

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»

Дипломная работа

Программная реализация современных отечественных стандартов
функции хеширования и цифровой подписи
02.03.01. Математика и компьютерные науки

Исполнитель: Сычев Р.С.

гр. МКН-41 БО

Руководитель: к.ф.-м.н. Яблокова С.И.

Ярославль 2020

Содержание

Введение	1
1 Термины, определения и обозначения	2
2 Первая глава. Функция хэширования	5
2.1 Краткий обзор	5
2.2 Параметры алгоритма	6
2.3 Преобразования	8
2.4 Функция сжатия	9
2.5 Алгоритм хэширования	9
3 Вторая глава. Программная реализация хэш-функции	11
3.1 Общая схема алгоритма	11
3.2 Определение констант	16
3.3 Функция сжатия	19
4 Третья глава. Цифровая подпись	26
4.1 Краткий обзор	26
4.2 Группа точек эллиптической кривой	27
4.3 Параметры цифровой подписи	28
4.4 Двоичные векторы	29
4.5 Формирование цифровой подписи	29
4.6 Проверка подписи	31
5 Четвертая глава. Программная реализация цифровой подписи	33
5.1 Арифметические операции	33
5.2 Действия в группе точек эллиптической кривой	33
5.3 Процесс формирования подписи	37
5.4 Процесс проверки подписи	39
5.5 Хранение параметров и значений	41
Заключение	46
Список использованных источников	47
А Код класса хэш-функции	49
Б Примеры расчета хэша	61
В Код класса цифровой подписи	63
Г Пример работы с цифровой подписью	70

Введение

В современном мире защита информации является неотъемлемой частью жизни общества. Криптография бывает необходима в самых разных сферах будь то переписка или доступ к документации. Особую важность имеет надежность и достоверность обмена информацией между государственными структурами, ведь любая невыявленная подделка может привести к колоссальным убыткам и нарушению общественного порядка. С другой стороны, проволочки в документообороте могут мешать оперативному реагированию, что недопустимо при наличии лучших альтернатив. Таким образом, среди прочего, возникает необходимость на высшем государственном уровне определить актуальные процедуры, позволяющие оперативно определить целостность сообщения и достоверность отправителя.

Ключевую роль в вопросах удостоверения информации играет электронная цифровая подпись, которая позволяет установить не только подлинность отправителя но и целостность сообщения. Как правило, в процедурах генерации и проверки цифровой подписи используется хэш-код подписываемого сообщения.

Целью данной работы является программная реализация функции хэширования и цифровой подписи согласно ГОСТ Р 34.11-2012 и ГОСТ Р 34.10-2012 соответственно. Все специфичные классы предполагается реализовать на языке программирования C# в составе среды Visual Studio 2019. Выбор обусловлен популярностью данной среды разработки. В итоге, планируется реализовать хэш-функцию, процедуру генерации цифровой подписи и процедуру проверки цифровой подписи.

Объект исследования данной работы— криптографическая защита информации.

Предмет исследования— функция хэширования, процессы формирования и проверки электронной цифровой подписи.

В рамках реализации намеченной цели можно выделить следующие подзадачи:

- анализ ГОСТ Р 34.11-2012;
- реализация функции хэширования согласно ГОСТ Р 34.11-2012;
- анализ ГОСТ Р 34.10-2012;
- реализация цифровой подписи согласно ГОСТ Р 34.10-2012;
- анализ результатов.

Данная тема может быть интересна тем, кто заинтересован в реализации функции хэширования и цифровой подписи в различных программных средах. Данная работа также раскрывает некоторые прикладные вопросы процесса реализации. Актуальность выбранной темы обусловлена перспективой внедрения новых стандартов в государственные информационные системы.

1 Термины, определения и обозначения

В настоящей дипломной работе применяются следующие термины и обозначения с соответствующими определениями.

Дополнение — приписывание дополнительных бит к строке бит.

Инициализационный вектор — вектор, определенный как начальная точка работы функции хэширования.

Ключ подписи — элемент секретных данных, специфичный для субъекта и используемый только данным субъектом в процессе формирования цифровой подписи.

Ключ проверки подписи — элемент данных, математически связанный с ключом подписи и используемый проверяющей стороной в процессе проверки цифровой подписи.

Параметр схемы ЭЦП — элемент данных, общий для всех субъектов схемы цифровой подписи, известный или доступный всем этим субъектам.

Подписанное сообщение — набор элементов данных, состоящий из сообщения и дополнения, являющегося частью сообщения.

Последовательность псевдослучайных чисел — последовательность чисел, полученная в результате выполнения некоторого арифметического (вычислительного) процесса, используемая в конкретном случае вместо последовательности случайных чисел.

Последовательность случайных чисел — последовательность чисел, каждое из которых не может быть предсказано (вычислено) только на основе знания предшествующих ему чисел данной последовательности.

Процесс проверки подписи — процесс, в качестве исходных данных которого используются подписанное сообщение, ключ проверки подписи и параметры схемы ЭЦП, результатом которого является заключение о правильности или ошибочности цифровой подписи.

Процесс формирования подписи — процесс, в качестве исходных данных которого используются сообщение, ключ подписи и параметры схемы ЭЦП, а в результате формируется цифровая подпись.

Свидетельство — элемент данных, представляющий соответствующее доказательство достоверности (недостоверности) подписи проверяющей стороне.

Случайное число — число, выбранное из определенного набора чисел таким образом, что каждое число из данного набора может быть выбрано с одинаковой вероятностью.

Сообщение — строка бит произвольной конечной длины.

Функция сжатия — итеративно используемая функция, преобразующая строку бит длиной L_1 и полученную на предыдущем шаге строку бит длиной L_2 в строку бит длиной L_2 .

Хэш-код — строка бит, являющаяся выходным результатом хэш-функции.

Хэш-функция — функция, отображающая строки бит в строки бит фиксированной длины и удовлетворяющая следующим свойствам:

- а) по данному значению функции сложно вычислить исходные данные, отображаемые в это значение;
- б) для заданных исходных данных сложно вычислить другие исходные данные, отображаемые в то же значение функции;
- в) сложно вычислить какую-либо пару исходных данных, отображаемых в одно и то же значение.

Электронная цифровая подпись (ЭЦП) — строка бит, полученная в результате процесса формирования подписи.

V^* — множество всех двоичных векторов-строк конечной размерности (далее - векторы), включая пустую строку.

$|A|$ — размерность (число компонент) вектора $A \in V^*$ (если A - пустая строка, то $|A| = 0$).

V_n — множество всех n -мерных двоичных векторов, где n - целое неотрицательное число; нумерация подвекторов и компонент вектора осуществляется справа налево, начиная с нуля.

\oplus — операция покомпонентного сложения по модулю 2 двух двоичных векторов одинаковой размерности.

$A||B$ — конкатенация векторов $A, B \in V^*$, т.е. вектор из $V_{|A|+|B|}$, в котором левый подвектор из $V_{|A|}$ совпадает с вектором A , а правый подвектор из $V_{|B|}$ совпадает с вектором B .

A^n — конкатенация n экземпляров вектора A .

\mathbb{Z}_{2^n} — кольцо вычетов по модулю 2^n .

\boxplus — операция сложения в кольце \mathbb{Z}_{2^n} .

$Vec_n : \mathbb{Z}_{2^n} \rightarrow V_n$ — биективное отображение, сопоставляющее элементу кольца \mathbb{Z}_{2^n} его двоичное представление, т.е. для любого элемента $z \in \mathbb{Z}_{2^n}$ представленного вычетом $z_0 + 2z_1 + \dots + 2^{n-1}z_{n-1}$, где $z_j \in \{0,1\}, j = 0, \dots, n-1$, выполнено равенство $Vec_n(z) = z_{n-1}||\dots||z_1||z_0$.

$Int_n : V_n \rightarrow \mathbb{Z}_{2^n}$ — отображение, обратное отображению Vec_n , т.е. $Int_n = Vec_n^{-1}$.

$MSB_n : V^* \rightarrow V_n$ — отображение, ставящее в соответствие вектору $z_{k-1}||\dots||z_1||z_0, k \geq n$, вектор $z_{k-1}||\dots||z_{k-n+1}||z_{k-n}$.

$a := b$ — операция присваивания переменной a значения b .

$\Phi \circ \Psi$ — произведение отображений, при котором отображение Ψ действует первым.

M — двоичный вектор, подлежащий хэшированию, $M \in V^*$, $|M| < 2^{512}$.

$H: V^* \rightarrow V_n$ — функция хэширования, отображающая вектор (сообщение) M в вектор (хэш-код) $H(M)$.

IV — инициализационный вектор функции хэширования, $IV \in V_{512}$.

Z — множество всех целых чисел.

p — простое число, $p > 3$.

F_p — конечное простое поле, представленное как множество из p наименьших неотрицательных вычетов $\{0, 1, \dots, p-1\}$.

$b \pmod{p}$ — минимальное неотрицательное число, сравнимое с b по модулю p .

2 Первая глава. Функция хэширования

2.1 Краткий обзор

В целом, концепция развития стандартов на функцию хэширования заключается в использовании минимального числа ресурсов для достижения устойчивости хэш-функции ко всем известным атакам.

Так, хэш-функция должна удовлетворять следующим свойствам:

- а) по данному значению функции сложно вычислить исходные данные, отображаемые в это значение;
- б) для заданных исходных данных сложно вычислить другие исходные данные, отображаемые в то же значение функции;
- в) сложно вычислить какую-либо пару исходных данных, отображаемых в одно и то же значение.

В качестве входных данных хэш-функции берется двоичный вектор произвольной конечной длины (в большинстве реализаций за единицу длины принимается 1 байт).

Впервые в России государственный стандарт на функцию хэширования был введен в 1994 году в ГОСТ Р 34.11-94 [1]. Данный стандарт был основным стандартом функции хэширования РФ с 1994 по 2011 годы пока не был заменен новым отечественным стандартом ГОСТ Р 34.11-2012 [2]. Причиной введения нового стандарта во многом являлись выявленные исследователями несовершенства используемого алгоритма [3]. Новый вариант функции, именуемой «Стрибог», выгодно отличается от используемой до нее функции лучшей на данный момент теоретической оценкой криптостойкости. Также, по сравнению со старой версией, возросла длина выходного значения с 256 до 512 бит. Еще одно отличие заключается в том, что ГОСТ Р 34.11-2012 строго регламентирует все параметры алгоритма хэширования в то время как ГОСТ Р 34.11-94 содержит только примеры допустимых значений параметров, не рекомендуемых к использованию на практике.

Стандарт ГОСТ Р 34.11-2012 определяет семейство хэш-функций состоящее из двух функций с длинами хэш-кода равными 256 и 512 битам соответственно.

Общая схема основана на хорошо известных конструкциях и преобразованиях. Так, в алгоритме используются конструкции Меркла-Домгарда [4] и Миагути-Пренеля [5]. Также ему приписывают соответствие схеме HAIFA [6].

2.2 Параметры алгоритма

Параметры алгоритма хэширования включают:

- а) значение инициализационного вектора IV ;
- б) значения подстановки $\pi' : \mathbb{Z}_{2^8} \rightarrow \mathbb{Z}_{2^8}$ в виде массива;
- в) значения перестановки $\tau \in S_{64}$ в виде массива;
- г) значения матрицы $A \in GF(2)$, умножением на которую справа задается линейное преобразование множества V_{64} ;
- д) значения итерационных констант.

Значение инициализационного вектора IV для функции хэширования с длиной хэш-кода 512 бит равно 0^{512} . Значение инициализационного вектора IV для функции хэширования с длиной хэш-кода 256 бит равно $(00000001)^{64}$.

Значения подстановки $\pi' = (\pi'(0), \dots, \pi'(255))$ записаны ниже:

$$\begin{aligned} \pi' = & (252, 238, 221, 17, 207, 110, 49, 22, 251, 196, 250, 218, 35, 197, 4, 77, 233, 119, 240, 219, \\ & 147, 46, 153, 186, 23, 54, 241, 187, 20, 205, 95, 193, 249, 24, 101, 90, 226, 92, 239, 33, 129, 28, 60, \\ & 66, 139, 1, 142, 79, 5, 132, 2, 174, 227, 106, 143, 160, 6, 11, 237, 152, 127, 212, 211, 31, 235, 52, 44, \\ & 81, 234, 200, 72, 171, 242, 42, 104, 162, 253, 58, 206, 204, 181, 112, 14, 86, 8, 12, 118, 18, 191, 114, \\ & 19, 71, 156, 183, 93, 135, 21, 161, 150, 41, 16, 123, 154, 199, 243, 145, 120, 111, 157, 158, 178, 177, \\ & 50, 117, 25, 61, 255, 53, 138, 126, 109, 84, 198, 128, 195, 189, 13, 87, 223, 245, 36, 169, 62, 168, 67, \\ & 201, 215, 121, 214, 246, 124, 34, 185, 3, 224, 15, 236, 222, 122, 148, 176, 188, 220, 232, 40, 80, 78, \\ & 51, 10, 74, 167, 151, 96, 115, 30, 0, 98, 68, 26, 184, 56, 130, 100, 159, 38, 65, 173, 69, 70, 146, 39, \\ & 94, 85, 47, 140, 163, 165, 125, 105, 213, 149, 59, 7, 88, 179, 64, 134, 172, 29, 247, 48, 55, 107, 228, \\ & 136, 217, 231, 137, 225, 27, 131, 73, 76, 63, 248, 254, 141, 83, 170, 144, 202, 216, 133, 97, 32, 113, \\ & 103, 164, 45, 43, 9, 91, 203, 155, 37, 208, 190, 229, 108, 82, 89, 166, 116, 210, 230, 244, 180, 192, \\ & 209, 102, 175, 194, 57, 75, 99, 182). \end{aligned} \tag{2.1}$$

Значения перестановки $\tau = (\tau(0), \dots, \tau(255))$ записаны ниже:

$$\begin{aligned} \tau = & (0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 1, 9, 17, 25, 33, 41, 49, 57, 2, 10, 18, 26, 34, 42, 50, 58, 3, 11, 19, \\ & 27, 35, 43, 51, 59, 4, 12, 20, 28, 36, 44, 52, 60, 5, 13, 21, 29, 37, 45, 53, 61, 6, 14, 22, 30, 38, 46, 54, \\ & 62, 7, 15, 23, 31, 39, 47, 55, 63). \end{aligned} \tag{2.2}$$

Строки матрицы $A \in GF(2)$ записаны ниже последовательно в шестнадцатеричном виде. Строка матрицы с номером j , $j = 0, 1, \dots, 63$, записанная в виде

$a_{j,15} \dots a_{j,0}$, где $a_{j,i} \in \mathbb{Z}_{16}$, $j = 0, \dots, 15$ есть $Vec_4(a_{j,15}) \parallel \dots \parallel Vec_4(a_{j,0})$.

8e20faa72ba0b470	47107ddd9b505a38	ad08b0e0c3282d1c	d8045870ef14980e
6c022c38f90a4c07	3601161cf205268d	1b8e0b0e798c13c8	83478b07b2468764
a011d380818e8f40	5086e740ce47c920	2843fd2067adea10	14aff010bdd87508
0ad97808d06cb404	05e23c0468365a02	8c711e02341b2d01	46b60f011a83988e
90dab52a387ae76f	486dd4151c3dfdb9	24b86a840e90f0d2	125c354207487869
092e94218d243cba	8a174a9ec8121e5d	4585254f64090fa0	accc9ca9328a8950
9d4df05d5f661451	c0a878a0a1330aa6	60543c50de970553	302a1e286fc58ca7
18150f14b9ec46dd	0c84890ad27623e0	0642ca05693b9f70	0321658cba93c138
86275df09ce8aaa8	439da0784e745554	afc0503c273aa42a	d960281e9d1d5215
e230140fc0802984	71180a8960409a42	b60c05ca30204d21	5b068c651810a89e
456c34887a3805b9	ac361a443d1c8cd2	561b0d22900e4669	2b838811480723ba
9bcf4486248d9f5d	c3e9224312c8c1a0	effa11af0964ee50	f97d86d98a327728
e4fa2054a80b329c	727d102a548b194e	39b008152acb8227	9258048415eb419d
492c024284fbaec0	aa16012142f35760	550b8e9e21f7a530	a48b474f9ef5dc18
70a6a56e2440598e	3853dc371220a247	1ca76e95091051ad	0edd37c48a08a6d8
07e095624504536c	8d70c431ac02a736	c83862965601dd1b	641c314b2b8ee083

(2.3)

Здесь в одной строке записаны четыре строки матрицы A , при этом в строке с номером i , $i = 0, \dots, 15$ записаны строки матрицы A с номерами $4i + j$, $j = 0, \dots, 3$.

