Lars
David
Johan

Nr. 4 a) $r_x = R\cos(2\varphi) + R$
$r_y = R\sin(2\varphi)$ $\Big\} \vec{r} = \begin{pmatrix} R\cos(2\varphi)+R \\ R\sin(2\varphi) \end{pmatrix}$

Auf der x-Achse ist der Kreis um R verschoben

Der Kreis wird doppelt so schnell "durchlaufen", da φ nur von $-\frac{\pi}{2}$ bis $\frac{\pi}{2}$ und nicht von 0 bis 2π geht.

$$\Rightarrow |\vec{r}| = \sqrt{R^2\sin^2(2\varphi) + (R\cos(2\varphi)+R)^2} = \sqrt{R^2\sin^2(2\varphi) + R^2\cos^2(2\varphi) + 2R^2\cos(2\varphi) + R^2}$$

$$= \sqrt{R^2(2+2\cos(2\varphi))} = R\sqrt{2(\cos(2\varphi)+1)} = R\sqrt{2(\cos^2\varphi + 1 - \sin^2\varphi)}$$

$$= R\sqrt{4\cos^2\varphi} = 2R\cos\varphi = r(\varphi)$$ ✓

b) $E = T + V = \text{const.}$

$T = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 = \frac{1}{2}m(-2R\dot{\varphi}\sin\varphi)^2 = 2mR^2\dot{\varphi}^2\sin^2\varphi$

$V = mgh = mgr_y = mgR\sin(2\varphi) = 2mgR\sin\varphi\cos\varphi$

$\Rightarrow E = 2mR\sin\varphi(g\cos\varphi + R\dot{\varphi}^2\sin\varphi) = \text{const.}$

Aufgabenstellung!

c) $\vec{F} = m\vec{a} = m\ddot{\vec{r}}$ oder $F = ma = m\ddot{r}$

$\dot{r} = -2R\sin\varphi\,\dot{\varphi} \Rightarrow \ddot{r} = \frac{d\dot{r}}{d\varphi}\dot{\varphi} = (-2R\sin\varphi\,\ddot{\varphi} + (-2R\cos\varphi\,\dot{\varphi}))\dot{\varphi}$

$= -2R\dot{\varphi}(\sin\varphi\,\ddot{\varphi} + \cos\varphi\,\dot{\varphi})$

$\Rightarrow F = -2mR\dot{\varphi}(\sin\varphi\,\ddot{\varphi} + \cos\varphi\,\dot{\varphi}) = -2mR\dot{\varphi}\ddot{\varphi}\sin\varphi - 2mR\dot{\varphi}^2\cos\varphi$

gesucht: $\vec{F}(r)$.

$\Rightarrow$ Die Kraft scheint sich in Tangential- und Normalkraft aufteilen zu lassen

2/5