Tugas Besar 1 IF2123 Aljabar Linier dan Geometri

Sistem Persamaan Linier, Determinan, dan Aplikasinya
Semester I Tahun 2022/2023

13521014 Muhhamad Syauqi Jannatan
13521018 Syarifa Dwi Purnamasari
13521029 M Malik I Baharsyah

Kelompok "si paling matriks"

BAB I
Deskripsi Masalah

Informasi dalam bidang sains, rekayasa dan matematika seringkali ditampilkan dalam bentuk baris-baris dan kolom-kolom yang disebut matriks. Matriks seringkali merupakan tabel-tabel data numerik yang diperoleh melalui pengamatan fisik, tetapi dapat juga muncul dalam berbagai macam konteks matematis. Salah satu fungsi dari penggunaan matriks adalah untuk memodelkan Sistem Persamaan Linear (SPL).

Charless (1993: 49) mendefinisikan matriks adalah suatu bilangan yang berbentuk persegi panjang. Cara yang biasa digunakan untuk menuliskan sebuah matriks dengan m baris dan n kolom, dan salah satu cara aplikasi penggunaan matriks untuk mempersingkat sistem persamaan linear cara seperti ini disebut matriks diperbesar (Rorres, 2004: 25). Aplikasi matriks yang disusun dalam bentuk matriks diperbesar banyak mengilhami penyelesaian Sistem Persamaan Linear (SPL).

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 0 & 6 \\ 8 & 7 & 5 & 4 \\ 3 & 1 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

Gambar 1.1: Contoh Matriks

Sistem persamaan linier (SPL) banyak ditemukan di dalam bidang sains dan rekayasa. Anda sudah mempelajari berbagai metode untuk menyelesaikan SPL, termasuk menghitung determinan matriks. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan ($x = A^{-1}b$), dan kaidah Cramer (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak (tidak berhingga), atau hanya satu (unik/tunggal).

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
\vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \quad &\quad \vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &= b_m
\end{aligned}
$$

Gambar 1.2: Contoh Sistem Persamaan Linear (SPL)

$$
\begin{bmatrix}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \\
\vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m
\end{bmatrix}
$$

Gambar 1.3: Contoh SPL dalam Matriks

Di dalam Tugas Besar 1 ini, penulis diminta membuat satu atau lebih library aljabar linier dalam Bahasa Java. Library tersebut berisi fungsi-fungsi seperti eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, menentukan balikan matriks, menghitung determinan, kaidah Cramer (kaidah Cramer khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan).

BAB II

Teori Singkat

2.1 Eliminasi Gauss

Menurut Anton & Rorres (2013), Eliminasi Gauss merupakan metode penyelesaian sistem persamaan linier dengan cara mengeliminasi setiap elemen di matriks, sampai terbentuk suatu matriks eselon baris. Anton & Rorres (2013) juga menyebutkan bahwa matriks eselon baris merupakan matriks yang memiliki angka satu utama (*leading one*) dalam setiap barisnya, kecuali baris yang seluruh elemennya adalah 0. Jika ada baris dengan seluruh elemennya adalah 0, baris tersebut akan dipindahkan ke baris paling bawah dari matriks.

$$\begin{bmatrix} 1 & * & * \\ 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & * & * & * \\ 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{dst}$$

Keterangan: * adalah sembarang nilai

Gambar 2.1: Contoh Matriks Eselon Baris

2.2 Eliminasi Gauss-Jordan

Menurut Anton & Rorres (2013), Eliminasi Gauss-Jordan merupakan metode penyelesaian sistem persamaan linier dengan cara mengeliminasi setiap elemen di matriks, sampai terbentuk suatu matriks eselon baris tereduksi. Anton & Rorres (2013) juga menyebutkan bahwa matriks eselon baris tereduksi merupakan matriks yang memiliki angka satu utama (*leading one*) di setiap barisnya dan 0 dibawah dan diatas satu utamanya, kecuali untuk baris yang seluruh elemennya adalah 0. Jika ada baris dengan seluruh elemennya adalah 0, baris tersebut akan dipindahkan ke baris paling bawah dari matriks.

