

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет»

Кафедра информационных систем и программирования

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Методические указания по выполнению лабораторных работ
для студентов всех форм обучения направления
09.03.03 Прикладная информатика

**Краснодар
2019**

Составитель: д-р техн. наук В.Н. Марков

УДК 510.6

Основы математической логики: методические указания по выполнению лабораторных работ для студентов всех форм обучения направления 09.03.03 Прикладная информатика / Сост.: В.Н. Марков; Кубан. гос. технол. ун-т. Каф. Информационных систем и программирования. – Краснодар, 2019. – 20 с.

Составлены в соответствии с рабочей программой курса «Математическая логика и теория алгоритмов» для студентов всех форм обучения направления 09.03.03 Прикладная информатика.

Содержат описание лабораторных работ и методические указания к их выполнению.

Оглавление

Лабораторная работа № 1. Равносильные преобразования логических выражений и построение функциональных схем.....	4
Лабораторная работа № 2. Построение нормальных форм логических функций.....	5
Лабораторная работа № 3. Минимизация логических функций.....	5
Лабораторная работа № 4. Построение алгебр логики.....	7
Лабораторная работа № 5. Исследование свойств логических функций.....	8
Лабораторная работа № 6. Построение арифметического сумматора в алгебре Жегалкина.....	9
Лабораторная работа № 7. Логический вывод с откатом.....	9
Лабораторная работа № 8. Рекурсивный логический вывод.....	11
Лабораторная работа № 9. Исследование примитивной рекурсии.....	11
Лабораторная работа № 10. Исследование частично определённой рекурсии.....	12
Лабораторная работа № 11. Программирование машины Тьюринга...	13
Лабораторная работа № 12. Исследование нормальных алгоритмов Маркова.....	14
Лабораторная работа № 13. Программирование равнодоступной адресной машины.....	16
Лабораторная работа № 14. Исследование сложности алгоритмов.....	17
Список литературы.....	20

Лабораторная работа 1

Равносильные преобразования логических выражений и построение функциональных схем

Применение закона поглощения к подвыражениям:

$$a + abcd = a;$$

$$ab + abc = ab;$$

$$\bar{a} + \bar{a}bcd = \bar{a};$$

Применение закона Блейка-Порецкого к подвыражениям:

$$a + \bar{a}bcd = a + bcd;$$

$$ab + \bar{a}\bar{b}c = ab + c;$$

$$\bar{a} + abcd = \bar{a} + bcd;$$

$$\overline{ab} + abc = \overline{ab} + c.$$

Задание 1. Упростить логические выражения, подсчитать количество логических операций:

а) $a(\bar{a}\bar{b} + \bar{c} + ac) + \bar{a}bc + \bar{a}b\bar{c}$

б) $xy + \bar{x}\bar{y}z + \bar{y}$

в) $xz + xyz + \bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

г) $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})x + \bar{z}$

д) $ab(a + b) + \bar{b} + \bar{a}$

е) $ab(c + d) + \overline{ac} + \bar{b}$

ж) $(\bar{a} + \bar{b}) + (\bar{a} + \bar{b}) + \bar{a}$

з) $(\bar{a} + b)(a + \bar{b})(b + bc)$

и) $(x + xy + xyz + xyz\bar{t}) + xt$

к) $(xy + \bar{x}\bar{y}) + \bar{x}\bar{y}$

л) $(x + xy)(\bar{x} + y) + (z + \bar{x})(\bar{z} + y)(\bar{z} + \bar{y})$

Задание 2. Для каждого выражения

а) $\bar{x}y + x\bar{y}$

б) $\overline{ab} + \bar{a}\bar{b}$

в) $(\bar{x} + y + \bar{z}) + y\bar{z}$

г) $\bar{a}b + \overline{abc} + \overline{abc}$

д) $\overline{a + bc} + \bar{b}\bar{c}$

выполнить действия:

- упростить логическое выражение;
- подсчитать количество логических операций;
- построить таблицу истинности;
- изобразить функциональную схему на элементах 2И, 2ИЛИ, НЕ, вычисляющую значение выражения;
- написать программу на языке C# для расчёта значения выражения по введённым с консоли данным и вывода результата на экран.

