## SO4 AufgO1 - Jari Rentsch, Sydney Nguyen

$$f(x) = 230 x^4 + 18 x^3 + 3x^2 - 221x - 9$$
  
 $\overline{x}_1 \in [-1,0]$  ,  $\overline{x}_2 \in [0,1]$ 

Fixpunkt funktion:  $F(x) = \frac{230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 9}{221}$ 

```
0 -1
0.9592760180995475
                         -0.04072398190045249
                                                 1.1221719457013575
2 0.9499195672513018
                         -0.0406590819335246
                                                 1.775993137266157
3 0.9132260475624332
                         -0.04065928897359839
                                                 10.897798918469885
0.7791212216580602
                                                 14789.015074413734
                         -0.040659288313662
5 0.4060089553678526
                         -0.04065928831576555
                                                 4.978458223118192e+16
6 -0.00027986139568287
                                                 6.393152008407137e+66
                         -0.040659288315758844
→ -0.04072397871263136
                         -0.04065928831575886
                                                 1.7385840259006801e+267
9 -0.040659081943702706
                         -0.04065928831575886
9 -0.04065928897356595
                         -0.04065928831575886
```

F(xn) mit Xo & 9-1,03 Kanvergiert gegen -0.040659, Wobei left-feres (Xo=0) schon in der 2. Heration diesen Wert annimmt. Hingegen nimmt F(xn) mit xo=-1 den Grenzwert erst in der 8. Iteration on.

⇒ Daraw folgt, dass Xo = O nähu an der Nullstelle X1=-0.040659 liegt. F(xn) mit xn = 1 divergient.

Nach Sate 3.1 zur Fixpunktiteration gilt für |F'(x) > 1, dass Punkt  $\overline{X}$  ein abstossender Tixpunkt ist. Das ist der fall bei  $\overline{F}(x_3)$  für X0=1.

xz ∈ [0,1] kann mit diesem Verfahren nicht gefunden werden.

b) 
$$\left(\alpha \geq \frac{|F(0.5) - F(-0.5)|}{|0.5 - 0.5|} = 0.020362\right)$$

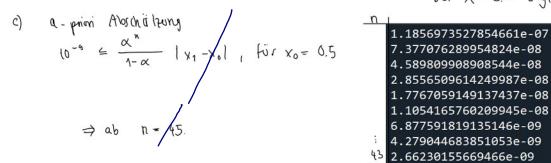
nach sate 3.2:

- . F hat genow einen Fixpunkt x in [0.5, 0.5]
  - Z=-0.040659.

monoton; Randwert hat max Strig.

•  $F(x_n)$  für  $x_0$  e [-0.5, 0.5] konverjiert gegen  $\overline{X}_1$ .

 $\alpha = \max_{x \in [-0.5, 0.5]} |F'(x_0)| = \alpha = |F'(0.5)| = 0.622172$ , da gemäss Aufgabenstellung die hieckste steigung bei x= 0.5 liegt.



4.279044683851053e-09 1.6564093395724692e-09 45 1.0305714216797038e-09

c) 
$$|X_n - \overline{X}| \leq \frac{\alpha^n}{1-\alpha} |\overline{X_1} - \overline{X_0}| \leq 10^{-9}$$

nach n autlisten:

$$\chi^{n} \leq \frac{10^{-9} (1-\alpha)}{|x_{1}-x_{0}|}$$

$$n \log \chi \leq \log \left(\frac{10^{-9} (1-\alpha)}{|x_{1}-x_{0}|}\right)$$

$$n \geq \frac{\log\left(\frac{10^{-3}(1-\alpha)}{|X_1-X_0|}\right)}{\log\left(\alpha\right)}$$