$$\begin{bmatrix} 1 & * & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{atau} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & * \\ 0 & 0 & 1 & 0 & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{dst}$$

Gambar 1: Contoh Matriks Eselon Baris Tereduksi

2.3 Determinan

Menurut Anton & Rorres (2013), Kata determinan mulai digunakan oleh matematikawan Carl Friedrich Gauss pada tahun 1801 untuk menjelaskan suatu properti dari fungsi tertentu. Dalam konteks matriks, determinan digunakan untuk menjelaskan sebuah angka skalar yang merepresentasikan fungsi matriks itu sendiri. Seperti yang telah disebutkan dalam bab sebelumnya, determinan matriks n × n dapat dihitung dengan beberapa cara yaitu reduksi baris dan ekspansi kofaktor.

2.4 Matriks Balikan

Menurut Rao & Mitra (1972), Untuk matriks tidak singular A, terdapat suatu matriks A^{-1} sedemikian sehingga $AA^{-1} = I$. I yang dimaksud merupakan matriks identitas, yaitu matriks dengan ukuran n x n yang memiliki nilai 1 di seluruh elemen diagonalnya dan 0 di elemen lain. Untuk mencari matriks balikan, metode yang dapat digunakan adalah dengan eliminasi Gauss-Jordan atau ekspansi kofaktor.

2.5 Matriks Kofaktor

Menurut Anton & Rorres (2013), untuk matriks persegi A, kofaktor A_{ij} merupakan hasil determinan dari sub-matriks A setelah eliminasi baris ke i dan kolom ke j dari matriks A. Matriks kofaktor adalah suatu matriks yang memuat entri kofaktor dari matriks A sesuai dengan letak elemennya. Berikut contohnya

Let

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

The minor of entry a_{11} is

$$M_{11} = \begin{vmatrix} \cancel{3} & \cancel{1} & \cancel{-4} \\ \cancel{2} & 5 & 6 \\ \cancel{1} & 4 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = 16$$

The cofactor of a_{11} is

$$C_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = M_{11} = 16$$

Gambar 1: Contoh Cara Mencari Entri Kofaktor

Sumber: Anton, H., & Rorres, C. (2013). *Elementary linear algebra: applications version*.John Wiley & Sons.

2.6 Matriks Adjoin

Menurut Anton & Rorres (2013), matriks adjoin adalah hasil transpose dari matriks kofaktor. Menurut Anton & Rorres (2013), transpose adalah operasi pada matriks yang membalik elemen pada matriks berdasar diagonalnya untuk matriks persegi. Untuk matriks tidak persegi, transpose juga menukar ukuran kolom dan baris dari matriks tersebut.

2.7 Kaidah Cramer

Menurut Anton & Rorres (2013), kaidah Cramer adalah suatu aturan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier yang dapat direpresentasikan dalam matriks Ax = b. Kaidah ini menyatakan bahwa untuk sistem persamaan linier yang dapat direpresentasikan koefisiennya kedalam suatu matriks A, terdapat solusi unik untuk setiap x yaitu $x_n = \det(A_n) / \det(A)$. Dalam konteks ini, n mengarah kepada kolom yang akan diubah seluruhnya dengan entri jawaban pada spl.

2.8 Interpolasi Polinom

Menurut Anton & Rorres (2013), untuk n banyak titik di bidang xy yang memiliki koordinat x tertentu, terdapat sebuah solusi unik berbentuk polinomial dengan derajat setidaknya n - 1 yang melewati semua titik tersebut. Perhitungan atau pencarian polinomial ini disebut dengan interpolasi polinom. Untuk melakukan interpolasi polinom, dengan asumsi titik-titik sudah diketahui nilainya, hal yang harus dilakukan adalah memasukan semua titik tersebut ke dalam persamaan polinom, yang dapat direpresentasikan dalam bentuk matriks, dan melakukan eliminasi Gauss-Jordan untuk mendapat hasil koefisien dari setiap polinom tersebut. Contoh kita mengetahui 3 titik, maka kita perlu memasukan ketiga titik tersebut ke persamaan dengan derajat n - 1 = 2 yaitu $a_0 + a_1x + a_2x^2 = y$ dan menyelesaikan seluruhnya dari situ.