Лабораторная работа 2

Построение нормальных форм логических функций

Задание 1. Построить ДНФ и КНФ бинарных функций по таблице истинности.

x	y	$x \downarrow y$	$\overline{x} \leftarrow y$	$\overline{x} \rightarrow y$	$x \oplus y$	$x y$	$x \equiv y$	$x \rightarrow y$	$x \leftarrow y$
0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0	1	1	1

Задание 2. Построить ДНФ и КНФ функций по таблице истинности.

x	y	z	$f1(x,y,z)$	$f2(x,y,z)$	$f3(x,y,z)$	$f4(x,y,z)$	$f5(x,y,z)$	$f6(x,y,z)$	$f7(x,y,z)$	$f8(x,y,z)$
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0

Задание 3. Построить ДНФ и КНФ функций по заданным нулевым или единичным наборам.

а) $f(x, y, z, w) = \{0, 1, 4, 5, 9, 11, 14, 15\}$

б) $f(x, y, z, w) = \{3, 4, 6, 7, 8, 10, 12, 13\}$

в) $f(x, y, z, w) = \{4, 7, 9, 10, 15\}$

г) $f(x, y, z, w) = \{2, 5, 6, 10\}$

д) $\overline{f(x, y, z, w)} = \{1, 3, 6, 8, 10\}$

е) $\overline{f(x, y, z, w)} = \{8, 11, 12, 14\}$

Задание 4. Построить ДНФ или КНФ логических выражений:

а) $\overline{(x \downarrow y) \oplus (x|y)} \rightarrow x \downarrow y$

б) $\overline{a \leftarrow b} \downarrow \overline{a} \oplus \overline{b}$

в) $\overline{((\overline{a} \oplus b) \rightarrow (\overline{a|b} \downarrow c)) | (a \leftarrow \overline{b|c})}$

г) $\overline{a|(b \leftarrow c) \leftarrow (\overline{b} \oplus \overline{c})}$

Лабораторная работа 3

Минимизация логических функций

Задание 1. По методу неопределённых коэффициентов

минимизировать три функции, заданные таблично:

y	x	$f(x,y)$	$g(x,y)$	$h(x,y)$
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
1	0	0	1	0
1	1	0	1	1

Задание 2. Минимизировать логические функции, заданные нулевым или единичным наборам. Использовать карты Карно. Изобразить функциональную схему в базисе 2И, 2ИЛИ, НЕ.

а) $f(x, y, z, w) = \{0,1,4,5,9,11,14,15\}$

б) $f(x, y, z, w) = \{3,4,6,7,8,10,12,13\}$

в) $f(x, y, z, w) = \{4,7,9,10,15\}$

г) $f(x, y, z, w) = \{2,5,6,10\}$

д) $\overline{f(x, y, z, w)} = \{1,3,6,8,10\}$

е) $\overline{f(x, y, z, w)} = \{8,11,12,14\}$

ж) $\overline{f(x, y, z, w)} = \{0,1,2,10,11\}$

з) $\overline{f(x, y, z, w)} = \{4,7,8,9\}$

Задание 3. Минимизировать частично определённые логические функции. Использовать карты Карно. Изобразить функциональную схему в базисе 2И, 2ИЛИ, НЕ.

x	x	y	w	$f1(x,y,z,w)$	$f2(x,y,z,w)$	$f3(x,y,z,w)$	$f4(x,y,z,w)$	$f5(x,y,z,w)$	$f6(x,y,z,w)$
0	0	0	0	0	~	0	0	1	0
0	0	0	1	1	~	~	~	1	1
0	0	1	0	1	1	1	~	~	1
0	0	1	1	0	0	~	1	0	~
0	1	0	0	1	1	~	1	0	1
0	1	0	1	~	1	0	~	~	~
0	1	1	0	~	1	~	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	~	0	~
1	0	0	1	1	1	~	0	1	0
1	0	1	0	~	0	~	1	~	~
1	0	1	1	~	0	0	1	~	1
1	1	0	0	~	~	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1	~	1	0	1
1	1	1	0	0	~	~	0	~	~
1	1	1	1	1	~	1	0	0	~

