Metode Iterasi Titik - Tetap

Dwi Sulistya Kusumaningrum, M.Pd

Teknik Informatika

UBP Karawang

Metode Terbuka

- Metode iterasi titik – tetap (iterasi sederhana)
- Metode *Newton-Raphson*
- motode *Secant*

- Tidak seperti pada metode tertutup, metode terbuka tidak memerlukan selang yang mengurung akar. Yang diperlukan hanya sebuah tebakan awal akar atau dua buah tebakan yang tidak perlu mengurung akar.

Metode Iterasi Titik – Tetap

- Metode iterasi titik – tetap dinamakan juga metode iterasi sederhana / metode langsung / metode sulih beruntun.

- Kesederhanaan metode ini karena pembentukan prosedur iterasinya mudah dibentuk, sebagai berikut:

- Prinsip: suatu kurva $\mathbf{f(x) = 0}$ diubah terlebih dahulu menjadi persamaan baru dalam bentuk $\mathbf{x = g(x)}$

Metode Iterasi Titik – Tetap

- Syarat yang harus dipenuhi agar proses iterasi hasilnya konvergen adalah $|g'(x)| < 1$
- Gantilah menjadi **x = g(x) yang baru** sampai didapatkan hasil yang konvergen
- Data awal berupa Xo

$$f(x) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{x = g(x)}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{X_{i+1} = g(x_i)}$$

Metode Iterasi Titik – Tetap

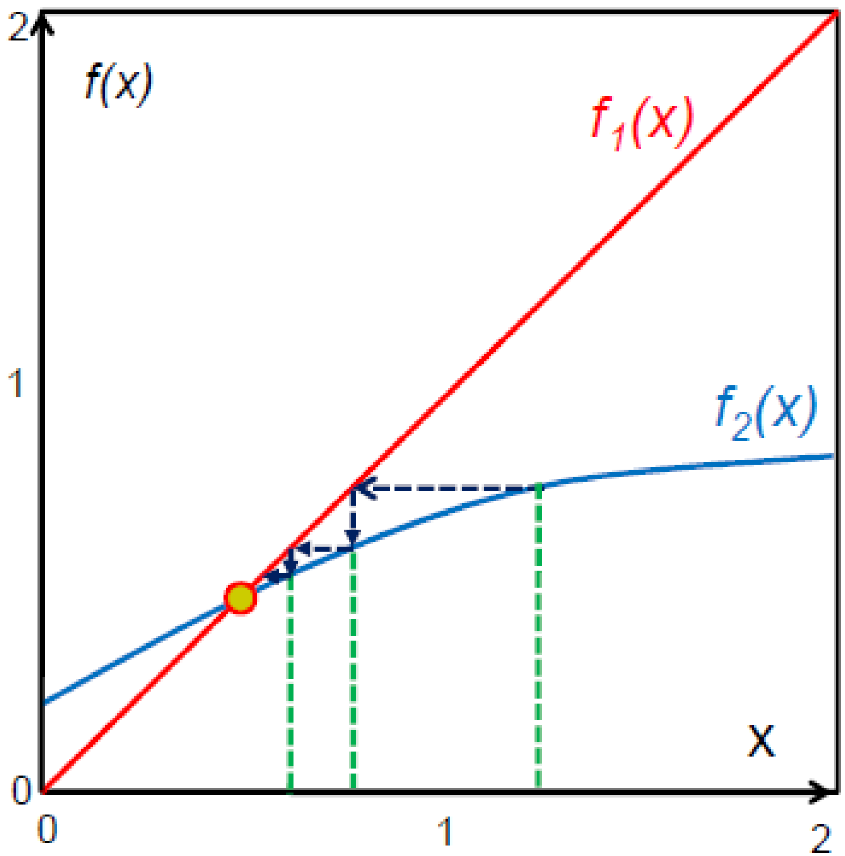
- Contoh f(x) = 0 diubah menjadi x = g(x)

