DER Models

Seohyun Jang

April 30, 2025

1 Without Storage

1.1 Disaggregation

$$
\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{t \in T} \left(P_t^{DA} x_{it} + \mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi) y_{it}^{+}(\xi) - P_t^{PN} y_{it}^{-}(\xi) \right] \right) && \text{(1a)} \\
\text{s.t.} \quad & R_{it}(\xi) - x_{it} = y_{it}^{+}(\xi) - y_{it}^{-}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(1b)} \\
& R_{it}(\xi) \geqslant y_{it}^{+}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(1c)} \\
& y_{it}^{+}(\xi) \leqslant M z_{it}(\xi), \quad y_{it}^{-}(\xi) \leqslant M(1 - z_{it}(\xi)) \quad \forall t \in T && \text{(1d)} \\
& x_{it}^{DA} \geqslant 0, y_{it}^{+}(\xi) \geqslant 0, y_{it}^{-}(\xi) \geqslant 0, z_{it}(\xi) \in \{0,1\} \quad \forall t \in T && \text{(1e)}
\end{aligned}
$$

1.2 Aggregation

$$
\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{t \in T} \left(P_t^{DA} \alpha_t + \mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi) \beta_t^{+}(\xi) - P_t^{PN} \beta_t^{-}(\xi) \right] \right) && \text{(2a)} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{i \in I} R_{it}(\xi) - \alpha_t = \beta_t^{+}(\xi) - \beta_t^{-}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(2b)} \\
& \sum_{i \in I} R_{it}(\xi) \geqslant \beta_t^{+}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(2c)} \\
& \beta_t^{+}(\xi) \leqslant M z_t(\xi), \quad \beta_t^{-}(\xi) \leqslant M(1 - z_t(\xi)) \quad \forall t \in T && \text{(2d)} \\
& \alpha_t^{DA} \geqslant 0, \beta_t^{+}(\xi) \geqslant 0, \beta_t^{-}(\xi) \geqslant 0, z_t(\xi) \in \{0,1\} \quad \forall t \in T && \text{(2e)}
\end{aligned}
$$

1.3 Settlement

$$
\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{t \in T} \left(P_t^{DA} \alpha_t + \mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi) \beta_t^{+}(\xi) - P_t^{PN} \beta_t^{-}(\xi) \right] \right) && \text{(3a)} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{i \in I} R_{it}(\xi) - \alpha_t^{DA} = \beta_t^{+}(\xi) - \beta_t^{-}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3b)} \\
& \sum_{i \in I} R_{it}(\xi) \geqslant \beta_t^{+}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3c)} \\
& \beta_t^{+}(\xi) \leqslant M z_t(\xi), \quad \beta_t^{-}(\xi) \leqslant M(1 - z_t(\xi)) \quad \forall t \in T && \text{(3d)} \\
& \alpha_t = \sum_{i \in I} x_{it}(\xi), \quad \beta_t^{+}(\xi) = \sum_{i \in I} e_{it}^{+}(\xi), \quad \beta_t^{-}(\xi) = \sum_{i \in I} e_{it}^{-}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3e)} \\
& R_{it}(\xi) - x_{it}(\xi) = y_{it}^{+}(\xi) - y_{it}^{-}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3f)} \\
& R_{it}(\xi) \geqslant y_{it}^{+}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3g)} \\
& y_{it}^{+}(\xi) \leqslant M z_{it}(\xi), \quad y_{it}^{-}(\xi) \leqslant M(1 - z_{it}(\xi)) \quad \forall t \in T && \text{(3h)} \\
& \sum_{j \in I, j \neq i} d_{ijt}(\xi) \leqslant y_{it}^{+}(\xi), \quad \sum_{j \in I, j \neq i} d_{jit}(\xi) \leqslant y_{it}^{-}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3i)} \\
& d_{iit}(\xi) = 0 \quad \forall t \in T && \text{(3j)} \\
& e_{it}^{+}(\xi) = y_{it}^{+}(\xi) - \sum_{j \in I, j \neq i} d_{ijt}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3k)} \\
& e_{it}^{-}(\xi) = y_{it}^{-}(\xi) - \sum_{j \in I, j \neq i} d_{jit}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3l)}
\end{aligned}
$$

