# *DER Models*

*Seohyun Jang*

*May 29, 2025*

## *1 Without Storage*

### *1.1 Disaggregation*

$$\max \quad \sum_{t\in T}\left(P_t^{DA}x_{it}+\mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi)y_{it}^{+}(\xi)-P_t^{PN}y_{it}^{-}(\xi)\right]\right) \tag{1a}$$

$$\text{s.t.} \quad R_{it}(\xi)-x_{it}=y_{it}^{+}(\xi)-y_{it}^{-}(\xi) \quad \forall t\in T \tag{1b}$$

$$R_{it}(\xi)\geqslant y_{it}^{+}(\xi) \quad \forall t\in T \tag{1c}$$

$$y_{it}^{+}(\xi)\leqslant Mz_{it}(\xi), \quad y_{it}^{-}(\xi)\leqslant M(1-z_{it}(\xi)) \quad \forall t\in T \tag{1d}$$

$$x_{it}^{DA}\geqslant 0, y_{it}^{+}(\xi)\geqslant 0, y_{it}^{-}(\xi)\geqslant 0, z_{it}(\xi)\in\{0,1\} \quad \forall t\in T \tag{1e}$$

### *1.2 Aggregation*

$$\max \quad \sum_{t\in T}\left(P_t^{DA}\alpha_t+\mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi)\beta_t^{+}(\xi)-P_t^{PN}\beta_t^{-}(\xi)\right]\right) \tag{2a}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i\in I}R_{it}(\xi)-\alpha_t=\beta_t^{+}(\xi)-\beta_t^{-}(\xi) \quad \forall t\in T \tag{2b}$$

$$\sum_{i\in I}R_{it}(\xi)\geqslant \beta_t^{+}(\xi) \quad \forall t\in T \tag{2c}$$

$$\beta_t^{+}(\xi)\leqslant Mz_t(\xi), \quad \beta_t^{-}(\xi)\leqslant M(1-z_t(\xi)) \quad \forall t\in T \tag{2d}$$

$$\alpha_t^{DA}\geqslant 0, \beta_t^{+}(\xi)\geqslant 0, \beta_t^{-}(\xi)\geqslant 0, z_t(\xi)\in\{0,1\} \quad \forall t\in T \tag{2e}$$

### *1.3 Settlement*

$$\max \quad \sum_{t\in T}\left(P_t^{DA}\alpha_t+\mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi)\beta_t^{+}(\xi)-P_t^{PN}\beta_t^{-}(\xi)\right]\right) \tag{3a}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i\in I}R_{it}(\xi)-\alpha_t^{DA}=\beta_t^{+}(\xi)-\beta_t^{-}(\xi) \quad \forall t\in T \tag{3b}$$

$$\sum_{i\in I}R_{it}(\xi)\geqslant \beta_t^{+}(\xi) \quad \forall t\in T \tag{3c}$$

$$\beta_t^{+}(\xi)\leqslant Mz_t(\xi), \quad \beta_t^{-}(\xi)\leqslant M(1-z_t(\xi)) \quad \forall t\in T \tag{3d}$$

$$\alpha_t=\sum_{i\in I}x_{it}(\xi), \quad \beta_t^{+}(\xi)=\sum_{i\in I}e_{it}^{+}(\xi), \quad \beta_t^{-}(\xi)=\sum_{i\in I}e_{it}^{-}(\xi) \quad \forall t\in T \tag{3e}$$

$$R_{it}(\xi)-x_{it}(\xi)=y_{it}^{+}(\xi)-y_{it}^{-}(\xi) \quad \forall t\in T \tag{3f}$$

$$R_{it}(\xi)\geqslant y_{it}^{+}(\xi) \quad \forall t\in T \tag{3g}$$

$$y_{it}^{+}(\xi)\leqslant Mz_{it}(\xi), \quad y_{it}^{-}(\xi)\leqslant M(1-z_{it}(\xi)) \quad \forall t\in T \tag{3h}$$

