

# Analyse de partitions musicales numériques

## Rapport de stage L3

27/05 - 02/08

Sylvain Meunier  
sylvain.meunier@ens-rennes.fr

### I. INTRODUCTION

Nous présentons ici quelques résultats obtenus autour de la notion de **tempo** en informatique musicale, ou **Music Information Retrieval (MIR)**, notamment dans le domaine d'estimation du **tempo**. En ce qui concerne le temps réel, l'une des problématiques les plus saillante est celle de l'accompagnement automatique d'un soliste [1], [2]. L'objectif d'un tel modèle est alors de synchroniser la lecture d'une partition par une machine avec le jeu d'au moins un humain. Récemment, une approche reprenant [2] a été développée pour un usage commercial.<sup>1</sup> Un pré-calcul non trivial nécessaire à une bonne approche consiste à "aligner" les notes d'une performance (jouées par un humain et perçues par le système) avec celle d'une représentation symbolique interne (partition, ou fichier midi). Ce problème d'alignement de séquences est très similaire à son équivalent textuel (on peut de fait voir une partition ou sa réalisation comme un mot sur un alphabet musical). On dispose de deux outils pour résoudre ce problème : un algorithme de programmation dynamique revenant à chercher un plus court chemin [3] et un modèle de Markov caché [4].

Parmi les quatre paramètres qui caractérisent une performance, [5] en distingue deux : le **tempo**, et l'**articulation** ; mettant de côté le **timing** et les **nuances**. Cette hiérarchie est assez représentative des préoccupations de la communauté, aussi nous nous contenterons de la suivre, [et nous chercherons à lier articulation et tempo]. Ce dernier possède une place prépondérante dans la littérature. Si des modèles probabilistes [1], [6], [7] sont d'abord développés, ainsi que des modèles physiques, voire neurologiques [8], [9] ; la communauté s'est tournée plus récemment vers des approches comprenant des réseaux de neurones, ce qui donne lieu à l'apparition d'approches hybrides [10]. A l'instar de ces exemples, on se concentrera ici sur des méthodes explicables mathématiquement et/ou musicalement.

### II. ESTIMATION DU TEMPO

#### A. Présentation du formalisme utilisé

<sup>1</sup><https://metronautapp.com/>

On dispose de deux façons principales de représenter une performance informatiquement : un fichier audio brute en format .wav par exemple, ou bien un fichier midi plus symbolique. Afin de simplifier les algorithmes, nous ne considérerons ici que des entrées sous forme de fichiers midi. On modélise alors une performance comme une suite strictement croissante d'événements  $(t_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , dont chaque élément indique la date de l'événement associé. Cette modélisation coïncide presque avec le contenu d'un fichier midi. Pour des considérations pratiques, on regroupera ensemble les événements distants dans le temps de  $\varepsilon = 20$  ms, ordre de grandeur calculé par [7] dont la valeur correspond à la limite de la capacité humaine à distinguer deux événements rythmiques. Cet ordre de grandeur est largement utilisé dans le domaine [4], [11]–[16], [10]. De façon similaire, on modélise une partition comme une suite strictement croissante d'événements  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ . On notera que dans ces deux définitions, les éléments de la suite indiquent certes un événement, mais pas sa nature. Il peut donc notamment s'agir d'un accord, d'une note seule, ou d'un silence. En termes d'unité, on notera que  $(t_n)$  désigne des dates réelles, en secondes par exemple ; alors que  $(b_n)$  désigne des dates théoriques, exprimées en **beat**, unité de temps musicale. On peut alors définir formellement le tempo  $T(t)$  de sorte que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\int_{t_0}^{t_n} T(t) dt = b_n - b_0$ .

On montre en Annexe A que cette définition est équivalente à :  $\forall n \in \mathbb{N}, \int_{t_n}^{t_{n+1}} T(t) dt = b_{n+1} - b_n$ .

Or, le tempo n'est tangible (ou observable) qu'entre deux événements *a priori*. On définira donc le tempo canonique  $T^*(t)$  de sorte que :

$$\forall x \in \mathbb{R}^+, \forall n \in \mathbb{N}, x \in [t_n, t_{n+1}[ \Rightarrow T^*(x) = \frac{b_{n+1} - b_n}{t_{n+1} - t_n}.$$

On peut alors s'assurer que cette fonction respecte bien la condition énoncée précédemment. Par convention, on prendra dans la suite de ce rapport :  $t_0 = 0$  et  $b_0 = 0$ .

