David
Lars

Aufgabe 1

- Energieverluste therm. Elektronenbewegung geschehen in alle Richtung, aber die erneute Energieaufnahme geschieht nach der dortigen therm. Energie $\Rightarrow \Delta E$ als Wärmeenergie weitergegeben $\Rightarrow$ Wärmestrom

Das erklärt den Wärmefluss. Aber nicht den elektrischen! $\rightarrow$ $\Rightarrow$ 0P.

- $\vec{j}_q = -k \vec{\nabla} T$

Betrachte j_{qx} und $E(x)$

Energieaufnahme in $x - v\tau$ und Energieabgabe an $x + v\tau$ und der Strom der Elektronen in eine der beiden Richtungen geg. als $\frac{n}{2} v \Rightarrow j_{qx} = \frac{n}{2} v_x \left(E(x - v\tau) + E(x + v\tau) \right)$

Genau genommen $E(x) = E(T(x))$

Entwickle j_{qx} in x, da $v\tau$ sehr klein

$\Rightarrow j_{qx} = -n v_x^2 \tau \frac{dE}{dT} \frac{dT}{dx}$

Betrachte nun in alle Dimensionen über alle N

$\vec{j}_{qx} = -\frac{v^2}{3} \tau \frac{n}{N} \frac{dE}{dT} \vec{\nabla} T = -\frac{v^2}{3} \tau \underbrace{\left(\frac{1}{V} \frac{dE}{dT} \right)}_{= c_V} \vec{\nabla} T$

mit $c_V = \frac{3}{2} n k_B$ & $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} k_B T \Leftrightarrow \frac{v^2}{3} = \frac{k_B}{m} T$

$\vec{j}_q = -\frac{3}{2} \frac{n\tau}{m} k_B^2 T \vec{\nabla} T = -k \vec{\nabla} T$

$\Rightarrow k = -\frac{3}{2} \frac{n\tau}{m} k_B^2 T \Rightarrow \frac{k}{\sigma} = -\frac{3}{2} \frac{k_B^2}{e^2} T$ ✓ $\left(\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m} \right)$

v_τ wird mal so def., mal wandert es in das k

$\Rightarrow$ 3P.

- Analog: durchschnittl. therm. Bewegung d. Elektronen in x-Richtung als $v = \frac{1}{2} \left(v_x(x - v_x\tau) - v_x(x - v_x\tau) \right)$

$\approx -\tau v_x \frac{dv}{dx} = -\frac{\tau}{2} \frac{d(v_x^2)}{dx}$

3D: $v_x^2 = \frac{v^2}{3}$ ✓ Wieso?

$\vec{v}_Q = \frac{-\tau}{6} \vec{\nabla} v^2 = -\frac{\tau}{6} \frac{dv^2}{dT} \vec{\nabla} T$

Im GG: "$\vec{v}_Q = -\vec{v}_E$" $\Rightarrow$ keine Bewegung

mit $v_E = -\frac{eE\tau}{m} \Rightarrow \frac{\tau}{6} \frac{dv^2}{dT} \vec{\nabla} T = -\frac{e\tau}{m} \vec{E}$

$\Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{3e} \frac{d}{dT} \left(\frac{m v^2}{2} \right) \vec{\nabla} T = -\frac{c_V}{3ne} \vec{\nabla} T$ ✓

$\Rightarrow Q = -\frac{c_V}{3ne}$ mit $c_V = \frac{3}{2} n k_B$

$Q = -\frac{k_B}{2e}$ ✓ $\Rightarrow$ 2P.

2) e^- mit Stoß bei $r_1 \to \epsilon = \epsilon(T_1)$

Thermisches Gefälle erzeugt E-Feld:

$\vec{E}_T \sim \vec{\nabla} T \Rightarrow \vec{F}_e = e\vec{E}_e \to$ externes E-Feld

$= Q\vec{\nabla}T \qquad \vec{F}_T = -eQ\vec{\nabla}T \to$ therm. E-Feld

$$\vec{v}_1 = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{zuf.} \\ \text{Richt.}}}{\vec{v}_0(T_1)} + \frac{\vec{F}_e t}{m} + \frac{\vec{F}_T t}{m} = \vec{v}_0(T) - e(\vec{E} + Q\vec{\nabla}T)\frac{t}{m}$$

$$\vec{v}_1^{\,2} = \vec{v}_0^{\,2}(T_1) + \frac{e^2t^2}{m^2}(\vec{E}^2 + 2Q\vec{E}\vec{\nabla}T + Q^2(\vec{\nabla}T)^2) - 2\frac{et}{m}(\vec{v}_0\vec{E} + \vec{v}_0\vec{\nabla}T\,Q)$$