Лабораторная работа 4

Построение алгебр логики

Критерий Поста: система логических функций полна тогда и только тогда, когда она не содержится целиком ни в одном из классов T_0 , T_1 , S , M , L . Полная система булевых функций называется *базисом*, если при удалении из неё хотя бы одной функции теряется её полнота. Состав систем, которые относятся к базису можно определить по таблице

№	Функция	T_0	T_1	L	S	M
1	$x \wedge y$	+	+	-	-	+
2	$x \vee y$	+	+	-	-	+
3	$x \oplus y$	+	-	+	-	-
4	$x \equiv y$	-	+	+	-	-
5	$\neg x$	-	-	+	+	-
6	$x \rightarrow y$	-	+	-	-	-
7	$x y$	-	-	-	-	-
8	$x \downarrow y$	-	-	-	-	-
9	1	-	+	+	-	+

Символ “+” обозначает факт принадлежности функции замкнутому классу. К базису можно отнести минимальный набор функций, строки которого будут содержать хотя бы один символ “-” в каждом столбце. Базисами являются $\{\wedge, \neg\}$, $\{\vee, \neg\}$, $\{|\}$, $\{\downarrow\}$, $\{\oplus, \rightarrow\}$, $\{\oplus, \wedge, 1\}$.

Задание 1. Найти двойственные функции всем логическим функциям.

Задание 2. По критерию Поста найти 5 функционально полных систем, отличных от $\{\wedge, \neg\}$, $\{\vee, \neg\}$, $\{|\}$, $\{\downarrow\}$, $\{\oplus, \rightarrow\}$, $\{\oplus, \wedge, 1\}$.

Задание 3. Выразить все логические операции в функционально полной системе:

- а) $\{\wedge, \neg\}$
- б) $\{\vee, \neg\}$
- в) $\{\oplus, \rightarrow\}$
- г) $\{|\}$
- г) $\{\downarrow\}$

Задание 4. Описать аксиомы алгебры логики с носителем $B = \{0, 1\}$ и множеством операций

- а) $\{\oplus, \rightarrow\}$
- б) $\{|\}$
- в) $\{\downarrow\}$

Лабораторная работа 5

Исследование свойств логических функций

Задание 1. Доказать или опровергнуть разрешимость логических функций.

а) $\bar{x}y + x\bar{y}$

б) $\overline{ab} + \overline{a\bar{b}}$

в) $(\bar{x} + y + \bar{z}) + y\bar{z}$

г) $\overline{ab} + \overline{abc} + \overline{abc}$

д) $\overline{a + bc} + \bar{b}\bar{c}$

е) $a(\bar{a}\bar{b} + \bar{c} + ac) + \bar{a}bc + \bar{a}b\bar{c}$

ж) $xy + \bar{x}\bar{y}z + \bar{y}$

з) $xz + xyz + \bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

и) $(\bar{x}\bar{y}z)x + \bar{z}$

к) $ab(a + b) + \bar{b} + \bar{a}$

л) $ab(c + d) + \overline{ac} + \bar{b}$

м) $(\bar{a} + \bar{b}) + (\bar{a} + \bar{b}) + \bar{a}$

н) $(\bar{a} + b)(a + \bar{b})(b + bc)$

о) $(x + xy + xyz + xyz\bar{t}) + xt$

п) $(\bar{x}y + \bar{x}\bar{y}) + \bar{x}\bar{y}$

р) $(x + xy)(\bar{x} + y) + \overline{(z + \bar{x})(\bar{z} + y)(\bar{z} + \bar{y})}$

Задание 2. Найти смешанную производную функций $|$, \downarrow , \rightarrow , \equiv , \leftarrow . Если функция некоммутативна, то найти производные по всем аргументам. Определить условия, при которых каждая функция изменяет значение при переключении каждого аргумента и всех сразу.

Задание 3. Определить количество последовательных логических операций И, ИЛИ, НЕ, требуемых для вычисления значения логических операций \oplus , \leftrightarrow , \rightarrow , \leftarrow , \downarrow , $|$.