$$\sum_{j\in I,j\neq i}d_{ijt}(\xi)\leqslant y_{it}^{+}(\xi), \quad \sum_{j\in I,j\neq i}d_{jit}(\xi)\leqslant y_{it}^{-}(\xi) \quad \forall t\in T \tag{3i}$$

$$d_{iit}(\xi)=0 \quad \forall t\in T \tag{3j}$$

$$e_{it}^{+}(\xi)=y_{it}^{+}(\xi)-\sum_{j\in I,j\neq i}d_{ijt}(\xi) \quad \forall t\in T \tag{3k}$$

$$e_{it}^{-}(\xi)=y_{it}^{-}(\xi)-\sum_{j\in I,j\neq i}d_{jit}(\xi) \quad \forall t\in T \tag{3l}$$

# 2 With Storage

## 2.1 Disaggregation

$$\max \quad \sum_{t\in T}\left(P_t^{DA}x_{it}+\mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi)y_{it}^{+}(\xi)-P_t^{PN}y_{it}^{-}(\xi)\right]\right) \tag{4a}$$

$$\text{s.t.} \quad R_{it}(\xi)-x_{it}=y_{it}^{+}(\xi)-y_{it}^{-}(\xi)+z_{it}^{C}(\xi)-z_{it}^{D}(\xi) \tag{4b}$$

$$R_{it}(\xi)\geqslant y_{it}^{+}(\xi) \tag{4c}$$

$$z_{i,t+1}(\xi)=z_{it}(\xi)+z_{it}^{C}(\xi)-z_{it}^{D}(\xi) \quad \forall i,t \tag{4d}$$

$$z_{it}^{D}(\xi)\leqslant z_{it}(\xi), \quad z_{it}^{C}(\xi)\leqslant K_i-z_{it}(\xi), \quad 0\leqslant z_{it}(\xi)\leqslant K_i \tag{4e}$$

$$y_{it}^{+}(\xi)\leqslant M_1\phi_{it}^{1}(\xi), \quad y_{it}^{-}(\xi)\leqslant M_1(1-\phi_{it}^{1}(\xi)) \tag{4f}$$

$$y_{it}^{-}(\xi)\leqslant M_1\phi_{it}^{2}(\xi), \quad z_{it}^{C}(\xi)\leqslant M_1(1-\phi_{it}^{2}(\xi)) \tag{4g}$$

$$z_{it}^{C}(\xi)\leqslant M_1\phi_{it}^{3}(\xi), \quad z_{it}^{D}(\xi)\leqslant M_1(1-\phi_{it}^{3}(\xi)) \tag{4h}$$

## 2.2 Aggregation with BTM storage control

$$\max \quad \sum_{t\in T}\left(P_t^{DA}\sum_{i\in I}x_{it}+\mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi)\sum_{i\in I}e_{it}^{+}(\xi)-P_t^{PN}\sum_{i\in I}e_{it}^{-}(\xi)\right]\right) \tag{5a}$$

$$\tag{5b}$$

$$\text{s.t.} \quad R_{it}(\xi)-x_{it}=y_{it}^{+}(\xi)-y_{it}^{-}(\xi)+z_{it}^{C}(\xi)-z_{it}^{D}(\xi) \tag{5c}$$

$$R_{it}(\xi)\geqslant y_{it}^{+}(\xi) \tag{5d}$$

$$z_{i,t+1}(\xi)=z_{it}(\xi)+z_{it}^{C}(\xi)-z_{it}^{D}(\xi) \tag{5e}$$

$$z_{it}^{D}(\xi)\leqslant z_{it}(\xi), \quad z_{it}^{C}(\xi)\leqslant K_i-z_{it}(\xi), \quad 0\leqslant z_{it}(\xi)\leqslant K_i \tag{5f}$$

$$e_{it}^{+}(\xi)=y_{it}^{+}(\xi)-\sum_{j\in I}d_{ijt}(\xi), \quad e_{it}^{-}(\xi)=y_{it}^{-}(\xi)-\sum_{j\in I}d_{jit}(\xi) \tag{5g}$$

