



Département de mathématiques

Hiver 2024

Plan de cours

Calcul intégral

201-702-RE

(2-2-2)

2,00 unités

Programme :
Sciences, lettres et arts

Préalable absolu :
201-701-RE – Calcul différentiel

Enseignant	Bureau	Groupes	Communications et environnement numérique
Sylvain Bérubé	2-51-213	06110 06111	Mio Léa

Notes préliminaires

Le programme de Sciences, lettres et arts a comme objectif, grâce à une formation polyvalente, de rendre les étudiantes et les étudiants aptes à poursuivre des études dans pratiquement n'importe quel programme universitaire. Il fut décidé de cibler le développement de six capacités chez les personnes étudiantes du programme. Les quatre cours de mathématiques du programme contribuent au développement de chacune de ces capacités qui sont :

- la capacité de situer et relier les caractéristiques des disciplines étudiées;
- la capacité d'intégrer des concepts et des méthodes de travail nécessaires à l'étude des objets des différents champs du savoir;
- la capacité d'utiliser des méthodes du travail intellectuel et des techniques d'étude;
- la capacité d'utiliser les technologies de l'information et de la communication;
- la capacité de communiquer d'une manière claire et correcte;
- la capacité de prendre en charge son développement personnel et social.

Les mathématiques occupent une place importante puisque, comme le soulignait Galilée (1564–1642) :

« La philosophie est écrite dans ce très vaste livre qui est éternellement ouvert devant nos yeux – je veux dire l’Univers –, mais on ne peut le lire avant d’avoir appris la langue et s’être familiarisé avec les caractères dans lesquels elle est écrite. Elle est écrite en langue mathématique et ses lettres sont des triangles, des cercles et d’autres figures géométriques. »

Plus près de nous, Richard Feynman, Prix Nobel de physique (1965), soulignait :

« Le comportement des systèmes de l’infiniment petit diffère tellement de ce que notre esprit a été entraîné à concevoir que leur analyse ne peut être qu’abstraite... Ce que nous avons découvert dans les cent dernières années est tellement différent, tellement obscur que seules les mathématiques peuvent nous permettre d'avancer. »

Plus particulièrement, le calcul différentiel et intégral qu'on appelle aussi calcul infinitésimal, qui a été mis au point au cours du XVII^e siècle par Newton et Leibniz, trouve une place essentielle dans un monde en perpétuel changement. Il s'avère très utile pour étudier les variations et les mouvements que cela entraîne. Il s'occupe des infiniment petits, de leurs rapports (calcul différentiel), de leur sommation en nombre infini (calcul intégral) et met en évidence la réciprocité de deux problèmes : celui de la recherche des tangentes à une courbe et du calcul des aires.

Dans le cours *Calcul intégral*, vous aurez l'occasion d'aborder les concepts de série, de primitive et d'intégrale définie. Nous montrerons les liens étroits qui existent entre ces concepts et un certain nombre d'autres concepts étudiés dans d'autres cours du programme. En particulier, le calcul d'aire sera utile dans le cours de statistiques afin d'étudier certaines distributions de probabilité. En physique, la notion de travail et de moment d'inertie ainsi que l'étude du mouvement rectiligne et du mouvement dans un milieu résistant tireront profit du calcul intégral. On retrouve également certains liens en chimie dans l'étude de la cinétique des réactions chimiques et la transformation d'une substance; ainsi qu'en économie pour les concepts de coût, revenu ou profit marginal et d'élasticité. Les équations différentielles permettent de résoudre des problèmes de populations qu'on retrouve en biologie.

Ce cours a comme préalable le cours 201-701-RE – *Calcul différentiel*.

Texte ministériel

Objectif Énoncé de la compétence	Standard Contexte de réalisation
01Y2 <i>Résoudre des problèmes à l'aide de méthodes du calcul intégral.</i>	— Individuellement

