GROUPE ISI	Institut Supérieur Informatique	
	Variables aléatoires discrètes	PROF. M. SY Periode: 2020 – 2021
	Classe(s): Master 1 Data Science & IA($DSIA$)	Durée: –

Exercicie 1

Soient X et Y deux variables aléatoire discret à valeurs dans $\mathbb{N}$, a un réel telles que :

$$\forall (i,j) \in \mathbb{N}^2, p_{ij} = \mathbb{P}(X = i, Y = j) = \frac{a}{2^{i+j}}$$

1. Calculer a.
2. Déterminer les lois marginales de X et de Y . Que constatez-vous ?
3. X et Y sont-elles des VARD indépendantes ?
4. Déterminer la première fonction génératrice de X. En déduire $\mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{V}(X)$.
5. Déterminer la loi suivi par $Z = X + Y$ puis calculer $\mathbb{E}(X)$ et $\mathbb{V}(Z)$
6. Calculer $\mathbb{E}(2X)$ et $\mathbb{V}(2X)$. Que constatez-vous

Exercicie 2

Dans un atelier, le nombre des accidents de travail en une période d'une semaine suit une loi de Poisson de moyenne 1,4

1. Déterminer la distribution de probabilité de X avec $X(\Omega) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
2. Calculer la probabilité des évènements suivants :
   - il y a eu au moins un accident au cours de la semaine.
   - il y a eu exactement un accident sachant qu'il y en a eu au moins un

Exercicie 3

Soient X et Y deux variables aléatoires discret indépendantes suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(2, \frac{1}{2})$

$$Z = \sqrt{|X^2 - Y^2|}$$

1. Déterminer la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire Z.
2. Calculer la moyenne $\mathbb{E}(Z)$ et la variance $\mathbb{V}(Z)$

Exercicie 4

L'étude statistique des ventes de téléviseurs d'un grand magasin montre que

- le nombre de récepteurs vendus en une semaine est un aléa numérique X suivant une loi de Poisson de paramètre 12
- la probabilité pour qu'un client achetant un téléviseur prenne un récepteur compatible 3D est 0,25

Calculer les probabilités suivantes :

1. $\mathbb{P}(X \geq 12)$

2. $\mathbb{P}(X \geq 15 ou X \leq 6)$
3. $\mathbb{P}(|X - Y| \leq 3)$
4. $\mathbb{P}(X \leq 16 | X \geq 8)$