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x - 4 = 0$$

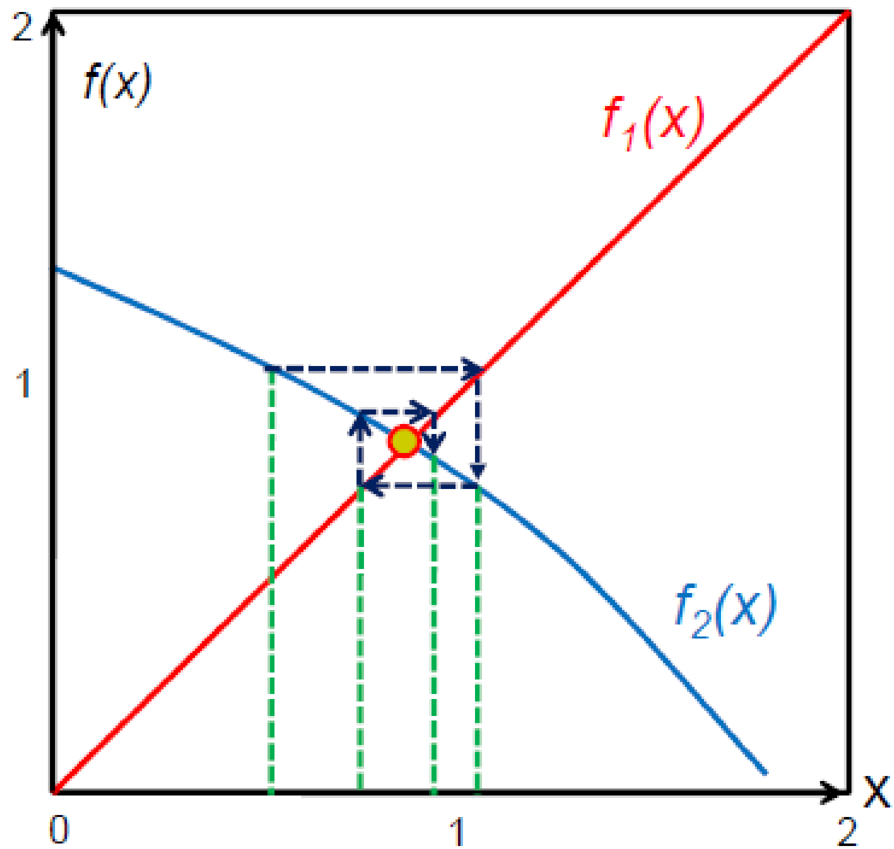
$$x = \frac{x^3 - 2x^2 - 4}{5}$$

Syarat konvergen

$$\left.\begin{aligned} f_1(x) &= x \\ f_2(x) &= g(x) \end{aligned}\right\} \boxed{|g'(x)| < 1}$$