Задание 4. Определить количество последовательных арифметических операций, требуемых для вычисления значения логических операций \oplus , \leftrightarrow , \rightarrow , \leftarrow , \downarrow , $|$.

Задание 5. Сравнить результаты задач 3 и 4 и определить эффективный способ реализации – логический или арифметический.

Задание 6. Найти арифметическое представление логических формул:

а) $\overline{(x \downarrow y) \oplus (x|y)} \rightarrow x \downarrow y$

б) $\overline{a \leftarrow b \downarrow \bar{a} \oplus \bar{b}}$

в) $(\bar{a} \oplus b) \rightarrow (\overline{a|b \downarrow c}) | (a \leftarrow \bar{b}|c)$

г) $\overline{a|(b \leftarrow c) \leftarrow (\bar{b} \oplus \bar{c})}$

Определить в какой алгебре эти вычисления будут быстрее: в

алгебре Буля {И, ИЛИ, НЕ} или в арифметике {+,-,*,mod,div}.

Лабораторная работа 6

Построение арифметического сумматора в алгебре Жегалкина

Задание 1. Построить логические функции и разработать функциональную схему арифметического одноразрядного сумматора в алгебре Жегалкина. Описать этот сумматор в виде функции на языке С#. Ввод данных организовать с клавиатуры, вывод – на экран. Проверить работу функции.

Задание 2. Разработать функциональную схему арифметического n-разрядного сумматора в алгебре Жегалкина. Описать этот n-разрядный сумматор на языке С# в виде цикла над функцией одноразрядного сумматора. Ввод данных организовать с клавиатуры, вывод – на экран. Проверить работу функции.

Лабораторная работа 7

Логический вывод с откатом

1. Логический вывод в РІЕ на позитивных унитарных предикатах. Учебное пособие [1], с. 37-40.

Задание 1. Дано множество точек на декартовой плоскости в виде множества предложений предиката `point/2`:

```
point(1.0, 1.0).  
point(1.0, 2.0).  
point(1.0, 4.0).  
point(2.0, 1.0).  
point(2.0, 2.0).  
point(2.0, 4.0).  
point(3.0, 2.0).  
point(4.0, 1.0).  
point(4.0, 3.0).
```

Требуется вычислить цели:

- а) вывести на экран координаты X,Y всех точек;
- б) вывести все точки, сумма координат X и Y которых равна 5;
- в) вывести все пары точек, симметричных относительно прямой $y = x$;
- г) вывести все точки, имеющие чётную координату X и нечётную координату Y;
- д) вывести все точки, принадлежащие линии $y = 0,6 \cdot x + 0,4$;

- е) вывести все точки, находящиеся выше линии $y = 0,6 \cdot x + 0,4$;
- ж) вывести все точки, принадлежащие квадрату с центром в точке (2,1) и стороной длиной 2;
- з) вывести все точки, принадлежащие кругу с центром в точке (2,2) и радиусом 1,8;
- и) вывести все точки, лежащие вне круга с центром в точке (1,2) и радиусом 1,2;
- к) вывести все точки, лежащие внутри прямоугольника, ограниченного координатами $1 \leq X < 3$ и $2 < Y \leq 4$.

Задание 2. Дано множество месяцев в виде предложений предиката месяц/3:

месяц (1, январь, 31) .

месяц (2, февраль, 28) .

месяц (3, март, 31) .

и т.д.

Требуется вычислить цели:

- а) вывести номера месяцев продолжительностью 31 день;
- б) вывести суммарную продолжительность летних месяцев;
- в) вывести имена нечётных месяцев;
- г) вывести имена месяцев с максимальной и минимальной продолжительностью.

2. Логический вывод в РІЕ на дизъюнктах Хорна. Учебное пособие [1], с. 40-45.

Задание 3. Разработайте и проверьте модель элемента ИЛИ-НЕ.

Задание 4. Разработайте и проверьте модель элемента $\text{xor}/3$ двухвходового сумматора по модулю 2. Логика его работы проста: если входы различны, то на выходе – единица, иначе – ноль.