2.9 Regresi Linear Berganda

Menurut Montgomery, Peck, & Vining (2012), regresi linier berganda adalah pendekatan pencarian suatu nilai tertentu yang menggunakan banyak regressor. Seperti yang kita tahu, regresi linier adalah pendekatan pencarian suatu nilai menggunakan garis linier. Garis linier tersebut disusun berdasar letak titik yang kita masukan untuk dianalisis. Regresi linier berganda menggunakan banyak garis sebagai parameternya. Garis tersebut, karena juga direpresentasikan dalam polinom, dapat dimasukan kedalam suatu matriks yang dapat dicari solusinya menggunakan eliminasi Gauss-Jordan.

BAB III

Implementasi Pustaka dan Program Dalam Java

1. Class Matrix
    - Attribute

Name	Type	Description
row	public int	Jumlah baris
col	public int	Jumlah kolom
data	public double	Elemen matriks

    - Method

Name	Type	Parameter	Description
Matrix	public constructor	(int row, int col)	Membuat matriks dengan baris dan kolom tertentu
createMatrix	public void	(int row, int col)	Membuat matriks kosong
ScanMatrix	public void	(Scanner scan)	Membuat matriks berdasarkan input
ScanMatrixPersegi	public void	(Scanner scan)	Membuat matriks persegi berdasarkan input
ScanMatrixB	public void	(Scanner scan)	Membuat matriks berdasarkan input
copyMatrix	public void	(Matrix m)	Menyalin suatu matriks
printMatrix	public void		Menampilkan suatu matriks
printSPL	public void		Mengeluarkan

			output berupa solusi SPL
printSPLSolution	public static void	(double[] result) (String[] result)	
isFileExist	public boolean	(String namefile)	Mengecek apakah suatu file ada
loopInputFile	public void		Membuat loop input file
inputFile	public void	(String namefile)	Konstruktor matriks berdasarkan file
ELMT	public double	(int i, int j)	Mendapatkan elemen baris i kolom j
countRow	public int		Mendapatkan jumlah baris
countCol	public int		Mendapatkan jumlah kolom
pELMT	public void		Mengubah elemen matriks
isSquare	public boolean		Mengetahui apakah matriks persegi
deleteCol	public Matrix	(int col)	Menghapus kolom tertentu
getCol	public Matrix	(int col)	Mendapatkan kolom tertentu
changeCol	public void	(int i, Matrix m)	Mengganti kolom dengan suatu matriks berkolom 1
MultiplySkalar	public void	(double x)	Mengalikan matriks dengan suatu skalar

Multiply	public void	(Matrix m)	Mengalikan matrix
printDeterminan	public void		Print determinan metode sarrus
Determinan	public double		Mendapatkan nilai determinan metode sarrus
Adjoin	public Matrix		Mendapatkan adjoin matriks
Transpose	public void		Mendapatkan transpose matriks
Inverse	public Matrix		Mendapatkan invers metode adjoin
printInverse	public void		Print invers adjoin
printDeterminanKofaktor	public void		Print nilai determinan kofaktor
DeterminanKofaktor	public double		Mendapatkan nilai determinan kofaktor
swapRow	public void	(int row1, int row2)	Swap baris
orderRow	public static void	(Matrix m, int Row, int iCol)	Menukar baris suatu index jika elemen index tersebut = 0 dengan baris lain dibawahnya yang elemennya tidak 0
swapCol	public void	(int col1, int col2)	Swap kolom
multiplyRow	public void	(int row, double multiplier)	Mengalikan baris dengan suatu skalar

addMultipleRow	public void	(int row1, int row2, double multiplier)	Mengalikan baris dengan suatu skalar dan menambahkannya dengan baris lain
printDeterminanReduksi	public void		Print determinan reduksi
DeterminanReduksi	public double		Mendapatkan nilai determinan reduksi
printInverseGaussJordan	public void		Print Inverse Gauss-Jordan
isAnyNaNInf	public boolean		Mengecek apakah matriks terdapat nilai NaN atau Infinity
InverseGaussJordan	public void		Mendapatkan invers matriks Gauss-Jordan

