

Вопросы к зачету

Множества и шаблоны доказательств

1. Множества: основные определения (множество, элемент множества, способы описания множеств, множества \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \emptyset).
2. Основные определения: принадлежность к множеству, равенство множеств, соотношения между множествами, импликации, диаграммы Венна, универсальное множество.
3. Шаблоны доказательств: принадлежность к множеству, включение множества, отрицание включения множества, собственное включение множества, равенство множеств, неравенство множеств.
4. Операции над множествами: объединение и пересечение (определения и теоремы).
5. Разность множеств, дополнение множеств и законы де Моргана. Произведение множеств.
6. Мощность множества. Теорема о подсчётах. Принцип включения-исключения (для двух, для трёх, для n множеств).

Отношения и функции

1. Бинарные отношения и n -арные отношения.
2. Обратные отношения (определение и теорема).
3. Композиция отношений (определение и теорема).
4. Рефлексивные и антирефлексивные отношения (определения и теоремы).
5. Симметричные и антисимметричные отношения (определения и теорема).
6. Транзитивные отношения (определение и теорема).
7. Рефлексивные, симметричные и транзитивные замыкания (на примерах).
8. Отношение эквивалентности. Разбиения. Классы эквивалентности (определения).
9. Отношения частичного и линейного порядка (определения).
10. Определение функции. Функции как множества.
11. Функции v (инъекции), na (сюръекции), v и na (биекции). Принцип Дирихле.

Комбинаторика

1. Принципы подсчета (принцип умножения, принцип сложения, подсчёт элементов дополнения, использование принципа Дирихле).
2. r - перестановки n - элементного множества. Циклические перестановки.
3. Сочетания. Биномиальные коэффициенты.
4. Перестановки с повторениями (определение и теорема).
5. Сочетания с повторениями (теорема).
6. Комбинаторные тождества (тождество Ньютона, тождество Паскаля).
7. Биномиальная теорема. Треугольник Паскаля.

Теория графов

1. Основные определения (граф, смежность, инцидентность, степень вершины, полный граф (клика), регулярный граф, двудольный граф).
2. Подграфы. Остовный граф. Индуцированный граф. Гиперкуб.

3. Теорема о рукопожатиях. Теорема о степенях вершин и рёбрах в графе. Теорема о числе нечётных вершин в графе (доказательство на выбор одно из трёх теорем).
4. Понятия маршрута, пути, длины пути, расстояния, контура, цикла и гамильтонова цикла.
5. Условия, которым удовлетворяют гамильтоновы графы. Задача о коммивояжёре.
6. Понятие изоморфизма графов. Примеры.
7. Представление графов: матрица смежности и списки смежности.
8. Понятие связности графа. Компоненты связности. Классы эквивалентности множества и компоненты связности графа.
9. Поиск в глубину. Алгоритм на примере.
10. Поиск в ширину. Алгоритм на примере.
11. Понятие эйлерова контура. Теорема Эйлера.
12. Понятие дерева с точки зрения теории графов. Теорема о характеристике деревьев.
13. Остовные деревья. Алгоритм Краскала. Нагруженный граф.
14. Корневые деревья. Деревья бинарного поиска. Обход дерева (прямой и обратный).
15. Ориентированные графы. Представление орграфов. Основные понятия.
16. Определение ориентированного графа и отношение E в ориентированных графах.
17. Пути в ориентированных графах и матрица достижимости.

Приложения теории графов

1. Потоки в сетях. Транспортная сеть. Правила Кирхгофа.
2. Потоки в сетях. Метод увеличивающих цепей.
3. Сетевое планирование. Сетевой график. Пример.
4. Сетевой график. Ранний и поздний сроки.
5. Сетевой график. Три вида резерва.

Логика

1. Булева алгебра. Булевы функции. Нормальная дизъюнктивная форма функции.
2. Предикаты и кванторы.
3. Проектирование 2-битного сумматора

Профессор кафедры информационных систем и программирования,

д.ф.-м.н.

В.М. Трофимов