Si le domaine présente un consensus global quant à l'intérêt et la définition informelle de tempo, de multiples définitions formelles coexistent dans la littérature : [10] et [6] prennent pour définition  $\frac{1}{T^*}$  ; [1], [14] et [13] choisissent des définitions proches de celle donnée ici (plus ou moins approximée à l'échelle d'une **mesure** ou d'une **section** par

exemple).  $T^*$  a l'avantage de coïncider avec le tempo indiqué sur une partition, et donc de permettre une interprétation plus directe des résultats. Par ailleurs, nous avons déjà présenté une justification de la formule permettant de calculer le tempo canonique.

### B. Approche naïve

Etant donné ce formalisme, on peut alors construire un algorithme glouton calculant le tempo entre les instants  $n$  et  $n + 1$  d'une performance lorsque la partition est connue, selon la formule :  $T_n^* = \frac{b_{n+1} - b_n}{t_{n+1} - t_n}$ , dont le lecteur peut s'assurer de l'homogénéité.

On donne en figure 1 quelques résultats donnés par cette approche dans différentes situations :

- situation théorique parfaite
- situation réelle approchant une situation théorique, par l'ajout de perturbations
- situation réelle (sur Mozart, nom\_de\_loeuvre)

### C. Approches existantes

#### 1) Large et Jones:

L'approche de Large et Jones [8] considère un modèle neurologique simplifié, dans lequel l'écoute est fondamentalement active, et implique une synchronisation entre des événements extérieurs (la performance) et un oscillateur interne, plus ou moins complexe selon la forme supposée de ces premiers. Le modèle consiste en deux équations pour les paramètres internes :

$$\Phi_{n+1} = \left[ \Phi_n + \frac{t_{n+1} - t_n}{p_n} - \eta_\Phi F(\Phi_n) \right] \bmod 1 \quad (1)$$

$$p_{n+1} = p_n (1 + \eta_p F(\Phi_n)) \quad (2)$$

Ici,  $\Phi_n$  correspond à la phase, ou plutôt au déphasage entre l'oscillateur et les événements extérieurs, et  $p_n$  désigne sa période.

Ce modèle initial est ensuite revu pour y incorporer une notion d'attention *via* le paramètre  $\kappa$ , non constant au cours du temps. Les formules restent alors les mêmes, en remplaçant  $F$  par  $F : \Phi, \kappa \rightarrow \frac{\exp(\kappa \cos(2\pi\Phi)) \sin(2\pi\Phi)}{\exp(\kappa)} \frac{1}{2\pi}$

Si ce modèle se comporte très bien en pratique, a été validé par l'expérience dans [8], et reste encore utilisé dans la version présentée ici [17], l'étude théorique du comportement du système n'en est pas aisée [9], même dans des cas simples, notamment en raison de l'expression de la fonction  $F$ .

#### 2) TimeKeeper:

Dans un souci de simplification du modèle, [9] présente TimeKeeper, qui peut être perçu comme une simplification de l'approche précédente, valide dans le cadre théorique d'un métronome présentant de faibles variations de tempo. On peut toutefois voir une presque équivalence entre les deux modèles [18]. On montre en figure XXX une comparaison dans différents contextes des trois approches citées

jusqu'à présent, où on note une stabilité saillante du modèle d'oscillateur.

### D. Contributions

#### 1) BeatKeeper:

Un premier objectif a été de fusionner les approches de [8] et [18] afin d'essayer d'obtenir des garanties théoriques sur le modèle résultant. On montre en Annexe A que l'on obtient alors le système composé des deux équations suivantes :

$$\Phi_{n+1} = \left[ \Phi_n + \frac{t_{n+1} - t_n}{p_n} - \eta_\Phi F(\Phi_n) \right] \bmod 1 \quad (3)$$

$$p_{n+1} = p_n \frac{1}{1 - \frac{p_n \eta_\Phi F(\Phi_n, \kappa_n)}{t_{n+1} - t_n}} \quad (4)$$

On remarque que, pour  $\Delta_t = t_{n+1} - t_n \gg p_n \eta_\Phi F(\Phi_n, \kappa_n)$  dans (4), on obtient :  $p_{n+1} = p_n \left( 1 + \frac{p_n}{\Delta_t} \eta_\Phi F(\Phi_n, \kappa_n) \right)$ . Quitte à poser  $\eta_p = \frac{p_n}{\Delta_t} \eta_\Phi$  on retrouve (2).

Les modèles sont donc équivalents sous ces conditions. En pratique (voir Annexe B), on obtient des résultats très similaires à [8], avec un paramètre constant en moins. Bien que ce modèle n'offre guère plus de garanties *a priori* que [8], il est toutefois nettement plus aisé d'en faire l'analyse par rapport à un tempo canonique. On peut ainsi montrer que :

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n \left( 1 + \frac{T_n^* - T_{n+1}^*}{T_{n+1}^{*2}} \frac{b_{n+1}}{\Delta t_n} \right) - \eta_\Phi \frac{F(\Phi_n)}{\Delta b_n} \quad (5)$$

où  $\forall n \in \mathbb{N}, \alpha_n = \frac{T_n}{T_n^*}$ .

