

Devoir 8

À remettre au plus tard le vendredi 17 mai à 12h30

Important : Cette feuille ne doit pas être remise avec votre travail. Vous devez effectuer votre devoir sur des feuilles à part, en y écrivant dans l'entête de la première page votre nom, mon nom ainsi que le numéro du devoir. Vous n'avez pas besoin de réécrire les questions ni d'inclure une page de présentation. Vous pouvez effectuer ce travail en équipe de deux.

Question 1 (10 points)

Vérifier que la fonction

$$y = x \cos(x)$$

est une solution de l'équation différentielle

$$y'' + y = -2 \sin(x).$$

Question 2 (15 + 5 = 20 points)

a) Vérifier que chaque membre de la famille de fonction

$$y = \frac{1}{\sqrt{c - x^2}}$$

est une solution de l'équation différentielle

$$y' = xy^3.$$

b) Déterminer la solution particulière du problème de Cauchy $y' = xy^3$ avec $y(0) = 3$.

Question 3 (30 points)

À l'aide de la méthode d'Euler, calculer, en prenant comme pas 0,25, la valeur approchée de $y(1)$ dans le cas où $y(x)$ est la solution du problème de Cauchy $y' = xy - x^2$, $y(0) = 1$.

Question 4 (20 + 20 = 40 points)

La loi de refroidissement de Newton stipule que la température d'un objet varie à un taux qui est proportionnel à l'écart de température entre l'objet et le milieu ambiant.

a) Si t représente le temps, $T(t)$ la température d'un objet au temps t et T_A la température ambiante et T_0 la température initiale, poser l'équation différentielle modélisant la loi de refroidissement de Newton puis solutionner cette équation.

b) Un corps est découvert, sans vie, tôt le matin dans son bureau du centre-ville. Le concierge qui a fait la macabre découverte affirme aux policiers que le système de climatisation a bien fonctionné toute la nuit et que la température de la pièce est restée constante à 20°C. Le coroner, arrivé sur les lieux à 6h30, prend immédiatement la température du cadavre et obtient une valeur de 30°C. Une heure plus tard, le cadavre, toujours étendu par terre sur les lieux du crime, est à 28°C. En supposant qu'au moment du meurtre, la victime avait une température corporelle normale, à savoir 37,5°C, déterminer à quelle heure l'individu a été tué.