Итерационные константы записаны в шестнадцатеричном виде. Значение константы, записанное в виде $a_{127} \dots a_0$, где $a_i \in \mathbb{Z}_{16}$, $i = 0, \dots, 127$, есть $Vec_4(a_{127}) \parallel \dots \parallel Vec_4(a_0)$:

$$\begin{aligned}
C_1 &= \text{b1085bda1ecadae9ebcb2f81c0657c1f2f6a76432e45d016714eb88d7585c4fc} \\
&\quad \text{4b7ce09192676901a2422a08a460d31505767436cc744d23dd806559f2a64507;} \\
C_2 &= \text{6fa3b58aa99d2f1a4fe39d460f70b5d7f3fee720a232b9861d55e0f16b50131} \\
&\quad \text{9ab5176b12d699585cb561c2db0aa7ca55dda21bd7cbcd56e679047021b19bb7;} \\
C_3 &= \text{f574dcac2bce2fc70a39fc286a3d843506f15e5f529c1f8bf2ea7514b1297b7b} \\
&\quad \text{d3e20fe490359eb1c1c93a376062db09c2b6f443867adb31991e96f50aba0ab2;} \\
C_4 &= \text{ef1fdfb3e81566d2f948e1a05d71e4dd488e857e335c3c7d9d721cad685e353f} \\
&\quad \text{a9d72c82ed03d675d8b71333935203be3453eaa193e837f1220cbebc84e3d12e;} \\
C_5 &= \text{4bea6bacad4747999a3f410c6ca923637f151c1f1686104a359e35d7800fffb} \\
&\quad \text{bfcd1747253af5a3dfff00b723271a167a56a27ea9ea63f5601758fd7c6cfe57;} \\
C_6 &= \text{ae4faeae1d3ad3d96fa4c33b7a3039c02d66c4f95142a46c187f9ab49af08ec6} \\
&\quad \text{cfaa6b71c9ab7b40af21f66c2bec6b6bf71c57236904f35fa68407a46647d6e;} \\
C_7 &= \text{f4c70e16eeaac5ec51ac86febf240954399ec6c7e6bf87c9d3473e33197a93c9} \\
&\quad \text{0992abc52d822c3706476983284a05043517454ca23c4af38886564d3a14d493;} \\
C_8 &= \text{9b1f5b424d93c9a703e7aa020c6e41414eb7f8719c36de1e89b4443b4ddbc49a}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& f4892bcb929b069069d18d2bd1a5c42f36acc2355951a8d9a47f0dd4bf02e71e; \\
C_9 = & 378f5a541631229b944c9ad8ec165fde3a7d3a1b258942243cd955b7e00d0984 \\
& 800a440bdbb2ceb17b2b8a9aa6079c540e38dc92cb1f2a607261445183235adb; \\
C_{10} = & abbedea680056f52382ae548b2e4f3f38941e71cff8a78db1ffe18a1b336103 \\
& 9fe76702af69334b7a1e6c303b7652f43698fad1153bb6c374b4c7fb98459ced; \\
C_{11} = & 7bcd9ed0efc889fb3002c6cd635afe94d8fa6bbbebab07612001802114846679 \\
& 8a1d71efea48b9caefbacd1d7d476e98dea2594ac06fd85d6bcaa4cd81f32d1b; \\
C_{12} = & 378ee767f11631bad21380b00449b17acda43c32bcd1d77f82012d430219f9b \\
& 5d80ef9d1891cc86e71da4aa88e12852faf417d5d9b21b9948bc924af11bd720.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

2.3 Преобразования

В алгоритме хэширования применяются следующие преобразования:

$$\pi = Vec_8 \pi' Int_8: V_8 \rightarrow V_8; \tag{2.5}$$

$$X[k]: V_{512} \rightarrow V_{512}, X[k](a) = k \oplus a, k, a \in V_{512}, \tag{2.6}$$

где $a = a_{63} \parallel \dots \parallel a_0 \in V_{512}, a_i \in V_8, i = 0, \dots, 63$;

$$S: V_{512} \rightarrow V_{512}, S(a) = S(a_{63} \parallel \dots \parallel a_0) = \pi(a_{63}) \parallel \dots \parallel \pi(a_0), \tag{2.7}$$

где $a = a_{63} \parallel \dots \parallel a_0 \in V_{512}, a_i \in V_8, i = 0, \dots, 63$;

$$P: V_{512} \rightarrow V_{512}, P(a) = P(a_{63} \parallel \dots \parallel a_0) = a_{\tau(63)} \parallel \dots \parallel a_{\tau(0)}, \tag{2.8}$$

где $a = a_{63} \parallel \dots \parallel a_0 \in V_{512}, a_i \in V_8, i = 0, \dots, 63$;

$$L: V_{512} \rightarrow V_{512}, L(a) = L(a_7 \parallel \dots \parallel a_0) = l(a_7) \parallel \dots \parallel l(a_0), \tag{2.9}$$

где $a = a_7 \parallel \dots \parallel a_0 \in V_{512}, a_i \in V_{64}, i = 0, \dots, 7$;

При этом, результат умножения вектора $b = b_{63} \dots b_0 \in V_{64}$ на матрицу A есть вектор $c \in V_{64}$:

$$c = b_{63}(Vec_4(a_{0,15}) \parallel \dots \parallel Vec_4(a_{0,0})) \oplus \dots \oplus b_0(Vec_4(a_{63,15}) \parallel \dots \parallel Vec_4(a_{63,0})), \tag{2.10}$$

где $b_i(Vec_4(a_{63-i,15}) \parallel \dots \parallel Vec_4(a_{63-i,0})) =$

$$= \begin{cases} 0^{64}, & \text{если } b_i = 0, \\ (Vec_4(a_{63-i,15}) \parallel \dots \parallel Vec_4(a_{63-i,0})), & \text{если } b_i = 1. \end{cases}$$

для всех $i = 0, \dots, 63$.

2.4 Функция сжатия

Значение хэш-кода сообщения $M \in V_*$ вычисляется с использованием итерационной процедуры. На каждой итерации вычисления хэш-кода используется функция сжатия:

$$g_N: V_{512} \times V_{512} \rightarrow V_{512}, N \in V_{512}, \quad (2.11)$$

значение которой вычисляется по формуле

$$g_N(h, m) = E(LPS(h \oplus N), m) \oplus h \oplus m, \quad (2.12)$$

где $E(K, m) = X[K_{13}]LPSX[K_{12}] \dots LPSX[K_2]LPSX[K_1](m)$.

Значения $K_i \in V_{512}$, $i = 1, \dots, 13$ вычисляются по формулам:

$$K_1 = K; \quad (2.13)$$

$$K_i = LPS(K_{i-1} \oplus C_{i-1}), i = 2, \dots, 13. \quad (2.14)$$

2.5 Алгоритм хэширования

Исходными данными для хэш-функции является сообщение $M \in V^*$ и $IV \in V_{512}$ -инициализационный вектор.

Алгоритм вычисления состоит из трех этапов

Этап 1

Присвоить начальные значения текущих величин

1.1 $h := IV$;

1.2 $N := 0^{512} \in V_{512}$;

1.3 $\Sigma := 0^{512} \in V_{512}$;

1.4 Перейти к этапу 2.

Этап 2

2.1 Проверить условие $|M| < 512$.

При положительном исходе перейти к этапу 3.

В противном случае выполнить последовательность вычислений по 2.2—2.7.

2.2 Вычислить подвектор $m \in V_{512}$ сообщения M : $M = M' \parallel m$. Далее выполнить последовательность вычислений:

2.3 $h := g_N(h, m)$.

2.4 $N := Vec_{512}(Int_{512}(N) \boxplus 512)$.

2.5 $\Sigma := Vec_{512}(Int_{512}(\Sigma) \boxplus Int_{512}(m))$.

2.6 $M := M'$.

2.7 Перейти к шагу 2.1.

Этап 3

3.1 $m := 0^{511-|M|} \parallel 1 \parallel M$.

$$3.2 \ h := g_N(h, m).$$

$$3.3 \ N := Vec_{512}(Int_{512}(N) \boxplus |M|).$$

$$3.4 \ \Sigma := Vec_{512}(Int_{512}(\Sigma) \boxplus Int_{512}(m)).$$

$$3.5 \ h := g_{0^{512}}(h, N).$$

$$3.6 \ h := \begin{cases} g_{0^{512}}(h, \Sigma), & \text{для функции хэширования с длиной хэш-кода 512 бит;} \\ MSB_{256}(g_{0^{512}}(h, \Sigma)), & \text{для функции хэширования с длиной хэш-кода 256 бит.} \end{cases}$$

3.7 Конец работы алгоритма.

Значение величины h , полученное на шаге 3.6, является значением функции хэширования $H(M)$.

Графическое изображение схемы алгоритма представлено на рисунке 2.1.

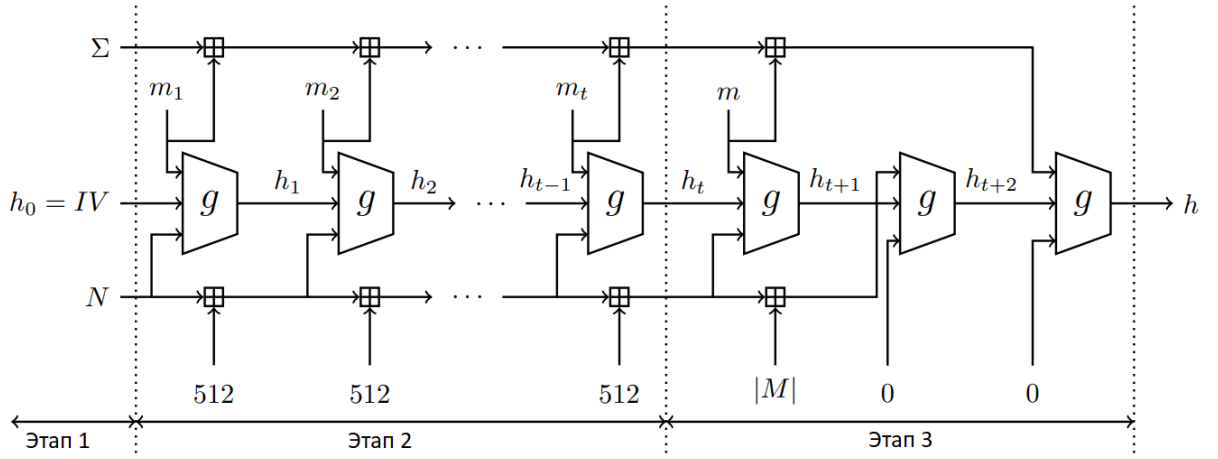


Рисунок 2.1 — Схема вычисления хэш-функции. В случае длины хэша равной 256 бит возвращается $MSB_{256}(h)$.

3 Вторая глава. Программная реализация хэш-функции

3.1 Общая схема алгоритма

В данном разделе рассматриваются типичные алгоритмические приемы используемые в различных реализациях хэш-функции. Затрагиваются вопросы механизма хранения констант и перечня используемых конструкций. Весь исходный код написан на языке программирования C#. По возможности минимизировано использование специфичных языковых конструкций, благодаря чему код может быть легко перенесен на любой C-подобный язык программирования.

Для начала определим используемые в алгоритме типы данных. Все описания функций и переменных, используемых при расчете хэша, целесообразно выделить в отдельный класс. Присвоим ему идентификатор «GR3411_2012_Hash», который и будем использовать. Использование выделенного класса упрощает работу с параметрами и позволяет удобно организовать дополнительные разовые расчеты, речь о которых пойдет в следующем пункте. Все дальнейшие описанные в данной главе методы и свойства предполагаются членами данного класса.

Простейшая сигнатура метода расчета значения хэша предполагает использование массива байт в качестве входного значения и массива байт в качестве возвращаемого значения. В случае, если необходимо вычислить хэш-значение от файла, более оптимален подход последовательного чтения файла по блокам в процессе вычисления хэша, а не чтение файла целиком в массив. Для этих целей в разных средах разработки служат специфичные объекты, имеющие похожий функционал. В рассматриваемом случае, для данных целей будет служить класс «Stream», который и будем передавать в качестве аргумента метода. Таким образом, определим два метода для расчета хэша.

ГОСТ Р 34.11-2012 определяет 2 варианта хэш-функции с длиной выходного значения 256 и 512 бит. Алгоритм расчета значения в обоих вариантах схож, и для краткости изложения выделим параметр длины возвращаемого значения в качестве свойства нашего класса. В итоге, приходим к следующему шаблону (Листинг 3.1).

Листинг 3.1 — Схема класса GR3411_2012_Hash

```
1 public class GR3411_2012_Hash
2 {
3     <константы, переменные и вспомогательные методы>
4     public GR3411_2012_Hash(int outputLength) {<конструктор с
        параметром длины>}
5     public byte[] GetHash(byte [] m) {<вычисление жэш—функции >}
6     public byte[] GetHash(Stream st) {<вычисление жэш—функции >}
7 }
```

Далее определим код исполняющий основную схему алгоритма хэширования. Пока представим, что у нас уже определена функция сжатия и она имеет следующую сигнатуру (Листинг 3.2).

Листинг 3.2 — Сигнатура функции сжатия

```
1 // Функция сжатия
2 private byte [] G_n(byte [] N, byte [] h, byte [] m)
```

Реализуем основную схему алгоритма. Также будем группировать операции по трем этапам. Для начала ограничимся случаем вычисления хэша от массива байт. Промежуточные блоки будем хранить в виде массива байт размера 64. Сложение по модулю 512 будем осуществлять с помощью специального метода (Листинг 3.3).

Листинг 3.3 — Метод, осуществляющий сложение по модулю 2^{512}

```
1 //Сложение по модулю  $2^{512}$ 
2 private void AddModulo512(byte [] a, byte [] b, byte [] c)
3 {
4     int i, t = 0;
5     for (i = 0; i < 64; i++)
6     {
7         t = a[i] + b[i] + (t >> 8);
8         c[i] = (byte)(t & 0xFF);
9     }
10 }
```

Итерационным переменным на первом этапе присвоим нулевые значения, за исключением вектора IV в случае длины выходного значения равной 256 битам. Далее будем последовательно копировать из основного массива во вспомогательный блоки согласно шагу алгоритма 2.1 и производить вычисления 2.2-2.7, если это возможно. Для контроля длины оставшейся части введем специальную переменную, значение которой будем уменьшать по мере обработки массива. Далее следует третий этап алгоритма и возврат значения. Код метода представлен в Листинге 3.4.

Листинг 3.4 — Метод, вычисляющий хэш-сумму от массива байт

```
1 //Хешфункция от массива байт
2 public byte [] GetHash(byte [] message)
3 {
4     //Этап 1
5     byte [] paddedMes = new byte [64];
6     byte [] h = new byte [64];
7     byte [] N_0 = new byte [64];
8     byte [] N = new byte [64];
```

```

9      byte [] Sigma = new byte [64];
10     if (outLen == 256)
11     {
12         for (int i = 0; i < 64; i++)
13         {
14             //Вместо использования вектора IV сразу присвоим
15             //переменной h его начальное значение
16             h[i] = 0x01;
17         }
18     }
19     byte [] N_512 = new byte [64];
20     Array.Copy( BitConverter.GetBytes(512), 0, N_512, 0, 4);
21     int inc = 0;
22     byte [] tempMes = new byte [64];
23     //Этап 2
24     //Длина сообщения в битах
25     int len = message.Length * 8;
26     while (len >= 512)
27     {
28         //Копирование текущего блока для дальнейшей обработки
29         Array.Copy(message, inc * 64, tempMes, 0, 64);
30         h = G_n(N, h, tempMes);
31         AddModulo512(N, N_512, N);
32         AddModulo512(Sigma, tempMes, Sigma);
33         len -= 512;
34         inc++;
35     }
36     //Этап 3
37     byte [] message1 = new byte [message.Length - inc * 64];
38     Array.Copy(message, inc * 64, message1, 0, message.Length - inc *
39         64);
40     if (message1.Length < 64)
41     {
42         for (int i = message1.Length + 1; i < 64; i++)
43         {
44             paddedMes[i] = 0;
45         }
46         //Добавляем единицу в конец
47         paddedMes[message1.Length] = 0x01;
48         Array.Copy(message1, 0, paddedMes, 0, message1.Length);
49     }

```

```

48     h = G_n(N, h, paddedMes);
49     byte [] MesLen = new byte [64];
50     //Конвертация длины усеченного сообщения в байты, и запись в
        массив
51     MesLen [0] = (byte)(message1.Length * 8);
52     MesLen [1] = (byte)((message1.Length * 8) >> 8);
53
54     AddModulo512(N, MesLen.ToArray(), N);
55     AddModulo512(Sigma, paddedMes, Sigma);
56     h = G_n(N_0, h, N);
57     h = G_n(N_0, h, Sigma);
58     //Возврат значения
59     if (outLen == 512)
60     {
61         return h;
62     }
63     else
64     {
65         byte [] h256 = new byte [32];
66         Array.Copy(h, 32, h256, 0, 32);
67         return h256;
68     }
69 }

```

Что касается поточного расчета хэш-суммы, то общую схему можно оставить прежней за исключением, непосредственно, чтения из потока и начальной обработки полученных данных. Код поточной реализации представлен в Листинге 3.5.

Листинг 3.5 — Метод, вычисляющий хэш-сумму потоковых данных

```

1 //Поточная реализация хешфункции
2 public byte [] GetHash(Stream st)
3 {
4     //Этап 1
5     byte [] paddedMes = new byte [64];
6     byte [] h = new byte [64];
7     byte [] N_0 = new byte [64];
8     byte [] N = new byte [64];
9     byte [] Sigma = new byte [64];
10    if (outLen == 256)
11    {
12        for (int i = 0; i < 64; i++)
13        {

```



```

14         h[i] = 0x01;
15     }
16 }
17 byte[] N_512 = new byte[64];
18 Array.Copy(BitConverter.GetBytes(512), 0, N_512, 0, 4);
19 byte[] tempMes = new byte[64];
20 //Чтение блока из потока
21 int blockLen = st.Read(tempMes, 0, 64);
22 int progress = 0;
23 //Этап 2
24 while (blockLen == 64)
25 {
26     h = G_n(N, h, tempMes);
27     AddModulo512(N, N_512, N);
28     AddModulo512(Sigma, tempMes, Sigma);
29     //Чтение блока из потока
30     blockLen = st.Read(tempMes, 0, 64);
31     progress++;
32     if (progress % 2048 == 0 && Hash1MBitStep != null)
33         Hash1MBitStep(progress);
34 }
35 //Этап 3
36 byte[] message1 = new byte[blockLen];
37 Array.Copy(tempMes, 0, message1, 0, blockLen);
38 if (message1.Length < 64)
39 {
40     for (int i = message1.Length + 1; i < 64; i++)
41     {
42         paddedMes[i] = 0;
43     }
44     paddedMes[message1.Length] = 0x01;
45     Array.Copy(message1, 0, paddedMes, 0, message1.Length);
46 }
47 h = G_n(N, h, paddedMes);
48 byte[] MesLen = new byte[64];
49 MesLen[0] = (byte)(message1.Length * 8);
50 MesLen[1] = (byte)((message1.Length * 8) >> 8);
51
52 AddModulo512(N, MesLen.ToArray(), N);
53 AddModulo512(Sigma, paddedMes, Sigma);
54 h = G_n(N_0, h, N);

```

```

55     h = G_n(N_0, h, Sigma);
56
57     if (outLen == 512)
58     {
59         return h;
60     }
61     else
62     {
63         byte[] h256 = new byte[32];
64         Array.Copy(h, 32, h256, 0, 32);
65         return h256;
66     }
67 }

```

3.2 Определение констант

Параметры алгоритма включают подстановку бит (2.1), перестановку байт (2.2), матрицу A (2.3) и итерационные константы (2.4). Удобно определять необходимые константы в программном коде, оттуда они будут считаны компилятором. Иной вариант предполагает размещение параметров в отдельном файле, откуда их будет необходимо считать перед вычислением значения. Для простоты изложения выберем первый вариант. Начнем с подстановки байт. Запишем ее в виде массива байт, в котором индекс элемента выполняет роль входного значения, а элемент является выходным значением (Листинг 3.6).

