Федеральное агенство по образованию Кубанский государственный технологический университет Кафедра общей математики

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины и выполнению контрольных работ для студентов-заочников специальности 230105

Краснодар 2005 Составители: ст. преп. Н.В. Лесниченко, д-р физ.-мат. наук, проф. С.В. Усатиков

УДК 510+519

Математический анализ: Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины и выполнению контрольных работ для студентовзаочников специальности 230105/ Сост. Н.В. Лесниченко, С.В. Усатиков; Кубан. гос. технол. ун-т. Каф. общей математики. — Краснодар: Изд. КубГТУ, 2005.— 26 с.

Библиогр.: 15 назв.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Кубанского государственного технологического университета

Содержатся задания для составления контрольных работ по математическому анализу, дифференциальным уравнениям, уравнениям математической физики, теории функции комплексного переменного, операционному исчислению. Задания составлены в соответствии с новыми учебными стандартами.

Рецензенты: канд. физ.-мат. наук, доц. С.Н. Горшкова канд. физ.-мат. наук, доц. И.В. Терещенко

Содержание

Введение	4
Инструкция по работе с пособием	. 5
Программа дисциплины	. 6
Контрольные вопросы	12
Контрольные задания	14
Темы практических занятий	25
Требования к оформлению контрольных работ	25
Список литературы	26

Введение

Настоящие методические указания предназначены для изучения курса "Математический анализ" студентами-заочниками специальности 230105. Основной формой обучения студента заочной формы обучения является самостоятельная работа над учебным материалом, которая состоит из следующих элементов: изучение теоретического материала по учебникам, разбор и решение типовых задач, выполнение контрольных работ. Завершающим этапом изучения математических дисциплин является сдача зачетов и экзаменов в соответствии с учебным планом. Во время экзаменационных и установочных сессий для студентов-заочников организуются лекции и практические занятия. Они носят преимущественно обзорный характер. Их цель — обратить внимание на общую схему построения курса, подчеркнуть важнейшие моменты, указать главные практические приложения излагаемого курса. На этих занятиях возможен более подробный разбор отдельных вопросов программы, отсутствующие или недостаточно полно освещенные в рекомендуемых пособиях. В течение семестра студент может обращаться к преподавателю для получения устной или письменной консультации. Указания студенту по текущей работе даются также в процессе рецензирования контрольных работ. Однако нужно помнить, что только при систематической и упорной самостоятельной работе помощь вуза окажется достаточно эффективной.

Инструкция по работе с пособием

Наше пособие содержит рекомендации студентам-заочникам по работе над изучением курсов математических дисциплин, экзаменационные вопросы и контрольные задания (десять вариантов). В частности, даны указания, в какой последовательности следует изучать теоретический материал: курс разбит на темы и пункты, по каждому из которых предложен подробный список рекомендуемой литературы, отмечены соответствующие разделы и параграфы, а также номера задач, как имеющих разобранные решения, так и для самостоятельного решения. Номера в квадратных скобках означают учебник или задачник из приведенного в конце пособия списка литературы; например, [1] обозначает учебник Д. В. Беклемишева, [4]— задачник Д. В. Клетеника и т.д.

Номера задач, включенных в контрольную работу, количество контрольных работ по каждой дисциплине и по каждой специальности указывается в методическом письме, которое утверждается на заседании кафедры и доводится до сведения студентов на установочной сессии. Номер варианта определяется по последней цифре шифра студенческого билета, цифра 0 соответствует 10 варианту.

К выполнению каждой контрольной работы следует приступать, разобравшись в теоретическом материале по заданной теме и решив достаточное количество задач, соответствующих этому заданию.

Контрольная работа должна выполняться самостоятельно. Только в этом случае преподаватель-рецензент имеет возможность своими замечаниями и указаниями помочь студенту устранить недостатки в усвоении им учебного материала, приобрести необходимые знания и успешно подготовиться к устному зачету или экзамену. Контрольные работы вместе со всеми исправлениями и дополнениями, выполненными по требованию рецензента, следует сохранять. Без предъявления зачтенных контрольных работ студент не допускается к сдаче зачета и экзамена.

Программа дисциплины

- 1 Введение в математический анализ
- 1.1 Предел и непрерывность функций

```
[10, гл. II, § 1–5, упр. 1, 4, 6, 8–14, 18, 19; § 6, упр. 31–33, 35, 37–40; § 7, 8, упр. 41–44, 46, 48, 49; § 9, упр. 2, 3, 21–23, 25–30, 45, 47, 57, 59; § 10, 11, упр. 60–62]; [5, гл. 1, § 4]; [7, ч. I, гл. VI, § 1–6]; [13 гл. 2–3].
```

- 2 Производная и дифференциал
- 2.1 Производная

```
[10, гл. III, § 1, 2, упр. 1, 3, 4; § 3, упр. 7, 8; § 4–8, упр. 10, 12, 15, 16, 20–22, 24, 27, 29, 42, 45, 71; § 9, упр. 33–40, 43, 46–48, 50, 52, 54, 56, 58, 59, 61, 64–68, 72, 74, 75, 78, 80; § 10, упр. 51, 53, 60, 62, 63, 79, 81; § 11, упр. 142, 143, 147, 149–151; § 12, упр. 83, 85, 90, 100, 101, 108, 110, 113; § 13, 14, упр. 116, 118,120, 134, 137; § 15, упр. 222–227; § 16–18, упр. 152–157, 159–161; § 19; § 26, упр. 207, 210–213, 216–219; § 27]; [5, гл. 5, §§ 1–2]; [7, ч. І, гл. VII, § 1].
```

2.2 Дифференциал

```
[10, гл. III, § 20, 21, упр. 162–164, 166, 169–171, 230, 231]; [5, гл. 5, § 2 ];
```

[7, ч. 1, гл. VII, § 1].