Par ailleurs, on montre en Annexe B que ce modèle possède les mêmes garanties théoriques que [8] dans une situation idéalisée simple.

#### 2) TempoTracker:

Après l'approche précédente,

## III. APPLICATIONS

### I. ANNEXE A

#### A. Equivalence des définitions du tempo

Soit  $n \in \mathbb{N}$ , on a :

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_n} T(t) dt &= \sum_{i=0}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} T(t) dt \\ \text{De plus, } \int_{t_0}^{t_{n+1}} T(t) dt &= \int_{t_0}^{t_{n+1}} T(t) dt + \int_{t_n}^{t_0} T(t) dt = \\ &= \int_{t_0}^{t_{n+1}} T(t) dt - \int_{t_0}^{t_n} T(t) dt. \end{aligned}$$

On obtient ainsi les deux implications.

#### B. BeatKeeper

On cherche ici à déterminer une équation pour la période, en fusionnant les modèles [8] et [18]. On reprend donc l'équation de la phase donnée par [8] :

$$\Phi_{n+1} = \left[ \Phi_n + \frac{t_{n+1} - t_n}{p_n} - \eta_\Phi F(\Phi_n) \right] \bmod 1 \quad (6)$$

On cherche à calculer :  $T_n = \frac{1}{p_n} = \frac{\Phi_{n+1} - \Phi_n}{t_{n+1} - t_n}$  On considérant  $\Phi_n$  comme le déphasage entre l'oscillateur de période  $p_n$  et un oscillateur extérieur

## II. ANNEXE B

## III. GLOSSAIRE

*potato*: Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do.

### A. Acronymes

*MIR* – Music Information Retrieval: Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do. 1

### B. Définitions

*articulation*. 1

*beat*:

Unité de temps d'une partition, le beat est défini par une signature temps, ou division temporelle, rappelée au début de chaque système. Bien que sa valeur ne soit *a priori* pas fixe d'une partition à une autre, ni même sur une même partition, la notion de beat est en général l'unité la plus pratique quant à la description d'un passage rythmique, lorsque la signature temps est adéquatement définie. 1, 3

*cadence*.

*mesure*: Une mesure est une unité de temps musicale, contenant un certain nombre (entier) de beat. Ce nombre est indiqué par la [signature de temps](#) 1

*monophonique*.

*nuances*. 1

*phrase*.

*polyphonique*.

*section*. 1

*tatum*: Résolution minimal d'une unité musicale, exprimé en beat. Bien que de nombreuses valeurs soit possible, la définition formelle d'un tatum serait la suivante :  $\sup\{r \mid \forall n \in \mathbb{N}, \exists k \in \mathbb{N} : b_n = kr, r \in \mathbb{R}_+^*\}$ . Pour des raisons pratiques, il arrive que le tatum soit un élément plus petit que la définition donnée, en particulier si cet élément est plus facilement expressible dans une partition, ou a plus de sens d'un point de vue musical. On notera dans la définition de l'ensemble donnée,  $k$  n'a pas d'unité, ce qui montre clairement que le tatum s'exprime en beat comme dit précédemment.

*tempo*:

Défini formellement p. 1 selon la formule :  $T_n^* = \frac{b_{n+1} - b_n}{t_{n+1} - t_n}$ . Informellement, le tempo est une mesure la vitesse instantanée d'une performance, souvent indiqué sur la partition. On peut le voir comme le rapport entre la vitesse symbolique supposée par la partition, et la vitesse réelle

d'une performance. Le tempo est usuellement indiqué en [beat par minute](#), ou bpm 1, 2  
*signature de temps*. 3

