TUS Gruppe 5

Lars Kolk
David Rolf

Nr. 1 a)

ideales Gas

ideales Gas thermisch mit Wärmespeicher gekoppelt
$\Leftrightarrow T_1 = T_2 = T$ wegen Austausch der Temperaturen

Für das Gesamtsystem gilt: $dQ = 0 \Leftrightarrow dQ_1 = -dQ_2$
(was der Wärmespeicher an Wärme abgibt wird vom Gas aufgenommen)
Das System ist reversibel $\Rightarrow$ zu jedem Zeitpunkt ist der Außendruck = dem Innendruck.

$\Rightarrow$ der Gesamtprozess ist adiabatisch ($dQ = 0$) und ~~Isenthalp~~ Isentrop ($dS = 0$) ✓

b) Die vom Gas verrichtete Arbeit ist $dW = -p\,dV \Rightarrow dU_1 = dQ_1 - p\,dV$, $dU_2 = dQ_2$

$\Rightarrow dU = -p\,dV$ Andererseits: $dU_1 = c_v\,dT$, $dU_2 = c_s\,dT$ ($dT_1 = dT_2 = dT$ s.o.)
$\Leftrightarrow dU = (c_s + c_v)\,dT$

Gleichsetzen: $-p\,dV = (c_s + c_v)\,dT$ mit $pV = Nk_BT$:

$$\Rightarrow -\frac{Nk_BT}{V}\,dV = (c_v + c_s)\,dT \Rightarrow -\frac{Nk_B}{V}\,dV = \frac{c_v+c_s}{T}\,dT$$

$$\Rightarrow -\frac{Nk_B}{c_v+c_s}\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) = \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{V}{V_0}\right)^{-\frac{Nk_B}{c_v+c_s}} = \frac{T}{T_0} \Rightarrow T = T_0\left(\frac{V}{V_0}\right)^{-\frac{Nk_B}{c_v+c_s}} = T_0\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{Nk_B}{c_v+c_s}} ✓$$

$$\Rightarrow p = p_0\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\left(\frac{Nk_B}{c_v+c_s}+1\right)} ✓ \quad \text{mit } p_0 = \frac{Nk_B}{V_0}T_0 \quad \left(\text{folgt aus } p = \frac{Nk_BT}{V}\right)$$

c) $c_s \to 0 \Rightarrow T = T_0\left(\frac{V}{V_0}\right)^{-\frac{Nk_B}{c_v}}$, $p = p_0\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\left(\frac{Nk_B}{c_v}+1\right)}$

$\Rightarrow$ Adiabatengleichung. Grund: Es kann keine Wärmemenge vom Wärmespeicher aufgenommen werden. $\Rightarrow dQ_1 = dQ_2 = 0$

$\rightarrow$ adiabatische Expansion des Gases ($dQ_1 = 0$)

$c_s \to \infty \Rightarrow T = T_0$, $p = \frac{Nk_BT_0}{V}$

$\Rightarrow$ isotherme Expansion. ($dT = 0$) Grund: Der Wärmespeicher besitzt kein Limit und hält die Gastemperatur konstant. ✓

4/4

Nr. 2 $P_{max} = 170\,PS = 125033\,W$

$v_{max} = 220\,\frac{km}{h} = \frac{550}{9}\,\frac{m}{s}$

$v = 100\,\frac{km}{h} = \frac{250}{9}\,\frac{m}{s} \longrightarrow$ Verbrauch $\frac{6{,}5\,l}{100\,km}$

super Plus : $\frac{E}{V} = 34{,}9\,\frac{MJ}{l}$

$F_R \sim v^2 = \frac{62500}{81}\,\frac{m^2}{s^2} \longrightarrow F_R \approx \frac{625}{81} \cdot 10^2 N \cdot a$ a berechnen aus P_{max} und v_{max}

$W = F_s = \frac{625}{81} \cdot 10^2 N \cdot 10^5 m \cdot a = \frac{625}{81} \cdot 10^7 J \cdot a$

$P = \frac{W}{t} = \frac{625 \cdot a}{81 \cdot 36} \cdot 10^5 W = 21433\,W \cdot a$ $W_{verb} = \frac{E}{V} \cdot 6{,}5\,l = \frac{4537}{2} \cdot 10^5 J$ ✓

$\eta = \frac{W}{W_{verb}} \approx 0{,}34 = 34\,\%$ f.f.

