Jonas
David
Lars

Aufgabe 12

Der einfachheit halber rechnen wir im cgs-System mit $c=1$ ok :)

a)

$$x: \quad L = \frac{m}{2}\dot{x}^2 + e\phi - e\,\dot{x}\cdot A_x$$

(x-Komponente)

$\mathcal{L}$ ist ein Skalar ↯

f, da $\frac{\partial\sqrt{\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2}}{\partial\dot{x}} \neq \dot{x}\cdot 2$

$$\Rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} - e A_x \text{ ff} \Rightarrow \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}} = m\ddot{x} - e\dot{A}_x \text{ ff}$$

entsprechend viele Folgefehler :C

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = e\frac{\partial \phi}{\partial x} - e\left(\dot{x}\frac{\partial A_x}{\partial x} + \dot{y}\frac{\partial A_y}{\partial x} + \dot{z}\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)$$

Woher kommt das jetzt? ...

$$\Rightarrow m\ddot{x} - e\dot{A}_x - e\frac{\partial \phi}{\partial x} + e\left(\dot{x}\frac{\partial A_x}{\partial x} + \dot{y}\frac{\partial A_y}{\partial x} + \dot{z}\frac{\partial A_z}{\partial x}\right) \text{"}=0$$

$$E_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial t} \quad (\checkmark)$$

$$\left[\begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\\ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\\ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\end{pmatrix}\right]_x = (\dot{\vec{r}} \times \vec{B})_x = \dot{y}\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right) - \dot{z}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) \quad (\checkmark)$$

x

$$\Rightarrow m\ddot{x} \text{"}={}\text{"} e(\vec{E} + \dot{\vec{r}} \times \vec{B})_x - e\dot{A}_x + e\frac{\partial A_x}{\partial t} + e\Big(\dot{x}\frac{\partial A_x}{\partial x} + \dot{y}\frac{\partial A_y}{\partial x}$$

$$+ \dot{z}\frac{\partial A_z}{\partial x} - \dot{y}\frac{\partial A_y}{\partial x} - \dot{z}\frac{\partial A_z}{\partial x} + \dot{y}\frac{\partial A_x}{\partial y} + \dot{z}\frac{\partial A_x}{\partial z}\Big) = 0 \quad \text{ff}$$

$$\Rightarrow m\ddot{x} \text{"}={}\text{"} e(\vec{E}_x + \dot{\vec{r}} \times \vec{B}) + e\underbrace{\left(-\dot{A}_x + \frac{\partial A_x}{\partial t} + \dot{x}\frac{\partial A_x}{\partial x} + \dot{y}\frac{\partial A_y}{\partial y} + \dot{z}\frac{\partial A_z}{\partial z}\right)}_{=0}$$

?

Das ist nur ein Term

$$\Rightarrow m\ddot{x} \text{"}={}\text{"} e(\vec{E} + \dot{\vec{r}} \times \vec{B})_x$$

$$\Rightarrow m\ddot{x} \text{"}={}\text{"} e(\vec{E} + \dot{\vec{r}} \times \vec{B}) \Rightarrow m\ddot{x} = -e(\vec{E} + \dot{\vec{r}} \times \vec{B})$$

$= \text{Lorentzkraft}$

njoa, das sollte da rauskommen.