

**Devoir 1**

**Important :** Cette feuille ne doit pas être remise avec votre travail. Vous devez effectuer votre travail sur des feuilles à part, en y écrivant dans l'en-tête de la première page votre nom, mon nom ainsi que le numéro du travail. Vous n'avez pas besoin de réécrire les questions ni d'inclure une page de présentation.

**Question 1** (8 + 8 = 16 points)

Écrivez la somme à l'aide de la notation sigma.

a)  $\frac{5}{4} + \frac{8}{8} + \frac{11}{16} + \frac{14}{32} + \frac{17}{64} + \frac{20}{128}$ .

b)  $1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + 5x^4 - 6x^5 + 7x^6 - 8x^7 + 9x^8 - 10x^9 + 11x^{10}$ .

**Question 2** (10 + 4 = 14 points)

a) Calculez la somme  $\sum_{i=1}^n i(5+i)$ .

b) Que vaut cette somme lorsque  $n = 100$  ?

**Question 3** (10 + 10 = 20 points)

Déterminez si la suite de terme général  $a_n$  converge ou diverge. Si elle converge, trouvez sa limite.

a)  $a_n = \frac{n^3}{n^2 + 2n}$ .

b)  $a_n = \sqrt[n]{e^{2+3n}}$ .

**Question 4** (10 + 10 + 10 = 30 points)

Déterminez si la série converge ou diverge. Si elle converge, trouvez sa somme.

a)  $3 + \frac{6}{5} + \frac{12}{25} + \frac{24}{125} + \frac{48}{625} + \frac{96}{1250} + \dots$ .

b)  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\pi + e}{\sqrt{30}}\right)^n$ .

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{2n}{n+1}\right)$ .

**Question 5** (4 + 8 + 8 = 20 points) (inspirez-vous de l'exemple 6.2.6 de la page 317)

Un patient prend 250 mg d'un médicament tous les jours à la même heure. Juste avant qu'il prenne chaque comprimé, il reste encore 20 % du médicament dans son corps. Autrement dit, en 24 heures, 80 % du médicament présent dans le corps est éliminé.

a) Quelle quantité du médicament y a-t-il dans son corps immédiatement après la prise du premier comprimé ? Immédiatement après le second ? Immédiatement après le troisième ?

b) Quelle quantité du médicament y a-t-il dans son corps immédiatement après la prise du  $n$ -ième comprimé ?

c) Montrez que si la prise du médicament se prolonge sur une longue durée, la quantité du médicament restant dans son corps à long terme après la prise d'un comprimé se rapproche de 312,5 g.