Листинг 3.6 — Массив подстановки байт

```

1 // Подстановка байт
2 private readonly byte[] Sbox = {
3     0xFC, 0xEE, 0xDD, 0x11, 0xCF, 0x6E, 0x31, 0x16, 0xFB, 0xC4, 0xFA,
4     0xDA, 0x23, 0xC5, 0x04, 0x4D, 0xE9, 0x77, 0xF0, 0xDB, 0x93, 0x2E,
5     0x99, 0xBA, 0x17, 0x36, 0xF1, 0xBB, 0x14, 0xCD, 0x5F, 0xC1, 0xF9,
6     0x18, 0x65, 0x5A, 0xE2, 0x5C, 0xEF, 0x21, 0x81, 0x1C, 0x3C, 0x42,
7     0x8B, 0x01, 0x8E, 0x4F, 0x05, 0x84, 0x02, 0xAE, 0xE3, 0x6A, 0x8F,
8     0xA0, 0x06, 0x0B, 0xED, 0x98, 0x7F, 0xD4, 0xD3, 0x1F, 0xEB, 0x34,
9     0x2C, 0x51, 0xEA, 0xC8, 0x48, 0xAB, 0xF2, 0x2A, 0x68, 0xA2, 0xFD,
10    0x3A, 0xCE, 0xCC, 0xB5, 0x70, 0x0E, 0x56, 0x08, 0x0C, 0x76, 0x12,
11    0xBF, 0x72, 0x13, 0x47, 0x9C, 0xB7, 0x5D, 0x87, 0x15, 0xA1, 0x96,
12    0x29, 0x10, 0x7B, 0x9A, 0xC7, 0xF3, 0x91, 0x78, 0x6F, 0x9D, 0x9E,
13    0xB2, 0xB1, 0x32, 0x75, 0x19, 0x3D, 0xFF, 0x35, 0x8A, 0x7E, 0x6D,
14    0x54, 0xC6, 0x80, 0xC3, 0xBD, 0x0D, 0x57, 0xDF, 0xF5, 0x24, 0xA9,
15    0x3E, 0xA8, 0x43, 0xC9, 0xD7, 0x79, 0xD6, 0xF6, 0x7C, 0x22, 0xB9,

```

```

16 0x03, 0xE0, 0x0F, 0xEC, 0xDE, 0x7A, 0x94, 0xB0, 0xBC, 0xDC, 0xE8,
17 0x28, 0x50, 0x4E, 0x33, 0x0A, 0x4A, 0xA7, 0x97, 0x60, 0x73, 0x1E,
18 0x00, 0x62, 0x44, 0x1A, 0xB8, 0x38, 0x82, 0x64, 0x9F, 0x26, 0x41,
19 0xAD, 0x45, 0x46, 0x92, 0x27, 0x5E, 0x55, 0x2F, 0x8C, 0xA3, 0xA5,
20 0x7D, 0x69, 0xD5, 0x95, 0x3B, 0x07, 0x58, 0xB3, 0x40, 0x86, 0xAC,
21 0x1D, 0xF7, 0x30, 0x37, 0x6B, 0xE4, 0x88, 0xD9, 0xE7, 0x89, 0xE1,
22 0x1B, 0x83, 0x49, 0x4C, 0x3F, 0xF8, 0xFE, 0x8D, 0x53, 0xAA, 0x90,
23 0xCA, 0xD8, 0x85, 0x61, 0x20, 0x71, 0x67, 0xA4, 0x2D, 0x2B, 0x09,
24 0x5B, 0xCB, 0x9B, 0x25, 0xD0, 0xBE, 0xE5, 0x6C, 0x52, 0x59, 0xA6,
25 0x74, 0xD2, 0xE6, 0xF4, 0xB4, 0xC0, 0xD1, 0x66, 0xAF, 0xC2, 0x39,
26 0x4B, 0x63, 0xB6
27 };

```

Перестановку байт также можно бы было записать в виде массива байт. Однако, перестановка τ (2.2) имеет специфический вид аналогичный транспонированию матрицы 8×8 . Это позволяет использовать смещение индекса вместо обращения к массиву. Поэтому массив перестановки байт редко встречается в реализациях. Пока отложим этот момент до следующего пункта, и опустим объявление массива перестановки.

Матрица A имеет размеры 64×64 . Операция умножения на матрицу A в L -преобразовании сопряжена с побитовым сложением различных строк матрицы, согласно формуле (2.10). Этот процесс эффективно реализуется путем сложения 64-битных целых чисел, которые удобно представлять в памяти компьютера. В используемом языке данный тип имеет идентификатор «ulong». Таким образом, запишем матрицу A как массив из целых 64-битных чисел, представляющих ее строки (Листинг 3.7).

Листинг 3.7 — Массив строк матрицы A

```

1 // Матрица A для L функции
2 private readonly ulong [] A = {
3     0x8E20FAA72BA0B470, 0x47107DDD9B505A38, 0xAD08B0E0C3282D1C,
4     0xD8045870EF14980E, 0x6C022C38F90A4C07, 0x3601161CF205268D,
5     0x1B8E0B0E798C13C8, 0x83478B07B2468764, 0xA011D380818E8F40,
6     0x5086E740CE47C920, 0x2843FD2067ADEA10, 0x14AFF010BDD87508,
7     0x0AD97808D06CB404, 0x05E23C0468365A02, 0x8C711E02341B2D01,
8     0x46B60F011A83988E, 0x90DAB52A387AE76F, 0x486DD4151C3DFDB9,
9     0x24B86A840E90F0D2, 0x125C354207487869, 0x092E94218D243CBA,
10    0x8A174A9EC8121E5D, 0x4585254F64090FA0, 0xACCC9CA9328A8950,
11    0x9D4DF05D5F661451, 0xC0A878A0A1330AA6, 0x60543C50DE970553,
12    0x302A1E286FC58CA7, 0x18150F14B9EC46DD, 0x0C84890AD27623E0,
13    0x0642CA05693B9F70, 0x0321658CBA93C138, 0x86275DF09CE8AAA8,

```

```

14 0x439DA0784E745554 , 0xAFC0503C273AA42A , 0xD960281E9D1D5215 ,
15 0xE230140FC0802984 , 0x71180A8960409A42 , 0xB60C05CA30204D21 ,
16 0x5B068C651810A89E , 0x456C34887A3805B9 , 0xAC361A443D1C8CD2 ,
17 0x561B0D22900E4669 , 0x2B838811480723BA , 0x9BCF4486248D9F5D ,
18 0xC3E9224312C8C1A0 , 0xEFFA11AF0964EE50 , 0xF97D86D98A327728 ,
19 0xE4FA2054A80B329C , 0x727D102A548B194E , 0x39B008152ACB8227 ,
20 0x9258048415EB419D , 0x492C024284FBAEC0 , 0xAA16012142F35760 ,
21 0x550B8E9E21F7A530 , 0xA48B474F9EF5DC18 , 0x70A6A56E2440598E ,
22 0x3853DC371220A247 , 0x1CA76E95091051AD , 0x0EDD37C48A08A6D8 ,
23 0x07E095624504536C , 0x8D70C431AC02A736 , 0xC83862965601DD1B ,
24 0x641C314B2B8EE083
25 };

```

Для хранения итерационных констант в памяти, можно выделить 2 основных подхода, различающиеся типом используемого массива. Все зависит от того, какой тип применяется для хранения промежуточных значений при расчете функции сжатия. Алгоритм работает с блоками длиной 512 бит, что соответствует массиву байт длиной 64 или массиву 64-битных целых чисел длиной 8. Второй подход, как правило, приводит к некоторому ускорению расчетов за счет применения операций к более емкому типу. В данной работе будем использовать второй вариант. Все 12 констант определим в двумерном массиве 64-битных целых чисел (Листинг 3.8).

Листинг 3.8 — Значения итерационных констант

```

1 //Итерационные константы
2 private readonly ulong[][] C = {
3     new ulong[8]{ 0xDD806559F2A64507 , 0x5767436CC744D23 ,
4         0xA2422A08A460D315 , 0x4B7CE09192676901 , 0x714EB88D7585C4FC ,
5         0x2F6A76432E45D016 , 0xEBCB2F81C0657C1F , 0xB1085BDA1ECADAE9 },
6     new ulong[8]{ 0xE679047021B19BB7 , 0x55DDA21BD7CBCD56 ,
7         0x5CB561C2DB0AA7CA , 0x9AB5176B12D69958 , 0x61D55E0F16B50131 ,
8         0xF3FEEA720A232B98 , 0x4FE39D460F70B5D7 , 0x6FA3B58AA99D2F1A },
9     new ulong[8]{ 0x991E96F50ABA0AB2 , 0xC2B6F443867ADB31 ,
10        0xC1C93A376062DB09 , 0xD3E20FE490359EB1 , 0xF2EA7514B1297B7B ,
11        0x6F15E5F529C1F8B , 0xA39FC286A3D8435 , 0xF574DCAC2BCE2FC7 },
12    new ulong[8]{ 0x220CBEBBC84E3D12E , 0x3453EAA193E837F1 ,
13        0xD8B71333935203BE , 0xA9D72C82ED03D675 , 0x9D721CAD685E353F ,
14        0x488E857E335C3C7D , 0xF948E1A05D71E4DD , 0xEF1FDFB3E81566D2 },
15    new ulong[8]{ 0x601758FD7C6CFE57 , 0x7A56A27EA9EA63F5 ,
16        0xDFFF00B723271A16 , 0xBFCD1747253AF5A3 , 0x359E35D7800FFFBD ,
17        0x7F151C1F1686104A , 0x9A3F410C6CA92363 , 0x4BEA6BACAD474799 },
18    new ulong[8]{ 0xFA68407A46647D6E , 0xBF71C57236904F35 ,
19        0xAF21F66C2BEC6B6 , 0xCFFAA6B71C9AB7B4 , 0x187F9AB49AF08EC6 ,

```

```

20         0x2D66C4F95142A46C, 0x6FA4C33B7A3039C0, 0xAE4FAEAE1D3AD3D9 },
21     new ulong[8]{ 0x8886564D3A14D493, 0x3517454CA23C4AF3,
22         0x6476983284A0504, 0x992ABC52D822C37, 0xD3473E33197A93C9,
23         0x399EC6C7E6BF87C9, 0x51AC86FEBF240954, 0xF4C70E16EEAAC5EC },
24     new ulong[8]{ 0xA47F0DD4BF02E71E, 0x36ACC2355951A8D9,
25         0x69D18D2BD1A5C42F, 0xF4892BCB929B0690, 0x89B4443B4DDBC49A,
26         0x4EB7F8719C36DE1E, 0x3E7AA020C6E4141, 0x9B1F5B424D93C9A7 },
27     new ulong[8]{ 0x7261445183235ADB, 0xE38DC92CB1F2A60,
28         0x7B2B8A9AA6079C54, 0x800A440BDBB2CEB1, 0x3CD955B7E00D0984,
29         0x3A7D3A1B25894224, 0x944C9AD8EC165FDE, 0x378F5A541631229B },
30     new ulong[8]{ 0x74B4C7FB98459CED, 0x3698FAD1153BB6C3,
31         0x7A1E6C303B7652F4, 0x9FE76702AF69334B, 0x1FFFE18A1B336103,
32         0x8941E71CFF8A78DB, 0x382AE548B2E4F3F3, 0xABBEDEA680056F52 },
33     new ulong[8]{ 0x6BCAA4CD81F32D1B, 0xDEA2594AC06FD85D,
34         0xEFBA CD1D7D476E98, 0x8A1D71EFEA48B9CA, 0x2001802114846679,
35         0xD8FA6BBEBAB0761, 0x3002C6CD635AFE94, 0x7BCD9ED0EFC889FB },
36     new ulong[8]{ 0x48BC924AF11BD720, 0xFAF417D5D9B21B99,
37         0xE71DA4AA88E12852, 0x5D80EF9D1891CC86, 0xF82012D430219F9B,
38         0xCDA43C32BCDF1D77, 0xD21380B00449B17A, 0x378EE767F11631BA }
39 };

```

3.3 Функция сжатия

Как уже ранее было отмечено, постараемся реализовать функцию сжатия так, чтобы основная часть операций производилась над 64-битными целыми числами. Еще стоит отметить, что выделение новой памяти в программной куче, как правило, является трудоемкой операцией и по возможности его необходимо избежать в функции сжатия. Для этого результаты всех расчетов необходимо записывать в предварительно выделенные области памяти. Для этого, все необходимые переменные можно было бы передать в функцию сжатия в качестве аргументов. Но это придаст сигнатуре громоздкость, которой можно избежать, определив все необходимые переменные во внешней области. В нашем случае их можно определить непосредственно внутри класса. Приведем их список в Листинге 3.9.

Листинг 3.9 — Вспомогательные переменные

```

1 //Вспомогательные переменные функции сжатия
2 private byte[] newh = new byte[64];
3 private ulong[] N64 = new ulong[8];
4 private ulong[] h64 = new ulong[8];
5 private ulong[] m64 = new ulong[8];
6 private ulong[] lResultG = new ulong[8];

```

```

7 private ulong[] IResultK1 = new ulong[8];
8 private ulong[] IResultK2 = new ulong[8];
9 private ulong[] IResultE1 = new ulong[8];
10 private ulong[] IResultE2 = new ulong[8];
11 private ulong[] t = new ulong[8];
12 private ulong[] newh64 = new ulong[8];
13 private ulong[] state = new ulong[8];
14 //Матрица предпросчета
15 private ulong[,] LSPrecalc = new ulong[256, 8];

```

Из сигнатуры функции сжатия, которой мы пользовались ранее, видно, что входные и выходные значения представляют собой массивы байт. Для того, чтобы производить основные операции над 64-битными целыми числами, необходимо иметь возможность переводить массив байт в соответствующий ему массив 64-битных целых чисел и наоборот. Для этих целей выделим 2 специальных метода (Листинг 3.10).

Листинг 3.10 — Методы для преобразования типов

```

1 //Преобразование массива byte в массив ulong
2 public void Byte64ToUlong8(byte[] a, ulong[] b)
3 {
4     for (int i = 0; i < 8; i++)
5     {
6         b[i] = (ulong)a[i * 8] | ((ulong)a[i * 8 + 1] << 8) |
7             ((ulong)a[i * 8 + 2] << 16) | ((ulong)a[i * 8 + 3] << 24) |
8             ((ulong)a[i * 8 + 4] << 32) | ((ulong)a[i * 8 + 5] << 40) |
9             ((ulong)a[i * 8 + 6] << 48) | ((ulong)a[i * 8 + 7] << 56);
10    }
11 }
12 //Преобразование массива ulong в массив byte
13 public void Ulong8ToByte64(ulong[] a, byte[] b)
14 {
15     for (int i = 0; i < 64; i++)
16     {
17         b[i] = (byte)(a[i / 8] >> (i % 8) * 8);
18     }
19 }

```

В ходе вычисления функции сжатия используется побитовое сложение двоичных векторов. Определим данную операцию для массива из 8-ми 64-битных целых чисел. Будем передавать в метод адрес слагаемых и результата. Вместо перебора

индексов в цикле эффективней, с точки зрения времени выполнения, указать все индексы вручную. Код метода представлен в Листинге 3.11.

Листинг 3.11 — Метод для побитового сложения

```
1 // Побитовое сложение по модулю 2
2 private void X(ulong[] a, ulong[] b, ulong[] c)
3 {
4     c[0] = a[0] ^ b[0];
5     c[1] = a[1] ^ b[1];
6     c[2] = a[2] ^ b[2];
7     c[3] = a[3] ^ b[3];
8     c[4] = a[4] ^ b[4];
9     c[5] = a[5] ^ b[5];
10    c[6] = a[6] ^ b[6];
11    c[7] = a[7] ^ b[7];
12 }
```

Преобразование *LPSX* оформим одним методом, принимающим слагаемые *X* и записывающим результат в третью переменную. Но сначала необходимо определиться с его оптимизацией, заключающейся в использовании массива предпросчета для расчета *LS* преобразования. Поясним данный момент. Вначале запишем реализацию без использования предпросчета (Листинг 3.12).

Листинг 3.12 — Неоптимизированный вариант *LPSX*-преобразования

```
1 private void LPSX(ulong[] stateA, ulong[] stateB, ulong[] result)
2 {
3     ulong[] t1 = new ulong[8];
4     X(stateA, stateB, t1);
5     int i1, tTemp;
6     ulong t;
7     for (int i = 0; i < 8; i++) // Перебор восьмерок байт
8     {
9         // Сохранение величины сдвига
10        i1 = i * 8;
11        t = 0;
12        for (int j = 0; j < 8; j++)
13        {
14            // Получение байта со смещением индекса для реализации
15            // Р-преобразования
16            tTemp = Sbox[(byte)(t1[j] >> i1)];
17            for (int k = 0; k < 8; k++)
```

```

18         //Разбиение байта на биты
19         if (((tTemp >> (7 - k)) & 0x01) != 0)
20         {
21             //Побитовое сложение строк матрицы
22             t ^= A[(7 - j) * 8 + k];
23         }
24     }
25 }
26 result[i] = t;
27 }
28 }

```

В данном варианте уже используется смещение индекса для реализации P -преобразования. Подробнее об этом приеме написано, например, в [7].

Разберем Листинг 3.12 подробнее. Вначале вычисляется X -преобразование, и его результат записывается во вспомогательный массив. Далее, в цикле происходит перебор индексов предполагаемого вывода. Затем, внутри этого цикла происходит выборка байт со смещением индекса и учетом S -преобразования и побитовое сложение строк матрицы по битам каждого байта, результат которого и записывается в результирующий массив по текущему индексу.

Суть оптимизации заключается в том, что для каждого байта по битам которого складываются строки матрицы A , зная его смещение вдоль 64-битного блока, можно заранее посчитать сумму строк. В дополнение к этому, к каждому из возможных байт можно применить S -преобразование, для того, чтобы сократить дальнейшие расчеты. Так, для хранения всех таких сумм понадобится 8×256 64-битных целых чисел. Все такие значения вычислим однократно и запишем в двумерный массив «LSPrecalc» с помощью специального метода (Листинг 3.13).

Листинг 3.13 — Метод предпросчета

```

1 private void Precalc()
2 {
3     for (int temp = 0; temp < 256; temp++)//перебор байт
4     {
5         for (int j = 0; j < 8; j++)
6         {
7             byte temp1 = Sbox[(byte)temp];
8             ulong t1 = 0;
9             for (int k = 0; k < 8; k++)
10            {
11                if (((temp1 >> (7 - k)) & 0x01) != 0)
12                {

```



```

13         t1 ^= A[(7 - j) * 8 + k];
14     }
15 }
16     LSPrecalc[temp, j] = t1;
17 }
18 }
19 }

```

Метод, описанный в Листинге 3.13, можно вызвать как в конструкторе, так и непосредственно перед вычислением хэша. Ввиду небольшого размера таблицы предпросчета иногда ее целиком размещают в коде программы, опуская определения *S* и *A*. Например, такой подход используется в реализации [8]. Вариант расчета LPSX с использованием предпросчета показан в Листинге 3.14.

Листинг 3.14 — Оптимизированный вариант *LPSX*-преобразования

```

1 private void LPSX(ulong[] stateA, ulong[] stateB, ulong[] result)
2 {
3     ulong
4         t1 = stateA[0] ^ stateB[0],
5         t2 = stateA[1] ^ stateB[1],
6         t3 = stateA[2] ^ stateB[2],
7         t4 = stateA[3] ^ stateB[3],
8         t5 = stateA[4] ^ stateB[4],
9         t6 = stateA[5] ^ stateB[5],
10        t7 = stateA[6] ^ stateB[6],
11        t8 = stateA[7] ^ stateB[7];
12    int i1;
13    for (int i = 0; i < 8; i++)
14    {
15        i1 = i * 8;
16        result[i] = LSPrecalc[(byte)(t1 >> i1), 0] ^
17        LSPrecalc[(byte)(t2 >> i1), 1] ^
18        LSPrecalc[(byte)(t3 >> i1), 2] ^
19        LSPrecalc[(byte)(t4 >> i1), 3] ^
20        LSPrecalc[(byte)(t5 >> i1), 4] ^
21        LSPrecalc[(byte)(t6 >> i1), 5] ^
22        LSPrecalc[(byte)(t7 >> i1), 6] ^
23        LSPrecalc[(byte)(t8 >> i1), 7];
24    }
25 }

```

Далее остается реализовать преобразование $E(2.12)$, подстановку значений $K_i(2.13)$ и непосредственно расчет функции сжатия $g_N(2.11)$ с поправкой на преобразования типов. Перечисленные методы показаны в Листинге 3.15.