Задание 5. Разработайте и проверьте модель двухразрядного сумматора $\text{sum}(X2, X1, Y2, Y1, P, Z2, Z1)$. Здесь складывается двухразрядное число X , представленное разрядами $X2$ и $X1$, и двухразрядное число Y , представленное разрядами $Y2$ и $Y1$. Получаемый результат: двухразрядное число Z , представленное разрядами $Z2$ и $Z1$, и перенос в третий разряд P .

Задание 6. Найти все невырожденные треугольники с периметром большим 9.

Задание 7. Найти все невырожденные равнобедренные треугольники.

Задание 8. Найти все квадраты, стороны которых параллельны координатным осям.

Задание 9. Найти параметры k и b для всех прямых $y = kx + b$, которые проходят не менее чем через три точки, заданные в базе фактов.

Лабораторная работа 8

Рекурсивный логический вывод

Рекурсивный логический вывод в PIE. Учебное пособие [1], с. 45-50.

Задание 1. Усовершенствовать программу из примера 1.7 учебного пособия [1], проверяя только нечётные делители. Тем самым сократится перебор в два раза. Непосредственно перед этим надо убедиться в нечётности числа n , если оно не равно 2.

Задание 2. Написать программу определения количества простых чисел в диапазоне от 1 до заданного N . В математике эта функция выражает распределение простых чисел и имеет своё название $\pi(x)$.

Задание 3. Написать программу поиска наименьшего общего делителя (НОД) по алгоритму Евклида.

Задание 4. Написать предикат, рекурсивно вычисляющий сумму чисел числового ряда, описанного в примере 1.8 учебного пособия [1].

Задание 5. Написать предикат, рекурсивно вычисляющий сумму чисел числового ряда, являющегося геометрической прогрессией в диапазоне от N до M , $N \leq M$, с коэффициентом D .

Лабораторная работа 9

Исследование примитивной рекурсии

Исследование примитивной рекурсии в Hugs 98. Учебное пособие [1], с. 93-95.

Задание 1. Построить на языке Haskell с помощью оператора примитивной рекурсии всюду определённую и вычислимую функцию:

а) усечённой разности: $sub(x, y) = x \dot{-} y = \begin{cases} x - y, & x \geq y, \\ 0, & x < y; \end{cases}$

б) модуля разности двух чисел: $f(x, y) = |x - y|$;

в) усечённого знака числа: $sgn(y) = \begin{cases} 0, & y = 0, \\ 1, & y > 0; \end{cases}$

г) инверсии усечённого знака числа: $\overline{sgn}(y) = \begin{cases} 1, & y = 0, \\ 0, & y > 0; \end{cases}$

д) равенства: $equal(x, y) = \begin{cases} 1, & x = y, \\ 0, & x \neq y; \end{cases}$

е) меньше: $lower(x, y) = \begin{cases} 1, x < y, \\ 0, x \geq y; \end{cases}$

ж) больше: $greater(x, y) = \begin{cases} 1, x > y, \\ 0, x \leq y; \end{cases}$

з) сравнения: $cmp(x, y) = \begin{cases} 0, x = y, \\ 1, x > y, \\ 2, x < y, \end{cases}$

и) возведения в степень: $power(x, y) = x^y$.

Лабораторная работа 10

Исследование частично определённой рекурсии

Исследование частично определённой рекурсии в Hugs 98. Учебное пособие [1], с. 95-98.

Задание 1. Найти аналитическое выражение функции $\varphi(x)$, если $f(x, y) = dif(12, mul(x, y))$, и вычислить значение $\varphi(6)$ с помощью μ -оператора.

Задание 2. С помощью μ -оператора найти корни уравнения:

а) $x^2 - x - 2 = 0$;

б) $2^x = x^2$;

в) $\log_2 x - \left\lfloor \frac{x}{4} \right\rfloor = 0$;

г) $x! = (x + 1)^2 - 1$;

д) $x^2 + (x + 1)^2 = (x + 2)^2$.

Задание 3. Найти индекс заданного члена ряда Фибоначчи с помощью μ -оператора.