2. Class Bikubik
   - Method

Name	Type	Parameter	Description
Matrix16x16	Public static		Membuat matrix 16 x 16 dan membuat inversnya
changeMatrixSize	Public static Matrix		Mengubah ukuran matriks input

3. Class Cramer
   - Method

Name	Type	Parameter	Description

Solve	Public static void	(Matrix A, Matrix B)	Mendapatkan solusi SPL dengan metode Cramer
copyM	public static Matrix	(Matrix A)	Mendapatkan salinan matrix A

4. Class GaussElimination
   - Method

Name	Type	Parameter	Description
GaussElimination	public	(double A[][],double b[])	Melakukan eliminasi gauss dengan operasi baris elementer, menghasilkan matriks eselon baris.
backsubtitute	public void	(int i,double sol[])	Melakukan fungsi backsubtite
add	public static void	(Matrix m,int r1,int r2,double val)	Menambahkan suatu elemen matriks tertentu dengan matriks lain yang telah dikalikan suatu konstanta
segitigaatas	public void		membuat segitiga atas untuk OBE
solution	public double[]		mengeluarkan solusi dari eliminasi Gauss

5. Class GaussJordan
   - Method

Name	Type	Parameter	Description
GaussJordan	public	(Matrix A, Matrix b)	Melakukan eliminasi GaussJordan dengan operasi baris elementer, menghasilkan matriks eselon baris.
solution	public double[]		mengeluarkan solusi dari maxdiagonal, divbydiag, dan diagonalize suatu matriks
toString	public String		mengembalikan toString
inputTitik	public static Matrix		Memasukkan matriks A
inputHasil	public static Matrix		Memasukkan matriks jawaban b

6. Class Interpolasi
    - Method

Name	Type	Parameter	Description
inputTitik	public static Matrix		Memasukkan titik-titik interpolasi
inputX	public static double		Memasukkan input x yang akan ditaksir
changedToPolinom	public static Matrix	(Matrix m)	Mengubah matriks menjadi polinomial

solusiTunggal	public static double[]	(Matrix m)	Mengeluarkan output solusi tunggal
solveInterpolasi	public static void	(Matrix m, double x)	Menyelesaikan interpolasi

7. Class OBEInterpolasi
   - Method

Name	Type	Parameter	Description
OBE	public static void	(Matrix m)	Menyelesaikan OBE
elmtRow0	public static boolean	(Matrix m, int idx)	Mengeluarkan true jika pada baris tertentu bernilai 0
elmtCol0	public static boolean	(Matrix m, int idx)	Mengeluarkan true jika pada kolom tertentu bernilai 0

8. Class SPL Inverse
   - Method

Name	Type	Parameter	Description
Solve	Public static void	(Matrix A, Matrix B)	Mendapatkan solusi SPL dengan metode Invers

BAB IV

Eksperimen

4.1 Solusi SPL Ax=b

Masalah	Solusi
$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 1 & -1 & -1\\ 2 & 5 & -7 & -5\\ 2 & -1 & 1 & 3\\ 5 & 2 & -4 & 2\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}1\\ -2\\ 4\\ 6\end{bmatrix}$	Determinan matriks A adalah 0, sehingga tidak memiliki solusi.
$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0\\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1\\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}3\\ 6\\ 5\\ -1\end{bmatrix}$	Determinan matriks A adalah 0, sehingga tidak memiliki solusi.
$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}2\\ -1\\ 1\end{bmatrix}$	Determinan matriks A adalah 0, sehingga tidak memiliki solusi.
$H=\begin{bmatrix}1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1}\\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2}\\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots\\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1}\end{bmatrix},\quad b=\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0\\ \vdots\\ 0\end{bmatrix}$ *H adalah matriks Hilbert. Cobakan untuk n = 6 dan n = 10.*	N = 6 Solusi SPL: x1 = 2.5825884207570984 x2 = -0.8127891843863583 x3 = 2.123761615361133 x4 = -13.633991353605976 x5 = -16.70162766775306 x6 = 28.657577535300394 N = 10