Éléments de la compétence	Critères de performance	Contenus – activités d'apprentissage
1. <i>Modéliser le problème.</i>	1.1 <i>Formulation exacte de la fonction, de l'intégrale ou de la série.</i> 1.2 <i>Représentation graphique appropriée à la fonction.</i>	— Différentielle. — Intégrale indéfinie : primitive, propriétés, règles et techniques d'intégration usuelles, équations différentielles à variables séparables.
2. <i>Appliquer les méthodes du calcul intégral à la résolution du problème.</i>	2.1 <i>Utilisation appropriée des concepts d'intégrale et de séries.</i> 2.2 <i>Choix pertinent et application correcte des règles et des techniques d'intégration.</i> 2.3 <i>Utilisation appropriée des techniques d'analyse des suites et des séries.</i> 2.4 <i>Manipulations algébriques conformes aux règles.</i> 2.5 <i>Exactitude des calculs.</i>	— Intégrale définie : définition, propriétés, théorème fondamental du calcul différentiel et intégral. — Applications : calcul d'aires et de volumes, intégrales impropreς. — Séries : définition, propriétés, convergence de séries numériques et de séries de puissance, séries de Taylor et de Maclaurin.
3. <i>Évaluer les résultats obtenus en fonction du problème à résoudre.</i>	3.1 <i>Interprétation juste des résultats.</i> 3.2 <i>Formulation claire et précise de l'interprétation.</i> 3.3 <i>Critique de la vraisemblance des résultats.</i>	
4. <i>Justifier la démarche de résolution de problèmes.</i>	4.1 <i>Présentation rigoureuse de la démarche.</i> 4.2 <i>Justification des étapes de la démarche.</i> 4.3 <i>Utilisation d'une terminologie appropriée.</i>	

Déroulement du cours

Des cours théoriques, à raison en moyenne de deux heures par semaine, seront donnés pour présenter la matière, faciliter l'apprentissage et favoriser l'élaboration de stratégies en vue de la résolution de problèmes. L'utilisation du manuel de base vous permettra de revoir la matière et d'alléger la prise de notes.

Des séances d'exercices qui serviront de synthèse des contenus récents, à raison en moyenne de deux heures par semaine, seront proposées pour mieux comprendre et appliquer les notions théoriques. Dans les exercices et les problèmes soumis, on insistera autant sur la démarche et la stratégie de solution que sur les résultats obtenus.

L'accessibilité à des moyens de plus en plus puissants de calcul symbolique (Geogebra, WolframAlpha, Maple) permet de diminuer le temps consacré à certaines habiletés procédurales. Ainsi, durant la session, certains de ces outils seront présentés dans le but de vous aider lors de vos exercices. Il demeure cependant essentiel de conserver un certain travail algébrique. En effet, il faudra toujours être en mesure de déterminer les tâches à effectuer par ces outils de calcul et les limites qui leur sont associées. De plus, il demeure primordial que vous puissiez comprendre, expliquer et critiquer les résultats obtenus par ces outils et c'est là que le cours prend tout son sens.

Il faut bien remarquer que la présence au cours doit être considérée comme essentielle. En effet, la classe est le lieu où s'établit la dynamique du cours. C'est là que les explications théoriques sont données, sans compter toutes les clarifications, mises en relief de contenus ou autres formes d'intervention effectuées par l'enseignant. À cela, ajoutons l'enrichissement engendré par les questions soulevées par les collègues.

Une période de rétroaction après chacun des travaux, des minitests et des examens permettra de faire un retour sur le déroulement du cours tant d'un point de vue des apprentissages que des attitudes et de l'engagement dans ses études.

Il va sans dire que la ponctualité, la politesse et le respect sont attendus de tous et de toutes. Par ailleurs, l'utilisation inappropriée d'un téléphone cellulaire ou de tout appareil électronique n'est pas permise en classe.

Échéancier

La numérotation des sections ci-dessous correspond à celle du volume de base obligatoire cité en médiagraphie. Le nombre de périodes est approximatif.

Partie 1 — Les séries (environ 18 périodes)

- | | |
|--|---|
| 1.2 La notation sigma, propriétés et induction | 6.8 Les représentations de fonctions sous forme de séries de puissances |
| 6.1 Les suites | 6.9 Les séries de Taylor et de MacLaurin |
| 6.2 Les séries | 6.10 Quelques applications des polynômes de Taylor |
| 6.3 Les séries à termes positifs | |
| 6.4 Les séries alternées | Examen 1 |
| 6.7 Les séries de puissances | |

Partie 2 — L'intégrale (environ 20 périodes)

- | | |
|--|---|
| 1.1 La primitive et l'intégrale indéfinie | 2.2 Le calcul d'un volume par la méthode des tranches |
| 1.3 L'aire et l'intégrale définie | 2.3 Le calcul d'un volume par la méthode des coquilles cylindriques (tubes) |
| 1.4 Le théorème fondamental du calcul différentiel et intégral | 2.4 La valeur moyenne d'une fonction |
| 1.5 La règle du changement de variable | |
| 2.1 L'aire de la région entre deux courbes | Examen 2 |