Задание 4. Найти число по его факториалу с помощью μ -оператора.

Задание 5. Найти минимальное x , удовлетворяющее неравенство $x! > 2^x$ с помощью μ -оператора.

Задание 6. Найти минимальное число Фибоначчи, которое больше заданного x , с помощью μ -оператора.

Задание 7. Определить μ -оператор для нахождения корней квадратного уравнения вида $ax^2 - bx + c = 0$, где $a, b, c > 0$. Такой вид уравнения является условием возможного наличия натуральных корней, исходя из равенства $(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$ для $x_1, x_2 > 0$. Для тестирования μ -оператора использовать наборы коэффициентов при указанных корнях:

- а) уравнение: $(x - 1)(x - 1) = x^2 - 2x + 1 = 0$. Коэффициенты:
 $a = 1, b = 2, c = 1$;
- б) уравнение: $(x - 1)(x - 2) = x^2 - 3x + 2 = 0$. Коэффициенты:
 $a = 1, b = 3, c = 2$;
- в) уравнение: $(x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3 = 0$. Коэффициенты:
 $a = 1, b = 4, c = 3$;
- г) уравнение: $(x - 2)(x - 2) = x^2 - 4x + 4 = 0$. Коэффициенты:
 $a = 1, b = 4, c = 4$;
- д) уравнение: $(x - 2)(x - 3) = x^2 - 5x + 6 = 0$. Коэффициенты:
 $a = 1, b = 5, c = 6$.

Лабораторная работа 11

Программирование машины Тьюринга

Программная модель машины Тьюринга. Учебное пособие [1], с. 99-115.

Задачи обработки унарных чисел произвольной разрядности

Задание 1. Разработать программу вычитания двух чисел a и b , при условии $a \geq b$.

Задание 2. Разработать программу усечённого вычитания двух чисел a и b .

Задание 3. Разработать программу знакового вычитания двух чисел a и b . Если разность отрицательная, то в результате перед разностью должен стоять знак минус.

Задание 4. Разработать программу сравнения двух чисел. Возвращаемый результат принадлежит множеству символов $\{>, <, =\}$.

Задание 5. Разработать программу умножения числа на 2.

Задание 6. Разработать программу целочисленного деления числа на 2.

Задание 7. Разработать программу определения остатка целочисленного деления числа на 2.

Задачи обработки бинарных чисел произвольной разрядности

Задание 8. Разработать программу определения усечённого знака числа $sgn(x) = \begin{cases} 0, & x = 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$

Задание 9. Разработать программу копирования числа через разделитель, роль которого играет знак больше >.

Задание 10. Разработать программу определения чётности числа. Возвращаемый результат принадлежит множеству символов {ч, н}.

Задание 11. Разработать программу циклического сдвига числа вправо на 1 разряд.

Задание 12. Разработать программу циклического сдвига числа на 1 разряд влево.

Задание 13. Разработать программу инкремента числа.

Задание 14. Разработать программу декремента для чисел, представленных в дополнительном коде.

Задание 15. Разработать программу усечённого декремента

$$x \div 1 = \begin{cases} 0, & x = 0, \\ x - 1, & x > 0 \end{cases}$$

для чисел, представленных в прямом коде.

Задание 16. Разработать программу сдвига числа вправо на n разрядов. Эта операция соответствует делению этого числа на 2^n .

Задание 17. Разработать программу сдвига числа влево на n разрядов. Эта операция соответствует умножению этого числа на 2^n .

Задание 18. Разработать программу сложения двух чисел одинаковой разрядности.

Задачи обработки десятичных чисел

Задание 19. Разработать программу для определения чётности числа.

Задание 20. Разработать программу инкремента числа.

Задание 21. Разработать программу усечённого декремента числа.

Оценка эффективности детерминированной машины Тьюринга

Задание 22. Оценить эффективность ДМТ в задачах 1–21.

Лабораторная работа 12

Исследование нормальных алгоритмов Маркова

Программная модель исполнения нормальных алгоритмов Маркова.
Учебное пособие [1], с. 127-133.

