David Lars

$$x = r\sin\varphi \qquad y = r\cos\varphi \qquad z = \underbrace{\frac{h}{2\pi}}_{\lambda}\varphi$$

$$\Rightarrow \vec{r} = \begin{pmatrix} r\sin\varphi \\ r\cos\varphi \\ \lambda\varphi \end{pmatrix} \Rightarrow \dot{\vec{r}} = \begin{pmatrix} r\cos\varphi\dot{\varphi} \\ -r\sin\varphi\dot{\varphi} \\ \lambda\dot{\varphi} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow |\dot{\vec{r}}| = \sqrt{r^2\dot{\varphi}^2 + \lambda^2\dot{\varphi}^2}$$

$$\Rightarrow L = T - V = \frac{1}{2}m|\dot{\vec{r}}|^2 - mgz = \frac{1}{2}m(r^2\dot{\varphi}^2 + \lambda^2\dot{\varphi}^2) - mg\lambda\varphi$$

$$= \frac{1}{2}m\dot{\varphi}^2(r^2+\lambda^2) - mg\lambda\varphi$$

b) $$\frac{\partial L}{\partial\dot{\varphi}} = mr^2\dot{\varphi} + \lambda^2\dot{\varphi} = m\dot{\varphi}(r^2+\lambda^2) \Rightarrow \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\varphi}} = m\ddot{\varphi}(r^2+\lambda^2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial\varphi} = -mg\lambda$$

c) $$\Rightarrow m\ddot{\varphi}(r^2+\lambda^2) + mg\lambda = 0 \Rightarrow \ddot{\varphi} = \underbrace{\frac{-g\lambda}{r^2+\lambda^2}}_{k} \Rightarrow \varphi = -\frac{1}{2}kt^2 + c_1t + c_2$$

$$\Rightarrow z = -\frac{1}{2}k't^2 + c_1't + c_2'$$

werden durch Anfangsbedingungen bestimmt.

$\Rightarrow$ wie freier Fall, aber mit anderer Konstante

$$k' = \frac{\lambda^2 g}{r^2+\lambda^2} = \frac{g}{\underbrace{1+\frac{r^2}{\lambda^2}}_{>1}} \Rightarrow k' < g$$

$\Rightarrow$ der Freie Fall wird verlangsamt (abhängig von r und h)

5/5