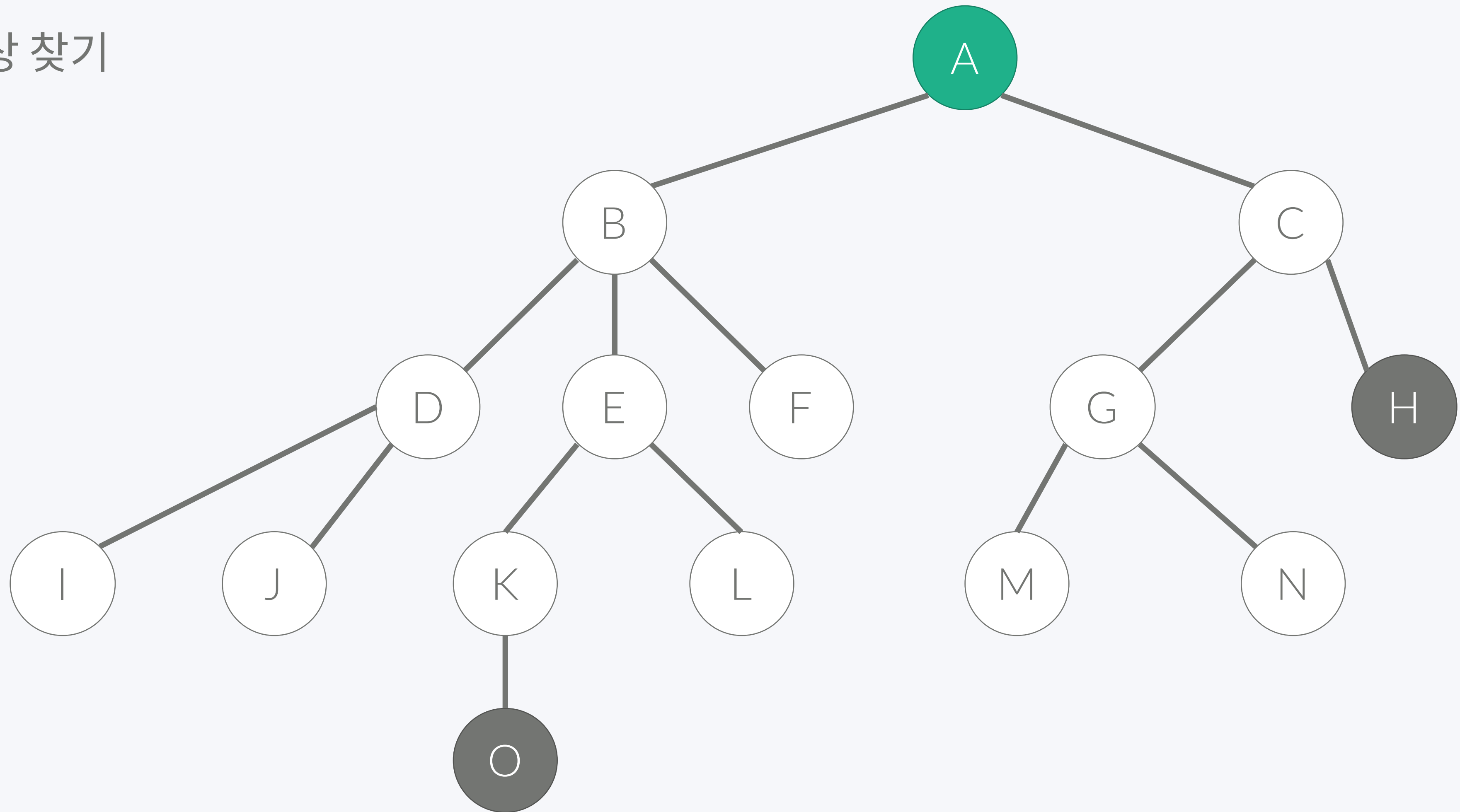
$$O(N)$$


가장 가까운 조상 찾기

18

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기



LCA

① $\Sigma(N)$, $\Sigma(N-1)$

19

<https://www.acmicpc.net/problem/11437>

- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/36771f645013977cfeb1>
- Java: <https://gist.github.com/Baekjoon/09b029f637354a4a3582>

