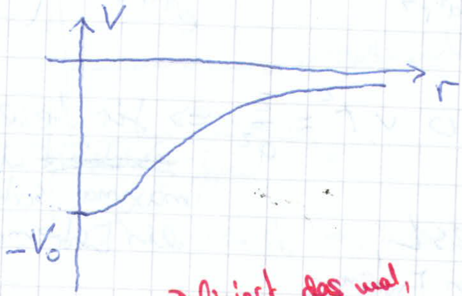
Nr. 27 a)




$$H = \sum_i p_i \dot r_i - L$$

$$L = T - V = \frac{m}{2}\left(\dot r^2 + r^2 \dot\varphi^2\right) + \frac{V_0}{e^{a^2 r^2}}$$

$$= \frac{p_r^2}{2m} + \frac{p_\varphi^2}{2mr^2} + \frac{V_0}{e^{a^2 r^2}}$$

Definiert das mal, bevor ihr es benutzt...

$$\Rightarrow P_r = \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot r} = m\dot r \,, \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot\varphi} = mr^2\dot\varphi = p_\varphi = \text{const} = L$$

da $\frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0 \Leftrightarrow \varphi$ ist zyklisch

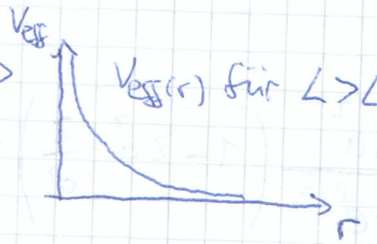
$$\Rightarrow H = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{V_0}{e^{a^2 r^2}} = T + V$$

b) Da $p_\varphi = \text{const} = L \Rightarrow H = \frac{p_r^2}{2m} + V_{eff}(r)$ mit

$$V_{eff}(r) = \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{V_0}{e^{a^2 r^2}}$$

$L > L_{max} \Rightarrow$ keine Extrema von $V_{eff}(r) \Rightarrow$ keine gebundene Bewegung möglich

$\Leftrightarrow$




$V_{eff}(r)$ für $L > L_{max}$

Frage: Welches ist das größte $L$, damit noch Extrema existieren?

$\Leftrightarrow$ keine Extrema für $L > L_{max}$

$$V_{eff}' = \frac{dV_{eff}}{dr} = \frac{-L^2}{mr^3} + \frac{2a^2 r V_0}{e^{a^2 r^2}} \overset{!}{=} 0 \text{ für Extrema}$$

$$\Rightarrow L^2 = \frac{2a^2 r^4 V_0 m}{e^{a^2 r^2}}$$ $\rightarrow$ abhängig von $r$

$\Rightarrow$ Wann wird $L(r)$ maximal? (Wann wird $L^2(r)$ maximal?)

$\rightarrow$ Das ist dann das größte $L$, für das $V_{eff}$ noch ein Extremum annimmt

$\Rightarrow$ Für alle $L > L_{max}$ kann dann kein Extremum mehr existieren.