$$\vec{v}_1^{\,2} = |\vec{v}_1|^2 = v_1^2 = v_0^2(T_1) + \frac{e^2}{m^2}(E^2 - 2Q\vec{E}\vec{\nabla}T + Q^2(\vec{\nabla}T)^2)t^2 - 2\frac{et}{m}(\vec{v}_0(T_1)\vec{E} + \vec{v}_0(T_1)\vec{\nabla}T\,Q)$$

$$\langle \vec{v}_1^{\,2} \rangle = e^2(E^2 - 2Q\vec{E}\vec{\nabla}T + Q^2(\vec{\nabla}T)^2)\frac{t^2}{m^2}$$

$$\to \langle E_1 \rangle = \epsilon_1 = (E^2 - 2Q\vec{E}\vec{\nabla}T + Q^2(\vec{\nabla}T)^2)\frac{e^2t^2}{2m}$$

Da $\langle \vec{v}_0 \rangle = 0$ ist, aufgrund der zufälligen Richtung, fallen alle Terme mit $\vec{v}_0$ weg

$\vec{v}_2 = \vec{v}_0(T_2) \qquad \vec{v}_2^{\,2} = \vec{v}_0^{\,2}(T_2) \qquad \langle \vec{v}_2^{\,2} \rangle = 0$

$\to \langle E_2 \rangle = \epsilon_2 = 0$

$$\Delta\epsilon = \frac{(et)^2}{2m}(E^2 - 2Q\vec{E}\vec{\nabla}T + Q^2(\vec{\nabla}T)^2) \qquad Q = -\frac{k_B}{2e}$$

$$= \frac{(eEt)^2}{2m} + \frac{k_B e t^2}{2m}\vec{E}\vec{\nabla}T + \frac{(k_B t)^2}{8m}(\vec{\nabla}T)^2$$

zeitlich gemittelt: $\langle t^2 \rangle = \frac{1}{\tau}\int_0^\infty t^2 e^{-\frac{t}{\tau}}\,dt = \tau^2\int_0^\infty u^2 e^{-u}\,du = 2\tau^2$

$$\Rightarrow \langle \Delta\epsilon \rangle = \frac{(eE\tau)^2}{m} + k_B\frac{e\tau^2}{m}\vec{E}\vec{\nabla}T + \frac{(k_B\tau)^2}{4m}(\vec{\nabla}T)^2$$

$n \cdot e^-$ pro Sekunde stoßen $\frac{1}{\tau}$ mal

$$\to \langle \Delta\epsilon \rangle = (eE)^2\frac{\tau}{m}n + \underbrace{nk_B\frac{e\tau}{m}\vec{E}\vec{\nabla}T}_{I} + \frac{k_B^2\tau}{4m}(\vec{\nabla}T)^2 n$$

$$\frac{d\epsilon}{dT} = \frac{dE}{dTN} = \frac{c_V V}{N} = \frac{Nk_B}{N}\cdot\frac{f}{2} = k_B\frac{f}{2} \Rightarrow I = \frac{ne\tau}{m}\frac{d\epsilon}{dT}\vec{E}\vec{\nabla}T\,\frac{2}{f}$$

f: Freiheitsgrade

Siehe ~~bis~~ Yascha & Jonah

$\to$ 2.5 P.

Aufgabe 2

Leistungsabnahme / verlust $\sim E \cdot \nabla T$

$$\sim ne\tau \cdot \frac{1}{m} \frac{dE}{dT} E \nabla T$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m \left(v_1 - \frac{eE}{m} t \right)^2 - \frac{1}{2} m v_2^2 \quad (*)$$

Mittelungen: $E(T(r_1)) = \langle \frac{1}{2} m v_1^2 \rangle$

$$E(T(r_2)) = \langle \frac{1}{2} m v_2^2 \rangle$$

joul'sche Wärme

$$\Rightarrow \langle \Delta E \rangle = \frac{dE}{dT} \langle T(r_1) - T(r_2) \rangle = \langle E(T(r_1)) - E(T(r_2)) \rangle + \frac{e^2 E^2}{2m} \langle t^2 \rangle$$

→ wird nicht betrachtet

$$r_2 - r_1 = v_1 t - \frac{eE}{2m} t^2 \quad ; \quad \langle r_2 - r_1 \rangle = - \frac{eE}{2m} 2\tau^2$$

$$\langle T(r_1) - T(r_2) \rangle = \nabla T \langle r_1 - r_2 \rangle = \nabla T E \frac{e}{m} \tau^2$$

$$\Delta E = \frac{dE}{dT} \nabla T E \frac{e}{m} \tau^2$$ ← E verluste pro e^-

$$W = n \frac{\langle \Delta E \rangle}{\tau} = \frac{dE}{dT} \nabla T E \frac{ne\tau}{m}$$