3/4

Nr. 4 a) $Q_1 = Q_2 + W$ ideal: $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \Leftrightarrow Q_2 = \frac{T_2}{T_1} Q_1$

$\Rightarrow Q_1 = Q_1 \frac{T_2}{T_1} + W \Rightarrow Q_1 = \frac{T_1}{T_1 - T_2} W$

b) $\varepsilon = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$ i) $\frac{2273{,}15\,K}{1996\,K} = 1{,}14$ ✓ ii) $\varepsilon = \frac{293{,}15\,K}{16\,K} = 18{,}32$ ✓

$\varepsilon_{EH,GH} = 1$

Kosten für konst. Erhitzung: WP: $\frac{1}{18{,}32} \cdot 27\,\frac{ct}{kWh} \approx 1{,}47\,\frac{ct}{kWh}$ ✓

EH: $27\,\frac{ct}{kWh}$ ✓

GH: $7\,\frac{ct}{kWh}$ ✓

4/4

Aufgabe 3

a) Möglichkeiten $= Z$

$$Z = \binom{N}{n_1} = \frac{N!}{n_1!\,(N-n_1)!} = Z(N, n_1)$$ ✓

b) $Z(50,50) = \binom{50}{50} = 1$ ✓

$Z(50,25) = \binom{50}{25} = 126.410.606.437.752$ ✓

c) $P(n_1) = \binom{N}{n_1} p^{n_1} (1-p)^{N-n_1}$

Überlegung anhand eines Beispiels:

3 Kugeln, 2 im ~~Behälter~~ Behälter 1, eine im Behälter 2 (ab jetzt B_1 bzw B_2).

$\Rightarrow \binom{3}{2}$ Ereignisse; Mit einer Wahrscheinlichkeit von p landen 2 Bälle in B_1, mit der Wahrscheinlichkeit $1-p$ landet der Rest $(N-n_1)$ in B_2.

$$\Rightarrow P(n_1) = \binom{N}{n_1} p^{n_1} (1-p)^{N-n_1}$$ ✓

d) $\langle n_1 \rangle = \sum_{n_1=0}^{N} n_1 P(n_1) = Np$ ✓ (Wolfram Alpha)

$\langle n_1^2 \rangle = \sum_{n_1=0}^{N} n_1^2 P(n_1) = p[(N-1)Np + N]$ ✓ (ebenfalls Wolfram-Alpha)

$= p^2N^2 - Np^2 + pN$

$= N^2p^2 + Np(1-p)$

voll unfair das man in der Klausur Wolfram Alpha nicht benutzen darf :(

e) $\Delta n_1^2 = p[(N-1)Np + N] - N^2p^2$

$= N^2p^2 - Np^2 + Np - N^2p^2$

$= N(p-p^2)$

$$\Rightarrow \Delta n_1 = \sqrt{N(p-p^2)}$$ ✓

f) $s = \frac{\Delta n_1}{\langle n_1 \rangle} = \frac{\sqrt{N}\sqrt{p^2 - p^2}}{N \quad p} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{p^2 - p^2}{p^2}}$

$\lim_{N \to \infty} s = 0$ ✓

4/4

A 4

15/16

Sammen: $\langle n_1 \rangle = \sum_{n_1=0}^{N} n_1 \frac{N!}{n_1!\,(N-n_1)!} p^{n_1} q^{N-n_1}$

$= Np \sum_{n=1}^{N} \frac{(N-1)!}{(n_1-1)!\,[(N-1)-(n_1-1)]!} p^{n_1-1} q^{(N-1)-(n-1)}$

$= Np \sum_{=1}^{N} \binom{N-1}{n-1} p^{n} q^{N-n}$

$= Np \sum_{l=0}^{m} \binom{m}{l} p^{l} q^{(m-l)}$

$= Np$

$\langle n_1^2 \rangle = \sum_{n=0}^{N} n_1^2 \binom{N}{n_1} p^{n_1} (1-p)^{N-n_1}$

$= \underbrace{\sum_{n=0}^{N} n(n-1) \binom{N}{n_1} p^{n} q^{N-n}}_{①} + \langle n_1 \rangle$

$① = N(N-1)p^2 \sum_{n=2}^{N} \binom{N-2}{n-2} p^{n-2} q^{(N-2)-(n-2)}$

$\Rightarrow \langle n_1^2 \rangle = N^2 p^2 - N^2 p + Np$