Lars Jonah David Yasch (?)

1a) $1 \to 2$ isotherme Expansion: $T = const = T_2$

Arbeit $W_{12} = -\int_{V_1}^{V_2} p\,dV = -\int_{V_1}^{V_2} N k_B T_2 \frac{dV}{V} = N k_B T_2 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$ wird vom Gas abgegeben und die Wärme $Q_{12} = -W_{12} = N k_B T_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$ aufgenommen

$2 \to 3$ isochore Druckminderung $\to$ Abkühlung: $V = const \to dV = 0$ $\Rightarrow W_{23} = 0$

$dU = dQ = c_V\, dT \to Q_{23} = c_V (T_2 - T_1)$

keine Arbeit wird verrichtet, Q_{23} wird abgegeben

$3 \to 4$ isotherme Kompression: $T = const = T_1$

$\Rightarrow W_{34} = -\int_{V_2}^{V_1} N k_B T_1 \frac{dV}{V} = N k_B T_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -N k_B T_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$

wird vom Gas aufgenommen, $Q_{34} = -W_{34} = N k_B T_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$ abgeg.

$4 \to 1$ isochore Druckerhöhung: $V = const$, $dV = 0 \to W_{41} = 0$

$Q_{41} = c_V (T_1 - T_2)$ wird aufgenommen

b) $W_{Ges} = \sum_i W_i = N k_B \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)(T_2 - T_1)$

c) $\eta = \frac{|W_{Ges}|}{Q_{12} + Q_{41}} = \frac{N k_B \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)(T_2 - T_1)}{N k_B \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) T_2 - c_V (T_2 - T_1)}$

d) $V_2 \gg V_1$, $T_2 - T_1 \ll 1 \Rightarrow N k_B \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \gg c_V (T_2 - T_1)$

da!

$\Rightarrow \eta = \frac{N k_B \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{N k_B \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} \frac{T_2 - T_1}{T_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = \eta_{carnot}$

4 :)

sehr gut!

Blatt 6

A1	A2	A3	A4	Ges
4	3	4	3	14

TE

4

3a) $\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta h}{T\Delta v}$ $\quad v = \frac{V}{N} \quad \Delta v = v_g - v_{fl} \approx v_g$

v_g ideal $\rightarrow v_g = \frac{k_B T}{p} \quad \Delta h = const$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dT} = \frac{l p}{k_B T^2} \Leftrightarrow \frac{dp}{p} = \frac{l}{k_B T^2}\, dT \quad \Big| \int$$

$$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = \frac{l}{k_B}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)$$

$$\Leftrightarrow p = p_0 \exp\left(\frac{l(T-T_0)}{k_B T_0 T}\right)$$

b) $l = 2257 \frac{kJ}{kg} = 40,8 \frac{kJ}{mol}$

c) $p_0 = 101{,}3\,kPa$ $\quad p_{ME} = 32\,kPa$
$T_0 = 373{,}15\,K$

$$\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = \frac{l}{k_B}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right) \Leftrightarrow T = -\left(\frac{k_B}{l}\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) - \frac{1}{T_0}\right)^{-1}$$

$$\Rightarrow T_{ME} = 343{,}40\,K \approx 70\,°C$$

3

4) a) $\left(\frac{dp}{dT_{schmelz}}\right)^{-1} = \frac{dT_{schmelz}}{dp} = \frac{T\Delta v}{l}$

1.5

$\Delta v = v_{flüss} - v_{gas}$
Differenz der molaren Volumina
→ es gilt $v_{mol} = \frac{M\,[g/mol]}{\rho\,[g/cm^3]} = v_{mol}\left[\frac{cm^3}{mol}\right]$
also $\Delta v = M\left(\frac{1}{\rho_{flüss}} - \frac{1}{\rho_{gas}}\right)$

mit $\boxed{\Delta v = \frac{1}{\Delta \rho}} = -\frac{1}{0{,}083} \frac{cm^3}{g}$

und $L = 335 \frac{J}{g}$ $\quad l = LM$

und T in K

$$\frac{dT_{schmelz}}{dp} = -\frac{1}{335 \cdot 0{,}083} \frac{cm^3 K}{J} = -3{,}6 \cdot 10^{-8} \frac{K}{Pa}$$ f

$\left(\frac{dT_{schmelz}}{dp}\right)_{exp} = -7{,}37 \cdot 10^{-8} \frac{K}{Pa}$ liegt zwar in der gleichen Größenordnung unterscheidet sich aber um ein Faktor 2. Dieser kommt (vermutlich) dadurch zustande, dass die Formel mit idealen Annahmen berechnet wurde (ff)

$$T_s(p) = -7{,}37 \cdot 10^{-8} \frac{K}{Pa}\, p + c$$

TUS Nr. 2 a) 0,5

3

$$\Gamma_{fe} < \Gamma_{tr} \overset{def.}{\Leftrightarrow} -\left(\frac{dT}{dz}\right)_{fe} < -\left(\frac{dT}{dz}\right)_{tr} \Leftrightarrow \left(\frac{dT}{dz}\right)_{fe} > \left(\frac{dT}{dz}\right)_{tr} \; !$$

was ist das?