2 With Storage

2.1 Disaggregation

$$
\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{t \in T} \left(P_t^{DA} x_{it} + \mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi) y_{it}^{+}(\xi) - P_t^{PN} y_{it}^{-}(\xi) \right] \right) && \text{(4a)} \\
\text{s.t.} \quad & R_{it}(\xi) - x_{it} = y_{it}^{+}(\xi) - y_{it}^{-}(\xi) + z_{it}^{C}(\xi) - z_{it}^{D}(\xi) \quad \forall i, t && \text{(4b)} \\
& R_{it}(\xi) \geqslant y_{it}^{+}(\xi) \quad \forall i, t && \text{(4c)} \\
& z_{i,t+1}(\xi) = z_{it}(\xi) + z_{it}^{C}(\xi) - z_{it}^{D}(\xi) \quad \forall i, t && \text{(4d)} \\
& z_{it}^{D}(\xi) \leqslant z_{it}(\xi) \quad \forall i, t && \text{(4e)} \\
& z_{it}^{C}(\xi) \leqslant K_i - z_{it}(\xi) \quad \forall i, t && \text{(4f)} \\
& 0 \leqslant z_{it}(\xi) \leqslant K_i \quad \forall i, t && \text{(4g)} \\
& y_{it}^{+}(\xi) \leqslant M_1 \rho_{it}(\xi), \quad y_{it}^{-}(\xi) \leqslant M_1(1 - \rho_{it}(\xi)) \quad \forall i, t && \text{(4h)} \\
& y_{it}^{-}(\xi) \leqslant M_1 \delta_{it}(\xi), \quad z_{it}^{C}(\xi) \leqslant M_1(1 - \delta_{it}(\xi)) \quad \forall i, t && \text{(4i)} \\
& z_{it}^{C}(\xi) \leqslant M_1 \zeta_{it}(\xi), \quad z_{it}^{D}(\xi) \leqslant M_1(1 - \zeta_{it}(\xi)) \quad \forall i, t && \text{(4j)}
\end{aligned}
$$

2.2 Aggregation

$$
\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{t \in T} \left(P_t^{DA} \alpha_t + \mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi) \beta_t^{+}(\xi) - P_t^{PN} \beta_t^{-}(\xi)) \right] \right) && \text{(5a)} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{i \in I} R_{it}(\xi) - \alpha_t = \beta_t^{+}(\xi) - \beta_t^{-}(\xi) + \gamma_t^{C}(\xi) - \gamma_t^{D}(\xi) \quad \forall t && \text{(5b)} \\
& \sum_{i \in I} R_{it}(\xi) \geqslant \beta_t^{+}(\xi) \quad \forall t && \text{(5c)} \\
& \gamma_t^{D}(\xi) \leqslant \gamma_t(\xi) \quad \forall t && \text{(5d)} \\
& \gamma_t^{C}(\xi) \leqslant \sum_{i \in I} K_i - \gamma_t(\xi) \quad \forall t && \text{(5e)} \\
& 0 \leqslant \gamma_t(\xi) \leqslant \sum_{i \in I} K_i \quad \forall t && \text{(5f)} \\
& \gamma_{t+1}(\xi) = \gamma_t(\xi) + \gamma_t^{C}(\xi) - \gamma_t^{D}(\xi) \quad \forall t && \text{(5g)} \\
& \beta_t^{+}(\xi) \leqslant M_2 \mu_t(\xi), \quad \beta_t^{-}(\xi) \leqslant M_2(1 - \mu_t(\xi)) \quad \forall t && \text{(5h)} \\
& \beta_t^{-}(\xi) \leqslant M_2 \eta_t(\xi), \quad \gamma_t^{C}(\xi) \leqslant M_2(1 - \eta_t(\xi)) \quad \forall t && \text{(5i)} \\
& \gamma_t^{C}(\xi) \leqslant M_2 \lambda_t(\xi), \quad \gamma_t^{D}(\xi) \leqslant M_2(1 - \lambda_t(\xi)) \quad \forall t && \text{(5j)}
\end{aligned}
$$

