DER Models

Seohyun Jang

May 24, 2025

1 Without Storage

1.1 Disaggregation

$$
\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{t \in T} \left(P_t^{DA} x_{it} + \mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi) y_{it}^{+}(\xi) - P_t^{PN} y_{it}^{-}(\xi) \right] \right) && \text{(1a)} \\
\text{s.t.} \quad & R_{it}(\xi) - x_{it} = y_{it}^{+}(\xi) - y_{it}^{-}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(1b)} \\
& R_{it}(\xi) \geqslant y_{it}^{+}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(1c)} \\
& y_{it}^{+}(\xi) \leqslant M z_{it}(\xi), \quad y_{it}^{-}(\xi) \leqslant M(1 - z_{it}(\xi)) \quad \forall t \in T && \text{(1d)} \\
& x_{it}^{DA} \geqslant 0, y_{it}^{+}(\xi) \geqslant 0, y_{it}^{-}(\xi) \geqslant 0, z_{it}(\xi) \in \{0,1\} \quad \forall t \in T && \text{(1e)}
\end{aligned}
$$

1.2 Aggregation

$$
\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{t \in T} \left(P_t^{DA} \alpha_t + \mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi) \beta_t^{+}(\xi) - P_t^{PN} \beta_t^{-}(\xi) \right] \right) && \text{(2a)} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{i \in I} R_{it}(\xi) - \alpha_t = \beta_t^{+}(\xi) - \beta_t^{-}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(2b)} \\
& \sum_{i \in I} R_{it}(\xi) \geqslant \beta_t^{+}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(2c)} \\
& \beta_t^{+}(\xi) \leqslant M z_t(\xi), \quad \beta_t^{-}(\xi) \leqslant M(1 - z_t(\xi)) \quad \forall t \in T && \text{(2d)} \\
& \alpha_t^{DA} \geqslant 0, \beta_t^{+}(\xi) \geqslant 0, \beta_t^{-}(\xi) \geqslant 0, z_t(\xi) \in \{0,1\} \quad \forall t \in T && \text{(2e)}
\end{aligned}
$$

1.3 Settlement

$$
\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{t \in T} \left(P_t^{DA} \alpha_t + \mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi) \beta_t^{+}(\xi) - P_t^{PN} \beta_t^{-}(\xi) \right] \right) && \text{(3a)} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{i \in I} R_{it}(\xi) - \alpha_t^{DA} = \beta_t^{+}(\xi) - \beta_t^{-}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3b)} \\
& \sum_{i \in I} R_{it}(\xi) \geqslant \beta_t^{+}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3c)} \\
& \beta_t^{+}(\xi) \leqslant M z_t(\xi), \quad \beta_t^{-}(\xi) \leqslant M(1 - z_t(\xi)) \quad \forall t \in T && \text{(3d)} \\
& \alpha_t = \sum_{i \in I} x_{it}(\xi), \quad \beta_t^{+}(\xi) = \sum_{i \in I} e_{it}^{+}(\xi), \quad \beta_t^{-}(\xi) = \sum_{i \in I} e_{it}^{-}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3e)} \\
& R_{it}(\xi) - x_{it}(\xi) = y_{it}^{+}(\xi) - y_{it}^{-}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3f)} \\
& R_{it}(\xi) \geqslant y_{it}^{+}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3g)} \\
& y_{it}^{+}(\xi) \leqslant M z_{it}(\xi), \quad y_{it}^{-}(\xi) \leqslant M(1 - z_{it}(\xi)) \quad \forall t \in T && \text{(3h)} \\
& \sum_{j \in I, j \neq i} d_{ijt}(\xi) \leqslant y_{it}^{+}(\xi), \quad \sum_{j \in I, j \neq i} d_{jit}(\xi) \leqslant y_{it}^{-}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3i)} \\
& d_{iit}(\xi) = 0 \quad \forall t \in T && \text{(3j)} \\
& e_{it}^{+}(\xi) = y_{it}^{+}(\xi) - \sum_{j \in I, j \neq i} d_{ijt}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3k)} \\
& e_{it}^{-}(\xi) = y_{it}^{-}(\xi) - \sum_{j \in I, j \neq i} d_{jit}(\xi) \quad \forall t \in T && \text{(3l)}
\end{aligned}
$$

