KET Nr. 1 a) $M = \sum_i M_i$ Was beschreibt die Formel? wie genau?

M_1 und M_2 beschreiben die Massen der Nukleonen und ~~Elektronen~~, M_3 beschreibt die Kräfte, die auf die inneren Nukleonen wirken und ist proportional zum Volumen des Kerns. ⇒ Energie Wie genau?
M_4 berücksichtigt die Kräfte, die an der Oberfläche des Kerns auf die äußeren Nukleonen wirken.
M_5 beschreibt die Coulombkräfte zwischen den Protonen, die den Kern auseinanderdrücken.
Mit M_6 wird die Symmetrie zwischen den Nukleonen berücksichtigt.
M_7 beschreibt, dass die Nukleonen sich in Paaren von Neutron-Proton zusammentun. M_7 hängt deswegen davon ab, ob Z und N gerade oder ungerade sind.

M_1: Z Protonen im Kern und ~~Z Elektronen~~ $\rightarrow M_1 = Z \cdot m_H$

M_2: $N = A - Z$ Neutronen im Kern $\rightarrow M_2 = (A-Z)\, m_n$

M_3: $M \sim V \sim A \rightarrow M_3 = -a_V A$ Verstanden?

M_4: $M \sim O \sim A^{2/3}$ (Oberfläche) $\rightarrow M_4 = a_O A^{2/3}$

M_5: Abstoßung zwischen Protonen $\rightarrow M_5 = a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}}$

2P

M_6: Symmetrien $\sim V \rightarrow M_6 = a_A \frac{(Z-N)^2}{A} = a_A \frac{(2Z-A)^2}{A}$

M_7: Nukleon-Nukleon-Paare $\rightarrow M_7 = a_P A^{-1/2}$

b) A ungerade $\rightarrow a_P = 0 \Rightarrow M = \sum_{i=1}^{6} M_i$

$$\frac{\partial M}{\partial Z} = m_H - m_n + 2 a_C Z A^{-1/3} + 4 a_A \frac{(2Z-A)}{A} \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow Z\left(a_C A^{-1/3} + \frac{2a_A}{A}\right) = \frac{m_n - m_H}{2} + 2a_A$$

$$\Rightarrow Z = \frac{\frac{m_n - m_H}{2} + 2a_A}{\frac{a_C}{A^{1/3}} + \frac{2a_A}{A}} = \frac{A\left(\frac{m_n - m_H}{2} + 2a_A\right)}{a_C A^{2/3} + 2a_A}$$

$$= \frac{A}{1{,}98 + 0{,}015 A^{2/3}}$$

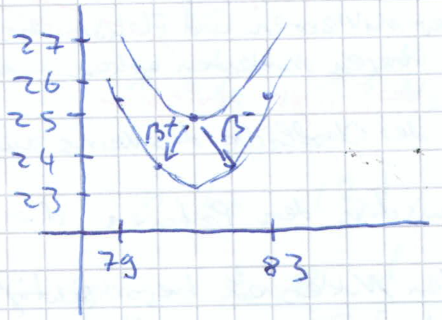
$\rightarrow$ ungerade $\Rightarrow$ M ist eine Parabel $\rightarrow$ ein stabiler Kern am Tiefpunkt. 1P

c) A gerade $\Rightarrow$ 2 Parabeln $A = 204$

$$M(Z) = Z^2 (a_C A^{-1/3} + 4a_A A^{-1}) + Z(m_H - m_n - 4a_A)$$
$$+ A m_n - a_V A + a_O A^{2/3} + A a_A \pm |a_P| A^{-1/2}$$
$$= Z^2 \cdot 0{,}5725 - Z \cdot 92{,}7823 + 19378{,}5316 \pm 0{,}7912$$

... kann sein

$(M - 1{,}9 \cdot 10^5)/\mathrm{MeV}$



d) $(M - 1{,}023 \cdot 10^5)/\mathrm{MeV}$

x $^{204}_{81}\mathrm{Tl}$ Mögliche Zerfälle:

$\beta^- \rightarrow {}^{204}_{82}\mathrm{Pb}$ (✓)

$\beta^+/\varepsilon \rightarrow {}^{204}_{80}\mathrm{Hg}$ (✓) 3P

x $^{110}_{46}\mathrm{Pd}$: stabil

$M(Z) = Z^2 \cdot 0{,}9856 - Z \cdot 92{,}7823$

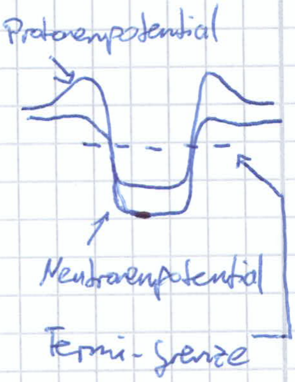
$+ 104562{,}8849 \pm 1{,}0774$

2P

8P

$^{110}_{46}\mathrm{Pd} \xrightarrow{2\beta} {}^{110}_{48}\mathrm{Cd}$

KET 2a) Das Schalenmodell beruht auf quantenmechanischen Gesetzmäßigkeiten und nutzt die Drehimpulsquantisierung um ähnlich wie beim Elektronen-Schalenmodell den Kern in Schalen einzuteilen, welche den einzelnen Energieniveaus entsprechen.
Dabei wird das Kernpotential nicht durch eine zentrale Quelle erzeugt, sondern es entsteht aus der Wechselwirkung der Nukleonen untereinander.



