

Devoir 7

Important : Cette feuille ne doit pas être remise avec votre travail. Vous devez effectuer votre devoir sur des feuilles à part, en y écrivant dans l'entête de la première page votre nom, mon nom ainsi que le numéro du devoir. Vous n'avez pas besoin de réécrire les questions ni d'inclure une page de présentation. Vous pouvez effectuer ce travail en équipe de deux.

Question 1 (25 points)

Soit $f(x) = 1/x^r$, où $r \in \mathbb{R}$. Déterminer les valeurs de r pour lesquelles l'intégrale

$$\int_1^{\infty} f(x) dx$$

diverge.

Question 2 (25 points)

La durée de vie moyenne M d'un atome d'une substance radioactive, en années, est donnée par

$$M = -k \int_0^{\infty} x e^{kx} dx,$$

où k est une constante négative. Dans le cas de l'isotope radioactif de carbone 14, ^{14}C , qu'on emploie pour la datation par le radiocarbone, la valeur de k est $-0,000\ 121$. Déterminez la durée de vie moyenne d'un atome de ^{14}C .

Question 3 (25 points)

Évaluer la longueur exacte de la courbe

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

sur l'intervalle $[0, 2]$.

Question 4 (25 points)

Un oiseau volant à 20 m/s à une altitude de 150 m échappe accidentellement sa proie. La trajectoire parabolique de la proie est décrite par

$$f(x) = 180 - \frac{x^2}{45}$$

jusqu'à ce qu'elle touche le sol, x représentant la distance horizontale parcourue par la proie et $f(x)$ la hauteur de la proie par rapport au sol, en mètres. Évaluer la distance parcourue par la proie depuis l'instant où l'aigle l'échappe jusqu'à ce qu'elle touche le sol. Exprimer votre réponse au dixième près.

Note : Au besoin, se référer aux tables d'intégrales du volume.