2.3 Производные и дифференциалы высших порядков

```
[10, гл. III, § 22, 25, упр. 172, 176, 183, 184, 188, 190, 194, 206, 233, 234; § 24, упр. 196, 201-205, 236; § 23]; [5, гл. 5, § 2 ]; [7, ч. 1, гл. VII, § 1 ].
```

2.4 Свойства дифференцируемых функций

```
[10, гл. IV, § 1, упр. 1, 5, 7, 8; § 2, упр. 9, 10, 12; § 3, упр. 17; § 4, упр. 19, 20, 23, 28; § 5, упр. 30, 33, 35, 38 42, 45, 50, 52]; [7, ч. I, гл. VII § 2, п. 1,2].
```

2.5 Формула Тейлора

```
[10. гл. IV, § 6, 7, упр. 54, 56, 57, 59, 62, 65, 67];
[7,ч. I, гл. VII, § 2, п. 1].
```

- 3 Возрастание и убывание функции, экстремумы
- 3.1Возрастание и убывание функций

3.2 Экстремумы

Литература [10, гл. V,
$$\S$$
 3–5, упр. 3, 12, 14, 22, 25, 27, 30; \S 6, упр. 32, 34; \S 7, упр. 40,44,52,54; \S 8]; [7, ч. I, гл. VII, \S 2, п. 3].

- 4 Построение графиков функций
- 4.1 Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба

4.2 Асимптоты графика функции

4.3 Общая схема построения графика функции

```
[10, гл. V, § 11, упр. 84, 92, 95, 96, 99, 103, 134];
[5, гл. 5, § 4];
[7, ч. 1, гл. VII, § 2].
```

- 5 Функции нескольких переменных
- 5.1 Основные понятия

5.2 Частные производные

5.3 Полный дифференциал, касательная плоскость и нормаль к поверхности

```
[10гл. VIII, § 7, упр., 11–17; § 8, упр. 18; гл. IX, § 6, упр. 17, 18, 20];
[5, гл. 7, §§ 1–2];
[7, ч. 1, гл. VIII, § 3].
```

5.4 Производные сложной и неявной функции, частные производные и полные дифференциалы высших порядков

```
[10 гл. VIII, § 10, упр. 22, 24; § 11, упр. 26, 28, 30, 32; § 12, упр. 34, 38]; [5, гл. 7, § 2 ]; [7, ч. 1, гл. VIII, § 2 ].
```

5.6 Формула Тейлора для функции двух переменных, экстремумы функции нескольких переменных

```
[10, гл. VIII, § 16, 17, упр. 47–49; § 18];
[5, гл. 7, § 3];
[7, ч. 1, гл. VIII, § 4].
```

- 6 Неопределенный интеграл
- 6.1 Определение и свойства неопределенного интеграла

```
[10, гл. X, § 1–3, упр. 2, 5, 7, 9, 11, 14, 16, 17, 25,41,46,49,58,60,66];
[5, гл. 6, § 1 ];
[7, ч. 1, гл. IX, § 1 ].
```

6.2 Основные методы интегрирования

```
[10, гл. X, § 4, упр. 27, 28, 33, 37, 47, 51, 65, 72, 83, 89, 91, 94, 100, 101; § 6, упр. 127–131, 134, 135, 138, 140, 143, 145]; [5, гл. 6, § 1 ]; [7, ч. 1, гл. IX, § 1 ].
```

6.3 Стандартные методы интегрирования некоторых классов функций

```
[10, гл. X, § 5, упр. 102, 105, 107, ПО, 112, 113, 115, 116, 123, 125; § 7–9, упр. 156, 163, 164, 167, 169; § 10, упр. 170, 176, 177; § 12, упр. 196, 198, 203, 204, 209, 212, 214, 216; § 13, упр. 178, 180]; [5, гл. 6, § 2 ]; [7, ч. 1, гл. IX, §§ 2–5 ].
```

6.4 Использование таблиц интегралов

- 7 Определенный интеграл
- 7.1 Определение, свойства и вычисление определенного интеграла

7.2 Несобственные интегралы

7.3 Геометрические приложения определенного интеграла

```
[10, гл. XII, § 1, упр. 1, 3, 5–11; § 2, упр. 13–14, 17, 18; § 3, упр. 38–41, 43, 47; § 4, 5, упр. 20–23, 25, 32; § 6, упр. 49, 51, 53]; [5, гл. 6, § 6 ]; [7, ч. 1, гл. X, §§ 3–6].
```

- 8 Обыкновенные дифференциальные уравнения
- 8.1 Дифференциальные уравнения первого порядка

```
[10, гл. XIII, § 1–3, упр. 1, 2, 4; § 4, упр. 9, 11, 20–26, 35–37; § 5, упр. 40–47, 55, 56; § 6, упр. 48–50; § 7, упр. 58-63, упр. 66–69; § 9, упр. 72–76, 80; § 11, 12, 32, 33, упр. 194, 195]; [6, гл. 9, § 1 ]; [7, ч. 2, гл. IV, § 1 ].
```

8.2 Дифференциальные уравнения высших порядков

```
[10, гл. XIII, § 16, упр. 117; § 17, упр. 118, 119; § 18, упр. 120–124];
[6, гл. 9, § 2];
[7, ч. 2, гл. IV, § 2].
```

8.3 Линейные дифференциальные уравнения

```
[10, гл. XIII, § 20, 21, упр. 129–137; § 22, упр. 140–146; § 23–25, упр. 149–158, 167–169]; [6, гл. 9, § 2 ]; [7, ч. 2, гл. IV, § 3 ].
```

9 Кратные интегралы

9.1 Двойной интеграл

```
[10, гл. XIV, § 1,2, упр. 1, 4–6; § 3, упр. 8–10, 14, 15, 17; § 4, упр. 24, 25, 32; § 5, 6, упр. 18–20, 28; § 7, упр. 43, 46,48; § 8, упр. 51; § 9, упр. 59, 60; § 10, упр. 53, 54]; [6, гл. 8, § 1 ]; [7, ч. II, гл. I, § 1–6].
```

9.2 Тройной интеграл

```
[10, гл. XIV, § 11, 12, упр. 65, 66; § 13, упр. 67; § 14, упр. 68, 69];
[6, гл. 8, § 2 ];
[7 ч. II, гл. I, §§ 7, 8].
```

10 Ряды

10.1 Числовые ряды

```
[10, гл. XVI, § 1–6, упр. 8–18; § 7, 8, упр. 21–29; § 18, 24];
[13, гл. 9, § 9.1–9.7];
[6, гл. 812, § 1];
[7 ч. II, гл. III, § 1].
```