② 모든 $\Sigma(N)$ 가 연결, 사이즈 \times
 $\Sigma(N)$ \times $\Sigma(N)$

 $\Sigma(N)$ DAG

정점들의 거리

<https://www.acmicpc.net/problem/1761>

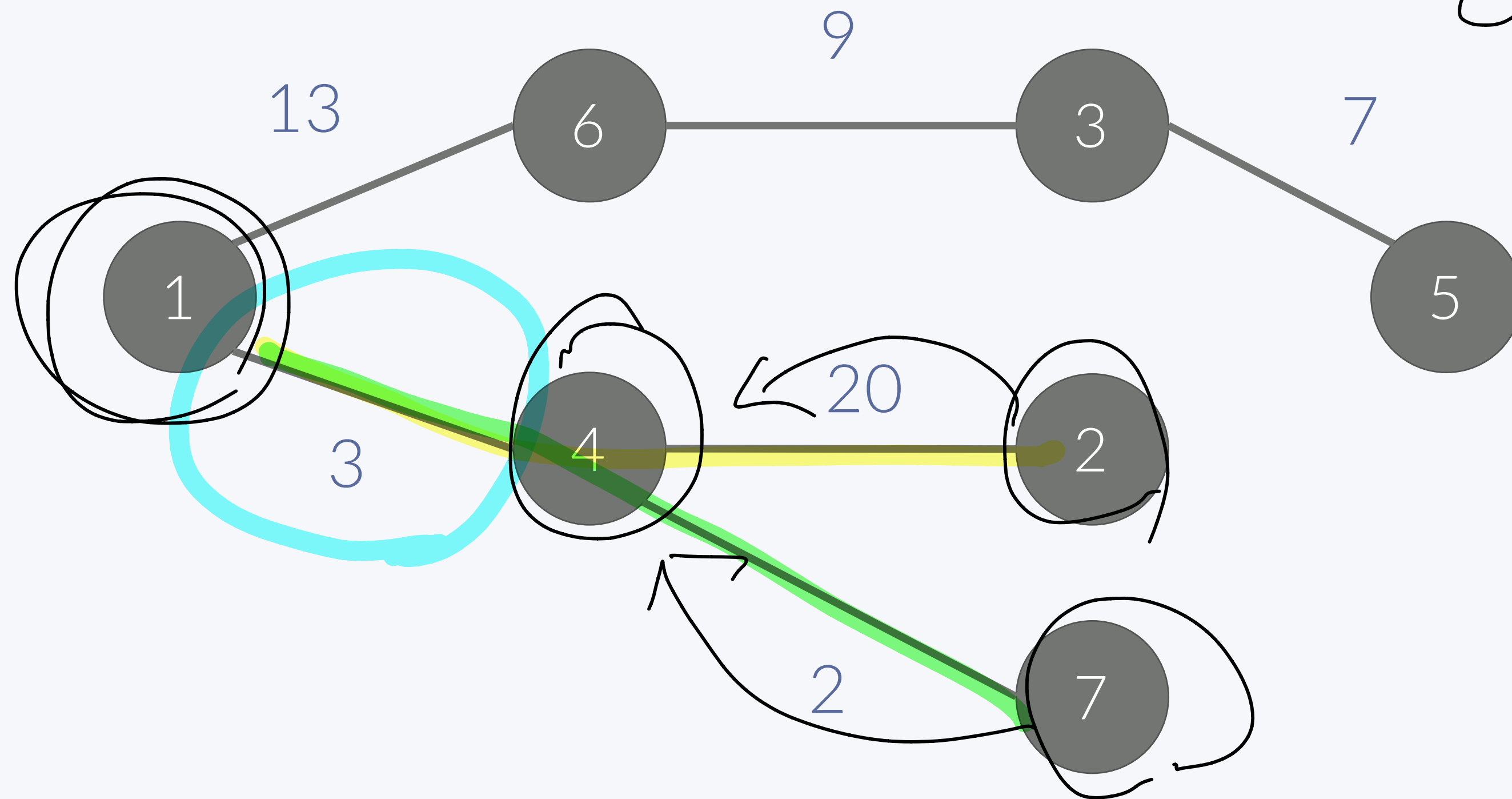
20

- $N(2 \leq N \leq 40,000)$ 개의 정점으로 이루어진 트리가 주어지고 $M(M \leq 10,000)$ 개의 두 노드 쌍을 입력받을 때 두 노드 사이의 거리 구하기

$M \times N$ $O(V)$

$u \rightarrow v$

$$\text{dist}(u) + \text{dist}(v) - 2\text{dist}(\text{lca}(u, v))$$



403

정점들의 거리

<https://www.acmicpc.net/problem/1761>

- 트리에서는 모든 정점 쌍 사이의 경로가 1개만 존재하기 때문에
- 어떤 정점 x 에서 y 로 가는 경로가 곧 최단거리가 된다.
- 거리를 구하는데 필요한 시간: $O(N)$
- 총 쿼리의 개수: M 개
- 시간 복잡도: $O(MN)$

정점들의 거리

<https://www.acmicpc.net/problem/1761>

- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/0a14ffd1c792c49e144e>
- Java: <https://gist.github.com/Baekjoon/b2c4b1b29f518d5d4427>

가장 가까운 조상 찾기

23

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 이 방법은 최악의 경우에 시간복잡도가 $O(N)$ 이다.
- Dynamic Programming을 이용해서
- $O(\lg N)$ 만에 구할 수 있다.

