Blatt 4

Yascha
Jonah

2) a) Anzahl der Zustände(k) = $\frac{\text{"Volumen"}(k)}{\text{"Volumen" eines Zustandes}}$

2-D: "Volumen"(k) $= \pi k^2$

"Volumen" eines Zustands $= \frac{(2\pi)^2}{L^2}$

$\Rightarrow N(k) = \frac{L^2}{4\pi} k^2$

$\Rightarrow$ Zustände im Fermi-Kreis mit L^2 = "Volumen" im Ortsraum

$N(k_f) = \frac{L^2}{4\pi} k_f^2 \Leftrightarrow \frac{N}{L^2} = n = \frac{k_f^2}{4\pi}$ Spin $\to \cdot 2$ $\to$ s. 3 Lars, David

$\to$ 0.5 P

b) Mittleres Volumen pro Teilchen:

$\pi r_s^2 = \frac{1}{n}$

mit n aus a)

$\pi r_s^2 = \frac{4\pi}{k_f^2}$

$\Rightarrow r_s = \frac{2}{k_f}$ 1P.

c) $D(E) = \frac{1}{V} \frac{dN}{dE}$ mit $E = \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m_e}$

$\Rightarrow N(E) = \frac{V}{4\pi} \frac{2m_e}{\hbar^2} E$

$\Rightarrow D(E) = \frac{m_e}{2\pi\hbar^2}$ 2P.

d) 1-D: "V" eines Zstd $= \frac{2\pi}{L}$ "V"(k) $= k$

$\Rightarrow N(k_f) = \frac{L}{2\pi} k_f$

$N(E) = \frac{L}{2\pi} \sqrt{\frac{2m_e}{\hbar^2}} \sqrt{E}$ 1P.

$\Rightarrow D(E) = \frac{\sqrt{2m_e}}{4\pi\hbar} \frac{1}{\sqrt{E}}$

e) Nach Sommerfeld:

$$0=\frac{dN}{dT}\approx V\left(D(\mu_0)\frac{d\mu}{dT}+k_B T\,\frac{\pi^2}{3}\,\frac{dD(\mu)}{d\mu}\right) \quad (*)$$

mit $D(\mu)=\text{const.}$ in μ bei 2-D

$$\Rightarrow \frac{dD(\mu)}{d\mu}=0$$

Warum $\varepsilon_F=\mu$? Ansatz aus 1 soll gewählt werden, denn käme das raus

$\mu=\varepsilon_F-\frac{\pi^2}{6}(k_BT)^2\frac{D'}{D}$

$$\overset{(*)}{\Rightarrow} 0=\underbrace{V\,D(\mu_0)}_{\neq 0}\frac{d\mu}{dT} \quad \Leftrightarrow \quad 0=\frac{d\mu}{dT} \Rightarrow \mu(T)=\text{const.}$$

1,5P.

$\Rightarrow$ 6P

1) $$\int_{-\infty}^{\infty}H(\varepsilon)f(\varepsilon)=\int_{-\infty}^{\mu}H(\varepsilon)\,d\varepsilon+\frac{\pi^2}{6}(k_BT)^2H'(\mu)$$

$$=\int_{-\infty}^{\varepsilon_F}H(\varepsilon)\,d\varepsilon+(\mu-\varepsilon_F)H(\varepsilon_F)+\frac{\pi^2}{6}(k_BT)^2H'(\mu)$$

$$H(\varepsilon)=D(\varepsilon)\varepsilon \rightarrow H'(\mu)=D'(\mu)\mu+D(\mu)$$

$$D(\varepsilon)=\underbrace{\frac{(2m_e)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3}}_{C}\varepsilon^{1/2}\rightarrow D'(\mu)=\frac{(2m_e)^{3/2}}{4\pi^2\hbar^3}\mu^{-1/2} \quad \Rightarrow H'(\mu)=\frac{3}{2}D(\mu)$$

$$\rightarrow u=\int_{-\infty}^{\infty}D(\varepsilon)\varepsilon f(\varepsilon)\underset{d\varepsilon}{\wedge}=C\left(\int_{-\infty}^{0}\varepsilon^{3/2}d\varepsilon+(\mu-\varepsilon_F)\varepsilon_F^{3/2}+\frac{\pi^2}{4}k_B^2T^2\mu^{1/2}+\underbrace{\int_0^{\varepsilon_F}\varepsilon^{3/2}d\varepsilon}_{=\frac{5}{2}\varepsilon_F^{5/2}}\right)$$

$$=C\left(\int_{-\infty}^{0}\varepsilon^{3/2}d\varepsilon+\left(\mu+\frac{3}{2}\varepsilon_F\right)\varepsilon_F^{3/2}+\frac{\pi^2}{4}k_B^2T^2\mu^{1/2}\right)$$

$$\int_0^{\varepsilon_F}\varepsilon D(\varepsilon)d\varepsilon+\varepsilon_F\left((\mu-\varepsilon_F)D(\varepsilon_F)+\frac{\pi^2}{6}(k_BT)^2D'(\varepsilon_F)\right)+\frac{\pi^2}{6}(k_BT)^2\cdot D(\varepsilon_F)$$

$$\frac{du}{dT}=\frac{\pi^2}{2}c\mu^{1/2}k_B^2T=\frac{\pi^2}{2}k_B^2T\underbrace{D(\mu)}_{=?}$$

$\rightarrow$ 3P.

$\frac{d\mu}{dT}\neq 0$!

Falscher Vorfaktor