10.2 Функциональные ряды

```
[10, гл. XVI, § 9–12];
[13, гл. 9, § 9.8–9.10];
[6, гл. 12, § 2];
[7 ч. II, гл. III, § 2].
```

10.3 Степенные ряды

```
[10, гл. XVI, § 13–15, 25, упр. 30–33, 35–38];

[13, гл. 9, § 9.11–9.13];

[10, гл. XVI, § 16, 17, 19, 20, упр. 44–46, 50, 55, 64, 66, 70, 71, 74, 76, 78, 80];

[6, гл. 12, § 3];

[7 ч. II, гл. III, § 3].
```

10.4 Ряды Фурье

```
[10, гл. XVII, § 1–7, 10, 11–16, упр. 1, 4–14];
[6, гл. 12, § 7];
[7 ч. II, гл. III, § 8].
```

```
11 Элементы теории уравнений математической физики
```

[10, гл. XVIII, § 1–3, упр. 1–3, 5]; [7, ч. II, гл. VI, § 3 (п. 1), задачи 931–933]; [10, гл. XVIII, § 4–7 упр. 7, 8, 10]; [7, ч. II, гл. VI, § 4 (п. 1), задачи 943, 944]; [10, гл. XVIII, § 8–11, упр. 12–16]; [10, ч. II, гл. VI, § 4, (п. 2), § 5, задачи 948, 949]; [14 гл. 5, § 5, 8].

12 Элементы теории функций комплексного переменного

[11, гл. І, § 3, 4];

[12, гл. I, § 2, задачи 48, 62–56; § 3, задачи 69, 73, 75–77, 81];

[7 ч. II, гл. VII, \S 1, задачи 957, 959, 963, 965; \S 2, задачи 972, 976–978];

[11, гл. І, § 5];

 $[12, гл. I, \S 4, задачи 89, 90, 92, 94, 99, 102, 108, 111; § 5, задачи 116–123, 126, 129, 132];$

[7, ч. II, гл. VII, § 4, задачи 996–1000];

[11, гл. 4, § 1, 2];

[12, гл. 1, \S 6, задачи 158, 163, 166, 198, 201, 203, 205, 208 209, 212, 216; \S 7, задачи 221, 223, 228, 236, 237–241, 242, 249];

[7, ч. II, гл. VII, § 5, задачи 1010–1017];

[11, π . 5, § 1, 2, π . 1, 2];

[12, гл: I, § 8, задачи 270, 276, 277, 282, 283, 285, 289, 292, 293, 297, 303, 305, 310];

[7, ч. II, гл. VII, § 6, задачи 1027–1034].

13 Операционное исчисление

[10, гл. XIX, § 1–9, 11, 13, 19];

[7, ч. II, гл. VIII, § 1–3, задачи 1041–1047, 1054–1057, 1061–1065];

[10, гл. XIX, § 10, 12, упр. 1–10];

[7, гл. II, гл. VIII, § 4, задачи 1072–1078].

Контрольные вопросы

- 1. Числовая последовательность, предел последовательности. Теоремы о пределах. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
- 2. Понятие однозначной функции действительного переменного, способы задания функций. Неявная, сложная и обратная функции. Элементарные функции.
 - 3. Предел функции. Теоремы о пределах. Правый и левый предел.
- 4. Непрерывность функции. Теоремы о непрерывных функциях. Классификация точек разрыва.
- 5. Замечательные пределы. Непрерывность элементарных функций.
- 6. Эквивалентность функций. Сравнение бесконечно малых функций. Классификация неопределенностей.
- 7. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.
- 8. Производная функции одного действительного переменного. Дифференциал. Геометрический смысл производной и дифференциала.
- 9. Дифференцирование суммы, произведения, частного, сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
 - 10. Формула Тейлора.
- 11. Исследование функций с помощью производных. Общая схема построения графиков функций.
- 12. Функции нескольких переменных. Предел, непрерывность, частные производные. Полный дифференциал.
- 13. Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия.
- 14. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица интегралов, основные способы интегрирования.
- 15. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона—Лейбница.
- 16. Геометрические и физические приложения определенных интегралов.
 - 17. Несобственные интегралы.
- 18. Двойные и тройные интегралы, их свойства. Приложения кратных интегралов.

- 19. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Дифференциальные уравнения высших порядков.
- 20. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
- 21. Числовые ряды, сходимость и сумма ряда. Необходимый признак сходимости.
- 22. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.
- 23. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.
- 24. Степенные ряды, область сходимости. Разложение функций в степенные ряды.
 - 25. Ряд Фурье. Разложение функций в ряд Фурье.
- 26. Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа.
- 27. Элементарные функции комплексного переменного. Предел и производная функции комплексного переменного. Условия Коши–Римана.
- 28. Интегрирование функции комплексного переменного. Теорема Коши. Интегральная формула Коши.
 - 29. Ряд Лорана. Изолированные особые точки, их классификация.
- 30. Вычеты. Теоремы о вычетах, применение вычетов к вычислению интегралов.
- 31. Преобразование Лапласа. Основные теоремы об оригиналах и изображениях.
- 32. Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.
- 33. Уравнение колебаний струны. Решение задачи Коши методом Даламбера.
- 34. Уравнение теплопроводости. Решение смешенной краевой задачи методом Фурье.

Контрольные задания

1–10. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1. a)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{1 - 2x}{3x - 2}$$
;

6)
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{5x^2}$$
;

2. a)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^3 + 1}{2x^3 + 1}$$
;

6)
$$\lim_{x\to 7} \frac{\sqrt{2+x}-3}{x-7}$$
;

3. a)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x^3 + x^2 - 5}{x^3 + x - 2}$$
;

$$6)\lim_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{x}}{x^2-x};$$

4. a)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^4 - x + 2}$$
;

6)
$$\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x}-1}$$
;

5. a)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2 + 6x - 5}{5x^2 - x - 1}$$
;

6)
$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$$
;

6. a)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{3 + x + 5x^4}{x^4 - 12x + 1}$$
;

6. a)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{3 + x + 5x^4}{x^4 - 12x + 1};$$
6)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1 + 3x} - \sqrt{1 - 2x}}{x + x^2};$$

7. a)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + 3x^2 + x^4}$$

6)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+3x^2+x^3}}{x^2+x^3}$$
;

B)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}$$
;

$$\Gamma) \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x+3}{x-2}\right)^x.$$

$$\mathrm{B)} \lim_{x\to 0} \frac{\arcsin 3x}{5x};$$

$$\Gamma \lim_{x \to \infty} \left(\frac{2x - 1}{2x + 1} \right)^x.$$

$$B)\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-\cos 2x}}{|x|};$$

$$\Gamma$$
) $\lim_{x \to \infty} \left(\frac{4x+1}{4x} \right)^{2x}$.

$$B)\lim_{x\to 0}\frac{5x}{\operatorname{arctg} x};$$

$$\Gamma$$
) $\lim_{x \to 0} (1 + 2x)^{1/x}$.