가장 가까운 조상 찾기

LCA (Lowest Common Ancestor)

2^i 의 2^{i-1}

24

- $P[i][j]$ = 노드 i 의 2^j 번째 조상

$P[i][j]$

- $P[i][0] = \text{Parent}[i]$

- $P[i][j] = P[P[i][j-1]][j-1]$

i 의 2^j 번째 조상

$P[i][0] = \text{Parent}[i]$

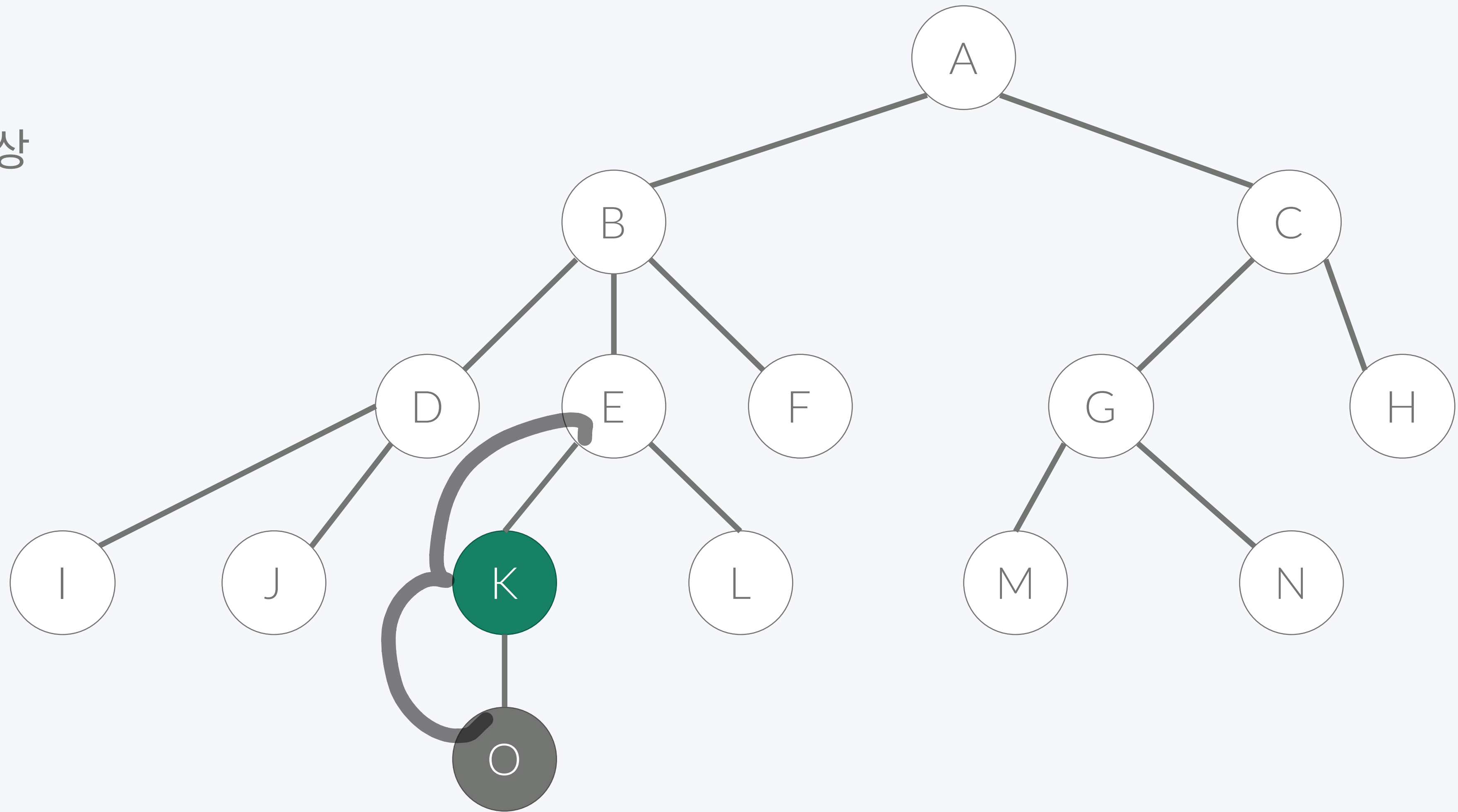
$P[i][j] = P[P[i][j-1]][j-1]$

가장 가까운 조상 찾기

25

LCA (Lowest Common Ancestor)