Задачи обработки унарных чисел произвольной разрядности

Задание 1. Разработать программу вычитания двух чисел a и b , при условии $a \geq b$.

Задание 2. Разработать программу усечённого вычитания двух чисел a и b .

Задание 3. Разработать программу знакового вычитания двух чисел a и b . Если разность отрицательная, то в результате перед разностью должен стоять знак минус.

Задание 4. Разработать программу сравнения двух чисел. Возвращаемый результат принадлежит множеству символов $\{>, <, =\}$.

Задание 5. Разработать программу умножения числа на 2.

Задание 6. Разработать программу целочисленного деления числа на 2.

Задание 7. Разработать программу определения остатка целочисленного деления числа на 2.

Задачи обработки бинарных чисел произвольной разрядности

Задание 8. Разработать программу определения усечённого знака числа $sgn(x) = \begin{cases} 0, & x = 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$

Задание 9. Разработать программу копирования числа через разделитель, роль которого играет знак больше $>$.

Задание 10. Разработать программу определения чётности числа. Возвращаемый результат принадлежит множеству символов $\{ч, н\}$.

Задание 11. Разработать программу циклического сдвига числа вправо на 1 разряд.

Задание 12. Разработать программу циклического сдвига числа влево на 1 разряд.

Задание 13. Разработать программу инкремента числа.

Задание 14. Разработать программу декремента для чисел, представленных в дополнительном коде.

Задание 15. Разработать программу усечённого декремента

$$x \div 1 = \begin{cases} 0, & x = 0, \\ x - 1, & x > 0 \end{cases}$$

для чисел, представленных в прямом коде.

Задание 16. Разработать программу сдвига числа вправо на n разрядов. Эта операция соответствует делению этого числа на 2^n .

Задание 17. Разработать программу сдвига числа влево на n разрядов. Эта операция соответствует умножению этого числа на 2^n .

Задание 18. Разработать программу сложения двух чисел одинаковой разрядности.

Задачи обработки десятичных чисел

Задание 19. Разработать программу для определения чётности числа.

Задание 20. Разработать программу инкремента числа.

Задание 21. Разработать программу усечённого декремента числа.

Оценка эффективности детерминированной машины Маркова

Задание 22. Оценить эффективность ДММ в задачах 4.1–4.21.

Задание 23. Сравнить эффективность ДМТ и ДММ на решённых задачах и сделать обоснованные выводы по применению ДМТ и ДММ на разных классах задач.

Лабораторная работа 13

Программирование равнодоступной адресной машины

Программная модель равнодоступной адресной машины. Учебное пособие [1], с. 144-151.

Разработка программы для РАМ

Задание 1. Дан массив произвольной длины. Найти максимальный и минимальный элементы массива и вывести их на ленту.

Задание 2. Дан массив A произвольной длины. Если какой-либо элемент массива:

а) $a_i = 5$;

б) $a_i > 5$;

в) $a_i \leq 5$,

то вывести его на ленту.

Задание 3. Дан массив произвольной длины. Если на ленте он упорядочен:

- а) по возрастанию;
- б) неубыванию;
- в) убыванию;
- г) невозрастанию,

то вывести 1, иначе – 0.

Задание 4. Даны два массива A и B , разделённые нулём. Массивы не содержат нулей и имеют произвольную и возможно не равную друг другу длину. Найти одну такую пару чисел a_i, b_j , $a_i \in A$ и $b_j \in B$, для которой выполняется условие:

- а) $a_i = b_j$;
- б) $a_i > b_j$;
- в) $a_i < b_j$;
- г) $a_i + b_j = 5$;
- д) $a_i \cdot b_j < 5$

и вывести её на ленту. Иначе на ленту ничего не выводить.

Задание 5. Даны два множества в виде массивов A и B , разделённых нулём. Множества не содержат нулей. Если множества равны, то вывести 1, иначе вывести 0.

Задание 6. На ленте даны три числа x, y, z из области $\{-1, 0, 1\}$. Вычислить значение выражения $xy + yz - xz$ и вывести его на выходную ленту.