B)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2}$$
;

$$\Gamma \lim_{x \to \infty} x \left(\ln(x+1) - \ln x \right).$$

$$\text{B)} \lim_{x\to 0} \frac{x^2\cos 2x}{\sin 3x};$$

$$\Gamma$$
) $\lim_{x \to \infty} (2x+1) [\ln(x+3) - \ln x].$

B)
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 6x}{1-\cos 2x}$$
;

$$\Gamma$$
) $\lim_{x \to \infty} (x - 5) [\ln(x - 3) - \ln x].$

8. a)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x - 5}$$
;

6)
$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3}$$
;

$$\mathrm{B)} \lim_{x \to 0} \frac{\mathrm{tg}^2 \frac{x}{2}}{x^2};$$

$$\Gamma) \lim_{x \to 1} (7 - 6x)^{x/3x - 3}.$$

9. a)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{7x^4 - 2x^3 + 2}{x^4 + 3}$$
;

6)
$$\lim_{x \to 5} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{x^2 - 5x}$$
;

$$\mathrm{B)}\,\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 4x}{2x\operatorname{tg}2x};$$

6)
$$\lim_{x \to 5} \frac{\sqrt{x^2 - 5x}}{x^2 - 5x}$$

10. a) $\lim_{x \to \infty} \frac{8x^5 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x^2 + 5}$;

6)
$$\lim_{x \to 2} \frac{x - 2}{\sqrt{2x} - 2};$$

$$\Gamma) \lim_{x \to 2} (3x - 5)^{2x/x^2 - 4}.$$

$$\Gamma$$
) $\lim_{x \to 3} (3x - 8)^{\frac{2}{x-3}}$.

B) $\lim_{x\to 0} 5x \cos 3x$;

11–20. Найти производные данных функций.

11. a)
$$y = 2\sqrt{4x+3} - \frac{3}{\sqrt{x^3+x-1}}$$

$$6) y = (e^{\cos x} + 3)^2;$$

$$\Gamma) y = x^{x^x}$$

$$B) y = \ln \sin(2x + 5);$$

д)
$$\begin{cases} x = \cos\frac{t}{2} \\ y = t - \sin t \end{cases}$$

12. a)
$$y = x^2 \sqrt{1 - x^2}$$
;

$$\Gamma) y = x^{1/x};$$

$$6) y = \frac{4\sin x}{\cos^2 x};$$

$$\exists x = t^3 + 8t;$$

B)
$$y = \operatorname{arctg} e^{2x}$$

д)
$$\begin{cases} x = t^3 + 8t; \\ y = t^5 + 2t. \end{cases}$$

13. a)
$$y = x\sqrt{(1+x^2/(1-x))}$$
;

$$\overline{x}$$
; $\Gamma y = x^{\ln x}$;

б)
$$y = 1/ \operatorname{tg}^2 2x;$$

в) $y = \arcsin \sqrt{1 - 3x};$

д)
$$\begin{cases} x = t - \sin t; \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$$

14. a)
$$y = \frac{3+6x}{\sqrt{3-4x+5x^2}}$$
;

$$\Gamma) y = x^{-\operatorname{tg} x};$$

$$6) y = \sin x - x \cos x;$$

д)
$$\begin{cases} x = e^{2t}; \\ y = \cos t. \end{cases}$$

$$B) y = x^m \ln x;$$

$$A) \begin{cases} x \equiv e^{-x}; \\ y = \cos t \end{cases}$$

15. a)
$$y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$
;

$$6) y = \frac{\sin^2 x}{2 + \cos^2 x};$$

16. a)
$$y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} + 5\sqrt[5]{x^3 + 1};$$

6) $y = 2 \operatorname{tg}^3(x^2 + 1);$

B)
$$y = 3^{\arctan x^3};$$

17. a)
$$y = \sqrt[3]{\frac{1+x^2}{1-x^2}}$$
;

6)
$$y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \ln \cos x;$$

18. a)
$$y = 3\sqrt[3]{x^5 + 5x^4 - \frac{5}{x}};$$

$$6) y = \ln \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}};$$

19. a)
$$y = 5\sqrt[5]{x^2 + x + \frac{1}{x}};$$

6)
$$y = 2^{x} e^{-x}$$
;

$$\text{B) } y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}};$$

20. a)
$$y = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt[3]{x^3 + 1}$$
;

6)
$$y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x;$$

B)
$$y = \arctan \sqrt{\frac{3-x}{x-2}};$$

$$\mathrm{B}) \ y = \frac{x \ln x}{x - 1};$$

$$\Gamma$$
) $y = (\operatorname{arctg} x)^{\ln x}$

д)
$$\begin{cases} x = 3\cos^2 t; \\ y = 2\sin^3 t. \end{cases}$$

$$\Gamma$$
) $y = (\operatorname{arctg} x)^x$

д)
$$\begin{cases} x = 3\cos t; \\ y = 4\sin^2 t. \end{cases}$$

B)
$$y = \arctan \frac{x}{1 + \sqrt{1 - x^2}};$$

$$\Gamma) y = (x + x^2)^x$$

д)
$$\begin{cases} x = 3t - t^3 \\ y = 3t^2 \end{cases}$$

$$\mathbf{B}) \ y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x);$$

$$\Gamma) \ y = (\sin x)^{\ln x};$$

д)
$$\begin{cases} x = 2t - t^3 \\ y = 2t^2 \end{cases}$$

$$\Gamma) \ y = (\cos x)^x$$

г)
$$y = (\cos x)^x$$
;
д)
$$\begin{cases} x = t + \ln \cos t \\ y = t - \ln \sin t \end{cases}$$

$$\Gamma) y = (\cos x)^{x^2};$$

д)
$$\begin{cases} x = \ln t \\ y = \frac{1}{2}(t+1/t) \end{cases}$$

21-30. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию y = f(x) и, используя результаты исследования, построить ее график.