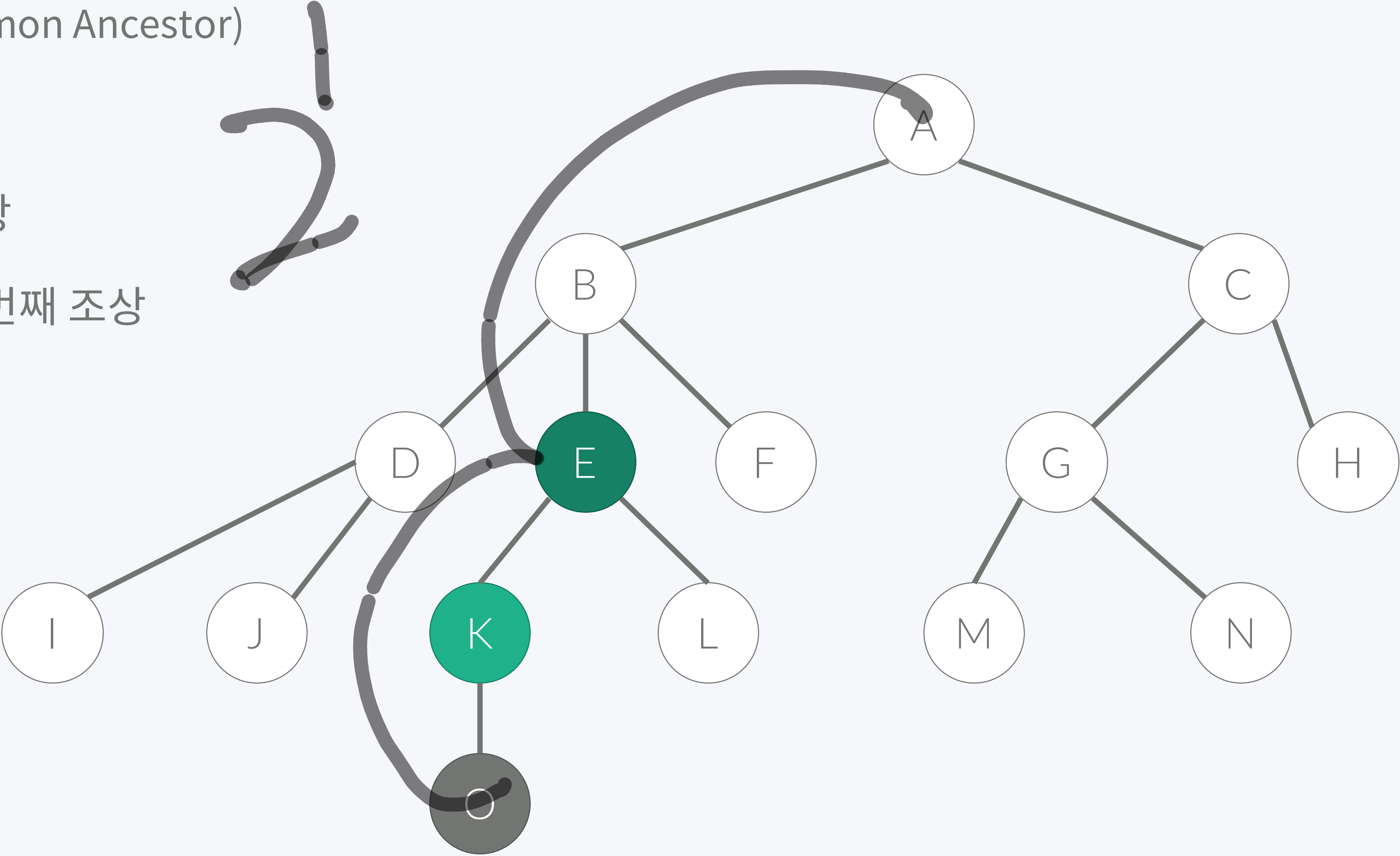
- $j = 0$
- $2^0 = 1$ 번째 조상



가장 가까운 조상 찾기

LCA (Lowest Common Ancestor)