## REFERENCES

- [1] C. Raphael, "A Probabilistic Expert System for Automatic Musical Accompaniment," *Journal of Computational and Graphical Statistics*, vol. 10, no. 3, pp. 487–512, Sep. 2001, doi: [10.1198/106186001317115081](#).
- [2] A. Cont, F. Jacquemard, and P.-O. Gaumin, "Antescofo à l'avant-garde de l'informatique musicale," *Interstices*, Nov. 2012, [Online]. Available: <https://inria.hal.science/hal-00753014>
- [3] M. Müller, "MEMORY-RESTRICTED MULTISCALE DYNAMIC TIME WARPING," Accessed: Jun. 18, 2024. [Online]. Available: [https://www.academia.edu/25724042/MEMORY\\_RESTRICTED\\_MULTISCALE\\_DYNAMIC\\_TIME\\_WARPING](https://www.academia.edu/25724042/MEMORY_RESTRICTED_MULTISCALE_DYNAMIC_TIME_WARPING)
- [4] E. Nakamura, K. Yoshii, and H. Katayose, "Performance Error Detection and Post-Processing for Fast and Accurate Symbolic Music Alignment," 2017. Accessed: Jun. 18, 2024. [Online]. Available: <https://www.semanticscholar.org/paper/Performance-Error-Detection-and-Post-Processing-for-Nakamura-Yoshii/37e9f5e23cada918c2b8982d71a18972140d9d5a>
- [5] S. D. Peter, C. E. Cancino-Chacón, E. Karystinaios, and G. Widmer, "Sounding Out Reconstruction Error-Based Evaluation of Generative Models of Expressive Performance," in *Proceedings of the 10th International Conference on Digital Libraries for Musicology*, 2023, pp. 58–66.
- [6] E. Nakamura, N. Ono, S. Sagayama, and K. Watanabe, "A Stochastic Temporal Model of Polyphonic MIDI Performance with Ornaments," *Journal of New Music Research*, vol. 44, no. 4, pp. 287–304, Oct. 2015, doi: [10.1080/09298215.2015.1078819](#).
- [7] E. Nakamura, T. Nakamura, Y. Saito, N. Ono, and S. Sagayama, "Outer-Product Hidden Markov Model and Polyphonic MIDI Score Following," *Journal of New Music Research*, vol. 43, no. 2, pp. 183–201, Apr. 2014, doi: [10.1080/09298215.2014.884145](#).
- [8] E. W. Large and M. R. Jones, "The dynamics of attending: How people track time-varying events," *Psychological Review*, vol. 106, no. 1, pp. 119–159, 1999, doi: [10.1037/0033-295X.106.1.119](#).
- [9] H.-H. Schulze, A. Cordes, and D. Vorberg, "Keeping Synchrony While Tempo Changes: Accelerando and Ritardando," *Music Perception: An Interdisciplinary Journal*, vol. 22, no. 3, pp. 461–477, 2005, doi: [10.1525/mp.2005.22.3.461](#).
- [10] K. Shibata, E. Nakamura, and K. Yoshii, "Non-local musical statistics as guides for audio-to-score piano transcription," *Information Sciences*, vol. 566, pp. 262–280, Aug. 2021, doi: [10.1016/j.ins.2021.03.014](#).
- [11] F. Foscari, A. Mcleod, P. Rigaux, F. Jacquemard, and M. Sakai, "ASAP: a dataset of aligned scores and performances for piano transcription," Oct. 2020. Accessed: Jun. 18, 2024. [Online]. Available: <https://cnam.hal.science/hal-02929324>
- [12] S. D. Peter *et al.*, "Automatic Note-Level Score-to-Performance Alignments in the ASAP Dataset," vol. 6, no. 1, pp. 27–42, Jun. 2023, doi: [10.5334/tismir.149](#).
- [13] P. Hu and G. Widmer, "The Batik-plays-Mozart Corpus: Linking Performance to Score to Musicological Annotations." Accessed: Jun. 18, 2024. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/2309.02399>

- [14] “MazurkaBL: Score-aligned Loudness, Beat, and Expressive Markings Data for 2000 Chopin Mazurka Recordings.” Accessed: Jun. 18, 2024. [Online]. Available: <https://zenodo.org/records/1290763>
- [15] J. Hentschel, M. Neuwirth, and M. Rohrmeier, “The Annotated Mozart Sonatas: Score, Harmony, and Cadence,” vol. 4, no. 1, pp. 67–80, May 2021, doi: [10.5334/tismir.63](https://doi.org/10.5334/tismir.63).
- [16] G. Romero-García, C. Guichaoua, and E. Chew, “A Model of Rhythm Transcription as Path Selection through Approximate Common Divisor Graphs,” May 2022. Accessed: Jun. 19, 2024. [Online]. Available: <https://hal.science/hal-03714207>
- [17] E. W. Large *et al.*, “Dynamic models for musical rhythm perception and coordination,” *Frontiers in Computational Neuroscience*, vol. 17, May 2023, doi: [10.3389/fncom.2023.1151895](https://doi.org/10.3389/fncom.2023.1151895).
- [18] J. D. Loehr, E. W. Large, and C. Palmer, “Temporal coordination and adaptation to rate change in music performance,” *Journal of Experimental Psychology. Human Perception and Performance*, vol. 37, no. 4, pp. 1292–1309, Aug. 2011, doi: [10.1037/a0023102](https://doi.org/10.1037/a0023102).