$$21. \ y = \frac{4x}{4+x^2}.$$

$$22. \ y = \frac{x^2-1}{x^2+1}.$$

$$23. \ y = \frac{x^{2+1}}{x^2-1}.$$

$$24. \ y = \frac{x^2}{x-1}.$$

$$25. \ y = \frac{x^3}{x^2+1}.$$

$$26. \ y = \frac{4x^3+5}{x}.$$

$$27. \ y = \frac{x^2-5}{x-3}.$$

$$28. \ y = \frac{x^4}{x^3-1}.$$

$$29. \ y = \frac{4x^3}{x^3-1}.$$

$$29. \ y = \frac{4x^3}{x^3-1}.$$

$$29. \ y = \frac{4x^3}{x^3-1}.$$

31–40. Дана функция z=f(x,y). Найти $\frac{\partial z}{\partial x},\,\frac{\partial z}{\partial u},\,\frac{\partial^2 z}{\partial x^2},\,\frac{\partial^2 z}{\partial u^2},\,\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial u}$.

31.
$$z = 1/(x^2 - y^2)^5$$
. 36. $z = 3x/y^2$.

32.
$$z = \arcsin(xy)$$
. 37. $z = x^y$.

33.
$$z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1)$$
. 38. $z = xe^{xy}$.

34.
$$z = e^{x/y}$$
. 39. $z = \sin(x + \sqrt{y})$.

35.
$$z = \ln(x + e^{-y})$$
. 40. $z = \cos y + (y - x)\sin y$.

41-50. Найти неопределенные интегралы. В п. а) и б) результат проверить дифференцированием.

41. a)
$$\int e^{\sin^2 x} \sin 2x \, dx;$$
 B) $\int \frac{dx}{x^3 + 8};$ C) $\int \arctan \sqrt{x} \, dx;$ C) $\int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x + 1}}.$ 42. a) $\int \frac{x \, dx}{(x^2 + 4)^6};$ B) $\int \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 1} \, dx;$ C) $\int e^x \ln(1 + 3e^x) \, dx;$ C) $\int \frac{dx}{\sin x + \tan x}.$

6) $\int e^x \ln(1+3e^x) dx$;

43. a)
$$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}}$$
;

6)
$$\int x \, 3^x \, dx$$
;

44. a)
$$\int \frac{dx}{\cos^2 x (3 \operatorname{tg} x + 1)};$$

$$6) \int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} \, dx;$$

45. a)
$$\int \frac{\cos 3x dx}{4 + \sin 3x}$$
;

6)
$$\int x^2 e^{3x} \, dx$$
;

46. a)
$$\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{\cos^2 x}};$$

б)
$$\int x \arcsin \frac{1}{x} dx$$
;

47. a)
$$\int \frac{x + \arctan x}{1 + x^2} dx;$$

б)
$$\int x \ln(x^2 + 1) \, dx;$$

48. a)
$$\int \frac{\arctan \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} dx;$$

6)
$$\int x \sin x \cos x \, dx$$
;

49. a)
$$\int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt[3]{3 + 2\cos x}}$$
;

6)
$$\int x^2 \sin 4x \, dx;$$

50. a)
$$\int \frac{\sqrt[3]{1 + \ln x}}{x} dx;$$

б)
$$\int x \ln^2 x \, dx$$
;

$$\mathrm{B}) \int \frac{(3x-7)\,dx}{x^3+4x^2+4x+16};$$

$$\Gamma) \int \frac{dx}{\sqrt{x+3} + \sqrt[3]{(x+3)^2}}$$

B)
$$\int \frac{dx}{x^3 + x^2 + 2x + 2}$$
;

$$\Gamma \int \frac{x^2 + \sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}} \, dx \ .$$

$$\mathrm{B)} \int \frac{x^2 \, dx}{x^3 + 5x^2 + 8x + 4};$$

$$\Gamma) \int \frac{\cos x dx}{1 + \cos x} \ .$$

B)
$$\int \frac{(x+3) dx}{x^3 + x^2 - 2x}$$

$$\Gamma \int \frac{(\sqrt[4]{x}+1) dx}{(\sqrt{x}+4)\sqrt[4]{x^3}}$$

B)
$$\int \frac{(x^2-3)\,dx}{x^4+5x^2+6};$$

$$\Gamma) \int \frac{\sqrt{x+5} \, dx}{1+\sqrt[3]{x+5}} \, .$$

B)
$$\int \frac{x^2 dx}{x^4 - 81}$$
;

$$\Gamma) \int \frac{dx}{3\cos x + 4\sin x} \ .$$

B)
$$\int \frac{(x^2 - x + 1) dx}{x^4 + 2x^2 - 3};$$

$$\Gamma$$
) $\int \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[6]{x}+1)}{\sqrt[3]{x^2}} dx$.

B)
$$\int \frac{(x^3-6) dx}{x^4+6x^2+8}$$
;

$$\Gamma$$
) $\int \frac{dx}{2\sin x + \cos x + 2}$.

51–60. Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертежи данного тела и его проекции на плоскость xOy.

51.
$$z = 0, z = x, y = 0, y = 4, x = \sqrt{25 - y^2}$$
.

52.
$$z = 0, z = 9 - y^2, x^2 + y^2 = 9$$
.

53.
$$z = 0, z = 4 - x - y, x^2 + y^2 = 4$$
.

54.
$$z = 0, z = y^2, x^2 + y^2 = 9.$$

55.
$$z = 0, y + z = 2, x^2 + y^2 = 4$$
.

56.
$$z = 0, 4z = y^2, 2x - y = 0, x + y = 9.$$

57.
$$z = 0, x^2 + y^2 = z, x^2 + y^2 = 4$$
.

58.
$$z = 0, z = 1 - y^2, x = y^2, x = 2y^2 + 1$$
.

59.
$$z = 0, z = 1 - x^2, y = 0, y = 3 - x$$
.

60.
$$z = 0, z = 4\sqrt{y}, x = 0, x + y = 4$$
.