- $j = 1$
- $2^1 = 2$ 번째 조상
- 1번째 조상의 1번째 조상

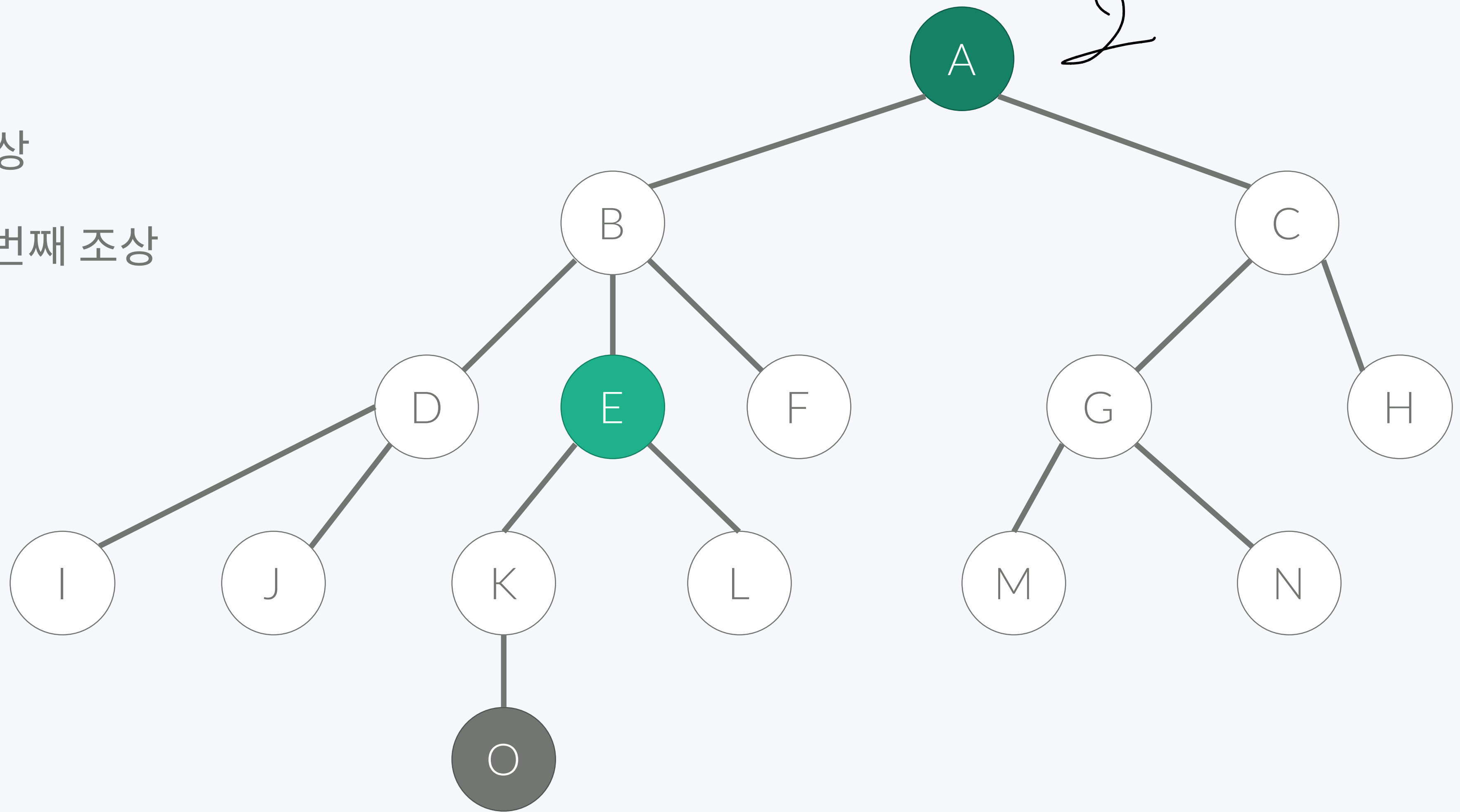


가장 가까운 조상 찾기

LCA (Lowest Common Ancestor)

$P[0][2][2] = 'A'$

- $j = 2$
- $2^2 = 4$ 번째 조상
- 2번째 조상의 2번째 조상



가장 가까운 조상 찾기

28

LCA (Lowest Common Ancestor)

```
for (int i=1; i<=n; i++) {  
    p[i][0] = parent[i];  
}
```

가장 가까운 조상 찾기

LCA (Lowest Common Ancestor)

```
for (int j=1; (1<<j) < n; j++) {  
    for (int i=1; i<=n; i++) {  
        if (p[i][j-1] != 0) {  
            p[i][j] = p[p[i][j-1]][j-1];  
        }  
    }  
}
```

가장 가까운 조상 찾기

LCA (Lowest Common Ancestor)

- x 와 y 의 LCA 구하기
- 두 노드의 레벨이 다르면
- 레벨이 같을 때까지 레벨이 큰 것을 2^k 칸 씩 위로 올린다
- 두 노드의 레벨이 같아졌으면
- 같은 노드가 되지 않을 때까지 2^k 칸씩 위로 올린다.
- 그 다음 마지막으로 1 칸 올린다.