Листинг 3.15 — Расчет функции g_N

```

1 //Расчет Ki
2 private ulong[] KeySchedule(ulong[] K, int i)
3 {
4     //Проверка на запись в себя
5     if (K.Equals(IResultK1))
6     {
7         LPSX(K, C[i], IResultK2);
8         return IResultK2;
9     }
10    else
11    {
12        LPSX(K, C[i], IResultK1);
13        return IResultK1;
14    }
15 }
16
17 private ulong[] E(ulong[] K, ulong[] m)
18 {
19     Array.Copy(m, state, 8);
20     for (int i = 0; i < 12; i++)
21     {
22         //Проверка на запись в себя
23         if (state.Equals(IResultE1))
24         {
25             LPSX(state, K, IResultE2);
26             state = IResultE2;
27         }
28         else
29         {
30             LPSX(state, K, IResultE1);
31             state = IResultE1;
32         }
33         K = KeySchedule(K, i);
34     }
35     X(state, K, state);
36     return state;
37 }

```

```

38
39 private byte[] G_n(byte[] N, byte[] h, byte[] m)
40 {
41     Byte64ToUlong8(N, N64);
42     Byte64ToUlong8(h, h64);
43     Byte64ToUlong8(m, m64);
44     LPSX(h64, N64, IResultG);
45     t = E(IResultG, m64);
46     X(t, h64, t);
47     X(t, m64, newh64);
48     Ulong8ToByte64(newh64, newh);
49     return newh;
50 }

```

В итоге определены все необходимые методы и переменные для расчета хэш-функции по ГОСТ Р 34.11-2012. Полная версия класса с реализацией представлена в приложении А. Примеры расчета различных значений хэша представлены в приложении Б.

4 Третья глава. Цифровая подпись

4.1 Краткий обзор

Механизм цифровой подписи определяется посредством реализации двух основных процессов:

- формирование подписи;
- проверка подписи.

Цифровая подпись предназначена для аутентификации лица, подписывающего электронное сообщение. Кроме того, использование ЭЦП предоставляет возможность обеспечить следующие свойства при передаче в системе подписанного сообщения:

- осуществление контроля целостности передаваемого подписанного сообщения,
- доказательное подтверждение авторства лица,
- защита сообщения от возможной подделки.

Впервые стандарт на цифровую подпись был введен в 1995 году в составе ГОСТ Р 34.10-1994 [9]. Процедуры проверки и генерации цифровой подписи в нем основывались на операциях в поле \mathbb{Z}_p . Стойкость его алгоритмов основывалась на сложности решения задачи логарифмирования в \mathbb{Z}_p и стойкости функции хэширования, определенной в ГОСТ Р 34.11-1994. Помимо прочего в стандарте указаны процедуры генерации параметров цифровой подписи.

В следующем стандарте ГОСТ Р 34.10-2001 [10], введенном в 2001 году, вопрос обеспечения стойкости был пересмотрен по сравнению с предыдущим стандартом. Стойкость нового алгоритма основывалась на сложности решения задачи дискретного логарифмирования в группе точек эллиптической кривой. В то же время основная схема алгоритмов осталась прежней, как и используемая хэш-функция. При этом, вопрос генерации параметров в стандарте не поясняется.

Стандарт ГОСТ Р 34.10-2012 [11], введенный в 2012 году унаследовал идеи ГОСТ Р 34.10-2001. Основным отличием ГОСТ Р 34.10-2012 от ГОСТ Р 34.10-2001 является использование в первом новой хэш-функции из ГОСТ Р 34.11-2012. По аналогии с новой хэш-функцией, новый стандарт также предусматривает два варианта процедур генерации и проверки цифровой подписи для длины хэша 256 и 512 бит соответственно. Длина хэша в данном случае сказывается на диапазоне используемых значений параметров.

Стоит отметить, что использование групп точек эллиптической кривой в криптографии является современным и хорошо зарекомендовавшим себя подходом.

Так, например, на тех же механизмах основаны новые версии американского стандарта DSS [12].

4.2 Группа точек эллиптической кривой

В алгоритмах цифровой подписи, описанных в ГОСТ Р 34.11-2012, используется группа точек эллиптической кривой. Введем необходимые определения.

Эллиптической кривой E , определенной над конечным простым полем F_p (где $p > 3$ - простое число), называется множество

$$E = \{(x, y) : x, y \in F_p \wedge y^2 \equiv x^3 + ax + b \pmod{p}\}, \quad (4.1)$$

где $a, b \in F_p$ и $4a^3 + 27b^2$ не сравнимо с 0 по модулю p .

Инвариантом эллиптической кривой называется величина $J(E)$, удовлетворяющая соотношению

$$J(E) \equiv 1728 \frac{4a^3}{4a^3 + 27b^2} \pmod{p}.$$

Коэффициенты a, b эллиптической кривой E по известному инварианту $J(E)$ определяются формулой

$$\begin{cases} a \equiv 3k \pmod{p}, \\ b \equiv 2k \pmod{p}, \end{cases}$$

где $k \equiv \frac{J(E)}{1728 - J(E)} \pmod{p}$, $J(E) \neq 0$ или 0, 1728.

Пары $(x, y) \in E$ называют точками эллиптической кривой E . Точки будем обозначать как $Q(x, y)$. Точки $Q_1(x_1, y_1)$ и $Q_2(x_2, y_2)$ равны, если равны их соответствующие координаты.

Операцию сложения на E обозначим знаком «+». Для двух точек $Q_1(x_1, y_1)$ и $Q_2(x_2, y_2)$ эллиптической кривой, при вычисления $Q_3(x_3, y_3) = Q_1(x_1, y_1) + Q_2(x_2, y_2)$, рассматривают несколько случаев.

Если $x_1 \neq x_2$, то

$$\begin{cases} x_3 \equiv \lambda^2 - x_1 - x_2 \pmod{p}, \\ y_3 \equiv \lambda(x_1 - x_3) - y_1 \pmod{p}, \end{cases} \quad (4.2)$$

где $\lambda \equiv \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \pmod{p}$.

Если $x_1 = x_2$ и $y_1 = y_2 \neq 0$, то

$$\begin{cases} x_3 \equiv \lambda^2 - 2x_1 \pmod{p}, \\ y_3 \equiv \lambda(x_1 - x_3) - y_1 \pmod{p}, \end{cases} \quad (4.3)$$

где $\lambda \equiv \frac{3x_1^2 + a}{2y_1} \pmod{p}$.

Если $x_1 = x_2$ и $y_1 \equiv -y_2 \pmod{p}$, то сумма точек Q_1 и Q_2 называется нулевой точкой O без определения ее координат. В этом случае точка Q_2 называется отрицанием Q_1 . Для точки O выполнены равенства

$$Q + O = O + Q = Q, \quad (4.4)$$

где $Q \in E$.

Относительно введенной операции сложения множество всех точек E , вместе с нулевой точкой, образуют конечную абелеву группу порядка m .

Точка Q называется «точкой кратности k », если для некоторой точки P выполнено равенство

$$Q = \underbrace{P + \dots + P}_k = kP. \quad (4.5)$$

4.3 Параметры цифровой подписи

Параметры схемы цифровой подписи включают:

- простое число p - модуль эллиптической кривой;
- эллиптическая кривая E , задаваемая своим инвариантом $J(E)$ или коэффициентами $a, b \in F_p$;
- целое число m - порядок группы точек эллиптической кривой E ;
- простое число q - порядок циклической подгруппы группы точек эллиптической кривой E , для которого выполнены следующие условия:

$$\begin{cases} m = nq, n \in \mathbb{Z}, n \geq 1 \\ 2^{254} < q < 2^{256} \text{ или } 2^{508} < q < 2^{512} \end{cases} ;$$

- точка $P \neq O$ эллиптической кривой E , с координатами (x_p, y_p) , удовлетворяющая равенству $qP = O$;

— хэш-функция $h(\cdot): V^* \rightarrow V_l$, отображающая сообщения, представленные в виде двоичных векторов из V^* , в двоичные векторы длины l бит. Хэш-функция h определена в ГОСТ Р 34.11. При этом, в зависимости от длины хэш-функции, равной 256 или 512 бит, должно выполняться ограничение $2^{254} < q < 2^{256}$ или $2^{508} < q < 2^{512}$ соответственно.

Каждый пользователь схемы цифровой подписи должен обладать личными ключами:

- ключом подписи — целым числом d , удовлетворяющим неравенству $0 < d < q$;

— ключом проверки подписи — точкой эллиптической кривой Q с координатами (x_q, y_q) , удовлетворяющей равенству $dP = Q$.

К приведенным параметрам цифровой подписи предъявляют следующие требования:

- должно быть выполнено условие $p^t \neq 1 \pmod{p}$, для всех целых $t = 1, 2, \dots, B$, где $B = 31$, если $2^{254} < q < 2^{256}$, и $B = 131$, если $2^{508} < q < 2^{512}$;
- должно быть выполнено неравенство $m \neq p$;
- инвариант кривой должен удовлетворять условию $J(E) \neq 0,1728$.

4.4 Двоичные векторы

В стандарте ГОСТ Р 34.10-2012 особым образом определено соответствие чисел и двоичных векторов длины l .

Рассмотрим двоичный вектор длины l бит, в котором младшие биты расположены справа, а старшие слева:

$$\bar{h} = (\alpha_{l-1}, \dots, \alpha_0), \bar{h} \in V_l, \quad (4.6)$$

где $\alpha_i, i = 0, \dots, l-1$ равно 1, либо 0.

Число $\alpha \in Z$ соответствует двоичному вектору \bar{h} , если выполнено равенство

$$\alpha = \sum_{i=0}^{l-1} \alpha_i 2^i. \quad (4.7)$$

4.5 Формирование цифровой подписи

Для реализации процесса формирования цифровой подписи, должны быть известны параметры схемы цифровой подписи (пункт 4.3). Исходными данными процесса являются ключ d и сообщение M , а выходным результатом — ζ .

Для получения цифровой подписи под сообщением $M \in V^*$ необходимо выполнить следующие шаги по алгоритму I:

Шаг 1 — вычислить хэш-код сообщения M : $\bar{h} = h(M)$.

Шаг 2 — вычислить целое число α , двоичным представлением которого является вектор \bar{h} , и определить

$$e \equiv \alpha \pmod{q}.$$

Если $e = 0$, то определить $e = 1$.

Шаг 3 — сгенерировать случайное целое число k , удовлетворяющее неравенству

$$0 < k < q.$$

Шаг 4 — вычислить точку эллиптической кривой $C = kP$ и определить

$$r \equiv x_c \pmod{q},$$

где x_c — x -координата точки C .

Если $r = 0$, то вернуться к шагу 3.

Шаг 5 — вычислить значение

$$s \equiv (rd + ke)(\text{mod } q).$$

Если $s = 0$, то вернуться к шагу 3.

Шаг 6 — вычислить двоичные векторы \bar{r} и \bar{s} , соответствующие r и s , и определить цифровую подпись $\zeta = \bar{r} \parallel \bar{s}$.

Схема процесса формирования ЭЦП приведена на рисунке 4.1.

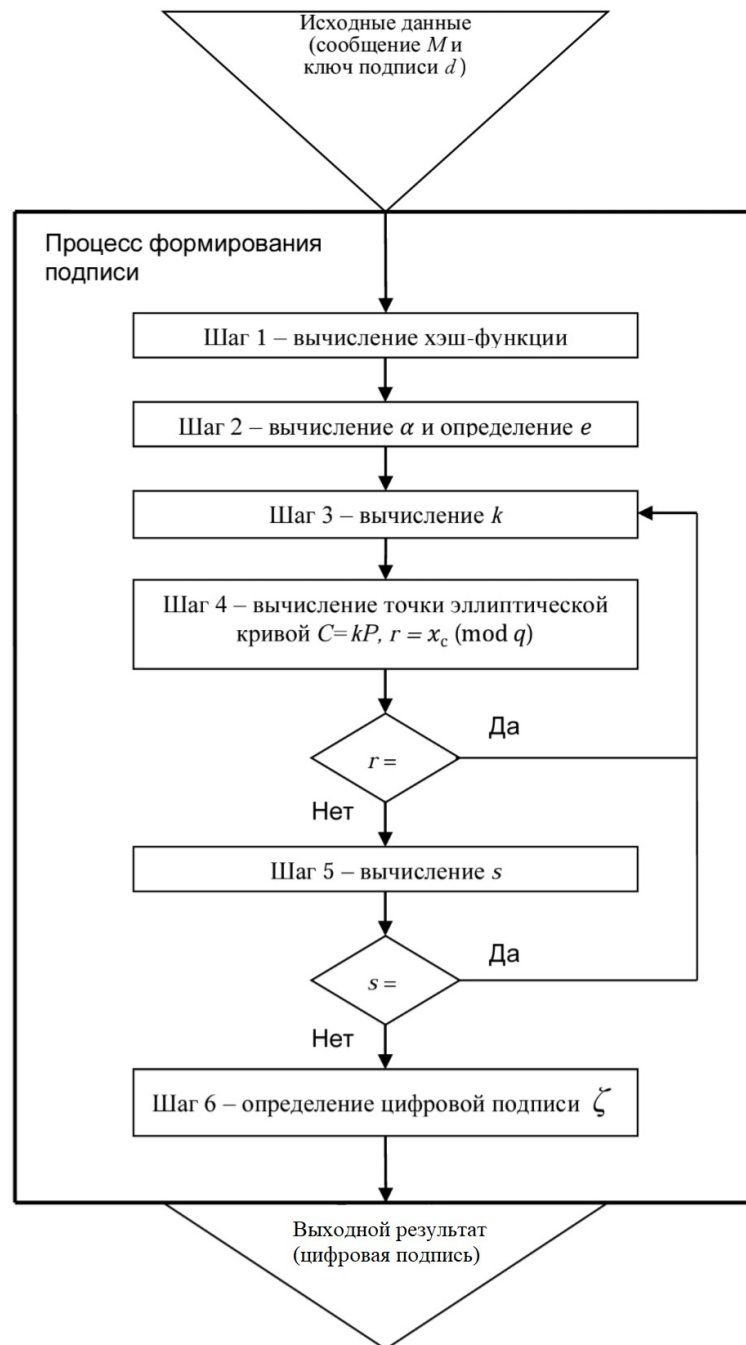


Рисунок 4.1 — Схема процесса формирования ЭЦП

4.6 Проверка подписи

Для реализации процесса проверки цифровой подписи, должны быть известны параметры схемы цифровой подписи (пункт 4.3). Исходными данными процесса являются подписанное сообщение M , цифровая подпись ζ и ключ проверки подписи Q , а выходным — свидетельство достоверности подписи.

Для проверки цифровой подписи ζ под полученным сообщением M необходимо выполнить следующие шаги по алгоритму II:

Шаг 1 — по полученной подписи ζ вычислить целые числа r и s . Если выполнены неравенства $0 < r < q$, $0 < s < q$, то перейти к шагу 2. В противном случае подпись неверна.

Шаг 2 — вычислить хэш-код полученного сообщения M

$$\bar{h} = h(M).$$

Шаг 3 — вычислить целое число α , представлением которого является вектор \bar{h} и определить

$$e \equiv \alpha \pmod{q}.$$

Если $e = 0$, то определить $e = 1$.

Шаг 4 — вычислить значение $v \equiv e^{-1} \pmod{q}$.

Шаг 5 — вычислить значения

$$z_1 \equiv sv \pmod{q}, z_2 \equiv -rv \pmod{q}.$$

Шаг 6 — вычислить точку эллиптической кривой $C = z_1P + z_2Q$ и определить

$$R \equiv x_c \pmod{q},$$

где x_c — x -координата точки C .

Шаг 7 — если выполнено равенство $R = r$, то подпись принимается, в противном случае — подпись неверна.

Схема процесса проверки ЭЦП приведена на рисунке 4.2.

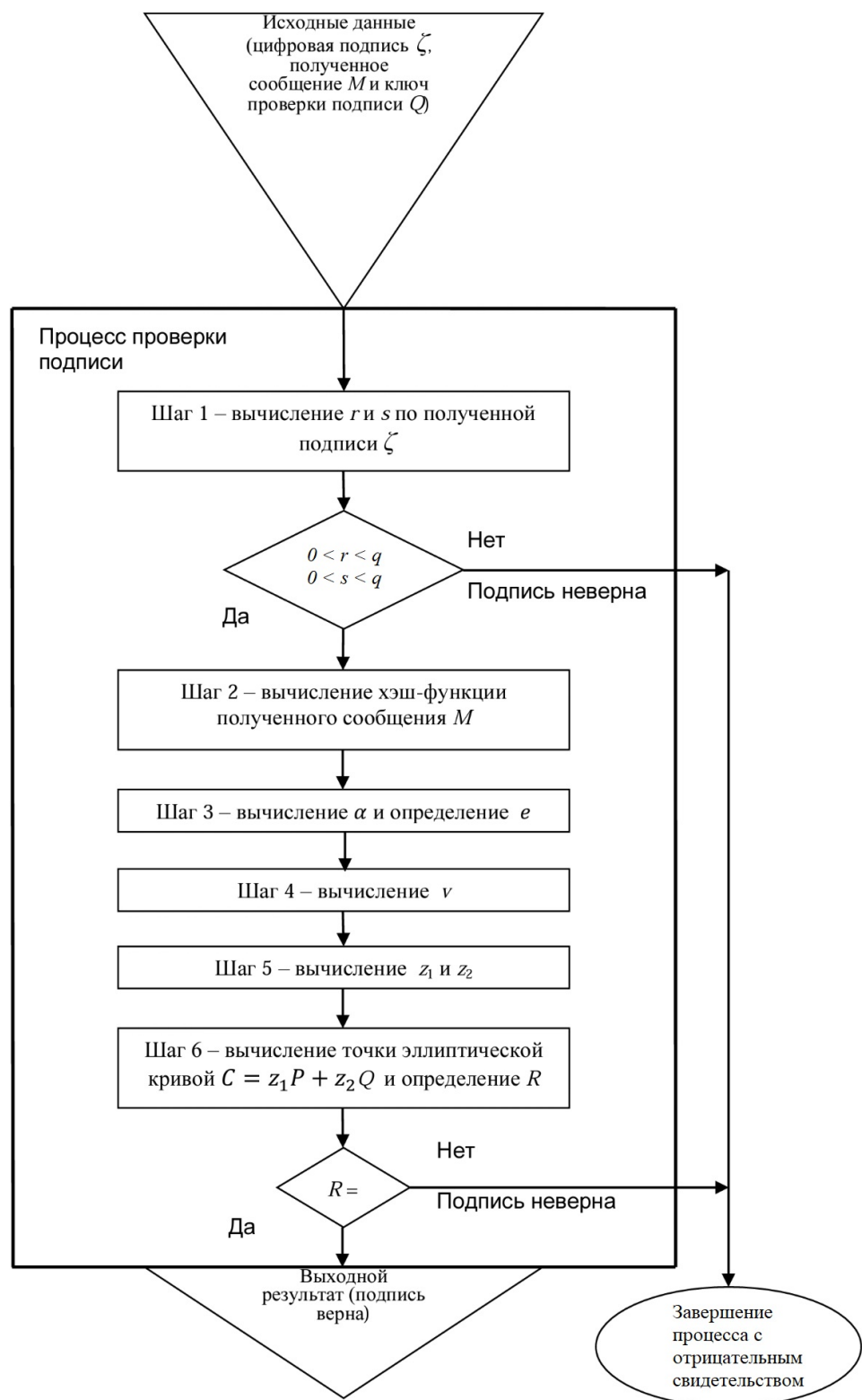


Рисунок 4.2 — Схема процесса проверки ЭЦП

5 Четвертая глава. Программная реализация цифровой подписи

5.1 Арифметические операции

В описанных ранее процессах генерации и проверки подписи часто возникает необходимость производить арифметические операции с большими целыми числами. Сложность оптимальной реализации данных процессов связана с тем, что на большинстве ЭВМ хорошо отлажены арифметические операции на ограниченном наборе типов, которые, как правило, не позволяют напрямую работать с целыми числами, занимающими более 64 бит памяти.