$$d_{iit}(\xi)=0 \tag{5h}$$

$$y_{it}^{+}(\xi)\leqslant M_1\phi_{it}^{1}(\xi), \quad y_{it}^{-}(\xi)\leqslant M_1(1-\phi_{it}^{1}(\xi)) \tag{5i}$$

$$y_{it}^{-}(\xi)\leqslant M_1\phi_{it}^{2}(\xi), \quad z_{it}^{C}(\xi)\leqslant M_1(1-\phi_{it}^{2}(\xi)) \tag{5j}$$

$$z_{it}^{C}(\xi)\leqslant M_1\phi_{it}^{3}(\xi), \quad z_{it}^{D}(\xi)\leqslant M_1(1-\phi_{it}^{3}(\xi)) \tag{5k}$$

$$\sum_{i\in I}e_{it}^{+}(\xi)\leqslant M_2\phi_{t}^{4}(\xi), \quad \sum_{i\in I}e_{it}^{-}(\xi)\leqslant M_2(1-\phi_{t}^{4}(\xi)) \tag{5l}$$

## 2.3 Aggregation with direct control over storage

$$\max \quad \sum_{t\in T}\left(P_t^{DA}\alpha_t+\mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi)\beta_t^{+}(\xi)-P_t^{PN}\beta_t^{-}(\xi))\right]\right) \tag{6a}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i\in I}R_{it}(\xi)-\alpha_t=\beta_t^{+}(\xi)-\beta_t^{-}(\xi)+\gamma_t^{C}(\xi)-\gamma_t^{D}(\xi) \quad \forall t \tag{6b}$$

$$\sum_{i\in I}R_{it}(\xi)\geqslant \beta_t^{+}(\xi) \tag{6c}$$

$$\gamma_t^{D}(\xi)\leqslant \gamma_t(\xi), \quad \gamma_t^{C}(\xi)\leqslant \sum_{i\in I}K_i-\gamma_t(\xi), \quad 0\leqslant \gamma_t(\xi)\leqslant \sum_{i\in I}K_i \quad \forall t \tag{6d}$$

$$\gamma_{t+1}(\xi)=\gamma_t(\xi)+\gamma_t^{C}(\xi)-\gamma_t^{D}(\xi) \quad \forall t \tag{6e}$$

$$\beta_t^{+}(\xi)\leqslant M_2\mu_t(\xi), \quad \beta_t^{-}(\xi)\leqslant M_2(1-\mu_t(\xi)) \quad \forall t \tag{6f}$$

$$\beta_t^{-}(\xi)\leqslant M_2\eta_t(\xi), \quad \gamma_t^{C}(\xi)\leqslant M_2(1-\eta_t(\xi)) \quad \forall t \tag{6g}$$

$$\gamma_t^{C}(\xi)\leqslant M_2\lambda_t(\xi), \quad \gamma_t^{D}(\xi)\leqslant M_2(1-\lambda_t(\xi)) \quad \forall t \tag{6h}$$

# 3 Individual

## 3.1 Same Internal Price

$$\max \quad \sum_{t\in T}\left(P_t^{DA}\cdot x_{it}+\mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi)\cdot y_{it}^{+}(\xi)-P_t^{PN}\cdot y_{it}^{-}(\xi)+\rho_t(d)\cdot\left(d_{it}^{+}(\xi)-d_{it}^{-}(\xi)\right)\right]\right) \tag{7a}$$

$$\text{s.t.} \quad R_{it}(\xi)-x_{it}=y_{it}^{+}(\xi)-y_{it}^{-}(\xi)+z_{it}^{C}(\xi)-z_{it}^{D}(\xi)+d_{it}^{+}(\xi)-d_{it}^{-}(\xi) \tag{7b}$$