Partie 3 — Techniques d'intégration et équations différentielles (environ 22 périodes)

- | | |
|--|---|
| 3.1 L'intégration par parties | 4.4 Les applications aux domaines de l'économie et de la biologie |
| 3.2 Les intégrales de fonctions trigonométriques | 4.5 Les probabilités |
| 3.3 La substitution trigonométrique | 5.1 La modélisation avec des équations différentielles |
| 3.6 Les formes indéterminées et la règle de L'Hospital | 5.2 Le champ de directions et la méthode d'Euler |
| 3.7 L'intégrale impropre | 5.3 Les équations différentielles à variables séparables |
| 4.1 La longueur d'un arc de courbe | 5.4 Les modèles de la croissance d'une population |
| 4.2 L'aire d'une surface de révolution | |
| 4.3 Les applications aux domaines de la physique et du génie | |
| | Examen final |

Modalités d'encadrement

L'encadrement des personnes étudiantes se fera en partie dans les heures des cours par les questions posées et l'aide accordée durant les séances d'exercices supervisés. Une aide additionnelle est offerte aux individus qui le désirent. Ces derniers peuvent contacter leur enseignant par Mio afin d'obtenir des explications supplémentaires ou pour prendre rendez-vous. L'horaire de l'enseignant est fourni sur le portail informatique Léa. Il est à noter qu'une personne absente à un cours a la responsabilité de voir par elle-même les éléments vus dans le cours.

Il sera proposé aux personnes étudiantes rencontrant des difficultés à participer à des équipes d'entraide, sous supervision d'un enseignant, à raison d'une heure par semaine.

Plan d'évaluation

Évaluation formative

En cours de session, il y aura vérification de l'atteinte des objectifs d'apprentissage par évaluation formative. Selon les besoins, les activités pourront prendre la forme de questions orales ou écrites, de minitests, d'exercices, de problèmes ou de devoirs. Ces activités, non notées, permettront de diagnostiquer les difficultés et d'apporter les correctifs nécessaires dans le but d'améliorer la compréhension et les chances de réussite.

Évaluation sommative

L'évaluation sommative se fera principalement au moyen de trois examens écrits, chacun d'une durée de 110 minutes. Les trois examens se feront de façon individuelle, en classe, à l'aide d'une calculatrice scientifique. À cela s'ajoutera d'autres productions sous forme de devoirs, laboratoires ou minitests, chacune ayant une pondération inférieure à 5%. Une évaluation de ce type aura lieu dans les quatre premières semaines de la session. Il n'y aura ni examen ni travail de reprise en cas de note insuffisante. Les évaluations sommatives prévues sont identifiées ci-dessous.

Planification

Évaluation	Contenu	Éléments de compétence	Pondération	Durée	Période approximative
Examen 1	Partie 1	1, 2, 3, 4	25 %	110 minutes	Semaine 5
Examen 2	Partie 2	1, 2, 3, 4	25 %	110 minutes	Semaine 10
Examen final	Parties 1 à 3	1, 2, 3, 4	35 %	110 minutes	Semaine 15
Autres productions	Parties 1 à 3	1, 2, 3, 4	15 %	—	Tout au long de la session

Critères de correction

Les critères de correction, tant pour les examens que pour les travaux, seront dans un premier temps la pertinence, la suffisance et la cohérence de la solution proposée, puis la rigueur et la justesse des raisonnements, la clarté des solutions, l'exactitude des calculs, l'identification claire des résultats obtenus ainsi que la qualité des interprétations. Particulièrement, on tiendra compte du fait que :

Pour chaque problème, vous devez maîtriser les éléments suivants.

- Modéliser une situation : en formulant mathématiquement la situation ; en procédant à une représentation graphique.
- Appliquer les méthodes appropriées : par le choix des méthodes et des techniques ; par leur utilisation correcte ; par les manipulations algébriques nécessaires.
- Évaluer les résultats : en les interprétant ; en établissant leur vraisemblance.
- Justifier sa démarche : en présentant sa démarche avec la terminologie correcte, de façon pertinente, suffisante et cohérente.