Для реализации арифметики длинных целых чисел (более 64 бит) обычно используют специальные процедуры, работающие с конструкциями замещающими целые числа. Так, большое целое число можно представить в виде массива значений целочисленного типа, каждый элемент которого отождествляется с разрядом этого числа, как если бы оно было записано в системе счисления с некоторым основанием. Оптимальная реализация процессов умножения или деления таких структур сама по себе является сложной задачей.

Распространенность данной проблемы способствовала созданию готовых библиотек для реализации длинной арифметики в разных языках программирования. В языке C# длинная арифметика представлена классом «BigInteger». Данный класс позволяет работать с большими целыми числами, используя стандартные операторы («+», «-», «*», «/» и «%»).

Стоит отметить одну особенность данного типа, связанную с процессом формирования и проверки ЭЦП. Дело в том, что класс «BigInteger» содержит методы преобразования чисел в массив байт и обратно. Данные методы можно использовать для реализации процессов эквивалентных тем, что описаны в формулах (4.6), (4.7). Основным отличием является то, что в стандарте описан порядок бит от старшего к младшему, в то время как класс «BigInteger» предполагает порядок от младшего к старшему. В данной работе будем использовать порядок бит от младшего к старшему, для избежания лишних инверсий массивов при преобразованиях. Однако, при интеграции с внешними системами, необходимо учесть возможные инверсии.

5.2 Действия в группе точек эллиптической кривой

По аналогии с реализацией функции хэширования, выделим все свойства и методы касающиеся реализации процессов цифровой подписи в отдельный класс — «GR3410_2012_Main». В качестве свойств класса определим параметры схемы цифровой подписи (пункт 4.3) и, дополнительно, добавим переменную, отражающую длину хэша — «L» (Листинг 5.1).

Листинг 5.1 — Параметры схемы цифровой подписи

```
1 //Параметры эллиптической кривой
2 private BigInteger p, a, b, m, q;
3 //Точка P
4 private BigInteger xp, yp;
5 //Длина хэша
6 private int l;
```

Далее определим методы, необходимые для расчета сравнений по модулю. Определим метод, вычисляющий вычет по модулю, метод, вычисляющий обратный элемент по модулю и метод, вычисляющий деление по модулю. Во втором методе, для расчета обратного элемента, используем расширенный алгоритм Евклида. Код методов представлен в Листинге 5.2.

Листинг 5.2 — Методы для расчета сравнений по модулю

```
1 //Расширенный алгоритм Евклида
2 private BigInteger[] EGCD(BigInteger a, BigInteger b)
3 {
4     if (b == 0)
5         return new BigInteger[] { a, 1, 0 };
6     BigInteger[] t = EGCD(b, a % b);
7     return new BigInteger[] { t[0], t[2], t[1] - t[2] * (a / b) };
8 }
9 //Вычисление обратного к a элемента по модулю p. Возвращает 0 в
   случае необратимости
10 private BigInteger Inverse(BigInteger a, BigInteger p)
11 {
12     BigInteger[] t = EGCD(a, p);
13     if (t[0] != 1)
14         return 0;
15     return ModP(t[1], p);
16 }
17 //Возвращает a по модулю p
18 private BigInteger ModP(BigInteger a, BigInteger p)
19 {
20     if (a >= 0)
21         return a % p;
22     else
23         return a % p + p;
24 }
25 //a/b mod p
26 private BigInteger DivModP(BigInteger a, BigInteger b, BigInteger p)
```

```

27 {
28     BigInteger c = Inverse(b, p);
29     if (c == 0)
30         throw new Exception("Деление на необратимый элемент");
31     return ModP(a * c, p);
32 }

```

Каждую точку эллиптической кривой $Q(x,y)$ будем хранить в 2-х целочисленных переменных, отождествляемых с x -координатой и y -координатой точки. Метод, осуществляющий сложение в группе точек эллиптической кривой, определим как процедуру, принимающую координаты слагаемых точек и записывающую результат сложения в координаты третьей точки. В качестве нулевой точки O возьмем точку с координатами $(-1, -1)$. Код метода, осуществляющего сложение в группе точек эллиптической кривой, представлен в Листинге 5.3.

Листинг 5.3 — Метод, осуществляющий сложение в группе точек

```

1 //Реализует сложение точек (xa, ya) и (xb, yb) эллиптической кривой и
   записывает результат в (xc, yc)
2 //За бесконечно удаленную точку принимается точка (-1, -1)
3 private void EllipticSum(BigInteger xa, BigInteger ya, BigInteger xb,
   BigInteger yb, ref BigInteger xc, ref BigInteger yc)
4 {
5     if (xa == -1 && xb == -1)
6     {
7         xc = -1;
8         yc = -1;
9     }
10    else if (xa == -1)
11    {
12        xc = xb;
13        yc = yb;
14    }
15    else if (xb == -1)
16    {
17        xc = xa;
18        yc = ya;
19    }
20    else if (xa != xb)
21    {
22        BigInteger lambda = DivModP(ModP(yb - ya, p), ModP(xb - xa, p), p);
23        BigInteger xct = ModP(lambda * lambda - xa - xb, p);

```

```

24         yc = ModP(lambda * (xa - xct) - ya, p);
25         xc = xct;
26     }
27     else if (xa == xb && ModP(ya - yb, p) == 0)
28     {
29         BigInteger lambda = DivModP(ModP(3 * xa * xa + a, p), ModP(2
30             * ya, p), p);
31         BigInteger xct = ModP(lambda * lambda - xa - xa, p);
32         yc = ModP(lambda * (xa - xct) - ya, p);
33         xc = xct;
34     }
35     else
36     {
37         xc = -1;
38         yc = -1;
39     }

```

Для получения кратных точек (4.5) необходимо реализовать скалярное умножение точки эллиптической кривой на положительное целое число. Умножение должно эффективно работать с большими числами. В связи с этим, необходимо реализовать механизм быстрого умножения на скаляр по следующей формуле

$$kP = k_0P + k_1P^2 + \dots + k_nP^{2^n}, k = \sum_{i=0}^{i=n} k_i2^i, k_i \in \{0, 1\} i = 0, \dots, n, \quad (5.1)$$

где $P \in E(4.1)$, $k \in \mathbb{N}$.

Код метода, осуществляющего умножение на скаляр в группе точек эллиптической кривой, представлен в Листинге 5.4.

Листинг 5.4 — Метод, осуществляющий умножение на скаляр

```

1 //Реализует механизм быстрого скалярного произведения точки (x, y) на
   k и записывает результат в (x1, y1)
2 private void ScalarProd(BigInteger k, BigInteger x, BigInteger y, ref
   BigInteger x1, ref BigInteger y1)
3 {
4     byte[] kBytes = k.ToByteArray();
5     BigInteger p2x = x, p2y = y;
6     x1 = -1; y1 = -1;
7     for (int i = 0; i < kBytes.Count<byte>(); i++)
8     {
9         for (int j = 0; j < 8; j++)
10        {

```

```

11         if ((kBytes[i] >> j & 0x01) > 0)
12         {
13             EllipticSum(x1, y1, p2x, p2y, ref x1, ref y1);
14         }
15         EllipticSum(p2x, p2y, p2x, p2y, ref p2x, ref p2y);
16     }
17 }
18 }

```

5.3 Процесс формирования подписи

В процессе формирования подписи необходимо генерировать случайные (псевдослучайные) числа (Шаг 3 алгоритма I). Для генерации псевдослучайных значений в рассматриваемом языке служит класс «Random», экземпляры которого нужно инициализировать некоторым значением (например, текущим системным временем). Определить подобный объект в классе цифровой подписи можно следующим образом (Листинг 5.5).

Листинг 5.5 — Объявление генератора случайных чисел

```

1 //Генератор случайных чисел
2 private Random rand;
3 //Конструктор
4 public GR3410_2012_Main(...)
5 {
6     ...
7     //Инициализация генератора случайных чисел текущим системным
        временем
8     rand = new Random();
9 }

```

Для генерации больших случайных чисел будем использовать специальный метод, принимающий в качестве аргумента целое положительное число p и возвращающий случайное число в диапазоне от 0 до p (Листинг 5.6).

Листинг 5.6 — Метод для генерации случайных чисел

```

1 // Возвращает случайное число в диапазоне от 0 до p — 1
2 private BigInteger RandomBelow(BigInteger p)
3 {
4     byte[] bytes = p.ToByteArray();
5     rand.NextBytes(bytes);
6     bytes[bytes.Length — 1] &= (byte)0x7F;
7     return new BigInteger(bytes) % p;
8 }

```

Завершающий этап процесса генерации подписи предполагает преобразование чисел в двоичные векторы и их последующую конкатенацию (Шаг 6 алгоритма I). Данный процесс выделим в отдельный метод, учитывая специфику реализации (Листинг 5.7).

Листинг 5.7 — Преобразование чисел в двоичные векторы и их конкатенация

```

1 // Осуществляет перевод в двоичную форму и конкатенацию чисел a и b
2 private byte[] BinVectorConc(BigInteger a, BigInteger b)
3 {
4     int zetaL = l * 2 / 8;
5     byte[] zeta = new byte[zetaL];
6     byte[] bytesA = a.ToByteArray();
7     byte[] bytesB = b.ToByteArray();
8     Array.Copy(bytesA, 0, zeta, 0, Math.Min(bytesA.Length, l / 8));
9     Array.Copy(bytesB, 0, zeta, zetaL / 2, Math.Min(bytesB.Length, l
10         / 8));
11     return zeta;
12 }

```

Процесс формирования цифровой подписи будем осуществлять в помощью метода, принимающего в качестве аргументов хэш подписываемого сообщения и ключ подписи и возвращающего цифровую подпись. Входные и выходные значения запишем в формате массива байт. Для преобразования массива байт в числа определим специальный метод (Листинг 5.8).

Листинг 5.8 — Преобразование массива байт в соответствующее ему целое число

```

1 // Преобразует массива байт в соответствующее ему целое число
2 private BigInteger GetPositive(byte[] bytes)
3 {
4     byte[] bytes1;
5     if ((bytes[bytes.Length — 1] & 0x80) > 0)
6     {

```



```

7         bytes1 = new byte[bytes.Length + 1];
8         Array.Copy(bytes, bytes1, bytes.Length);
9         bytes1[bytes1.Length - 1] = 0x00;
10    }
11    else
12        bytes1 = bytes;
13    return new BigInteger(bytes1);
14 }

```

Метод, осуществляющий процесс формирования подписи, представлен в Листинге 5.9. Порядок вычислений в описанном в Листинге 5.9 методе аналогичен алгоритму I.

Листинг 5.9 — Метод, осуществляющий процесс формирования подписи

```

1 public byte [] GenerateSign(byte [] hash, byte [] signKey)
2 {
3     BigInteger h = GetPositive(hash);
4     BigInteger d = GetPositive(signKey);
5     BigInteger e = ModP(h, q);
6     if (e == 0)
7         e = 1;
8     BigInteger xc = -1, yc = -1, k, r, s;
9     do
10    {
11        do
12        {
13            k = RandomBelow(q - 1) + 1;
14            ScalarProd(k, xp, yp, ref xc, ref yc);
15            r = ModP(xc, q);
16        }
17        while (r == 0);
18        s = ModP(r * d + k * e, q);
19    }
20    while (s == 0);
21    return BinVectorConc(r, s);
22 }

```

5.4 Процесс проверки подписи

В начале процесса проверки цифровой подписи необходимо получить по имеющийся подписи ζ числа r и s (Шаг 1 алгоритма II). Для этого, определим специальный метод, для получения чисел r и s по известной подписи ζ (Листинг 5.10).

Листинг 5.10 — Получение значений r и s из цифровой подписи

```

1 //Получение значений r и s из цифровой подписи
2 private void GetRSFromVector(byte [] zeta , out BigInteger r, out
   BigInteger s)
3 {
4     byte [] bytesR = new byte[l / 8];
5     Array.Copy(zeta , 0, bytesR , 0, l / 8);
6     r = GetPositive(bytesR);
7
8     byte [] bytesS = new byte[l / 8];
9     Array.Copy(zeta , l / 8, bytesS , 0, l / 8);
10    s = GetPositive(bytesS);
11 }

```

Аналогично процессу формирования подписи, процесс проверки цифровой подписи оформим в виде отдельного метода, принимающего хэш подписанного сообщения, цифровую подпись и координаты ключа проверки подписи x_q, y_q . Выходным значением метода, отвечающего за проверку подписи, положим логическое значение, являющееся свидетельством достоверности подписи. Код метода проверки подписи представлен в Листинге 5.11. Порядок вычислений в описанном в Листинге 5.11 методе аналогичен алгоритму II.

Листинг 5.11 — Метод, осуществляющий проверку подписи

```

1 public bool verifySign(byte [] hash , byte [] sign , byte [] xqb , byte []
   yqb)
2 {
3     BigInteger r , s;
4     GetRSFromVector(sign , out r , out s);
5
6     if (r >= q || s >= q)
7         return false;
8
9     BigInteger xq = GetPositive(xqb);
10    BigInteger yq = GetPositive(yqb);
11
12    BigInteger h = GetPositive(hash);
13    BigInteger e = ModP(h , q);
14    if (e == 0)
15        e = 1;
16    BigInteger v = Inverse(e , q);
17

```

```

18     BigInteger z1 = ModP(s * v, q);
19     BigInteger z2 = ModP(-r * v, q);
20
21     BigInteger xc = -1, yc = -1, xt = -1, yt = -1;
22     ScalarProd(z1, xp, yp, ref xc, ref yc);
23     ScalarProd(z2, xq, yq, ref xt, ref yt);
24     EllipticSum(xc, yc, xt, yt, ref xc, ref yc);
25     BigInteger R = ModP(xc, q);
26
27     return R == r;
28 }

```

5.5 Хранение параметров и значений

В описанных ранее методах класса все глобальные методы (доступные при работе с классом вне его кода) определены относительно входных и выходных переменных, заданных массивами байт. Данный подход позволяет легко хранить данные параметры в памяти компьютера. Однако стоит заметить, что однотипность всех этих переменных может способствовать возникновению ошибок, связанных с неверным определением назначения той или иной переменной. Со структурной точки зрения более верным подходом являлось бы определение более точных типов для различных параметров алгоритма. Такой подход, в конечном итоге, упростит работу с переменными.

Язык программирования C# определяет механизмы сериализации классов в файлы формата XML, позволяющие хранить в файле не только переменные класса но и его структуру. Такой подход позволяет точно идентифицировать XML-файл как сериализованную версию экземпляра класса, что позволяет избежать подмены типов.

Таким образом, определим ряд классов, отождествленных с различными параметрами процессов формирования и проверки подписи. Выделим следующие группы параметров:

- параметры схемы цифровой подписи;
- ключ подписи;
- ключ проверки подписи;
- цифровая подпись.

Каждой из выделенных групп поставим в соответствие сериализуемый класс. Список классов представлен в Листинге 5.12.

Листинг 5.12 — Список классов, представляющих параметры алгоритмов

```

1 //Класс параметров схемы цифровой подписи
2 [Serializable]
3 public class GR3410_2012_Parameters
4 {
5     public byte[] P { get; set; }
6     public byte[] A { get; set; }
7     public byte[] B { get; set; }
8     public byte[] M { get; set; }
9     public byte[] Q { get; set; }
10    public byte[] Xp { get; set; }
11    public byte[] Yp { get; set; }
12    public int L { get; set; }
13
14    public GR3410_2012_Parameters() { }
15
16    public GR3410_2012_Parameters(byte[] p, byte[] a, byte[] b, byte
17    [] m, byte[] q, byte[] xp, byte[] yp, int l)
18    {
19        P = (byte[])p.Clone();
20        A = (byte[])a.Clone();
21        B = (byte[])b.Clone();
22        M = (byte[])m.Clone();
23        Q = (byte[])q.Clone();
24        Xp = (byte[])xp.Clone();
25        Yp = (byte[])yp.Clone();
26        L = l;
27    }
28 }
29 //Класс ключа подписи
30 [Serializable]
31 public class GR3410_2012_SignKey
32 {
33     public byte[] D { get; set; }
34
35     public GR3410_2012_SignKey() { }
36
37     public GR3410_2012_SignKey(byte[] d)
38     {
39         D = (byte[])d.Clone();
40     }
41 }

```

```

40 }
41 //Класс ключа проверки подписи
42 [Serializable]
43 public class GR3410_2012_VerifyKey
44 {
45     public byte [] Xq { get; set; }
46     public byte [] Yq { get; set; }
47
48     public GR3410_2012_VerifyKey() { }
49
50     public GR3410_2012_VerifyKey(byte [] xq, byte [] yq)
51     {
52         Xq = (byte [])xq.Clone();
53         Yq = (byte [])yq.Clone();
54     }
55 }
56 //Класс подписи
57 [Serializable]
58 public class GR3410_2012_Sign
59 {
60     public byte [] Sign { get; set; }
61
62     public GR3410_2012_Sign() { }
63
64     public GR3410_2012_Sign(byte [] sign)
65     {
66         Sign = (byte [])sign.Clone();
67     }
68 }

```

Полученные классы для параметров можно использовать в классе «GR3410_2012_Main» при инициализации и при расчете процессов формирования и проверки подписи. Таким образом, определим 2 варианта конструктора класса: с использованием класса параметров схемы и без (Листинг 5.13).