61–70. Дано комплексное число z. Требуется: 1) записать число z в алгебраической и тригонометрической формах; 2) найти все корни уравнения $\varpi^3+z=0$.

$$61. \ z = \frac{2\sqrt{2}}{1+i}.$$

$$62. \ z = \frac{4}{1+i\sqrt{3}}.$$

$$63. \ z = \frac{-2\sqrt{2}}{1-i}.$$

$$64. \ z = \frac{-4}{1-i\sqrt{3}}.$$

$$65. \ z = \frac{-2\sqrt{2}}{1+i}.$$

$$66. \ z = \frac{-4}{\sqrt{3}-i}.$$

$$67. \ z = \frac{2\sqrt{2}}{1-i}.$$

$$68. \ z = \frac{4}{1-i\sqrt{3}}.$$

$$69. \ z = \frac{1}{\sqrt{3}+i}.$$

$$70. \ z = \frac{1}{\sqrt{3}-i}.$$

71-80. Используя теоремы о вычетах, вычислить несобственный интеграл.

71.
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^4+1)^2}.$$
 72.
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+4)^2(x^2+16)}.$$

$$73. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 - x + 1)^2}.$$

$$74. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 9)^2(x^2 + 4)}.$$

$$75. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4 + 10x^2 + 9}.$$

$$76. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)^2(x^2 + 9)}.$$

$$77. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 3)^2}.$$

$$78. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 3)^2(x^2 + 2)}.$$

$$79. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^3}.$$

$$80. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2(x^2 + 4)}.$$

81–90. Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=n_0}^{+\infty} u_n$.

$$81. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

$$82. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{n}.$$

$$83. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\sqrt[4]{2n+3}}.$$

$$84. \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}.$$

$$85. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\sqrt[4]{2n+3}}.$$

$$86. \sum_{n=3}^{+\infty} \frac{(-1)^{n}}{n \ln n (\ln \ln n)}.$$

$$87. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n} \cos \frac{\pi}{6n}.$$

$$88. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n}{n!}.$$

$$89. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n} \sin \frac{\pi}{\sqrt{2n}}}{\sqrt{3n+1}}.$$

$$89. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n} \frac{2n^{2}}{\sqrt{3n+1}}.$$

$$80. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n} \cos \frac{\pi}{6n}.$$

$$81. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n} \cos \frac{\pi}{6n}.$$

$$82. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n} \cos \frac{\pi}{6n}.$$

$$83. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{n!}.$$

$$84. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{\sqrt{2n}}.$$

$$85. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n} \sin \frac{\pi}{\sqrt{2n}}.$$

$$86. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n} \cos \frac{\pi}{6n}.$$

91–100. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n (x-x_0)^n$.

91.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n}{n(n+1)} (x-5)^n.$$
94.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n n!}{(n+1)^n} (x+1)^n.$$
92.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n}{3^n (n+1)} (x+2)^n.$$
93.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(2n)!}{n^n} (x-3)^n.$$
94.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^n n!}{(n+1)^n} (x+1)^n.$$
95.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n}{4^n (n+1)} x^n.$$
96.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{5^n}{\sqrt[n]{n+1}} (x-1)^n.$$

97.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n}{\sqrt{3^n (3n+1)}} (x-2)^n.$$
99.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n}{9^n} (x+3)^2.$$
98.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^n (x+5)^n.$$
100.
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{(n+1)^n}}{n!} x^n.$$

101–110. Разложить данную функцию f(x) в ряд Фурье на интервале (a,b).

101.
$$f(x) = x + 1$$
 на $(-\pi, \pi)$.
102. $f(x) = x^2 + 1$ на $(-2, 2)$.
103. $f(x) = \frac{\pi - x}{2}$ на $(-\pi, \pi)$.
104. $f(x) = 1 + |x|$ на $(-1, 1)$.
105. $f(x) = 2x + \pi$ на $(-\pi, \pi)$.
106. $f(x) = |1 - x|$ на $(-2, 2)$.
107. $f(x) = |x|$ на $(-\pi, \pi)$.
108. $f(x) = x - 1$ на $(-1, 1)$.
109. $f(x) = x^2$ на $(0, 2\pi)$.
110. $f(x) = |1 + x|$ на $(-\pi, \pi)$.

111—120. Разложить функцию f(z) в ряд Лорана в окрестности точки z_0 и определить область сходимости этого ряда.

111.
$$f(z) = \frac{1}{3z - 5}$$
, $z_0 = 0$.
112. $f(z) = \sin \frac{z}{1 - z}$, $z_0 = 1$.
113. $f(z) = \frac{1}{(z^2 + 1)^2}$, $z_0 = i$.
114. $f(z) = \ln \frac{z - 1}{z - 2}$, $z_0 = 1$.
115. $f(z) = \cos \frac{z}{z - 1}$, $z_0 = 1$.
116. $f(z) = e^{1/z}$, $z_0 = 0$.
117. $f(z) = \frac{1}{z(z - 1)}$, $z_0 = 0$.
118. $f(z) = \frac{z}{z^2 + 1}$, $z_0 = i$.
119. $f(z) = \frac{1}{(z - 3)^2}$, $z_0 = 3$.
110. $f(z) = e^{1/(z - 1)}$, $z_0 = 1$.

121-130. Найти общее решение дифференциального уравнения.

121.
$$(x^2 - y^2)y' = 2xy$$
.
122. $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2$.
123. $xy' = y \ln y/x$.
124. $y' - y \cot x = 2x \sin x$.
125. $xy' = y - xe^{y/x}$.
126. $y' \cos x = (y+1) \sin x$.
127. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$.
128. $y' + y \cot x = \cos^2 x$.
129. $x^2y' + y^2 - 2xy = 0$.
130. $y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}$.

131—140. Найти изображение (преобразование Лапласа) функции f(t).

