

## Minitest 6

### Question 1 (65 points)

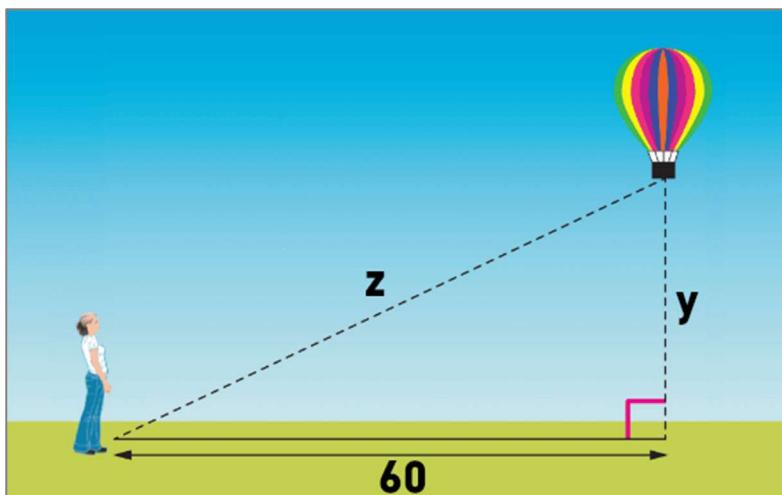
Une personne est située à 60 mètres du point de départ d'une montgolfière et elle regarde cette dernière s'élever verticalement dans le ciel à une vitesse constante de 4 mètres par seconde. À quel rythme la distance séparant la personne et la montgolfière augmente-t-elle 20 secondes après que la montgolfière ait quitté le sol ?

#### 1. Variables + Schéma

$t$  : Temps écoulé depuis le décollage de la montgolfière (s).

$y$  : Hauteur de la montgolfière (m) au temps  $t$ .

$z$  : Distance entre la personne et la montgolfière (m) au temps  $t$ .



#### 2. Informations

Puisque la montgolfière s'élève à une vitesse de 4 m/s,

$$\frac{dy}{dt} = 4.$$

On cherche

$$\left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=20}$$

#### 3. Équation

Par Pythagore,

$$60^2 + y^2 = z^2.$$

#### 4. Déivation

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(60^2 + y^2) &= \frac{d}{dt}(z^2) \Rightarrow 2y \frac{dy}{dt} = 2z \frac{dz}{dt} \\ \Rightarrow \frac{dz}{dt} &= \frac{y}{z} \cdot \frac{dy}{dt}. \end{aligned}$$

## 5. Taux cherché

Quand  $t = 20$ , la montgolfière se retrouve à une hauteur de

$$20 \text{ s} \cdot 4 \text{ m/s} = 80 \text{ m},$$

ce qui implique que la distance entre la montgolfière et la personne est

$$60^2 + y^2 = z^2 \Rightarrow 60^2 + 80^2 = z^2$$

$$\Rightarrow z = 100.$$

Par conséquent,

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dt} \Big|_{t=20} &= \frac{dz}{dt} \Big|_{\substack{y=80 \\ z=100}} \\ &= \frac{y}{z} \cdot \frac{dy}{dt} \Big|_{\substack{y=80 \\ z=100}} \\ &= \frac{80}{100} \cdot 4 \\ &= 3,2 \text{ m/s}.\end{aligned}$$

**Question 2** (35 points)

Estimer  $\sqrt{99}$  à l'aide d'une approximation linéaire. Conserver 2 décimales.

Soit

$$f(x) = \sqrt{x}.$$

Alors

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Ainsi,

$$\begin{aligned}\sqrt{99} &= f(100 + (-1)) \\ &\approx f(100) + f'(100) \cdot (-1) \\ &= \sqrt{100} + \frac{1}{2\sqrt{100}} \cdot (-1) \\ &= 10 - \frac{1}{20} \\ &= 10 - 0,05 \\ &= 9,95.\end{aligned}$$