(Fehler in Aufgabenstellung)

sorry

$\Rightarrow$ die feuchtadiabatische Abkühlung ist geringer / langsamer als die trockenadiabatische.

Dies ist durch die latente Wärme zu begründen, die bei der Kondensation des Wassers frei wird und der Abkühlung entgegenwirkt. ✓

ja habt ihr genau genommen recht :)

b) 1

$$dQ = 0 \Rightarrow dU = -p\,dV = c_v\,dT$$

$$pV = RT \Rightarrow dV = \frac{\partial V}{\partial T}dT + \frac{\partial V}{\partial p}dp = \frac{R}{p}dT - \frac{RT}{p^2}dp$$

$$\Rightarrow -R\,dT + \frac{RT}{p}dp = c_v\,dT \Rightarrow \frac{RT}{p}dp = (c_v + R)\,dT = c_p\,dT$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dp} = \frac{RT}{pc_p} \qquad \frac{dp}{dz} = -p\frac{Mg}{RT} = -\frac{M}{V}g$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dT}{dz}\right)_{tr} = \frac{dT}{dp}\frac{dp}{dz} = -\frac{Mg}{c_p} \checkmark = -\frac{g}{c_p'} \qquad \left(c_p' = \frac{c_p}{M}\right)$$

c) 1

$$dQ = -LV\frac{d\rho_{w,satt}}{dT}dT = c_v\,dT + p\,dV \overset{\text{wie in b)}}{=} c_v\,dT + R\,dT - \frac{RT}{p}dp$$

$$\Rightarrow \left(c_p + LV\frac{d\rho_{w,satt}}{dT}\right)dT = \frac{RT}{p}dp$$

analog zu b)

$$\Rightarrow \left(\frac{dT}{dz}\right)_{fe} = -\frac{Mg}{c_p + LV\frac{d\rho_{w,satt}}{dT}} \checkmark$$

Anderer Ansatz, da $\frac{d\rho_{w,satt}}{dT}$ blöd: ihr habt ja Hinweise in der Aufgabenstellung um das zu berechnen

$$dq = -\ell V\,d\rho_{w,satt} = c_p'\,dT - \frac{RT}{p}dp \quad ; \quad d\rho_{w,satt} = \left.\frac{\partial \rho_{w,satt}}{\partial T}\right|_p dT + \left.\frac{\partial \rho_{w,satt}}{\partial p}\right|_T dp$$

$$\Rightarrow -\ell V\left(\left.\frac{\partial \rho_{w,satt}}{\partial T}\right|_p dT + \left.\frac{\partial \rho_{w,satt}}{\partial p}\right|_T dp\right) = c_p'\,dT - \frac{RT}{p}dp$$

$$\Rightarrow \left(c_p' + \ell V\frac{\partial \rho_{w,satt}}{\partial T}\right)dT = \left(\frac{RT}{p} + \ell V\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)dp$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dp} = \frac{\frac{RT}{p} + \ell V\frac{\partial \rho_{w,satt}}{\partial p}}{c_p' + \ell V\frac{\partial \rho_{w,satt}}{\partial T}} \qquad \frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{m_w}{R_mT} = \frac{\rho}{p} \quad \left(\rho = \frac{m_w}{V} = \frac{m_w}{RT}p\right)$$

joah

$$\Rightarrow \frac{dT}{dp} = \frac{RT}{pc_p'}\,\frac{1 + \ell\frac{\rho_{w,satt}}{p}}{1 + \frac{\ell V}{c_p'}\frac{\partial \rho}{\partial T}} = \frac{RT}{pc_p'}\,\frac{1 + \ell\frac{\rho_{w,satt}}{p}}{1 + \frac{\ell'\rho_{w,satt}}{c_p' p_{w,satt}\cdot T}}$$

$$\frac{\partial \rho_{w,satt}}{\partial T} = \frac{\rho_{w,satt}\,\ell'}{p_{w,satt}\,TV} = \frac{m_w\,\ell'}{R_mT^2V}$$

$$= \frac{\partial \rho_{w,satt}}{\partial p_{w,satt}}\frac{dp_{w,satt}}{dT}$$

was bleibt konstant beim ableiten?

$$\Rightarrow \left(\frac{dT}{dz}\right)_{fe} = \frac{dT}{dp}\frac{dp}{dz} \quad \text{mit} \quad \frac{dp}{dz} = -g\frac{p}{RT} \quad \text{(da molarer Ans. ohne M)}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dT}{dz}\right)_{fe} = \frac{-g}{c_p'} \frac{1 + l\frac{p_{w,satt}}{p}}{1 + \frac{l l p_{w,satt}}{c_p' p_{w,satt} \cdot T}} = \left(\frac{dT}{dz}\right)_{tr} \cdot \frac{1 + l\frac{p_{w,satt}}{p}}{1 + \frac{l^2 p_{w,satt}}{c_p' p_{w,satt} \cdot T}}$$

d) 0.5 $\left(\frac{dT}{dz}\right)_{tr} = \frac{-g}{c_p'} = -9{,}76\,\frac{K}{km}$ (da $c_p' = 1{,}003{,}5\,\frac{kJ}{gK}$ und $g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$)