2 With Storage

2.1 Disaggregation

$$
\begin{aligned}
\text{max}\quad & \sum_{t\in T}\left(P_t^{DA}x_{it}+\mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi)y_{it}^{+}(\xi)-P_t^{PN}y_{it}^{-}(\xi)\right]\right) && \text{(4a)}\\
\text{s.t.}\quad & R_{it}(\xi)-x_{it}=y_{it}^{+}(\xi)-y_{it}^{-}(\xi)+z_{it}^{C}(\xi)-z_{it}^{D}(\xi) && \text{(4b)}\\
& R_{it}(\xi)\geqslant y_{it}^{+}(\xi) && \text{(4c)}\\
& z_{i,t+1}(\xi)=z_{it}(\xi)+z_{it}^{C}(\xi)-z_{it}^{D}(\xi)\quad \forall i,t && \text{(4d)}\\
& z_{it}^{D}(\xi)\leqslant z_{it}(\xi),\quad z_{it}^{C}(\xi)\leqslant K_i-z_{it}(\xi),\quad 0\leqslant z_{it}(\xi)\leqslant K_i && \text{(4e)}\\
& y_{it}^{+}(\xi)\leqslant M_1\phi_{it}^{1}(\xi),\quad y_{it}^{-}(\xi)\leqslant M_1(1-\phi_{it}^{1}(\xi)) && \text{(4f)}\\
& y_{it}^{-}(\xi)\leqslant M_1\phi_{it}^{2}(\xi),\quad z_{it}^{C}(\xi)\leqslant M_1(1-\phi_{it}^{2}(\xi)) && \text{(4g)}\\
& z_{it}^{C}(\xi)\leqslant M_1\phi_{it}^{3}(\xi),\quad z_{it}^{D}(\xi)\leqslant M_1(1-\phi_{it}^{3}(\xi)) && \text{(4h)}
\end{aligned}
$$

2.2 Aggregation with BTM storage control

$$
\begin{aligned}
\text{max}\quad & \sum_{t\in T}\left(P_t^{DA}\sum_{i\in I}x_{it}+\mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi)\sum_{i\in I}e_{it}^{+}(\xi)-P_t^{PN}\sum_{i\in I}e_{it}^{-}(\xi)\right]\right) && \text{(5a)}\\
& && \text{(5b)}\\
\text{s.t.}\quad & R_{it}(\xi)-x_{it}=y_{it}^{+}(\xi)-y_{it}^{-}(\xi)+z_{it}^{C}(\xi)-z_{it}^{D}(\xi) && \text{(5c)}\\
& R_{it}(\xi)\geqslant y_{it}^{+}(\xi) && \text{(5d)}\\
& z_{i,t+1}(\xi)=z_{it}(\xi)+z_{it}^{C}(\xi)-z_{it}^{D}(\xi) && \text{(5e)}\\
& z_{it}^{D}(\xi)\leqslant z_{it}(\xi),\quad z_{it}^{C}(\xi)\leqslant K_i-z_{it}(\xi),\quad 0\leqslant z_{it}(\xi)\leqslant K_i && \text{(5f)}\\
& e_{it}^{+}(\xi)=y_{it}^{+}(\xi)-\sum_{j\in I}d_{ijt}(\xi),\quad e_{it}^{-}(\xi)=y_{it}^{-}(\xi)-\sum_{j\in I}d_{jit}(\xi) && \text{(5g)}\\
& d_{iit}(\xi)=0 && \text{(5h)}\\
& y_{it}^{+}(\xi)\leqslant M_1\phi_{it}^{1}(\xi),\quad y_{it}^{-}(\xi)\leqslant M_1(1-\phi_{it}^{1}(\xi)) && \text{(5i)}\\
& y_{it}^{-}(\xi)\leqslant M_1\phi_{it}^{2}(\xi),\quad z_{it}^{C}(\xi)\leqslant M_1(1-\phi_{it}^{2}(\xi)) && \text{(5j)}\\
& z_{it}^{C}(\xi)\leqslant M_1\phi_{it}^{3}(\xi),\quad z_{it}^{D}(\xi)\leqslant M_1(1-\phi_{it}^{3}(\xi)) && \text{(5k)}\\
& \sum_{i\in I}e_{it}^{+}(\xi)\leqslant M_2\phi_{it}^{4}(\xi),\quad \sum_{i\in I}e_{it}^{-}(\xi)\leqslant M_2(1-\phi_{it}^{4}(\xi)) && \text{(5l)}
\end{aligned}
$$