Листинг 5.13 — 2 варианта конструктора класса «GR3410_2012_Main»

```

1 //Конструктор с параметрами
2 public GR3410_2012_Main(byte [] p, byte [] a, byte [] b, byte [] m, byte
   [] q, byte [] xp, byte [] yp, int l)
3 {
4     this.p = GetPositive(p);
5     this.a = GetPositive(a);

```

```

6      this.b = GetPositive(b);
7      this.m = GetPositive(m);
8      this.q = GetPositive(q);
9      this.xp = GetPositive(xp);
10     this.yp = GetPositive(yp);
11     this.l = l;
12     rand = new Random();
13 }
14 //Другой вариант конструктора с параметрами
15 public GR3410_2012_Main(GR3410_2012_Parameters parameters)
16 {
17     this.p = GetPositive(parameters.P);
18     this.a = GetPositive(parameters.A);
19     this.b = GetPositive(parameters.B);
20     this.m = GetPositive(parameters.M);
21     this.q = GetPositive(parameters.Q);
22     this.xp = GetPositive(parameters.Xp);
23     this.yp = GetPositive(parameters.Yp);
24     this.l = parameters.L;
25     rand = new Random();
26 }

```

Вариант расчета процедур формирования и проверки подписи с использованием выделенных классов параметров представлен в Листинге 5.14.

Листинг 5.14 — Расчет процедур формирования и проверки подписи с использованием выделенных классов параметров

```

1 //Второй вариант генерации подписи
2 public GR3410_2012_Sign GenerateSign(byte[] hash, GR3410_2012_SignKey
   signKey)
3 {
4     return new GR3410_2012_Sign(GenerateSign(hash, signKey.D));
5 }
6 //Второй вариант проверки подписи
7 public bool verifySign(byte[] hash, GR3410_2012_Sign sign,
   GR3410_2012_VerifyKey verifyKey)
8 {
9     return verifySign(hash, sign.Sign, verifyKey.Xq, verifyKey.Yq);
10 }

```

Таким образом, определены все необходимые компоненты для реализации процессов проверки и генерации цифровой подписи согласно ГОСТ Р 34.10-2012.

Полный код класса «GR3410_2012_Main» представлен в приложении В. В качестве практического применения разработанного класса в рамках данной работы был написан ряд вспомогательных программ, осуществляющих редактирование параметров, генерацию подписи и проверку подписи. Пример работы с данными программами представлен в приложении Г.

Заключение

Реализация современных криптографических алгоритмов, безусловно, требует высокой квалификации разработчика. Это связано с тем, что подобные алгоритмы должны работать как можно более эффективно для обеспечения быстродействия обслуживаемых ими систем. Бывает весьма трудоемко оптимальное распределение переменных по регистрам процессора и уровням кэша. Также, особого рассмотрения требует использование встроенных типов. Подобные проблемы часто бывают узкоспециализированны в зависимости от архитектуры ЭВМ и выливаются в широкий спектр прикладных вопросов.

В данной работе были рассмотрены наиболее общие и надежные высокоуровневые языковые конструкции, призванные сформировать у читателя представление о процессах практического вычисления функции хеширования согласно ГОСТ Р 34.11-2012 и реализации процессов генерации и проверки ЭЦП согласно ГОСТ Р 34.10-2012.

В дополнение к изложенному, в рамках данной работы был разработан ряд приложений для операционной системы Windows с графическим интерфейсом, которые позволяют непосредственно использовать описанные механизмы.

Приложения реализуют:

- вычисление хэш-функции от файла;
- редактирование параметров и ключей схемы цифровой подписи;
- генерацию цифровой подписи;
- проверку цифровой подписи.

Список использованных источников

1. ГОСТ Р 34.11—94. Информационная технология. Криптографическая защита информации. Функция хэширования. — М.: Издательство стандартов, 1994, 16 с.
2. ГОСТ Р 34.11—2012. Информационная технология. Криптографическая защита информации. Функция хэширования. — М.: Стандартинформ, 2013, 25 с.
3. Cryptanalysis of the GOST Hash Function / Christian Rechberger, Marcin Kontak, Janusz Szmidt, Florian Mendel, Norbert Pramstaller [Электронный ресурс]. — URL: https://online.tu-graz.ac.at/tug_online/voe_main2.getVollText?pDocumentNr=80200&pCurrPk=36649.
4. *Merkle, R.C.* Secrecy, authentication, and public key systems / R.C. Merkle. — Stanford, CA, USA: Stanford University, 1979.
5. *Miyaguchi S. Ohta K., Iwata M.* 128-bit hash function (NHash) // Proceedings of SECURICOM '90. — 03.1990 / Iwata M. Miyaguchi S., Ohta K. — С. 123—137. — (SECURICOM '90).
6. *Biham E., Dunkelman O.* A Framework for Iterative Hash Functions – HAIFA / Dunkelman O. Biham E. — International Association for Cryptologic Research, 2007.
7. Лебедев П.А. Сравнение старого и нового стандартов РФ на криптографическую хэш-функцию на ЦП и графических процессорах NVIDIA // Матем. вопр. криптогр. — М., 2013. — Т. 4, вып. 2. — С. 73—80.
8. GOST R 34.11-2012: RFC-6986 cryptographic hash function [Электронный ресурс]. — URL: <https://github.com/adeptyarev/streebog>.
9. ГОСТ Р 34.10—94. Информационная технология. Криптографическая защита информации. Процедуры выработки и проверки электронной цифровой подписи на базе асимметричного криптографического алгоритма. — М.: Издательство стандартов, 1994, 14 с.
10. ГОСТ Р 34.10—2001. Информационная технология. Криптографическая защита информации Процессы формирования и проверки электронной цифровой подписи. — М.: Издательство стандартов, 2001, 16 с.
11. ГОСТ Р 34.10—2012. Информационная технология. Криптографическая защита информации Процессы формирования и проверки электронной цифровой подписи. — М.: Стандартинформ, 2013, 20 с.
12. FIPS PUB 186-4 Federal Information Processing Standards Publication. Digital Signature Standard (DSS) [Электронный ресурс]. — URL: <http://dx.doi.org/10.6028/NIST.FIPS.186-4>.
13. *Thomas H. Cormen Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest Clifford Stein.* Introduction to Algorithms 3rd ed / Ronald L. Rivest Clifford Stein Thomas H. Cormen,

Charles E. Leiserson. — L: The MIT Press, 2009.

14. *Эндрю Троелсен, Филипп Джепикс. Язык программирования C# 6.0 и платформа .NET 4.6 7-е изд. / Филипп Джепикс Эндрю Троелсен.* — М. : ООО «И.Д. Вильямс», 2008.

Приложение А Код класса хэш-функции

```
1 using System;
2 using System.IO;
3 using System.Linq;
4 //Класс реализующий функцию хеширования
5 namespace GR3411_2012
6 {
7     public class GR3411_2012_Hash
8     {
9         // Матрица A для L функции
10        private readonly ulong[] A = {
11            0x8E20FAA72BA0B470, 0x47107DDD9B505A38,
12            0xAD08B0E0C3282D1C, 0xD8045870EF14980E,
13            0x6C022C38F90A4C07, 0x3601161CF205268D,
14            0x1B8E0B0E798C13C8, 0x83478B07B2468764,
15            0xA011D380818E8F40, 0x5086E740CE47C920,
16            0x2843FD2067ADEA10, 0x14AFF010BDD87508,
17            0x0AD97808D06CB404, 0x05E23C0468365A02,
18            0x8C711E02341B2D01, 0x46B60F011A83988E,
19            0x90DAB52A387AE76F, 0x486DD4151C3DFDB9,
20            0x24B86A840E90F0D2, 0x125C354207487869,
21            0x092E94218D243CBA, 0x8A174A9EC8121E5D,
22            0x4585254F64090FA0, 0xACCC9CA9328A8950,
23            0x9D4DF05D5F661451, 0xC0A878A0A1330AA6,
24            0x60543C50DE970553, 0x302A1E286FC58CA7,
25            0x18150F14B9EC46DD, 0x0C84890AD27623E0,
26            0x0642CA05693B9F70, 0x0321658CBA93C138,
27            0x86275DF09CE8AAA8, 0x439DA0784E745554,
28            0xAFC0503C273AA42A, 0xD960281E9D1D5215,
29            0xE230140FC0802984, 0x71180A8960409A42,
30            0xB60C05CA30204D21, 0x5B068C651810A89E,
31            0x456C34887A3805B9, 0xAC361A443D1C8CD2,
32            0x561B0D22900E4669, 0x2B838811480723BA,
33            0x9BCF4486248D9F5D, 0xC3E9224312C8C1A0,
34            0xEFFA11AF0964EE50, 0xF97D86D98A327728,
35            0xE4FA2054A80B329C, 0x727D102A548B194E,
36            0x39B008152ACB8227, 0x9258048415EB419D,
37            0x492C024284FBAEC0, 0xAA16012142F35760,
38            0x550B8E9E21F7A530, 0xA48B474F9EF5DC18,
39            0x70A6A56E2440598E, 0x3853DC371220A247,
40            0x1CA76E95091051AD, 0x0EDD37C48A08A6D8,
```

```

41         0x07E095624504536C , 0x8D70C431AC02A736 ,
42         0xC83862965601DD1B , 0x641C314B2B8EE083
43     };
44     // Подстановка байт
45     private readonly byte[] Sbox = {
46         0xFC, 0xEE, 0xDD, 0x11, 0xCF, 0x6E, 0x31, 0x16, 0xFB,
47         0xC4, 0xFA, 0xDA, 0x23, 0xC5, 0x04, 0x4D, 0xE9, 0x77,
48         0xF0, 0xDB, 0x93, 0x2E, 0x99, 0xBA, 0x17, 0x36, 0xF1,
49         0xBB, 0x14, 0xCD, 0x5F, 0xC1, 0xF9, 0x18, 0x65, 0x5A,
50         0xE2, 0x5C, 0xEF, 0x21, 0x81, 0x1C, 0x3C, 0x42, 0x8B,
51         0x01, 0x8E, 0x4F, 0x05, 0x84, 0x02, 0xAE, 0xE3, 0x6A,
52         0x8F, 0xA0, 0x06, 0x0B, 0xED, 0x98, 0x7F, 0xD4, 0xD3,
53         0x1F, 0xEB, 0x34, 0x2C, 0x51, 0xEA, 0xC8, 0x48, 0xAB,
54         0xF2, 0x2A, 0x68, 0xA2, 0xFD, 0x3A, 0xCE, 0xCC, 0xB5,
55         0x70, 0x0E, 0x56, 0x08, 0x0C, 0x76, 0x12, 0xBF, 0x72,
56         0x13, 0x47, 0x9C, 0xB7, 0x5D, 0x87, 0x15, 0xA1, 0x96,
57         0x29, 0x10, 0x7B, 0x9A, 0xC7, 0xF3, 0x91, 0x78, 0x6F,
58         0x9D, 0x9E, 0xB2, 0xB1, 0x32, 0x75, 0x19, 0x3D, 0xFF,
59         0x35, 0x8A, 0x7E, 0x6D, 0x54, 0xC6, 0x80, 0xC3, 0xBD,
60         0x0D, 0x57, 0xDF, 0xF5, 0x24, 0xA9, 0x3E, 0xA8, 0x43,
61         0xC9, 0xD7, 0x79, 0xD6, 0xF6, 0x7C, 0x22, 0xB9, 0x03,
62         0xE0, 0x0F, 0xEC, 0xDE, 0x7A, 0x94, 0xB0, 0xBC, 0xDC,
63         0xE8, 0x28, 0x50, 0x4E, 0x33, 0x0A, 0x4A, 0xA7, 0x97,
64         0x60, 0x73, 0x1E, 0x00, 0x62, 0x44, 0x1A, 0xB8, 0x38,
65         0x82, 0x64, 0x9F, 0x26, 0x41, 0xAD, 0x45, 0x46, 0x92,
66         0x27, 0x5E, 0x55, 0x2F, 0x8C, 0xA3, 0xA5, 0x7D, 0x69,
67         0xD5, 0x95, 0x3B, 0x07, 0x58, 0xB3, 0x40, 0x86, 0xAC,
68         0x1D, 0xF7, 0x30, 0x37, 0x6B, 0xE4, 0x88, 0xD9, 0xE7,
69         0x89, 0xE1, 0x1B, 0x83, 0x49, 0x4C, 0x3F, 0xF8, 0xFE,
70         0x8D, 0x53, 0xAA, 0x90, 0xCA, 0xD8, 0x85, 0x61, 0x20,
71         0x71, 0x67, 0xA4, 0x2D, 0x2B, 0x09, 0x5B, 0xCB, 0x9B,
72         0x25, 0xD0, 0xBE, 0xE5, 0x6C, 0x52, 0x59, 0xA6, 0x74,
73         0xD2, 0xE6, 0xF4, 0xB4, 0xC0, 0xD1, 0x66, 0xAF, 0xC2,
74         0x39, 0x4B, 0x63, 0xB6
75     };
76     //Итерационные константы
77     private readonly ulong[][] C = {
78         new ulong[8]{
79             0xDD806559F2A64507, 0x5767436CC744D23,
80             0xA2422A08A460D315, 0x4B7CE09192676901,
81             0x714EB88D7585C4FC, 0x2F6A76432E45D016,

```

```

82         0xEBCB2F81C0657C1F, 0xB1085BDA1ECADAE9
83     },
84     new ulong [8]{
85         0xE679047021B19BB7, 0x55DDA21BD7CBCD56,
86         0x5CB561C2DB0AA7CA, 0x9AB5176B12D69958,
87         0x61D55E0F16B50131, 0xF3FEEA720A232B98,
88         0x4FE39D460F70B5D7, 0x6FA3B58AA99D2F1A
89     },
90     new ulong [8]{
91         0x991E96F50ABA0AB2, 0xC2B6F443867ADB31,
92         0xC1C93A376062DB09, 0xD3E20FE490359EB1,
93         0xF2EA7514B1297B7B, 0x6F15E5F529C1F8B,
94         0xA39FC286A3D8435, 0xF574DCAC2BCE2FC7
95     },
96     new ulong [8]{
97         0x220CBEBBC84E3D12E, 0x3453EAA193E837F1,
98         0xD8B71333935203BE, 0xA9D72C82ED03D675,
99         0x9D721CAD685E353F, 0x488E857E335C3C7D,
100        0xF948E1A05D71E4DD, 0xEF1FDFB3E81566D2
101    },
102    new ulong [8]{
103        0x601758FD7C6CFE57, 0x7A56A27EA9EA63F5,
104        0xDFFF00B723271A16, 0xBFCD1747253AF5A3,
105        0x359E35D7800FFFBD, 0x7F151C1F1686104A,
106        0x9A3F410C6CA92363, 0x4BEA6BACAD474799
107    },
108    new ulong [8]{
109        0xFA68407A46647D6E, 0xBF71C57236904F35,
110        0xAF21F66C2BEC6B6, 0xCFFAA6B71C9AB7B4,
111        0x187F9AB49AF08EC6, 0x2D66C4F95142A46C,
112        0x6FA4C33B7A3039C0, 0xAE4FAEAE1D3AD3D9
113    },
114    new ulong [8]{
115        0x8886564D3A14D493, 0x3517454CA23C4AF3,
116        0x6476983284A0504, 0x992ABC52D822C37,
117        0xD3473E33197A93C9, 0x399EC6C7E6BF87C9,
118        0x51AC86FEBF240954, 0xF4C70E16EEAAC5EC
119    },
120    new ulong [8]{
121        0xA47F0DD4BF02E71E, 0x36ACC2355951A8D9,
122        0x69D18D2BD1A5C42F, 0xF4892BCB929B0690,

```

```

123         0x89B4443B4DDBC49A, 0x4EB7F8719C36DE1E,
124         0x3E7AA020C6E4141, 0x9B1F5B424D93C9A7
125     },
126     new ulong[8]{
127         0x7261445183235ADB, 0xE38DC92CB1F2A60,
128         0x7B2B8A9AA6079C54, 0x800A440BDBB2CEB1,
129         0x3CD955B7E00D0984, 0x3A7D3A1B25894224,
130         0x944C9AD8EC165FDE, 0x378F5A541631229B
131     },
132     new ulong[8]{
133         0x74B4C7FB98459CED, 0x3698FAD1153BB6C3,
134         0x7A1E6C303B7652F4, 0x9FE76702AF69334B,
135         0x1FFFE18A1B336103, 0x8941E71CFF8A78DB,
136         0x382AE548B2E4F3F3, 0xABBEDEA680056F52
137     },
138     new ulong[8]{
139         0x6BCAA4CD81F32D1B, 0xDEA2594AC06FD85D,
140         0xEFBA CD1D7D476E98, 0x8A1D71EFEA48B9CA,
141         0x2001802114846679, 0xD8FA6BBEBAB0761,
142         0x3002C6CD635AFE94, 0x7BCD9ED0EFC889FB
143     },
144     new ulong[8]{
145         0x48BC924AF11BD720, 0xFAF417D5D9B21B99,
146         0xE71DA4AA88E12852, 0x5D80EF9D1891CC86,
147         0xF82012D430219F9B, 0xCDA43C32BCDF1D77,
148         0xD21380B00449B17A, 0x378EE767F11631BA
149     }
150 };
151 //Делегат обработчика события прогресса вычисления (для
        обратной связи)
152 public delegate void sendProgressDel(long progress);
153 //Событие отражающее увеличение прогресса вычисления на 1мБит
        (для обратной связи)
154 public event sendProgressDel Hash1MBitStep;
155 //Прогресс вычисления (для обратной связи)
156 public long progress;
157 //Вспомогательные переменные функции сжатия
158 private byte[] newh = new byte[64];
159 private ulong[] N64 = new ulong[8];
160 private ulong[] h64 = new ulong[8];
161 private ulong[] m64 = new ulong[8];

```

```

162     private ulong[] lResultG = new ulong[8];
163     private ulong[] lResultK1 = new ulong[8];
164     private ulong[] lResultK2 = new ulong[8];
165     private ulong[] lResultE1 = new ulong[8];
166     private ulong[] lResultE2 = new ulong[8];
167     private ulong[] t = new ulong[8];
168     private ulong[] newh64 = new ulong[8];
169     private ulong[] state = new ulong[8];
170
171     //Матрица предпросчета
172     private ulong[,] LSPrecalc = new ulong[256, 8];
173     //Длина хеша
174     public int OutLen { get; private set; }
175     //Конструктор с параметром длины
176     public GR3411_2012_Hash(int outputLenght)
177     {
178         if (outputLenght != 256 && outputLenght != 512)
179             throw new Exception("Указанный размер вывода не
                поддерживается");
180         OutLen = outputLenght;
181         Precalc();
182     }
183     //Предпросчет
184     private void Precalc()
185     {
186         for (int temp = 0; temp < 256; temp++)//перебор байт
187         {
188             for (int j = 0; j < 8; j++)
189             {
190                 byte temp1 = Sbox[(byte)temp];
191                 ulong t1 = 0;
192                 for (int k = 0; k < 8; k++)
193                 {
194                     if (((temp1 >> (7 - k)) & 0x01) != 0)
195                     {
196                         t1 ^= A[(7 - j) * 8 + k];
197                     }
198                 }
199                 LSPrecalc[temp, j] = t1;
200             }
201         }