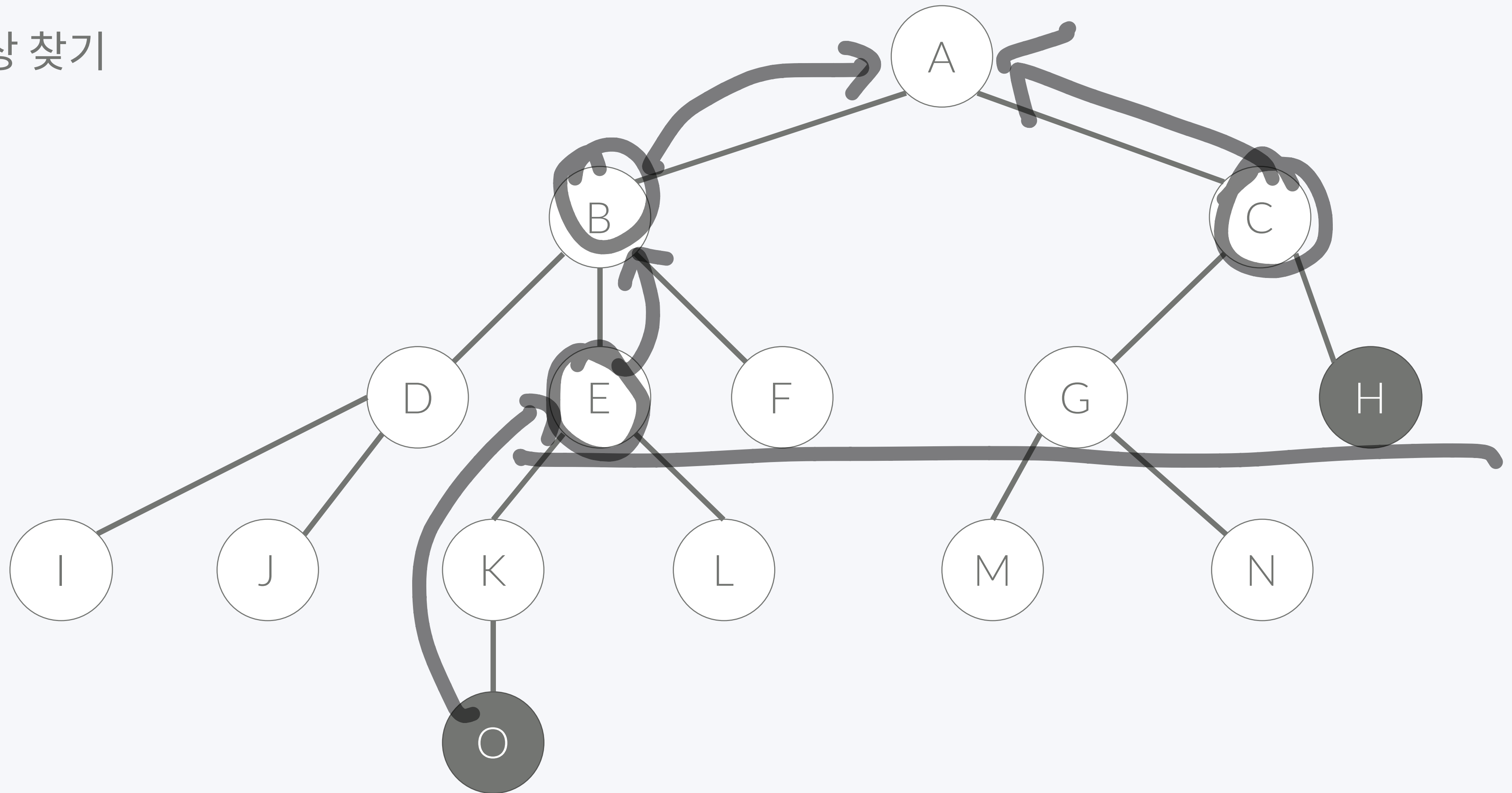
가장 가까운 조상 찾기

31

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기

20

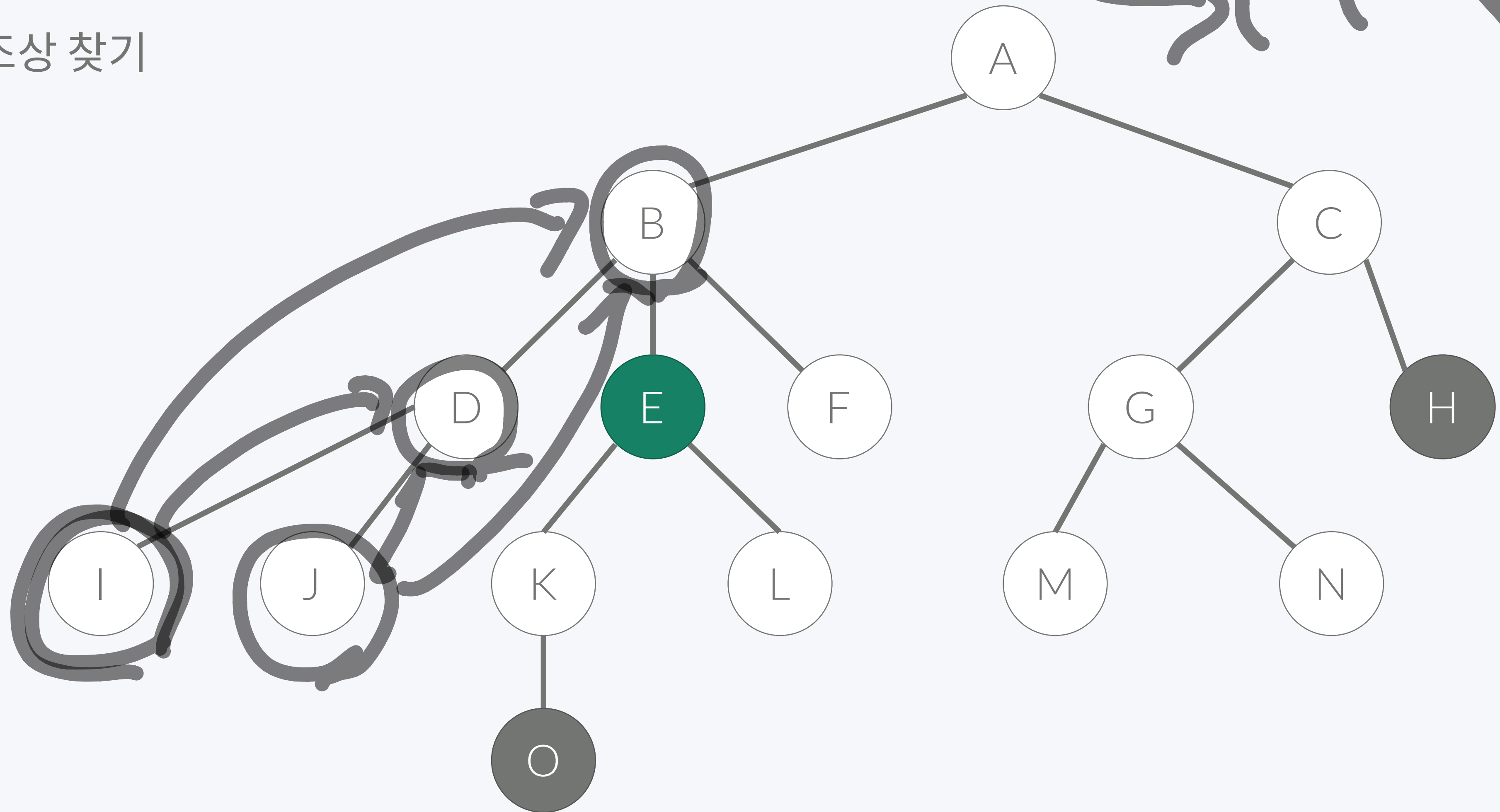


가장 가까운 조상 찾기

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기

LCA
→ PMQ

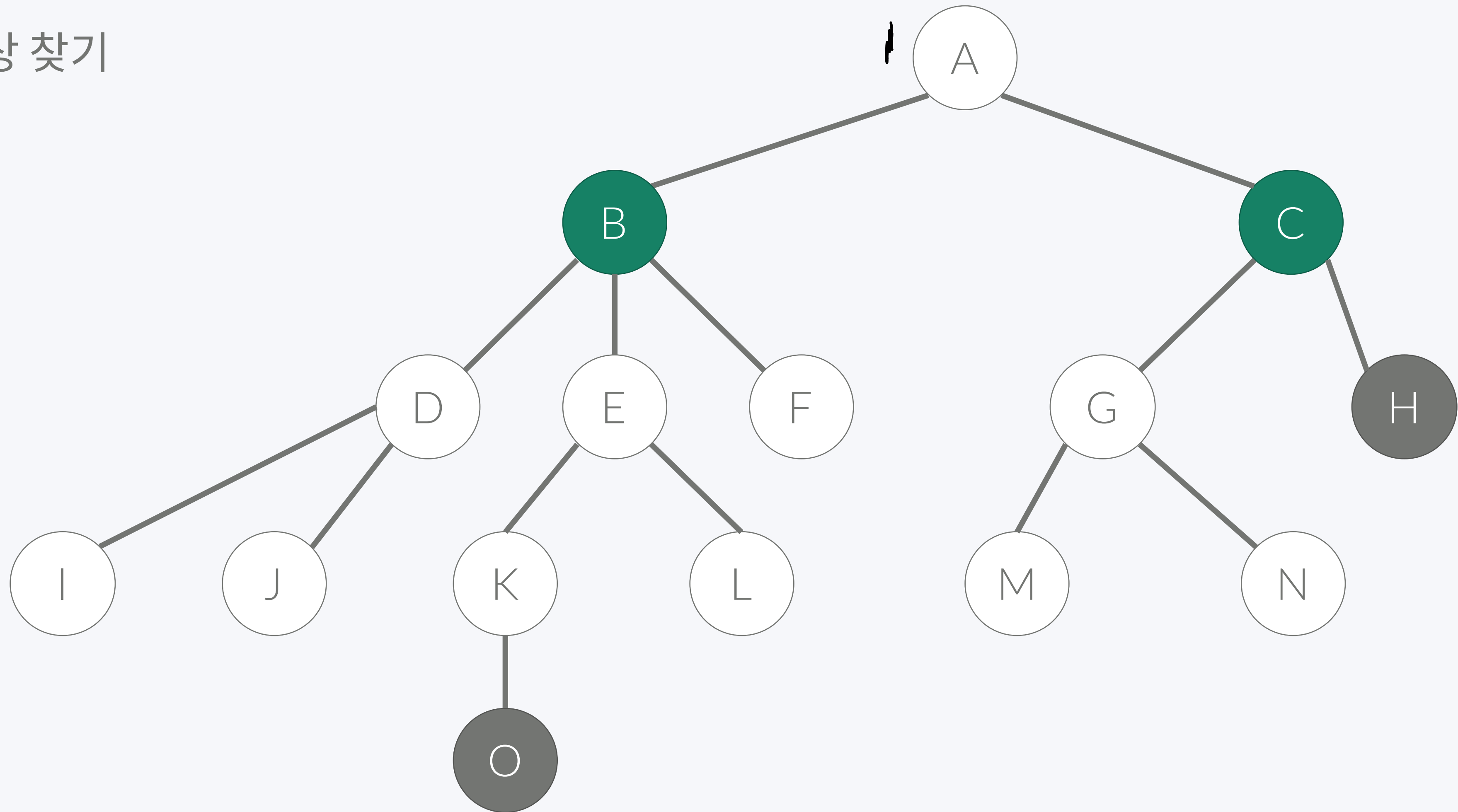


가장 가까운 조상 찾기

33

LCA (Lowest Common Ancestor)

- 가장 가까운 조상 찾기



LCA 2