2.3 Aggregation with direct control over storage

$$
\begin{aligned}
\text{max}\quad & \sum_{t\in T}\left(P_t^{DA}\alpha_t+\mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi)\beta_t^{+}(\xi)-P_t^{PN}\beta_t^{-}(\xi))\right]\right) && \text{(6a)}\\
\text{s.t.}\quad & \sum_{i\in I}R_{it}(\xi)-\alpha_t=\beta_t^{+}(\xi)-\beta_t^{-}(\xi)+\gamma_t^{C}(\xi)-\gamma_t^{D}(\xi)\quad \forall t && \text{(6b)}\\
& \sum_{i\in I}R_{it}(\xi)\geqslant \beta_t^{+}(\xi) && \text{(6c)}\\
& \gamma_t^{D}(\xi)\leqslant \gamma_t(\xi),\quad \gamma_t^{C}(\xi)\leqslant \sum_{i\in I}K_i-\gamma_t(\xi),\quad 0\leqslant \gamma_t(\xi)\leqslant \sum_{i\in I}K_i\quad \forall t && \text{(6d)}\\
& \gamma_{t+1}(\xi)=\gamma_t(\xi)+\gamma_t^{C}(\xi)-\gamma_t^{D}(\xi)\quad \forall t && \text{(6e)}\\
& \beta_t^{+}(\xi)\leqslant M_2\mu_t(\xi),\quad \beta_t^{-}(\xi)\leqslant M_2(1-\mu_t(\xi))\quad \forall t && \text{(6f)}\\
& \beta_t^{-}(\xi)\leqslant M_2\eta_t(\xi),\quad \gamma_t^{C}(\xi)\leqslant M_2(1-\eta_t(\xi))\quad \forall t && \text{(6g)}\\
& \gamma_t^{C}(\xi)\leqslant M_2\lambda_t(\xi),\quad \gamma_t^{D}(\xi)\leqslant M_2(1-\lambda_t(\xi))\quad \forall t && \text{(6h)}
\end{aligned}
$$

3 Individual

3.1 Aggregation with BTM storage control

$$
\begin{aligned}
\text{max} \quad & \sum_{t \in T} \left(P_t^{DA} \cdot x_{it} + \mathbb{E} \left[P_t^{RT}(\xi) \cdot y_{it}^{+}(\xi) - P_t^{PN} \cdot y_{it}^{-}(\xi) + \rho_t(d) \cdot \left(d_{it}^{+}(\xi) - d_{it}^{-}(\xi) \right) \right] \right) && \text{(7a)} \\
\text{s.t.} \quad & R_{it}(\xi) - x_{it} = y_{it}^{+}(\xi) - y_{it}^{-}(\xi) + z_{it}^{C}(\xi) - z_{it}^{D}(\xi) + d_{it}^{+}(\xi) - d_{it}^{-}(\xi) && \text{(7b)} \\
& R_{it}(\xi) \geqslant y_{it}^{+}(\xi) + d_{it}^{+}(\xi) && \text{(7c)} \\
& y_{it}^{-}(\xi) \geqslant d_{it}^{-}(\xi) && \text{(7d)} \\
& z_{i,t+1}(\xi) = z_{it}(\xi) + z_{it}^{C}(\xi) - z_{it}^{D}(\xi) && \text{(7e)} \\
& z_{it}^{D}(\xi) \leqslant z_{it}(\xi), \quad z_{it}^{C}(\xi) \leqslant K_i - z_{it}(\xi), \quad 0 \leqslant z_{it}(\xi) \leqslant K_i && \text{(7f)} \\
& y_{it}^{+}(\xi) \leqslant M\phi_{it}^{1}(\xi), \quad y_{it}^{-}(\xi) \leqslant M(1 - \phi_{it}^{1}(\xi)) && \text{(7g)} \\
& y_{it}^{-}(\xi) \leqslant M\phi_{it}^{2}(\xi), \quad z_{it}^{C}(\xi) \leqslant M(1 - \phi_{it}^{2}(\xi)) && \text{(7h)} \\
& z_{it}^{C}(\xi) \leqslant M\phi_{it}^{3}(\xi), \quad z_{it}^{D}(\xi) \leqslant M(1 - \phi_{it}^{3}(\xi)) && \text{(7i)} \\
& d_{it}^{+}(\xi) \leqslant M\phi_{it}^{4}(\xi), \quad d_{it}^{-}(\xi) \leqslant M(1 - \phi_{it}^{4}(\xi)) && \text{(7j)}
\end{aligned}
$$