Die einzelnen Schalen werden nach dem Pauli-Prinzip aufgefüllt, welches besagt, dass in keinem Zustand alle ~~Drehimpuls~~ Quantenzahlen übereinstimmen dürfen.
Im Unterschied zum Elektronen-Schalenmodell besteht der Kern aus zwei Nukleonen, dem Neutron und dem Proton, dessen Potential höher ist als das des Neutrons, wobei die Fermi-Grenze gleich bleibt. Dies ist in der Coulomb-Wechselwirkung der Protonen begründet, welche zu einem zusätzlichen Term im Potential führen.
Im Gegensatz zur Bethe-Weizsäcker-Formel können mit diesem Modell die „magischen" Zahlen erklärt werden, bei denen die Kerne besonders stabil sind.
Die magischen Zahlen sind eben jene, bei denen eine Schale komplett gefüllt ist (es existieren keine ~~komplett~~ unkomplettierten Schalen). Sind sowohl für die Protonen als auch für die Neutronen diese Bedingungen erfüllt, spricht man von doppelt magischen Zahlen (im gleichen Kern)

1,5P

b) Die Parität der einzelnen Teilchen / Nukleonen berechnet sich durch $(-1)^l$, wobei l die "Bahndrehimpuls" quantenzahl ist.
Bei mehreren Nukleonen werden die Paritäten aufmultipliziert
⇒ gerade Anzahl Nukleonen ⇒ Parität +1
Zudem wird davon ausgegangen, dass bei gerader Anzahl Nukleonen diese Paare bilden, sodass sich der Gesamtspin zu 0 weghebt.
⇒ Es muss nur das "letzte" Teilchen ~~mit~~ bei ungerader Nukleonenzahl betrachtet werden.
Das "letzte" ist dabei das Nukleon mit der höchsten Energie. Dabei wird zwischen Protonenzahl Z und Neutronenzahl N unterschieden:

$^{15}N \Rightarrow Z=7, N=8 \Rightarrow$ betrachte $Z=7 \Rightarrow p\frac{1}{2}$-Zustand
$\Rightarrow l=1 \Rightarrow$ ~~positive~~ Parität ist negativ $\Rightarrow \frac{1}{2}^-$

$^{27}Mg \Rightarrow Z=12, N=15 \Rightarrow$ betrachte $N=15 \Rightarrow s\frac{1}{2}$-Zustand
$\Rightarrow l=0 \Rightarrow$ positive Parität $\Rightarrow \frac{1}{2}^+$

$\sum 8+4,5 = 12,5P$

$^{41}K \Rightarrow Z=19, N=22 \Rightarrow$ betrachte $Z=19 \Rightarrow d\frac{3}{2}$-Zustand
$\Rightarrow l=2 \Rightarrow$ positive Parität $\Rightarrow \frac{3}{2}^+$

$^{47}Ca \Rightarrow Z=20, N=27 \Rightarrow$ betrachte $N=27 \Rightarrow f\frac{7}{2}$-Zustand
$\Rightarrow l=3 \Rightarrow$ negative Parität $\Rightarrow \frac{7}{2}^-$

$^{167}Er \Rightarrow Z=68, N=99 \Rightarrow$ betrachte $N=99 \Rightarrow h\,9/2$-Zustand
$\Rightarrow l=5 \Rightarrow$ negative Parität $\Rightarrow \frac{9}{2}^-$

$^{207}Pb \Rightarrow Z=82, N=125 \Rightarrow$ betrachte $N=125 \Rightarrow p\frac{1}{2}$-Zustand
$\Rightarrow l=1 \Rightarrow$ negative Parität $\Rightarrow \frac{1}{2}^-$

4,5P

⇒ Abweichungen bei ^{167}Er, ~~[illegible]~~ mit $h\frac{9}{2}$ Zst. Wie in der Abbildung zu sehen ist der h-Zustand bei den Neutronen nach unten verschoben (durch Spin-Bahn-Kopplung) und überlappt mit dem $f\frac{7}{2}$-Zustand.

3P

^{15}N : 7 p, ~~8 n~~

$\downarrow$

$1s^2_{1/2}$, $1p^4_{3/2}$, $1p^1_{1/2}$ $\rightarrow$ Spin $1/2$

$n. \, {}^{2s+1}L_s$ (?)

$$L = \frac{s \quad p \quad d \quad f \quad g \quad h \quad i}{0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6}$$

$\pi = (-1)^l$