<https://www.acmicpc.net/problem/11438>

- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/16332082b9536bab2a03>
- Java: <https://gist.github.com/Baekjoon/808e457beae1abbf3b8e>

도로 네트워크

<https://www.acmicpc.net/problem/3176>

- N 개의 도시와 그 도시를 연결하는 $N-1$ 개의 도로로 이루어진 도로 네트워크가 있다.
- 모든 도시의 쌍에는 그 도시를 연결하는 유일한 경로가 있고, 각 도로의 길이는 입력으로 주어진다.
- 총 K 개의 도시 쌍이 주어진다. 이 때, 두 도시를 연결하는 경로 상에서 가장 짧은 도로의 길이와 가장 긴 도로의 길이를 구하는 프로그램을 작성하시오.

도로 네트워크

<https://www.acmicpc.net/problem/3176>

- LCA를 구하는 문제인데
- 배열을 2개 더 만들어야 한다.
- $P[i][j] = i$ 의 2^j 번째 parent
- $len_min[i][j] = i$ 의 2^j 번째 parent까지 올라가면서 만나는 모든 도로 중 가장 짧은 것의 길이
- $len_max[i][j] = i$ 의 2^j 번째 parent까지 올라가면서 만나는 모든 도로 중 가장 긴 것의 길이
- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/4bf3caafe1bdd5fbb8b3>