

Nr. 1 $\vec{F}_{\text{Kons}} \cdot \dot{\vec{r}} = - \frac{dU(\vec{r}(t))}{dt} = - \vec{\nabla} U \cdot \dot{\vec{r}}$

a) 2. NA: $m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$

$$\Rightarrow \vec{F} \cdot \dot{\vec{r}} = m\ddot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} = - \frac{dU}{dt}$$

$$\Rightarrow \int m\ddot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}} dt = -U \Rightarrow \frac{1}{2} m \dot{\vec{r}}^2 + C = -U \quad (\text{Kettenregel})$$

$$\Rightarrow T + U = -C = \text{const.} \quad \checkmark$$

b) $\vec{F}_{\text{Kons}} = - \vec{\nabla} U(\vec{r}) + \dot{\vec{r}} \times \vec{B}(\vec{r}, t)$

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{Kons}} \cdot \dot{\vec{r}} = - \vec{\nabla} U(\vec{r}) \cdot \dot{\vec{r}} + \underbrace{(\dot{\vec{r}} \times \vec{B}(\vec{r}, t)) \cdot \dot{\vec{r}}}_{=0}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{Kons}} \cdot \dot{\vec{r}} = - \vec{\nabla} U(\vec{r}) \cdot \dot{\vec{r}} \quad (\text{s.o.}) \quad (\text{"und nur diese" fehlt})$$

c) konservativ: Gravitationskraft, \vec{E} -Feld^{keine Kraft}, Coulombkraft

nicht konservativ: \vec{B} -Feld, Lorentzkraft \vec{f} , siehe b)

3/5