131.
$$f(t) = \sin^3 t$$
.
132. $f(t) = \cos^3 t$.
133. $f(t) = e^t \sin^2 t$.
134. $f(t) = e^t \cos^2 t$.
135. $f(t) = e^t \cos^2 t$.
136. $f(t) = \sinh t \sin 3t$.
137. $f(t) = \sinh 3t \cos t$.
138. $f(t) = \cosh t \sin 2t$.
139. $f(t) = e^{-t} \sin^2 t$.
130. $f(t) = e^{-t} \cos^2 t$.
131. $f(t) = \sinh t \sin 3t$.
132. $f(t) = \sinh t \sin 3t$.
133. $f(t) = \sinh t \sin 3t$.
134. $f(t) = e^{-t} \sin^2 t$.
135. $f(t) = \cosh 2t \cos t$.
140. $f(t) = e^{-t} \cos^2 t$.

141—150. Методом операционного исчисления найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

141.
$$y'' + y = 6e^{-t}$$
, $y(0) = 3$, $y'(0) = 1$.
142. $y'' + y' = t^2 + 2t$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -2$.
143. $y'' + y' + y = 7e^{2t}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 4$.
144. $y'' - 9y = \sin t - \cos t$, $y(0) = -3$, $y'(0) = 2$.
145. $y'' + y = \sinh t$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$.
146. $y'' + 4y = 8\sin 2t$, $y(0) = 3$, $y'(0) = -1$.
147. $y'' + 4y = 4e^{2t} + 4t^2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.
148. $y'' - 3y' + 2y = 12e^{3t}$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 6$.
149. $y'' + 2y' + 10y = 2e^{-t}\cos 3t$, $y(0) = 5$, $y'(0) = 1$.
150. $y'' - 2y = e^{t}(t^2 + t - 3)$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$.

151–160. Методом операционного исчисления найти частное решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

ым начальным условиям.
$$151. \begin{cases} x' = x - y, \\ y' = x + y, \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = 2.$$

$$152. \begin{cases} x' = -4x + y, \\ y' = -2x - y, \end{cases} \quad x(0) = 2, y(0) = 3.$$

$$153. \begin{cases} x' = -7x + y, \\ y' = -2x - 5y, \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = 1.$$

$$154. \begin{cases} x' = -y, \\ y' = 2x + 2y, \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = -1.$$

$$155. \begin{cases} x' = 2x - 2y, \\ y' = -4x, \end{cases} \quad x(0) = 3, y(0) = 1.$$

156.
$$\begin{cases} x' = x + 3y, \\ y' = x - y, \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = 3.$$
157.
$$\begin{cases} x' = x - y, \\ y' = x + y, \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = 0.$$
158.
$$\begin{cases} x' = -2x + y, \\ y' = 3x, \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = 1.$$
159.
$$\begin{cases} x' = 2y, \\ y' = 2x + 3y, \end{cases} \quad x(0) = 2, y(0) = 1.$$
160.
$$\begin{cases} x' = 2x + 2y, \\ y' = 4y, \end{cases} \quad x(0) = -1, y(0) = 1.$$

161–170. Найти решение первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности на отрезке.

161.
$$u_t = 16u_{xx}$$
, $0 \le x \le 3, t \ge 0$, $u(x,0) = \begin{cases} 2x^2/3, & 0 \le x \le 3/2, \\ 3-x, & 3/2 < x \le 3, \end{cases}$ $u(0,t) = u(3,t) = 0$.

162. $u_t = 9u_{xx}$, $0 \le x \le 4, t \ge 0$, $u(x,0) = \begin{cases} x^2/2, & 0 \le x \le 2, \\ 4-x, & 2 < x \le 4, \end{cases}$ $u(0,t) = u(4,t) = 0$.

163. $u_t = 4u_{xx}$, $0 \le x \le 5, t \ge 0$, $u(x,0) = \begin{cases} 2x^2/5, & 0 \le x \le 5/2, \\ 5-x, & 5/2 < x \le 5, \end{cases}$ $u(0,t) = u(5,t) = 0$.

164. $u_t = 36u_{xx}$, $0 \le x \le 3, t \ge 0$, $u(x,0) = \begin{cases} 2x^2/3, & 0 \le x \le 3/2, \\ 3-x, & 3/2 < x \le 3, \end{cases}$ $u(0,t) = u(3,t) = 0$.

165. $u_t = 25u_{xx}$, $0 \le x \le 6, t \ge 0$, $u(x,0) = \begin{cases} x^2/3, & 0 \le x \le 3/2, \\ 6-x, & 3 < x \le 6, \end{cases}$ $u(0,t) = u(6,t) = 0$.

166. $u_t = 16u_{xx}$, $0 \le x \le 8, t \ge 0$, $u(x,0) = \begin{cases} x^2/4, & 0 \le x \le 4, \\ 8-x, & 4 < x \le 8, \end{cases}$ $u(0,t) = u(8,t) = 0$.

167. $u_t = 9u_{xx}$, $0 \le x \le 2, t \ge 0$, $u(x,0) = \begin{cases} x^2, & 0 \le x \le 1, \\ 2-x, & 1 < x \le 2, \end{cases}$ $u(0,t) = u(2,t) = 0$.

$$168. \ u_t = 4u_{xx}, \quad 0 \le x \le 1, t \ge 0,$$

$$u(x,0) = \begin{cases} 2x^2, & 0 \le x \le 1/2, \\ 1 - x, & 1/2 < x \le 1, \end{cases} \qquad u(0,t) = u(1,t) = 0.$$

$$169. \ u_t = 36u_{xx}, \quad 0 \le x \le 7, t \ge 0,$$

$$u(x,0) = \begin{cases} 2x^2/7, & 0 \le x \le 7/2, \\ 7 - x, & 7/2 < x \le 7, \end{cases} \qquad u(0,t) = u(7,t) = 0.$$

$$170. \ u_t = 25u_{xx}, \quad 0 \le x \le 10, t \ge 0,$$

$$u(x,0) = \begin{cases} x^2/5, & 0 \le x \le 5, \\ 10 - x, & 5 < x \le 10, \end{cases} \qquad u(0,t) = u(10,t) = 0.$$

169.
$$u_t = 36u_{xx}, \quad 0 \le x \le 7, t \ge 0,$$

$$u(x,0) = \begin{cases} 2x^2/7, & 0 \le x \le 7/2, \\ 7-x, & 7/2 < x \le 7, \end{cases} \quad u(0,t) = u(7,t) = 0$$

170.
$$u_t = 25u_{xx}$$
, $0 \le x \le 10, t \ge 0$, $u(x,0) = \begin{cases} x^2/5, & 0 \le x \le 5, \\ 10, & 0 \le t \le 10 \end{cases}$ $u(0,t) = u(10,t) = 0$

171-180. Найти решение задачи Коши для волнового уравнения.