Remise des autres productions

Les travaux pratiques et exercices devront être remis dans les délais exigés. Une pénalité de 20 % par jour sera appliquée sur tous les travaux remis en retard. Le premier 20 % sera retranché dès que l'heure prévue pour la remise sera dépassée. Un travail remis après que l'enseignant aura rendu les solutionnaires ou les corrections obtiendra la note zéro. L'enseignant pourra refuser de corriger un travail ou lui attribuer la note zéro si la présentation ou la propreté sont inacceptables.

Politique du français écrit

Pour les productions ou les parties de productions mathématiques où la rédaction française représente une part significative :

- l'évaluation de la qualité du français représente 10 % du total de la production ou de la partie ciblée de la production;
- l'énoncé du travail précise qu'un des items d'évaluation est la qualité de la langue française, comptant pour 10 % du total de la production ou de la partie ciblée de la production.

Lors des examens de mathématiques, mis à part le vocabulaire spécialisé, l'évaluation du français demeure formative et se limite à signaler les erreurs, à moins que la mauvaise rédaction ne nuise à la compréhension de la démarche mathématique, auquel cas une pénalité s'appliquera au critère « clarté de la solution ».

Absences aux examens

Les personnes étudiantes se présentent aux épreuves d'évaluation aux dates prévues. En cas de force majeure, il est de la responsabilité de la personne étudiante de justifier son absence auprès de l'enseignant, de fournir ensuite les pièces justificatives et de convenir des modalités de reprise de l'épreuve concernée. En cas de non-justification ou si la justification n'est pas associée à un cas de force majeure, la note zéro se verra attribuée.

Plagiat

Tout plagiat, toute tentative de plagiat ou de tricherie ou toute collaboration à un plagiat ou à une tricherie est interdit et considéré comme une faute grave. Tout cas de plagiat ou de tricherie entraîne la note « 0 » pour la totalité de l'évaluation en cause et un rapport est fait au Service du registrariat. Dans le cas de récidive, dans le même cours ou dans un autre cours, la personne étudiante se voit octroyer un « 0 » pour le cours concerné. Lors d'une troisième infraction, la personne concernée peut être exclue du cégep pour une session.

La manipulation d'un téléphone intelligent ou d'un appareil du même type pendant un examen est considérée comme une tentative de tricherie et entraîne automatiquement la note zéro.

Rétroaction et procédure de révision de notes

Une fois la correction terminée, les copies des examens (sauf celles relatives à l'évaluation finale), des travaux et de toutes les autres évaluations sommatives sont distribuées en classe aux personnes étudiantes pour une période de rétroaction qui permet de discuter des solutions proposées à certains problèmes soumis.

Dans le cadre de la Procédure de demande de révision de notes du Cégep, si une personne étudiante considère qu'une erreur s'est produite ou qu'il a subi un traitement inéquitable dans

la correction de l'une de ses productions, il a le droit de présenter une demande de révision de la note finale de toute évaluation sommative et fait sa demande selon la procédure institutionnelle, en fonction des délais prescrits. La simple insatisfaction quant au résultat obtenu ne donne toutefois pas le droit à cette révision.

Dans le cas d'une production corrigée ayant un poids dans la note finale du cours de mathématiques de 5 % ou moins, la personne qui estime être lésée doit rencontrer son enseignant hors de la classe, au plus tard cinq jours ouvrables après la remise des copies corrigées. Si la personne s'estime toujours lésée à la fin de la rencontre avec l'enseignant, elle peut remettre à ce moment-là sa copie à l'enseignant et signifier clairement, par écrit sur sa copie, qu'elle se prévaudra peut-être de la procédure de révision de notes à la fin de la session. Lors de l'examen d'une telle demande spécifique faite en remplissant le formulaire officiel de révision de notes, les seules productions admissibles seront celles remises par l'étudiant à la suite d'une rencontre en cours de session (tel que décrit dans la phrase précédente). La révision de notes portera sur l'application de la grille de correction.

Médiagraphie

Matériel obligatoire

STEWART, James, *Calcul intégral*, 2^e édition, Éditions Modulo, 2021, 483 p.

Numéro de produit à la librairie de la Coop : 133191.

Une calculatrice.

Autres références

BRUNELLE, Éric et Marc-André DESAUTELS, Calcul intégral, CEC, 2012, 501 p.

AMYOTTE, Luc, Calcul intégral, 2e édition, ERPI, 2014, 482 p.

THOMAS, G., WEIR, M, Hass, J. et GIODANO, F., Calcul intégral, Chenelière éducation, 2008, 396 p.