

# Analyse de partitions musicales numériques

## Rapport de stage L3

27/05 - 02/08

Sylvain Meunier

sylvain.meunier@ens-rennes.fr

### I. INTRODUCTION

Nous présentons ici quelques résultats obtenus autour de la notion de **tempo** en informatique musicale, ou **Music Information Retrieval (MIR)**, notamment dans le domaine d'estimation du **tempo** [INSERT HERE OTHER CONTRIBUTIONS]

### II. ESTIMATION DU TEMPO

#### A. Présentation du formalisme utilisé

On dispose de deux façons principales de représenter une performance informatiquement : un fichier audio brute en format .wav par exemple, ou bien un fichier midi plus symbolique. Nous avons choisi de ne considérer que des fichiers midi par simplicité. On modélise alors une performance comme une suite strictement croissante d'événements  $(t_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , dont chaque élément indique la date de l'événement associé. Cette modélisation coïncide presque avec le contenu d'un fichier midi. Pour des considérations pratiques, on regroupera ensemble les événements distants dans le temps de  $\varepsilon = 20$  ms, constante utilisée dans le domaine cf asap. La valeur obtenue par [CITER ICI LE PAPIER QUI LA CALCULE (NAKAMURA)] correspond à la limite de la capacité à distinguer deux événements rythmiques par un être humain. De façon similaire, on modélise une partition comme une suite strictement croissante d'événements  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ . On notera que dans ces deux définitions, les éléments de la suite indique certes un événement, mais pas sa nature. Il peut donc notamment s'agir d'un accord, d'une note seule, ou d'un silence. En termes d'unité toutefois, on notera que  $(t_n)$  désigne des dates réelles, en secondes par exemple ; alors que  $(b_n)$  désigne des dates théoriques, exprimées en **beat**, unité de temps musicale. On peut alors définir formellement le tempo  $T(t)$  de sorte que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\int_{t_0}^{t_n} T(t) dt = b_n - b_0$ .

On montre en Annexe A que cette définition est équivalente à :  $\forall n \in \mathbb{N}, \int_{t_n}^{t_{n+1}} T(t) dt = b_{n+1} - b_n$ .

Or, le tempo n'est tangible qu'entre deux événements *a priori*. On définira donc le tempo canonique  $T^*(t)$  de sorte que :

$$\forall x \in \mathbb{R}^+, \forall n \in \mathbb{N}, x \in [t_n, t_{n+1}[ \Rightarrow T^*(x) = \frac{b_{n+1} - b_n}{t_{n+1} - t_n}.$$

On peut alors s'assurer que cette fonction respecte bien la condition énoncée précédemment.

Par convention, on aura dans la suite de ce rapport :  $t_0 = 0$  et  $b_0 = 0$ .

#### B. Approche naïve

Etant donné ce formalisme, on peut alors construire un algorithme glouton calculant le **tempo** entre les instants  $n$  et  $n + 1$  d'une performance lorsque la partition est connue, selon la formule :  $T_n^* = \frac{b_{n+1} - b_n}{t_{n+1} - t_n}$ , dont le lecteur peut s'assurer de l'homogénéité.

On donne en figure 1 quelques résultats donnés par cette approche dans différentes situations :

- situation théorique parfaite
- situation réelle approchant une situation théorique, par l'ajout de perturbations
- situation réelle (sur Mozart, nom\_de\_loeuvre)

#### C. Approches existantes

##### 1) Large et Jones:

L'approche de Large et Jones [1] considère un modèle neurologique simplifié, dans lequel l'écoute est fondamentalement active, et implique une synchronisation entre des événements extérieurs (la performance) et un oscillateur interne, plus ou moins complexe selon la forme supposée de ces premiers. Le modèle consiste en deux équations pour les paramètres internes :

$$\Phi_{n+1} = \left[ \Phi_n + \frac{t_{n+1} - t_n}{p_n} - \eta_\Phi F(\Phi_n) \right] \bmod 1 \quad (1)$$

$$p_{n+1} = p_n (1 + \eta_p F(\Phi_n)) \quad (2)$$

Ici,  $\Phi_n$  correspond à la phase, ou plutôt au déphasage entre l'oscillateur et les événements extérieurs, et  $p_n$  désigne sa période.

Ce modèle initial est ensuite revu pour y incorporer une notion d'attention *via* le paramètre  $\kappa$ , non constant au cours du temps. Les formules restent alors les mêmes, en remplaçant  $F$  par  $F' : \Phi, \kappa \rightarrow \frac{\exp(\kappa \cos(2\pi\Phi)) \sin(2\pi\Phi)}{\exp(\kappa)} \frac{1}{2\pi}$

Si ce modèle se comporte très bien en pratique, a été validé par l'expérience dans [1], et reste encore utilisé dans la ver-

sion présentée ici [2], l'étude théorique du comportement du système n'en est pas aisée, même dans des cas simples, notamment en raison de l'expression de la fonction  $F$ .