171.
$$u_{tt} = 4u_{xx}$$
, $u|_{t=0} = 2x - x^2$, $u_t|_{t=0} = e^{-x}$.

172.
$$u_{tt} = 9u_{xx}$$
, $u|_{t=0} = x^2$, $u_t|_{t=0} = \sin x$.

172.
$$u_{tt} = 9u_{xx}$$
, $u|_{t=0} = x^2$, $u_t|_{t=0} = \sin x$.
173. $u_{tt} = 16u_{xx}$, $u|_{t=0} = e^x$, $u_t|_{t=0} = -3x^2$.

174.
$$u_{tt} = 25u_{xx}$$
, $u|_{t=0} = \sin x$, $u_t|_{t=0} = e^{2x}$.

175.
$$u_{tt} = 36u_{xx}$$
, $u|_{t=0} = -x^2$, $u_t|_{t=0} = \cos x$.

176.
$$u_{tt} = \frac{1}{4}u_{xx}$$
, $u|_{t=0} = \cos x$, $u_t|_{t=0} = \sin x$

177.
$$u_{tt} = \frac{1}{9}u_{xx}$$
, $u|_{t=0} = 2x$, $u_t|_{t=0} = \cos x$.

176.
$$u_{tt} = \frac{1}{4}u_{xx}$$
, $u \mid_{t=0} = \cos x$, $u_{t} \mid_{t=0} = \sin x$.
177. $u_{tt} = \frac{1}{9}u_{xx}$, $u \mid_{t=0} = 2x$, $u_{t} \mid_{t=0} = \cos x$.
178. $u_{tt} = \frac{1}{16}u_{xx}$, $u \mid_{t=0} = e^{-x}$, $u_{t} \mid_{t=0} = x^{2} - 2x$.
179. $u_{tt} = \frac{1}{25}u_{xx}$, $u \mid_{t=0} = -\sin x$, $u_{t} \mid_{t=0} = 1$.

180.
$$u_{tt} = \frac{1}{4}u_{xx}$$
, $u|_{t=0} = \sin x$, $u_t|_{t=0} = \cos x$.

Темы практических занятий

- 1. Теория пределов (2 ч).
- 2. Дифференциалоьное исчисление (2 ч).
- 3. Интегральное исчисление (4 ч).
- 4. Дифференциальные уравнения (4 ч).
- 5. Ряды (2 ч).
- 6. Теория функций комплексного переменного (2 ч).
- 7. Операционное исчисление (2 ч).
- 8. Уравнения математической физики (2 ч).

Требования к оформлению контрольных работ

При выполнении контрольных работ необходимо придерживаться указанных ниже правил. Работы, выполненные без соблюдения этих правил, не рецензируются и возвращаются студенту для переработки.

- 1. Каждая контрольная работа должна выполняться в отдельной тетради в клетку. Необходимо оставлять поля шириной 4—5 см для замечаний преподавателя.
- 2. В заголовке работы на обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, учебный шифр, название дисциплины, номер контрольной работы, адрес студента и дата отсылки работы в институт.
- 3. В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по положенному варианту. Контрольные работы, содержащие не все задания, а также задачи не своего варианта, не рецензируются.
- 4. Решения задач надо располагать в порядке возрастания их номеров, сохраняя номера задач.
- 5. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие. Решение задачи следует излагать подробно, при необходимости выполняя чертежи.
- 6. В конце работы необходимо указать список используемой литературы, поставить дату ее выполнения и подпись студента.

Список литературы

- 1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: Учебник для вузов. М.: Физико-математическая литература, 2001.
- 2. Ефимов Н. В. Краткий курс аналитической геометрии: Учебник для вузов. М.: Наука, 1975.
- 3. Ильин В. А. Аналитическая геометрия: Учебник для университетов/ В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. М.: Наука, 1988.
- 4. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. М.: Наука, 1975.
- 5. Сборник задач по математике для втузов/ Под ред. А.В. Ефимова, Б. П. Демидовича. Часть 1. Линейная алгебра и основы математического анализа. М.: Наука, 1981.
- 6. Сборник задач по математике для втузов/ Под редакцией А.В. Ефимова, Б.П. Демидовича. Часть 2. Специальные разделы математического анализа. М.: Наука, 1981.
- 7. Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учебное пособие для вузов/ П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. М.: Высш. шк., 1997, ч. 1–2.
- 8. Фаддеев Д. К. Лекции по алгебре: Учебное пособие для вузов. М.: Наука, 1984.
- 9. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть 1. Основы алгебры: учебник для вузов. М.: Физико-математическая литература, 2000.
- 10. Пискунов Н. С.Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. М.: Наука, 1970-1985, т. 1, 2.
- 11. Свешников А. Г. Теория функций комплексной переменной/ А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. М.: Наука, 1967—1979.
- 12. Краснов М. Л. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости (задачи и упражнения)/ М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. М.: Наука, 1971.
- 13. Бугров Я. С. Высшая математика. Дифференциальное и интегральное исчисление/ Я. С. Бугров, С. М. Никольский. М.: Наука, 1980, 1984.
- 14. Бугров Я. С. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного/Я. С. Бугров, С. М. Никольский. М.: Наука, 1981, 1985.
- 15. Бугров Я. С. Высшая математика. Задачник/ Я. С. Бугров, С. М. Никольский. М.: Наука, 1982.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Составители: Лесниченко Наталья Владимировна Усатиков Сергей Васильевич

Редактор Е.Ф.Железнова Компьютерная верстка Н.В.Лесниченко

Подписано в печать Бумага оберточная № 1 Печ. л. 2,25 Усл. печ. л. 2,0 Уч.-изд. л. 1,5

Формат 60х84/16 Офсетная печать Изд. № 212 Тираж 75 экз. Заказ №

Цена руб.

Лиц. ИД № 02586 от 18.08.2000 Кубанский государственный технологический университет 350072, Краснодар, ул. Московская, 2-а Лиц. ПД № 10-47020 от 11.09.2000 Типография КубГТУ. 350058, Краснодар, ул. Старокубанская, 88/4