

Devoir 2

Important : Cette feuille ne doit pas être remise avec votre travail. Vous devez effectuer votre travail sur des feuilles à part, en y écrivant dans l'entête de la première page votre nom, mon nom ainsi que le numéro du travail. Vous n'avez pas besoin de réécrire les questions ni d'inclure une page de présentation. Vous pouvez effectuer ce travail en équipe de deux (même groupe ou groupe différent). C'est une idée lumineuse de compléter ce devoir avant le minitest 1. Certaines questions sont plus exigeantes, alors n'hésitez pas à aller chercher de l'aide au besoin (auprès de moi, de vos pairs, de Martin Fontaine au centre d'aide en mathématiques, de personnes étudiantes ayant percées les mystères des séries numériques lors d'une session précédente, etc.).

Question 1 (12 + 12 + 12 + 12 = 48 points)

Pour chacune des séries, déterminez si elle converge ou diverge. Justifiez votre réponse en identifiant le critère s'appliquant (série géométrique, critère de divergence, série p , critère des polynômes, critère de d'Alembert, critère des séries alternées) et en vérifiant rigoureusement son application. S'il s'agit d'une série géométrique convergente, calculez sa somme.

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^7 + n^5 + n^3 + n}{n^8 + n^6 + n^4 + n^2}$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + n + 1}$$

c)
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{n+7} + 1}{2^{2n+3}}$$

d)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n^{10}}$$

Question 2 (20 + 20 + 12 = 52 points)

Pour chacune des séries de puissances, déterminez son centre, son rayon de convergence et son intervalle de convergence.

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^n$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x-1)^n}{5^n \cdot \sqrt{n}}$$

c)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{n!}$$