$$R_{it}(\xi)\geqslant y_{it}^{+}(\xi)+d_{it}^{+}(\xi) \tag{7c}$$

$$y_{it}^{-}(\xi)\geqslant d_{it}^{-}(\xi) \tag{7d}$$

$$z_{i,t+1}(\xi)=z_{it}(\xi)+z_{it}^{C}(\xi)-z_{it}^{D}(\xi) \tag{7e}$$

$$z_{it}^{D}(\xi)\leqslant z_{it}(\xi),\quad z_{it}^{C}(\xi)\leqslant K_i-z_{it}(\xi),\quad 0\leqslant z_{it}(\xi)\leqslant K_i \tag{7f}$$

$$y_{it}^{+}(\xi)\leqslant M\phi_{it}^{1}(\xi),\quad y_{it}^{-}(\xi)\leqslant M(1-\phi_{it}^{1}(\xi)) \tag{7g}$$

$$y_{it}^{-}(\xi)\leqslant M\phi_{it}^{2}(\xi),\quad z_{it}^{C}(\xi)\leqslant M(1-\phi_{it}^{2}(\xi)) \tag{7h}$$

$$z_{it}^{C}(\xi)\leqslant M\phi_{it}^{3}(\xi),\quad z_{it}^{D}(\xi)\leqslant M(1-\phi_{it}^{3}(\xi)) \tag{7i}$$

$$d_{it}^{+}(\xi)\leqslant M\phi_{t}^{4}(\xi),\quad d_{it}^{-}(\xi)\leqslant M(1-\phi_{t}^{4}(\xi)) \tag{7j}$$

## 3.2 Different Internal Price

$$\max \quad \sum_{t\in T}\left(P_t^{DA}\cdot x_{it}+\mathbb{E}\left[P_t^{RT}(\xi)\cdot y_{it}^{+}(\xi)-P_t^{PN}\cdot y_{it}^{-}(\xi)+\rho_t^{+}(d)\cdot d_{it}^{+}(\xi)-\rho_t^{-}(d)\cdot d_{it}^{-}(\xi)\right]\right) \tag{8a}$$

$$\text{s.t.} \quad R_{it}(\xi)-x_{it}=y_{it}^{+}(\xi)-y_{it}^{-}(\xi)+z_{it}^{C}(\xi)-z_{it}^{D}(\xi)+d_{it}^{+}(\xi)-d_{it}^{-}(\xi) \tag{8b}$$

$$R_{it}(\xi)\geqslant y_{it}^{+}(\xi)+d_{it}^{+}(\xi) \tag{8c}$$

$$y_{it}^{-}(\xi)\geqslant d_{it}^{-}(\xi) \tag{8d}$$

$$z_{i,t+1}(\xi)=z_{it}(\xi)+z_{it}^{C}(\xi)-z_{it}^{D}(\xi) \tag{8e}$$

$$z_{it}^{D}(\xi)\leqslant z_{it}(\xi),\quad z_{it}^{C}(\xi)\leqslant K_i-z_{it}(\xi),\quad 0\leqslant z_{it}(\xi)\leqslant K_i \tag{8f}$$

$$y_{it}^{+}(\xi)\leqslant M\phi_{it}^{1}(\xi),\quad y_{it}^{-}(\xi)\leqslant M(1-\phi_{it}^{1}(\xi)) \tag{8g}$$

$$y_{it}^{-}(\xi)\leqslant M\phi_{it}^{2}(\xi),\quad z_{it}^{C}(\xi)\leqslant M(1-\phi_{it}^{2}(\xi)) \tag{8h}$$

$$z_{it}^{C}(\xi)\leqslant M\phi_{it}^{3}(\xi),\quad z_{it}^{D}(\xi)\leqslant M(1-\phi_{it}^{3}(\xi)) \tag{8i}$$

$$d_{it}^{+}(\xi)\leqslant M\phi_{t}^{4}(\xi),\quad d_{it}^{-}(\xi)\leqslant M(1-\phi_{t}^{4}(\xi)) \tag{8j}$$