2) *TimeKeeper*:

[3]

#### D. Contributions

1) *BeatKeeper*:

Un premier objectif a été de fusionner les approches de [1] et [3] afin d'essayer d'obtenir des garanties théoriques sur le modèle résultant. On montre en Annexe A que l'on obtient alors le système composé des deux équations suivantes :

$$\Phi_{n+1} = \left[ \Phi_n + \frac{t_{n+1} - t_n}{p_n} - \eta_\Phi F(\Phi_n) \right] \bmod 1 \quad (3)$$

$$p_{n+1} = p_n \frac{1}{1 - \frac{p_n \eta_\Phi F(\Phi_n, \kappa_n)}{t_{n+1} - t_n}} \quad (4)$$

On remarque que, pour  $\Delta_t = t_{n+1} - t_n \gg p_n \eta_\Phi F(\Phi_n, \kappa_n)$  dans (4), on obtient :  $p_{n+1} = p_n \left( 1 + \frac{p_n}{\Delta_t} \eta_\Phi F(\Phi_n, \kappa_n) \right)$ . Quitte à poser  $\eta_p = \frac{p_n}{\Delta_t} \eta_\Phi$  on retrouve (2).

Les modèles sont donc équivalents sous ces conditions. En pratique (voir Annexe B), on obtient des résultats très similaires à [1], avec un paramètre constant en moins. Cependant, ce modèle n'offre guère plus de garanties *a priori* que [1].

2) *TempoTracker*:

Après l'approche précédente,

### III. APPLICATIONS

#### I. ANNEXE A

##### A. Equivalence des définitions du tempo

Soit  $n \in \mathbb{N}$ , on a :

$$\int_{t_0}^{t_n} T(t) dt = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} T(t) dt$$

$$\text{De plus, } \int_{t_0}^{t_{n+1}} T(t) dt = \int_{t_0}^{t_{n+1}} T(t) dt + \int_{t_n}^{t_0} T(t) dt = \int_{t_0}^{t_{n+1}} T(t) dt - \int_{t_0}^{t_n} T(t) dt.$$

On obtient ainsi les deux implications.

##### B. BeatKeeper

On cherche ici à déterminer une équation pour la période, en fusionnant les modèles [1] et [3]. On reprend donc l'équation de la phase donnée par [1] :

$$\Phi_{n+1} = \left[ \Phi_n + \frac{t_{n+1} - t_n}{p_n} - \eta_\Phi F(\Phi_n) \right] \bmod 1 \quad (5)$$

On cherche à calculer :  $T_n = \frac{1}{p_n} = \frac{\Phi_{n+1} - \Phi_n}{t_{n+1} - t_n}$  On considérant  $\Phi_n$  comme le déphasage entre l'oscillateur de période  $p_n$  et un oscillateur extérieur

#### II. ANNEXE B

### III. GLOSSAIRE

*DM* – diagonal matrix: Probably some math stuff idk

*potato*: Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do.

#### A. Acronymes

*MIR* – Music Information Retrieval: Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do. 1

#### B. Définitions

*beat*:

Unité de temps d'une partition, le beat est défini par une signature temps, ou division temporelle, appelée au début de chaque système. Bien que sa valeur ne soit *a priori* pas fixe d'une partition à une autre, ni même sur une même partition, la notion de beat est en général l'unité la plus pratique quant à la description d'un passage rythmique, lorsque la signature temps est adéquatement définie. 1, 2

*tempo*:

Défini formellement p. 1 selon la formule :  $T_n^* = \frac{b_{n+1} - b_n}{t_{n+1} - t_n}$ . Informellement, le tempo est une mesure la vitesse instantanée d'une performance, souvent indiqué sur la partition. On peut le voir comme le rapport entre la vitesse symbolique supposée par la partition, et la vitesse réelle d'une performance. Le tempo est usuellement indiqué en *beat* par minute, ou bpm 1

### REFERENCES

- [1] E. W. Large and M. R. Jones, "The dynamics of attending: How people track time-varying events," *Psychological Review*, vol. 106, no. 1, pp. 119–159, 1999, doi: 10.1037/0033-295X.106.1.119.
- [2] E. W. Large *et al.*, "Dynamic models for musical rhythm perception and coordination," *Frontiers in Computational Neuroscience*, vol. 17, May 2023, doi: 10.3389/fncom.2023.1151895.
- [3] J. D. Loehr, E. W. Large, and C. Palmer, "Temporal coordination and adaptation to rate change in music performance," *Journal of Experimental Psychology. Human Perception and Performance*, vol. 37, no. 4, pp. 1292–1309, Aug. 2011, doi: 10.1037/a0023102.