Задание 7. Дано выражение $x + yz - xyz$. Переменные x, y, z принадлежат области $\{0, 1\}$. Найти и вывести на ленту хотя бы одну комбинацию x, y, z , при которой $x + yz - xyz = 1$.

Задание 8. Дано выражение $x + yz - xy$. Переменные x, y, z принадлежат области $\{0, 1\}$. Найти и вывести на ленту все комбинации x, y, z , при которых $x + yz - xy = 1$. Комбинации разделять цифрой -1.

Оценка эффективности равнодоступной адресной машины

Задание 9. Оценить эффективность РАМ по показателям вычислительной и ёмкостной сложности на каждой из задач 1–8.

Лабораторная работа 14

Исследование сложности алгоритмов

Программная модель равнодоступной адресной машины. Учебное пособие [1], с. 161-165.

Разработка программ для НРАМ

Задание 1. Дан массив произвольной длины. Найти максимальный и минимальный элементы массива и вывести их на ленту.

Задание 2. Дан массив A произвольной длины. Если какой-либо элемент массива:

а) $a_i = 5$;

б) $a_i > 5$;

в) $a_i \leq 5$,

то вывести его на ленту.

Задание 3. Дан массив произвольной длины. Если на ленте он упорядочен:

а) по возрастанию;

б) неубыванию;

в) убыванию;

г) невозрастанию,

то вывести 1, иначе – 0.

Задание 4. Даны два массива A и B , разделённые нулём. Массивы не содержат нулей и имеют произвольную и возможно не равную друг другу длину. Найти такую одну пару чисел a_i, b_j , $a_i \in A$ и $b_j \in B$, для которой выполняется условие:

а) $a_i = b_j$;

б) $a_i > b_j$;

в) $a_i < b_j$;

г) $a_i + b_j = 5$;

д) $a_i \cdot b_j < 5$,

и вывести её на ленту. Иначе на ленту ничего не выводить.

Задание 5. Даны два множества в виде массивов A и B , разделённых нулём. Множества не содержат нулей. Если множества равны, то вывести 1, иначе – 0.

Задание 6. На ленте даны три числа x, y, z из области $\{-1, 0, 1\}$. Вычислить значение выражения $xy + yz - xz$ и вывести его на выходную ленту.

Задание 7. Дано выражение $x + yz - xyz$. Переменные x, y, z принадлежат области $\{0,1\}$. Найти и вывести на ленту хотя бы одну комбинацию x, y, z , при которой $x + yz - xyz = 1$.

Задание 8. Дано выражение $x + yz - xy$. Переменные x, y, z принадлежат области $\{0,1\}$. Найти и вывести на ленту все комбинации x, y, z , при которых $x + yz - xy = 1$. Комбинации разделять цифрой 9.

Задание 9. Дана булева функция $f(x, y, z) = (x + y) \& (\bar{y} + \bar{z})$. Найти кортеж переменных, выполняющих функцию.

Задание 10. Дано множество чисел $\{1, 3, 16, 18, 21, 32\}$. Разработать программу нахождения такого подмножества, что сумма его элементов равна числу 37.

Задание 11. Дано множество простых чисел $\{2, 3, 5, 7, 11\}$. Разложить число 165 на простые множители в первой степени.

Оценка эффективности равнодоступной адресной машины

Задача 12. Оценить эффективность НРАМ по показателям вычислительной и ёмкостной сложности на каждой из задач 1–11.

Список литературы

1. Игошин В.И. Математическая логика: учебное пособие / В.И. Игошин – М.: ИНФРА-М, 2019. – 398 с. Режим доступа: <https://znanium.com/bookread2.php?book=987006>
2. Игошин В.И. Сборник задач по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие / В.И. Игошин – М.: КУРС: ИНФРА-М, 2019. – 392 с. Режим доступа: <https://znanium.com/bookread2.php?book=986940>
3. Пруцков А.В., Волкова Л.Л. Математическая логика и теория алгоритмов: учебник / А.В. Пруцков, В.В. Волкова – М.: КУРС: ИНФРА-М, 2018. – 152 с. Режим доступа: <https://znanium.com/bookread2.php?book=956763>