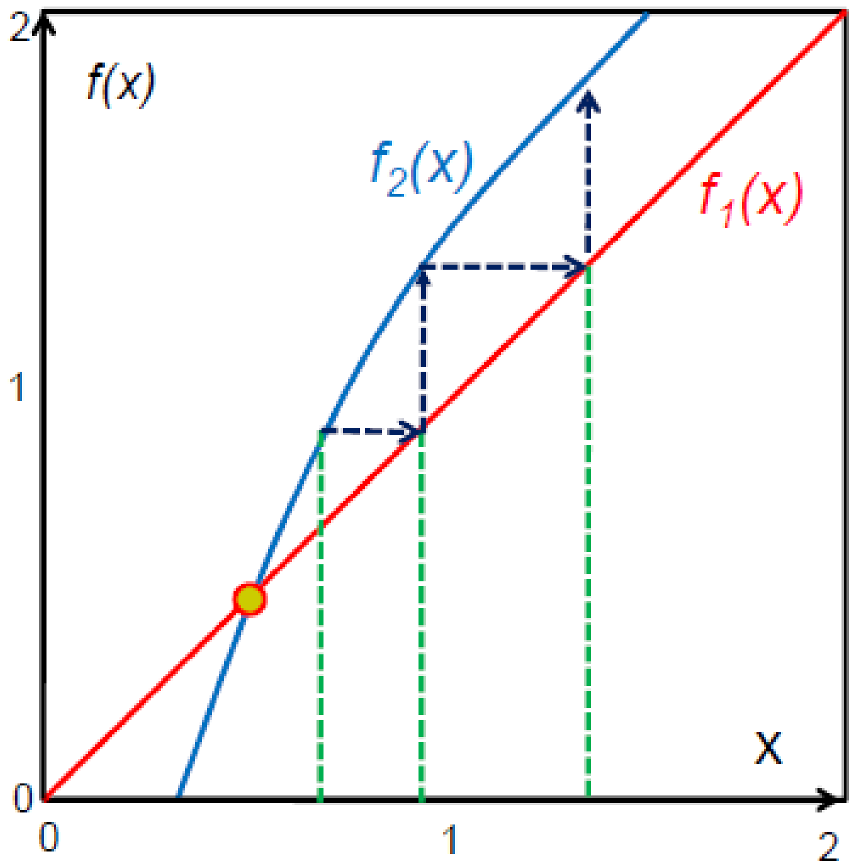
Tipe Monoton, Konvergen



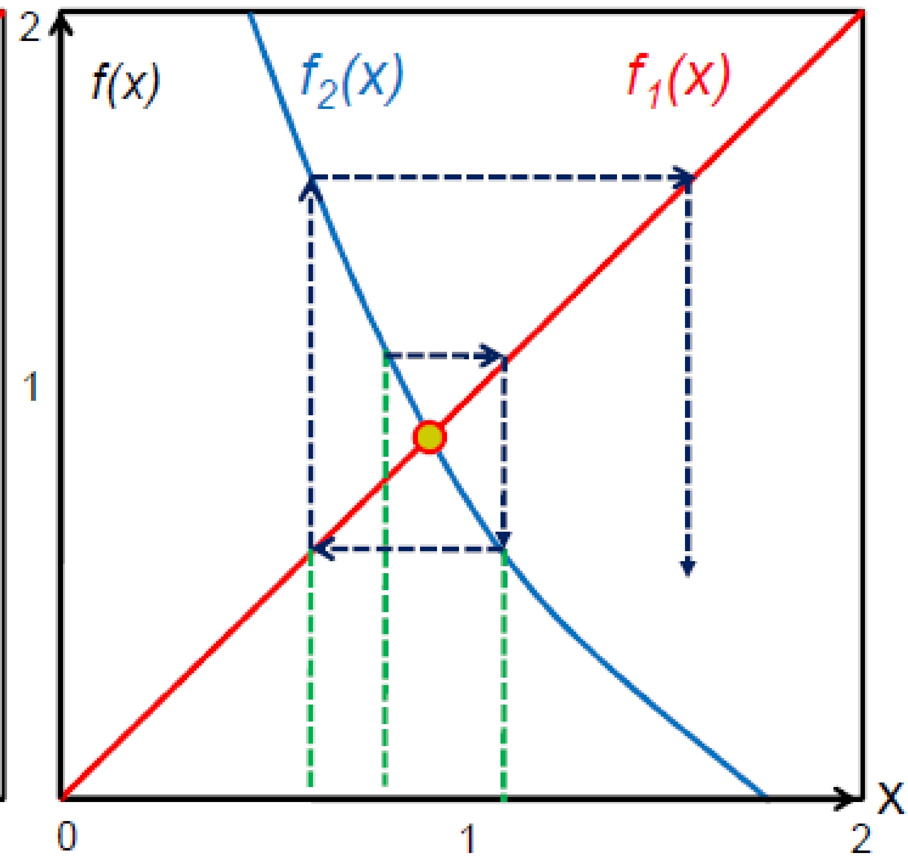
Tipe Osilasi, Konvergen

Syarat Divergen

$$\left.\begin{array}{l} f_1(x) = x \\ f_2(x) = g(x) \end{array}\right\} \boxed{|g'(x)| \geq 1}$$



Tipe Monoton, Divergen



Tipe Osilasi, Divergen

contoh

- Carilah akar persamaan

  $f(x) = x^2 - 2x - 3 = 0$ dengan metode iterasi titik tetap.

  Gunakan $\varepsilon = 0{,}000001$
- Terdapat beberapa kemungkinan prosedur iterasi yang dapat dibentuk
- (a) $$x^2 - 2x - 3 = 0$$ $$x^2 = 2x + 3$$ $$x = \sqrt{(2x+3)}$$
- Dalam hal ini $g(x) = \sqrt{(2x+3)}$
- Prosedur iterasinya adalah $x_{r+1} = \sqrt{(2x_r + 3)}$
- Ambil terkaan awal Xo = 4
- Maka tabel iterasinya adalah:

r	Xr	$\lvert x_{r+1} - x_r \rvert$
0	4,000000	-
1	3,316625	0,683375
2	3,103748	0,212877
3	3,034385	0,069362
4	3,011440	0,022945
5	3,003811	0,007629
6	3,001270	0,002541
7	3,000423	0,000847
8	3,000141	0,000282
9	3,000047	0,000094
10	3,000016	0,000031
11	3,000005	0,000010
12	3,000002	0,000003
13	3,000001	0,000001
14	3,000000	0,000000

Hampiran akar
$x = 3{,}000000$

Konvergen monoton

(b) Cara kedua

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x(x - 2) = 3$$

$$x = \frac{3}{(x - 2)}$$

- Dalam hal ini $$g(x) = \frac{3}{(x - 2)}$$
- Prosedur iterasinya adalah $$x_{r+1} = \frac{3}{(x_r - 2)}$$
- Ambil terkaan awal Xo = 4
- Maka tabel iterasinya adalah:

r	Xr	$\lvert x_{r+1} - x_r \rvert$
0	4,000000	-
1	1,500000	2,500000
2	-6,000000	7,500000
3	-0,375000	5,625000
4	-1,263158	0,888158
5	-0,919355	0,343803
6	-1,027624	0,108269
7	-0,990876	0,036748
8	-1,003051	0,012175
9	-0,998984	0,004066
10	-1,000339	0,001355
11	-0,999887	0,000452
12	-1,000038	0,000151
13	-0,999987	0,000050
14	-1,000004	0,000017
15	-0,999999	0,000006
16	-1,000000	0,000002
17	-1,000000	0,000001

Hampiran akar

$x = -1{,}000000$

Konvergen berosilasi

(c) Cara ketiga

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{(x^2 - 3)}{2}$$

- Dalam hal ini $g(x) = \frac{(x^2 - 3)}{2}$
- Prosedur iterasinya adalah $x_{r+1} = \frac{(xr^2 - 3)}{2}$
- Ambil terkaan awal Xo = 4
- Maka tabel iterasinya adalah:

r	Xr	$\lvert x_{r+1} - x_r \rvert$
0	4,000000	-
1	6,500000	2,500000
2	19,625000	13,125000
3	191,070313	171,445312
4	18252,432159	18061,361847
. .	...	...

Ternyata iterasinya Divergen

artinya akarnya belum tentu ada

Kesimpulan

- Metode titik tetap tidak selalu menghasilkan konvergensi karena tergantung dari bentuk fungsi $f(x) = g(x)$ yang digunakan.

- Karena metode ini tidak konsisten maka jarang digunakan.