Lars
David
Jonah

3) $E = T + V = \frac{1}{2} m v^2 + m g h$

$$v = \dot{r} = \frac{d(l\varphi)}{dt} = l\dot{\varphi}$$

$$h = l(1-\cos\varphi)$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\varphi}^2 + m g l (1-\cos\varphi)$$ ✓

$$V_{max} = V(\varphi_0) = mgl(1-\cos\varphi_0) = E(\varphi_0) = E$$ ✓

Da Energieerhaltung gilt, wird die Energie immer diesen Wert annehmen.

$$\Rightarrow mgl(1-\cos\varphi_0) = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\varphi}^2 + mgl(1-\cos\varphi)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2g}{l}(1-\cos\varphi_0 - 1 + \cos\varphi) = \dot{\varphi}^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\varphi}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2g}{l}(\cos\varphi - \cos\varphi_0)}$$

$$\Leftrightarrow dt = \pm\frac{1}{\sqrt{\frac{2g}{l}(\cos\varphi-\cos\varphi_0)}}\, d\varphi \quad \Big|\int$$

$$t = \int \frac{1}{\sqrt{\frac{2g}{l}(\cos\varphi - \cos\varphi_0)}}\, d\varphi \quad \Big|\text{ da negative Zeiten keinen Sinn ergeben}$$

Integrationsgrenzen!

$$\Big|\cos\varphi = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$t = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l}{g}} \int \frac{1}{\sqrt{\sin^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}}\, d\varphi \quad \Big|\text{ kleine } \varphi: \sin\varphi \approx \varphi$$

$$\Rightarrow \text{für kleine } \varphi_0: \quad t = \frac{1}{2} \cdot 2 \int \frac{1}{\sqrt{\varphi_0^2 - \varphi^2}}\, d\varphi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\text{Ausw.}: \quad t_{Per.} = 4\sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^{\varphi_0} \frac{1}{\sqrt{\varphi_0^2 - \varphi^2}}\, d\varphi$$

$$= 4\sqrt{\frac{l}{g}} \left[\arctan \frac{\varphi}{\sqrt{\varphi_0^2 - \varphi^2}}\right]_0^{\varphi_0}$$

$$= 4\sqrt{\frac{l}{g}} \left(\arctan\left(\frac{\varphi_0}{0}\right) - \arctan 0\right)$$

:(

$$= 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$