<table>
<tr><td></td><td><pre>Solusi SPL:
x1 = 10.883291707823304
x2 = -43.83027876077187
x3 = 16.393855713237834
x4 = 0.2107015480041512
x5 = -11.997890347833668
x6 = 105.06015715234841
x7 = -1.926420582128984
x8 = -34.853877787158915
x9 = 126.20500489468989
x10 = -181.47565699948962</pre></td></tr>
</table>

4.2 SPL Matriks Augmented

<table>
<tr><td>Masalah</td><td>Solusi</td></tr>
<tr><td>$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$</td><td><pre>Determinan matriks A adalah 0, sehingga tidak memiliki solusi.</pre></td></tr>
<tr><td>$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$</td><td><pre>SPL tidak dapat dicari menggunakan metode ini, karena A bukan matriks persegi.</pre></td></tr>
</table>

4.3 SPL Biasa

Masalah	Solusi

$8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0$ $2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 = 1$ $x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 2$ $x_1 + 6x_3 + 4x_4 = 3$	Solusi SPL: x1 = -0.22432432432432434 x2 = 0.18243243243243243 x3 = 0.7094594594594594 x4 = -0.2581081081081081
$x_7 + x_8 + x_9 = 13.00$ $x_4 + x_5 + x_6 = 15.00$ $x_1 + x_2 + x_3 = 8.00$ $0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396x_9 = 14.79$ $0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) = 14.31$ $0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396x_1 = 3.81$ $x_3 + x_6 + x_9 = 18.00$ $x_2 + x_5 + x_8 = 12.00$ $x_1 + x_4 + x_7 = 6.00$ $0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396x_3 = 10.51$ $0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) = 16.13$ $0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_4 + x_8) + 0.61396x_7 = 7.04$	

4.4 Studi Kasus Interpolasi

Masalah	Solusi
<table><tr><td>x</td><td>0.4</td><td>0.7</td><td>0.11</td><td>0.14</td><td>0.17</td><td>0.2</td><td>0.23</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>0.043</td><td>0.005</td><td>0. 058</td><td>0.072</td><td>0.1</td><td>0.13</td><td>0.147</td></tr></table>Lakukan pengujian pada nilai-nilai default berikut: $x = 0.2$ f(x) = ? $x = 0.55$ f(x) = ? $x = 0.85$ f(x) = ? $x = 1.28$ f(x) = ?	X = 0.2 = 0.1300 X = 0.55 = 2.1376 X = 0.85 = -66.2694 X = 1.28 = -3485.1309

BAB V
Kesimpulan dan Saran

5.1 Kesimpulan

Suatu Sistem Persamaan Linier (SPL) dapat dicari solusinya menggunakan banyak cara, salah satunya dengan memanfaatkan matriks. Dengan mengubah SPL menjadi matriks *augmented*, solusinya dapat dicari menggunakan metode Gauss, Gauss-Jordan, Invers, dan Cramer. Melalui program yang kami buat, pengguna dapat mencari solusi suatu sistem SPL berbentuk matriks *augmented*. Selain itu, program kami juga memiliki fitur pencarian nilai determinan, matriks balikan, interpolasi polinom, interpolasi bicubic, dan regresi linier berganda.

5.2 Saran

Saran untuk pembuat program selanjutnya adalah sertakan GUI agar penampilan menjadi lebih menarik dan *user-friendly*.

5.3 Refleksi

Berdasarkan perilisan tugas besar mata kuliah Aljabar Linier dan Geometri ini, kami semakin memahami berbagai macam manipulasi matriks yang dapat dimanfaatkan. Dengan diwajibkannya pengerjaan menggunakan bahasa pemrograman yang sebelumnya belum pernah kami eksplor, yaitu Java, wawasan kami di bidang Teknik Informatika semakin meluas. Selain itu, melalui pengerjaan tugas besar ini, kami diperkenalkan dengan istilah Object Oriented Programming (OOP) atau pemrograman berorientasi objek, dalam kasus ini setiap file Java yang telah kami buat dibungkus dalam bentuk objek.

BAB VI

Lampiran

https://github.com/syauqijan/Algeo01-21014