2.3 Settlement

$$
\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{t\in T}\left(P_t^{DA}\alpha_t + \mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi)\beta_t^+(\xi) - P_t^{PN}\beta_t^-(\xi))\right]\right) \\
\\
\text{s.t.} \quad & R_{it}(\xi) - x_{it} = y_{it}^+(\xi) - y_{it}^-(\xi) + z_{it}^C(\xi) - z_{it}^D(\xi) \quad \forall i,t \\
& R_{it}(\xi) \geqslant y_{it}^+(\xi) \quad \forall i,t \\
& z_{it}^D(\xi) \leqslant z_{it}(\xi) \quad \forall i,t \\
& z_{it}^C(\xi) \leqslant K_i - z_{it}(\xi) \quad \forall i,t \\
& 0 \leqslant z_{it}(\xi) \leqslant K_i \quad \forall i,t \\
& y_{it}^+(\xi) \leqslant M_1\rho_{it}(\xi), \quad y_{it}^-(\xi) \leqslant M_1(1-\rho_{it}(\xi)) \quad \forall i,t \\
& y_{it}^-(\xi) \leqslant M_1\delta_{it}(\xi), \quad z_{it}^C(\xi) \leqslant M_1(1-\delta_{it}(\xi)) \quad \forall i,t \\
& z_{it}^C(\xi) \leqslant M_1\zeta_{it}(\xi), \quad z_{it}^D(\xi) \leqslant M_1(1-\zeta_{it}(\xi)) \quad \forall i,t \\
\\
& e_{it}^+(\xi) = y_{it}^+(\xi) - d_{it}^+(\xi) \\
& e_{it}^-(\xi) = y_{it}^-(\xi) - d_{it}^-(\xi) \\
& e_{it}^C(\xi) = z_{it}^C(\xi) - \widehat{d_{it}^C}(\xi) + \widecheck{d_{it}^C}(\xi) \\
& \widehat{d_{it}^C}(\xi) \leqslant M_1 q_{it}^3(\xi), \quad \widecheck{d_{it}^C}(\xi) \leqslant M_1(1-q_{it}^3(\xi)) \\
& e_{it}^C(\xi) \leqslant K_i - z_{it}(\xi) \\
& e_{it}^D(\xi) = z_{it}^D(\xi) - \widehat{d_{it}^D}(\xi) + \widecheck{d_{it}^D}(\xi) \\
& \widehat{d_{it}^D}(\xi) \leqslant M_1 q_{it}^4(\xi), \quad \widecheck{d_{it}^D}(\xi) \leqslant M_1(1-q_{it}^4(\xi)) \\
& e_{it}^D(\xi) \leqslant z_{it}(\xi) \\
& e_{it}^+(\xi) \leqslant M_1 q_{it}^5(\xi), \quad e_{it}^-(\xi) \leqslant M_1(1-q_{it}^5(\xi)) \\
& e_{it}^-(\xi) \leqslant M_1 q_{it}^6(\xi), \quad e_{it}^C(\xi) \leqslant M_1(1-q_{it}^6(\xi)) \\
& e_{it}^C(\xi) \leqslant M_1 q_{it}^6(\xi), \quad e_{it}^D(\xi) \leqslant M_1(1-q_{it}^6(\xi)) \\
\\
& z_{i,t+1}(\xi) = z_{it}(\xi) + e_{it}^C(\xi) - e_{it}^D(\xi) \quad \forall i,t \\
& \alpha_t = \sum_{i\in I} x_{it}, \quad \beta_t^+(\xi) = \sum_{i\in I} e_{it}^+(\xi), \quad \beta_t^-(\xi) = \sum_{i\in I} e_{it}^-(\xi) \\
& \gamma_t(\xi) = \sum_{i\in I} z_{it}(\xi), \quad \gamma_t^C(\xi) = \sum_{i\in I} e_{it}^C(\xi), \quad \gamma_t^D(\xi) = \sum_{i\in I} e_{it}^D(\xi) \\
\\
& \sum_{i\in I} R_{it}(\xi) - \alpha_t = \beta_t^+(\xi) - \beta_t^-(\xi) + \gamma_t^C(\xi) - \gamma_t^D(\xi) \quad \forall t \\
& \sum_{i\in I} R_{it}(\xi) \geqslant \beta_t^+(\xi) \quad \forall t \\
& \gamma_t^D(\xi) \leqslant \gamma_t(\xi) \quad \forall t \\
& \gamma_t^C(\xi) \leqslant \sum_{i\in I} K_i - \gamma_t(\xi) \quad \forall t \\
& 0 \leqslant \gamma_t(\xi) \leqslant \sum_{i\in I} K_i \quad \forall t \\
& \gamma_{t+1}(\xi) = \gamma_t(\xi) + \gamma_t^C(\xi) - \gamma_t^D(\xi) \quad \forall t \\
& \beta_t^+(\xi) \leqslant M_2\mu_t(\xi), \quad \beta_t^-(\xi) \leqslant M_2(1-\mu_t(\xi)) \quad \forall t \\
& \beta_t^-(\xi) \leqslant M_2\eta_t(\xi), \quad \gamma_t^C(\xi) \leqslant M_2(1-\eta_t(\xi)) \quad \forall t \\
& \gamma_t^C(\xi) \leqslant M_2\lambda_t(\xi), \quad \gamma_t^D(\xi) \leqslant M_2(1-\lambda_t(\xi)) \quad \forall t \\
\\
& \sum_{i\in I} \widehat{d_{it}^C}(\xi) \leqslant \sum_{i\in I} y_{it}^-(\xi) \\
& \left(d_{it}^+(\xi) - \sum_{i\in I} y_{it}^-(\xi)\right) - (K_i - z_{it}(\xi)) \leqslant M_1(1-q_{it}^6(\xi)) - \epsilon \\
& (K_i - z_{it}(\xi)) - e_{it}^C(\xi) \leqslant M_1 q_{it}^6(\xi) \\
& (K_i - z_{it}(\xi)) - \left(d_{it}^+(\xi) - \sum_{i\in I} y_{it}^-(\xi)\right) \leqslant M_1(1-q_{it}^7(\xi)) - \epsilon \\
& \left(e_{it}^C(\xi)\right) - \left(d_{it}^+(\xi) + z_{it}^c(\xi)\right) \leqslant M_1 q_{it}^7(\xi)
\end{aligned}
$$