```

```

202     }
203     //Сложение по модулю 2^512
204     private void AddModulo512(byte [] a, byte [] b, byte [] c)
205     {
206         int i, t = 0;
207         for (i = 0; i < 64; i++)
208         {
209             t = a[i] + b[i] + (t >> 8);
210             c[i] = (byte)(t & 0xFF);
211         }
212     }
213     //Побитовое сложение по модулю 2 (X)
214     private void X(ulong [] a, ulong [] b, ulong [] c)
215     {
216         c[0] = a[0] ^ b[0];
217         c[1] = a[1] ^ b[1];
218         c[2] = a[2] ^ b[2];
219         c[3] = a[3] ^ b[3];
220         c[4] = a[4] ^ b[4];
221         c[5] = a[5] ^ b[5];
222         c[6] = a[6] ^ b[6];
223         c[7] = a[7] ^ b[7];
224     }
225
226     private void LPSX(ulong [] stateA, ulong [] stateB, ulong []
227         result)
228     {
229         ulong
230         t1 = stateA[0] ^ stateB[0],
231         t2 = stateA[1] ^ stateB[1],
232         t3 = stateA[2] ^ stateB[2],
233         t4 = stateA[3] ^ stateB[3],
234         t5 = stateA[4] ^ stateB[4],
235         t6 = stateA[5] ^ stateB[5],
236         t7 = stateA[6] ^ stateB[6],
237         t8 = stateA[7] ^ stateB[7];
238         int i1;
239         for (int i = 0; i < 8; i++)//перебор восьмерок байт
240         {
241             i1 = i * 8;
242             //Преобразование P осуществляется смещением индекса

```



```

242         result[i] = LSPrecalc[(byte)(t1 >> i1), 0] ^
243         LSPrecalc[(byte)(t2 >> i1), 1] ^
244         LSPrecalc[(byte)(t3 >> i1), 2] ^
245         LSPrecalc[(byte)(t4 >> i1), 3] ^
246         LSPrecalc[(byte)(t5 >> i1), 4] ^
247         LSPrecalc[(byte)(t6 >> i1), 5] ^
248         LSPrecalc[(byte)(t7 >> i1), 6] ^
249         LSPrecalc[(byte)(t8 >> i1), 7];
250     }
251 }
252
253 private ulong[] KeySchedule(ulong[] K, int i)
254 {
255     //Проверка на запись в себя
256     if (K.Equals(IResultK1))
257     {
258         LPSX(K, C[i], IResultK2);
259         return IResultK2;
260     }
261     else
262     {
263         LPSX(K, C[i], IResultK1);
264         return IResultK1;
265     }
266 }
267
268 private ulong[] E(ulong[] K, ulong[] m)
269 {
270     Array.Copy(m, state, 8);
271     for (int i = 0; i < 12; i++)
272     {
273         //Проверка на запись в себя
274         if (state.Equals(IResultE1))
275         {
276             LPSX(state, K, IResultE2);
277             state = IResultE2;
278         }
279         else
280         {
281             LPSX(state, K, IResultE1);
282             state = IResultE1;

```

```

283         }
284         K = KeySchedule(K, i);
285     }
286     X(state, K, state);
287     return state;
288 }
289 //Функция сжатия
290 private byte [] G_n(byte [] N, byte [] h, byte [] m)
291 {
292     Byte64ToUlong8(N, N64);
293     Byte64ToUlong8(h, h64);
294     Byte64ToUlong8(m, m64);
295     LPSX(h64, N64, IResultG);
296     t = E(IResultG, m64);
297     X(t, h64, t);
298     X(t, m64, newh64);
299     Ulong8ToByte64(newh64, newh);
300     return newh;
301 }
302 //Преобразование массива byte в массив ulong
303 public void Byte64ToUlong8(byte [] a, ulong [] b)
304 {
305     for (int i = 0; i < 8; i++)
306     {
307         b[i] = (ulong)a[i * 8] | ((ulong)a[i * 8 + 1] << 8) |
308             ((ulong)a[i * 8 + 2] << 16) | ((ulong)a[i * 8 +
309                 3] << 24) |
310             ((ulong)a[i * 8 + 4] << 32) | ((ulong)a[i * 8 +
311                 5] << 40) |
312             ((ulong)a[i * 8 + 6] << 48) | ((ulong)a[i * 8 +
313                 7] << 56);
314     }
315 }
316 //Преобразование массива ulong в массив byte
317 public void Ulong8ToByte64(ulong [] a, byte [] b)
318 {
319     for (int i = 0; i < 64; i++)
320     {
321         b[i] = (byte)(a[i / 8] >> (i % 8) * 8);
322     }
323 }

```

```

321 //Хешфункция от массива байт
322 public byte [] GetHashCode(byte [] message)
323 {
324     //Этап 1
325     byte [] paddedMes = new byte [64];
326     byte [] h = new byte [64];
327     byte [] N_0 = new byte [64];
328     byte [] N = new byte [64];
329     byte [] Sigma = new byte [64];
330     if (OutLen == 256)
331     {
332         for (int i = 0; i < 64; i++)
333         {
334             h[i] = 0x01;
335         }
336     }
337     byte [] N_512 = new byte [64];
338     Array.Copy(BitConverter.GetBytes(512), 0, N_512, 0, 4);
339     int inc = 0;
340     byte [] tempMes = new byte [64];
341     int progress = 0;
342     //Этап 2
343     int len = message.Length * 8;
344     while (len >= 512)
345     {
346         Array.Copy(message, inc * 64, tempMes, 0, 64);
347         h = G_n(N, h, tempMes);
348         AddModulo512(N, N_512, N);
349         AddModulo512(Sigma, tempMes, Sigma);
350         len -= 512;
351         inc++;
352         progress++;
353         if (progress % 2048 == 0 && Hash1MBitStep != null)
354             Hash1MBitStep(progress);
355     }
356     //Этап 3
357     byte [] message1 = new byte [message.Length - inc * 64];
358     Array.Copy(message, inc * 64, message1, 0, message.Length
359         - inc * 64);
360     if (message1.Length < 64)
361     {

```

```

361         for (int i = message1.Length + 1; i < 64; i++)
362         {
363             paddedMes[i] = 0;
364         }
365         paddedMes[message1.Length] = 0x01;
366         Array.Copy(message1, 0, paddedMes, 0, message1.Length
367             );
368     }
369     h = G_n(N, h, paddedMes);
370     byte[] MesLen = new byte[64];
371     //Конвертация длины усеченного сообщения в байты, и
372     запись в массив
373     MesLen[0] = (byte)(message1.Length * 8);
374     MesLen[1] = (byte)((message1.Length * 8) >> 8);
375
376     AddModulo512(N, MesLen.ToArray(), N);
377     AddModulo512(Sigma, paddedMes, Sigma);
378     h = G_n(N_0, h, N);
379     h = G_n(N_0, h, Sigma);
380
381     if (OutLen == 512)
382     {
383         return h;
384     }
385     else
386     {
387         byte[] h256 = new byte[32];
388         Array.Copy(h, 32, h256, 0, 32);
389         return h256;
390     }
391 }
392
393 //Поточная реализация хешфункции
394 public byte[] GetHash(Stream st)
395 {
396     //Этап 1
397     byte[] paddedMes = new byte[64];
398     byte[] h = new byte[64];
399     byte[] N_0 = new byte[64];
400     byte[] N = new byte[64];
401     byte[] Sigma = new byte[64];

```

```

400     if (OutLen == 256)
401     {
402         for (int i = 0; i < 64; i++)
403         {
404             h[i] = 0x01;
405         }
406     }
407     byte[] N_512 = new byte[64];
408     Array.Copy(BitConverter.GetBytes(512), 0, N_512, 0, 4);
409     byte[] tempMes = new byte[64];
410     int blockLen = st.Read(tempMes, 0, 64);
411     int progress = 0;
412     //Этап 2
413     while (blockLen == 64)
414     {
415         h = G_n(N, h, tempMes);
416         AddModulo512(N, N_512, N);
417         AddModulo512(Sigma, tempMes, Sigma);
418         blockLen = st.Read(tempMes, 0, 64);
419         progress++;
420         if (progress % 2048 == 0 && Hash1MBitStep != null)
421             Hash1MBitStep(progress);
422     }
423     //Этап 3
424     byte[] message1 = new byte[blockLen];
425     Array.Copy(tempMes, 0, message1, 0, blockLen);
426     if (message1.Length < 64)
427     {
428         for (int i = message1.Length + 1; i < 64; i++)
429         {
430             paddedMes[i] = 0;
431         }
432         paddedMes[message1.Length] = 0x01;
433         Array.Copy(message1, 0, paddedMes, 0, message1.Length);
434     }
435     h = G_n(N, h, paddedMes);
436     byte[] MesLen = new byte[64];
437     //Конвертация длины усеченного сообщения в байты, и
438     запись в массив
    MesLen[0] = (byte)(message1.Length * 8);

```

```

439         MesLen[1] = (byte)((message1.Length * 8) >> 8);
440
441         AddModulo512(N, MesLen.ToArray(), N);
442         AddModulo512(Sigma, paddedMes, Sigma);
443         h = G_n(N_0, h, N);
444         h = G_n(N_0, h, Sigma);
445
446         if (OutLen == 512)
447         {
448             return h;
449         }
450         else
451         {
452             byte[] h256 = new byte[32];
453             Array.Copy(h, 32, h256, 0, 32);
454             return h256;
455         }
456     }
457 }
458 }

```

Приложение Б Примеры расчета хэша

В рамках данной работы, для вычисления хэша файлов, была создана программа с графическим интерфейсом. Скриншот окна программы представлен на Рисунке Б.1.

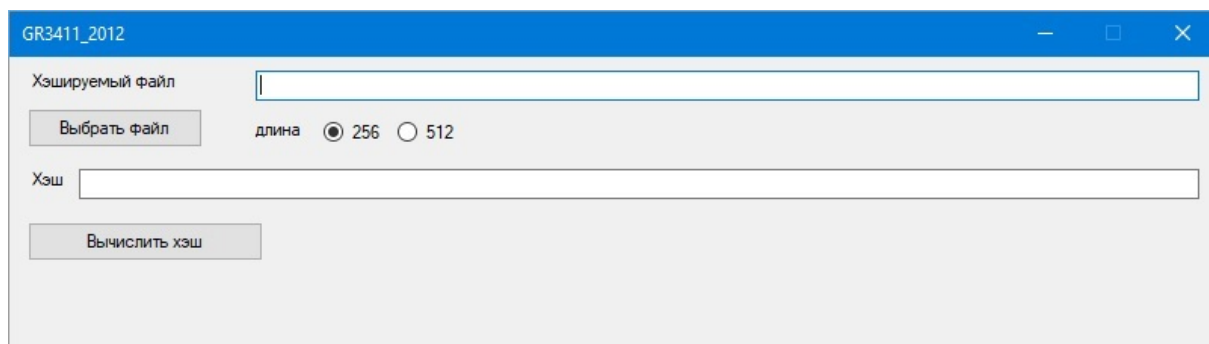


Рисунок Б.1 — Окно программы для вычисления хэша файлов

В окне, представленном на Рисунке Б.1, можно задать имя хэшируемого файла и длину хэша (256 или 512). Для запуска процесса вычисления хэша необходимо нажать кнопку «Вычислить хэш».

Далее представлены результаты расчета хэша от некоторых файлов, заданных набором байт. Байты каждого файла и результата расчета хэша представлены $A \in V_{4n}$ и записаны в формате $a_0, a_1 \dots, a_{n-1}$, где $a_i \in \mathbb{Z}_{16}$, $i = 0, 2, \dots, n-1$. При этом, A есть $Vec_4(a_0) \parallel \dots \parallel Vec_4(a_{n-1})$. Байты исходного файла обозначим как F . Значение хэша размера 256 бит обозначим как H_{256} . Значение хэша размера 512 бит обозначим как H_{512} .

Пример 1:

$F = 3031323334353637383930313233343536373839303132333435363738393031323334$
 $35363738393031323334353637383930313233343536373839303132$

$H_{256} = 9D151EEFD8590B89DAA6BA6CB74AF9275DD051026BB149A452FD84E5E57B5500$

$H_{512} = 1B54D01A4AF5B9D5CC3D86D68D285462B19ABC2475222F35C085122BE4BA1FFA00AD$
 $30F8767B3A82384C6574F024C311E2A481332B08EF7F41797891C1646F48$

Пример 2:

$F = D1E520E2E5F2F0E82C20D1F2F0E8E1EEE6E820E2EDF3F6E82C20E2E5FEF2FA20F120EC$
 $EEF0FF20F1F2F0E5EBE0ECE820EDE020F5F0E0E1F0FBFF20EFEBFAEAFB20C8E3EEF0E5E2FB$

$H_{256} = 9DD2FE4E90409E5DA87F53976D7405B0C0CAC628FC669A741D50063C557E8F50$

$H_{512} = 1E88E62226BFCA6F9994F1F2D51569E0DAF8475A3B0FE61A5300EEE46D961376035F$
 $E83549ADA2B8620FCD7C496CE5B33F0CB9DDDC2B6460143B03DABAC9FB28$

Пример 3:

$F = 4FEF841A4CD8ED40C398991B0B18CFF540B766FC56A590BA633C47F97ADA4A83943140$
 $C527AD134A7C3E45DCC9D2BC81D052CC35408B0BAA5EC9B71090F4C5E84D1687D9D809CE92$
 $A41C80175FB3F19080C528270E1442082695675DF603B988785C8EB24BE2A9C7843991230B$

F34BABD8268FCACB9DDA38D37EB342A2709CA063F79F02243E459E1C61A3D5831FFD334A
 $H_{256} = 02B5722E1375A8E64351E36DE113A131059FAC8E42F33EB48277D6C3B98840BE$
 $H_{512} = DCB9FE9BB8D270771DFF3DAEEBB48D7E86D17600DCEBA5240BC87297D093C1FCC1BE$
DCEFC79C34EB6A300FE40D9BE366AE3A81A78AFFC070401B8C6D8E7FA86

Пример 4:

$F = 84D074EEBCDB8255DECC2E6624139CF1C01354488699E0F1AE6AF904B5B48180F7E6EC$
CB2C743BC37FCF60796FB53D9038925EE9DF0135EBEF824052E17DA0294AAE6E3D27D1C54C
D890C8B7396781F82D69CC235698A0F5B100DCA934E8E2022E362E
 $H_{256} = D4F3E5DEAB479E26B40FA8ACACFC4E2F509732C1B5AF92D437BD3352E328A56E$
 $H_{512} = AE9E06B039BCE6F640ADA7CB7B18D344C39BBD84F1812B84CF0CC23A58D585123B6A$
E7AE543B1649C9DD548EF45AADA07F5B1E1D08DBA83532DD5D1D7459D747

Пример 5:

$F = 47FF6967CC12114E397EB18800472578B07CD3B20D788B26F51B17EFADC6880338C0B1$
2DFF6556438651BC334F53A8EDC36A51B2627CB3CE734272B0FA21A172F5AE4F4095F8784B
25902BBBCC58D7A1732A2C4375D6A0BC0D
 $H_{256} = 49FA7153B608E6E38E6E4F5058E02E598F6912CB70C7B5F07D363643BCB5F93E$
 $H_{512} = 44A6329382D6970D77ABD8F49CC11E3CA82E8F845F87684EA18981A9F27E87B729BC$
28174641521E1F4AE200051BD7EA90879553950D1B46D9662ECE59FEB78C

Пример 6:

$F = B9BCF3A54965B04A3DA1046857CBF1058CD250F7121A6BD13DCFF55DFC1F0D9232B23E$
BB577F46C60A711B369C0BD361516F49CE6B15D19E512268796F524D1D937235A58C36AD0C
8B8AEC A0FF353432FC940C8DD63E261DE0A06A3517CD56B724FEA2
 $H_{256} = 5D2759000A1F5B46A6CADFF3D04D5F590A475DAB00F5C6BB697D528697CDB67E$
 $H_{512} = 8EE49C5B382AA3F48334D95258DEED51BC0BC682243CAAAF1562EA101C888A01FFEA$
F365CCCB16A40CA2445C16C22B1D9A2DF8B4B32DA932F034197CFD0F09FE

Пример 7:

$F = D62ED41AC13D43E028309F1BED367DDA46C047554B17C4ECCC78F4BE33357C00930B5C$
CEBFF1CB98FB45F4B0004F47E1507C7163B74DDEBE69E84E494885ADF3B39E87E2DAAF1A55
F4AE59052214EB7D30136EB7C31849462C9D64D7A2824F7698
 $H_{256} = 5C11C68851E700EB385EA64225E8910972CBBD08E59B98BC0C2B75C7ACFCBCA0$
 $H_{512} = 381F13407000C4A931BF3535831826E354D17BBDCFE070A46BC3D71C62393A5A5270$
3B3D9A0F99CE42260F0F89224003D238C45F9AEBF4FE25F9DE4CA82F8CE6

Пример 8:

$F = FC62C76507A0611B6F08F3D89B55FDD1183517F52F9B5441B53C4A43B2725EE36C2117$
88B5CB0CCD56A7A9415254020ED9D1691A5FA3D1610D85AFCA551D69FCA90F6B793D751B4C
29499E87F113EE613A3C6AE1084484C94FB67B301C4177383E
 $H_{256} = 50F4C7486A94E5D881943829D03C4647186C384AB03ED12A200E114CE650AE6B$
 $H_{512} = 0CF1E8DB676B4219389D6A033C39327402EB38A45EF9166B901DE6E8889C26E06AD7$
EE8A996EE7777E9FDA65A5201098E3D4C8AD2370CB40DF13F5DC05905FB7