✓ das passt ca.

ungefähr aber wieso nicht einfach $\frac{5}{2}R\left(\cdot\frac{1}{M}\right)$

$R_d = 287\,\frac{J}{kg\,K}$

$R_m = 461{,}5\,J\,\frac{kg}{K}$

$l = \frac{L}{mol} = \frac{l''}{m}$

~~l'' ist das l aus Aufg.~~

~~$l' = \frac{l''}{M}$? Vermutung~~

$l'' = H_v \;\hat{=}\; \text{Verdampfungsenthalpie}$

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{fe} = \left(\frac{dT}{dz}\right)_{tr} \cdot \frac{1 + l\frac{m_w}{R_d T}}{1 + \frac{l^2 m_w}{c_p' R_m T^2}}$$

$$= \left(\frac{dT}{dz}\right)_{tr} \cdot \frac{1 + \frac{l''\frac{m_w}{m_D}}{R_d T}}{1 + \frac{l''^2\frac{m_w}{m_D}}{c_p' R_m T^2}}$$

mit $\frac{m_w}{m_D} = r$ = Verhältnis von Wasserdampf zu trockener Luft

$$\Rightarrow \left(\frac{dT}{dz}\right)_{fe} = \left(\frac{dT}{dz}\right)_{tr} \cdot \frac{1 + \frac{l' r}{R_d T}}{1 + \frac{l'^2 r}{c_p' R_m T^2}} \quad \text{mit} \quad r = \frac{\frac{R_d}{R_m} p_{w,satt}}{p - p_{w,satt}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dT}{dz}\right)_{fe} = \left(\frac{dT}{dz}\right)_{tr} \cdot \frac{1 + \frac{l' p_{w,satt}}{R_m T (p - p_{w,satt})}}{1 + \frac{l'^2 R_d\, p_{w,satt}}{c_p' R_m^2 (p - p_{w,satt}) T^2}} = -2{,}68\,\frac{K}{km}$$

(f) (soll ca. 4.2) (sollte etwa doppelt so groß)

Bei der Berechnung des feuchtad. Gradienten waren teilweise ganz gute Ansätze zu sehen, aber insgesamt relativ undurchsichtig und das Ergebnis passt nicht

4b) $p_{Läufer} = \frac{mg}{A} = \frac{75 \cdot 9{,}81}{30 \cdot 0{,}1} \frac{N}{cm^2} = 2{,}4525 \cdot 10^6\ Pa$ (v) $\left| \cdot \frac{1}{2} \right.$, weil zwei Kufen $\left. \right|$

1.5

$T_s(p = 1atm) = 0°C = 273{,}15\,K = C - 7{,}37 \cdot 10^{-8} \cdot 1atm\ \frac{K}{Pa}$

$\Leftrightarrow C = 273{,}1574676525\,K$ ✓

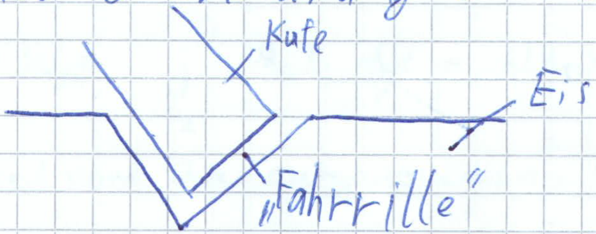
$\Rightarrow T_s(p) = 273{,}1574676525\,K - 7{,}37 \cdot 10^{-8}\ \frac{K}{B}\ (p$ - 1bar)

↑ Atmosphärendruck

$\Rightarrow T_s(p = 1atm + 2{,}4525 \cdot 10^6\,Pa) = 272{,}069\ldots\,K = -0{,}181°C$ (v) (fast)

~~der kommt nicht mehr oben drauf~~

$\Rightarrow$ Andere Erklärung zum Schlittschuhlaufen:



Die Fahrrille entsteht durch Komprimierung (nicht schmelzen) des Eises $\Rightarrow$ Rille ermöglicht Kraftausübung bzw. Impulsübertragung (v) es geht aber hier um die Tatsache, dass man beim Schlittschuhlaufen über das Eis gleitet

Schmelztemp.: $T(p) = \frac{dT}{dp} \cdot (p - 1bar) + T_{p\,schmelz}$

$\Rightarrow T(p + 1bar) = \frac{dT}{dp} p_{schmelz} + 273.15\,K$

$= -0{,}09\,K + 273.15\,K$