Приложение В Код класса цифровой подписи

```
1 using System;
2 using System.Linq;
3 using System.Numerics;
4
5
6 namespace GR3410_2012
7 {
8     //Основной класс цифровой подписи
9     public class GR3410_2012_Main
10    {
11        //Параметры эллиптической кривой
12        private BigInteger p, a, b, m, q;
13        //Точка P
14        private BigInteger xp, yp;
15        //Длина хэша
16        private int l;
17        //Генератор случайных чисел
18        private Random rand;
19        //Конструктор с параметрами
20        public GR3410_2012_Main(byte[] p, byte[] a, byte[] b, byte[]
21            m, byte[] q, byte[] xp, byte[] yp, int l)
22        {
23            this.p = GetPositive(p);
24            this.a = GetPositive(a);
25            this.b = GetPositive(b);
26            this.m = GetPositive(m);
27            this.q = GetPositive(q);
28            this.xp = GetPositive(xp);
29            this.yp = GetPositive(yp);
30            this.l = l;
31            rand = new Random();
32        }
33        //Другой вариант конструктора с параметрами
34        public GR3410_2012_Main(GR3410_2012_Parameters parameters)
35        {
36            this.p = GetPositive(parameters.P);
37            this.a = GetPositive(parameters.A);
38            this.b = GetPositive(parameters.B);
39            this.m = GetPositive(parameters.M);
40            this.q = GetPositive(parameters.Q);
```

```

40         this.xp = GetPositive(parameters.Xp);
41         this.yp = GetPositive(parameters.Yp);
42         this.l = parameters.L;
43         rand = new Random();
44     }
45     //Расширенный алгоритм Евклида
46     private BigInteger[] EGCD(BigInteger a, BigInteger b)
47     {
48         if (b == 0)
49             return new BigInteger[] { a, 1, 0 };
50         BigInteger[] t = EGCD(b, a % b);
51         return new BigInteger[] { t[0], t[2], t[1] - t[2] * (a /
            b) };
52     }
53     //Вычисление обратного к a элемента по модулю p. Возвращает 0
        в случае необратимости
54     private BigInteger Inverse(BigInteger a, BigInteger p)
55     {
56         BigInteger[] t = EGCD(a, p);
57         if (t[0] != 1)
58             return 0;
59         return ModP(t[1], p);
60     }
61     //Возвращает a по модулю p
62     private BigInteger ModP(BigInteger a, BigInteger p)
63     {
64         if (a >= 0)
65             return a % p;
66         else
67             return a % p + p;
68     }
69     //a/b mod p
70     private BigInteger DivModP(BigInteger a, BigInteger b,
        BigInteger p)
71     {
72         BigInteger c = Inverse(b, p);
73         if (c == 0)
74             throw new Exception("Деление на необратимый элемент")
                ;
75         return ModP(a * c, p);
76     }

```

```

77 //Реализует сложение точек (xa, ya) и (xb, yb) эллиптической
    кривой и записывает результат в (xc, yc)
78 //За бесконечно удаленную точку принимается точка (-1, -1)
79 private void EllipticSum(BigInteger xa, BigInteger ya,
    BigInteger xb, BigInteger yb, ref BigInteger xc, ref
    BigInteger yc)
80 {
81     if (xa == -1 && xb == -1)
82     {
83         xc = -1;
84         yc = -1;
85     }
86     else if (xa == -1)
87     {
88         xc = xb;
89         yc = yb;
90     }
91     else if (xb == -1)
92     {
93         xc = xa;
94         yc = ya;
95     }
96     else if (xa != xb)
97     {
98         BigInteger lambda = DivModP(ModP(yb - ya, p), ModP(xb
        - xa, p), p);
99         BigInteger xct = ModP(lambda * lambda - xa - xb, p);
100        yc = ModP(lambda * (xa - xct) - ya, p);
101        xc = xct;
102    }
103    else if (xa == xb && ModP(ya - yb, p) == 0)
104    {
105        BigInteger lambda = DivModP(ModP(3 * xa * xa + a, p),
        ModP(2 * ya, p), p);
106        BigInteger xct = ModP(lambda * lambda - xa - xa, p);
107        yc = ModP(lambda * (xa - xct) - ya, p);
108        xc = xct;
109    }
110    else
111    {
112        xc = -1;

```

```

113         yc = -1;
114     }
115 }
116 //Реализует механизм быстрого скалярного произведения точки (x
    , y) на k и записывает результат в (x1, y1)
117 private void ScalarProd(BigInteger k, BigInteger x,
    BigInteger y, ref BigInteger x1, ref BigInteger y1)
118 {
119     byte[] kBytes = k.ToByteArray();
120     BigInteger p2x = x, p2y = y;
121     x1 = -1; y1 = -1;
122     for (int i = 0; i < kBytes.Count<byte>(); i++)
123     {
124         for (int j = 0; j < 8; j++)
125         {
126             if ((kBytes[i] >> j & 0x01) > 0)
127             {
128                 EllipticSum(x1, y1, p2x, p2y, ref x1, ref y1)
129                 ;
130             }
131             EllipticSum(p2x, p2y, p2x, p2y, ref p2x, ref p2y)
132             ;
133         }
134     }
135 }
136 //Возвращает случайное число в диапазоне от 0 до p — 1
137 private BigInteger RandomBelow(BigInteger p)
138 {
139     byte[] bytes = p.ToByteArray();
140     rand.NextBytes(bytes);
141     bytes[bytes.Length — 1] &= (byte)0x7F;
142     return new BigInteger(bytes) % p;
143 }
144 //Преобразует массива байт в соответствующее ему целое число
145 private BigInteger GetPositive(byte[] bytes)
146 {
147     byte[] bytes1;
148     if ((bytes[bytes.Length — 1] & 0x80) > 0)
149     {
150         bytes1 = new byte[bytes.Length + 1];
151         Array.Copy(bytes, bytes1, bytes.Length);
152     }
153 }

```

```

150         bytes1[bytes1.Length - 1] = 0x00;
151     }
152     else
153         bytes1 = bytes;
154     return new BigInteger(bytes1);
155 }
156 //Осуществляет перевод в двоичную форму и конкатенацию чисел
    а и b
157 private byte[] BinVectorConc(BigInteger a, BigInteger b)
158 {
159     int zetaL = l * 2 / 8;
160     byte[] zeta = new byte[zetaL];
161     byte[] bytesA = a.ToByteArray();
162     byte[] bytesB = b.ToByteArray();
163     Array.Copy(bytesA, 0, zeta, 0, Math.Min(bytesA.Length, l
        / 8));
164     Array.Copy(bytesB, 0, zeta, zetaL / 2, Math.Min(bytesB.
        Length, l / 8));
165     return zeta;
166 }
167 //Получение значений r и s из цифровой подписи
168 private void GetRSFromVector(byte[] zeta, out BigInteger r,
    out BigInteger s)
169 {
170     byte[] bytesR = new byte[l / 8];
171     Array.Copy(zeta, 0, bytesR, 0, l / 8);
172     r = GetPositive(bytesR);
173
174     byte[] bytesS = new byte[l / 8];
175     Array.Copy(zeta, l / 8, bytesS, 0, l / 8);
176     s = GetPositive(bytesS);
177 }
178 //Генерирует открытый и закрытый ключи
179 public void GenerateKeys(out GR3410_2012_SignKey signKey, out
    GR3410_2012_VerifyKey verifyKey)
180 {
181     BigInteger xc = -1, yc = -1, k, r;
182     do
183     {
184         k = RandomBelow(q - 1) + 1;
185         ScalarProd(k, xp, yp, ref xc, ref yc);

```

```

186         r = ModP(xc, q);
187     }
188     while (r == 0);
189     signKey = new GR3410_2012_SignKey(k.ToByteArray());
190     verifyKey = new GR3410_2012_VerifyKey(xc.ToByteArray(),
        yc.ToByteArray());
191 }
192 //Второй вариант генерации подписи
193 public GR3410_2012_Sign GenerateSign(byte[] hash,
        GR3410_2012_SignKey signKey)
194 {
195     return new GR3410_2012_Sign(GenerateSign(hash, signKey.D)
        );
196 }
197 //Первый вариант генерации подписи
198 public byte[] GenerateSign(byte[] hash, byte[] signKey)
199 {
200     BigInteger h = GetPositive(hash);
201     BigInteger d = GetPositive(signKey);
202     BigInteger e = ModP(h, q);
203     if (e == 0)
204         e = 1;
205     BigInteger xc = -1, yc = -1, k, r, s;
206     do
207     {
208         do
209         {
210             k = RandomBelow(q - 1) + 1;
211             ScalarProd(k, xp, yp, ref xc, ref yc);
212             r = ModP(xc, q);
213         }
214         while (r == 0);
215         s = ModP(r * d + k * e, q);
216     }
217     while (s == 0);
218     return BinVectorConc(r, s);
219 }
220 //Второй вариант проверки подписи
221 public bool verifySign(byte[] hash, GR3410_2012_Sign sign,
        GR3410_2012_VerifyKey verifyKey)
222 {

```

```

223         return verifySign(hash, sign.Sign, verifyKey.Xq,
224                             verifyKey.Yq);
225     }
226     //Первый вариант проверки подписи
227     public bool verifySign(byte[] hash, byte[] sign, byte[] xqb,
228                             byte[] yqb)
229     {
230         BigInteger r, s;
231         GetRSFromVector(sign, out r, out s);
232
233         if (r >= q || s >= q)
234             return false;
235
236         BigInteger xq = GetPositive(xqb);
237         BigInteger yq = GetPositive(yqb);
238
239         BigInteger h = GetPositive(hash);
240         BigInteger e = ModP(h, q);
241         if (e == 0)
242             e = 1;
243         BigInteger v = Inverse(e, q);
244
245         BigInteger z1 = ModP(s * v, q);
246         BigInteger z2 = ModP(-r * v, q);
247
248         BigInteger xc = -1, yc = -1, xt = -1, yt = -1;
249         ScalarProd(z1, xp, yp, ref xc, ref yc);
250         ScalarProd(z2, xq, yq, ref xt, ref yt);
251         EllipticSum(xc, yc, xt, yt, ref xc, ref yc);
252         BigInteger R = ModP(xc, q);
253
254         return R == r;
255     }
256 }

```

Приложение Г Пример работы с цифровой подписью

Для работы с цифровой подписью в рамках данной работы реализовано 3 приложения. Первое предназначено для задания просмотра и редактирование параметров. Изображение его главного окна представлено на Рисунке Г.1.

Редактор параметров цифровой подписи

Основные параметры

p 6277101735386680763835789423207666416083908700390324961279

a 6277101735386680763835789423207666416083908700390324961276

b 2455155546008943817740293915197451784769108058161191238065

m 6277101735386680763835789423176059013767194773182842284081

q 6277101735386680763835789423176059013767194773182842284081

xp 602046282375688656758213480587526111916698976636884684818

yp 174050332293622031404857552280219410364023488927386650641

l ☒ 256 ☐ 512

Сохранить Открыть Сгенерировать ключи

Ключ подписи

d 5189505960605700189019291898158444738958149764870224216668

Сохранить Открыть

Ключ проверки подписи

xq 4663881135842998585431874627092237939292932550080858336041

yq 693977982266999554120484059764569528671358624708776659612

Сохранить Открыть

Рисунок Г.1 — Окно программы для редактирования параметров

В окне программы на Рисунке Г.1 уже введены данные в десятичном формате. В дальнейшем будем использовать эти значения. Интерфейс позволяет редактировать и сохранять объекты «GR3410_2012_Parameters», «GR3410_2012_SignKey» и «GR3410_2012_VerifyKey» в виде XML файлов. Пример кода XML файла показан на Рисунке .

```
<?xml version="1.0" encoding="ISO-8859-1"?>
- <GR3410_2012_Parameters
  xmlns:xsd="http://www.w3.org/2001/XMLSchema"
  xmlns:xsi="http://www.w3.org/2001/XMLSchema-instance">
  <P>//////////////////////////////////AA==</P>
  <A>/P//////////////////////////////////AA==</A>
  <B>sblGwezeuP5JMCryq+mnD+eAnOUZBSFk</B>
  <M>MSjStLHJaxQ2+N6Z//////////////////////////////////AA==</M>
  <Q>MSjStLHJaxQ2+N6Z//////////////////////////////////AA==</Q>
  <Xp>EhD/gv0K//QAiKFD6yC/fPaQMLAOqIOY</Xp>
  <Yp>EUh5HqF3+XPVzSRr7REQY3jayP+VKxkH</Yp>
  <L>256</L>
</GR3410_2012_Parameters>
```

Рисунок Г.2 — Пример кода XML файла с параметрами

Далее рассмотрим работу приложения для генерации подписи. Изображение главного окна представлено на Рисунке Г.3.

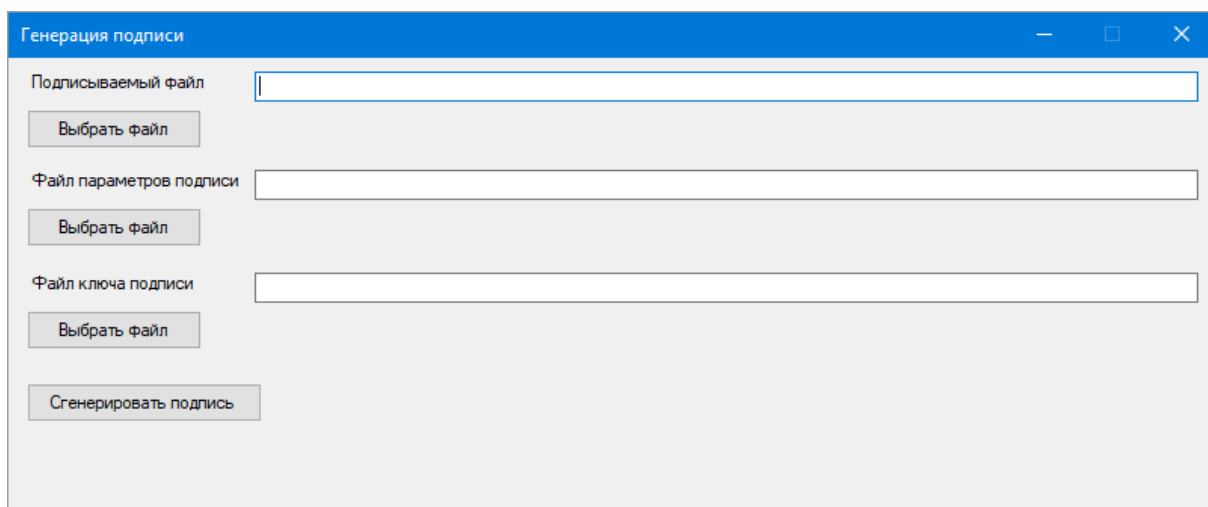


Рисунок Г.3 — Окно программы для генерации подписи

В окне, изображенном на Рисунке Г.3, можно задать подписываемый файл и файлы с параметрами схемы цифровой подписи и ключом подписи. После указания необходимых параметров, для генерации подписи необходимо нажать кнопку «Сгенерировать подпись». Далее начнется расчет хэша. По его завершении, можно сохранить файл, содержащий подпись.

Для примера возьмем файл содержащий следующий набор байт
 $F = D1E520E2E5F2F0E82C20D1F2F0E8E1EEE6E820E2EDF3F6E82C20E2E5FEF2FA20F120EC$
 $EEF0FF20F1F2F0E5EBE0ECE820EDE020F5F0E0E1F0FBFF20EFEBFAEAFB20C8E3EEF0E5E2FB$
и определенные ранее параметры схемы цифровой подписи и ключ шифрования. Сгенерируем подпись, в результате чего, она будет сохранена в файл (Рисунок Г.4). Назовем его «sign.xml».

```
<?xml version="1.0" encoding="ISO-8859-1"?>
- <GR3410_2012_Sign xmlns:xsd="http://www.w3.org/2001/XMLSchema"
  xmlns:xsi="http://www.w3.org/2001/XMLSchema-instance">
  <Sign>ke4bNqf0xCMU7luEc4sp95OnEJdE3uV4AAAAAAAAAAAAaB
    XIhfJj7p75+V83JcDhKWfFaqh0kThqYAAAAAAAAAAAA==</Sign>
</GR3410_2012_Sign>
```

Рисунок Г.4 — Код файла «sign.xml»

Для проверки подписи также используется специальное приложение. Изображение главного окна приложения для проверки подписи показано на Рисунке Г.5.

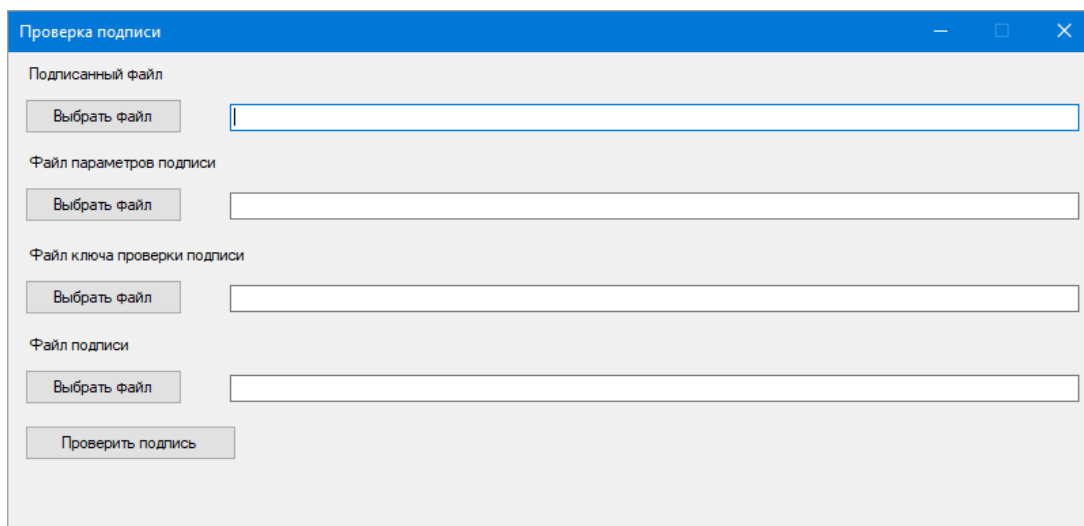


Рисунок Г.5 — Окно программы для проверки подписи

возьмем тот же файл, те же параметры схемы цифровой подписи и определенный ранее ключ проверки подписи. В качестве подписи зададим файл «sign.xml» и запустим процесс проверки подписи. В результате подпись пройдет проверку, о чем мы получим всплывающее сообщение (Рисунок Г.6).

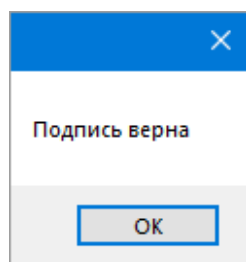


Рисунок Г.6 — Сообщение о том, что подпись верна

Попробуем изменить подписанный файл. Запишем вместо него следующее $F = 01D1E520E2E5F2F0E82C20D1F2F0E8E1EEE6E820E2EDF3F6E82C20E2E5FEF2FA20F120EC$
 $EEF0FF20F1F2F0E5EBE0ECE820EDE020F5F0E0E1F0FBFF20EFEBFAEAFB20C8E3EEF0E5E2FB$.
 При проверке сгенерированной ранее подписи, программа выдаст сообщение о том, что подпись неверна (Рисунок Г.7).

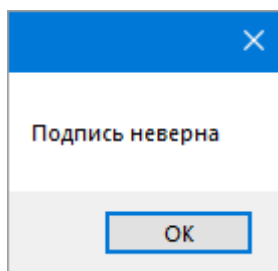


Рисунок Г.7 — Сообщение о том, что подпись неверна