

Prénom : _____

Nom : _____

Cégep de Sherbrooke
Département de mathématiques

Calcul différentiel
201-SN2-RE

Examen 3

Session : Hiver 2025

Date : Vendredi, 16 mai 2025

Enseignant : Sylvain Bérubé

Heure : 8h30 à 10h20 (110 minutes)

Consignes

- Répondre directement sur le questionnaire. Utiliser au besoin la page 12 pour compléter vos calculs.
- Aucune documentation n'est autorisée.
- L'usage de la calculatrice n'est pas permis.
- L'examen contient 8 questions, pour un total de 100 points.
- Justifier toutes vos réponses.

Pondération

Cet examen compte pour 35 % de la note finale.

Question 1 : _____ / 08

Question 4 : _____ / 14

Question 7 : _____ / 16

Question 2 : _____ / 10

Question 5 : _____ / 12

Question 8 : _____ / 16

Question 3 : _____ / 08

Question 6 : _____ / 16

Total : _____ / 100

Note

Cet examen comprend en tout 12 pages et 8 questions. Vérifier si vous avez en main le texte complet avant de commencer à répondre aux questions.

Question 1**8 points**

Soit $f(x)$ une fonction continue ayant les caractéristiques suivantes :

- $\text{Dom}_f = [0, 10]$,
- $f'(x)$ est continue et la plus petite valeur de $f'(x)$ est 12,
- $f''(x)$ est continue et le maximum absolu de $f''(x)$ est $-0,75$.

Que peut-on en conclure sur la fonction $f(x)$? Encerclez tous les énoncés vrais. *Note : Aucune justification n'est requise.*

- 1) Elle est croissante sur son domaine.
- 2) Elle est décroissante sur son domaine.
- 3) On ne peut rien conclure sur sa croissance/décroissance.
- 4) Elle est concave vers le haut sur son domaine.
- 5) Elle est concave vers le bas sur son domaine.
- 6) On ne peut rien conclure sur sa concavité.
- 7) Elle a un maximum relatif en $x = 0$.
- 8) Elle a un maximum relatif en $x = 10$.
- 9) Elle a exactement un point d'inflexion.
- 10) Elle a plus d'un point d'inflexion.

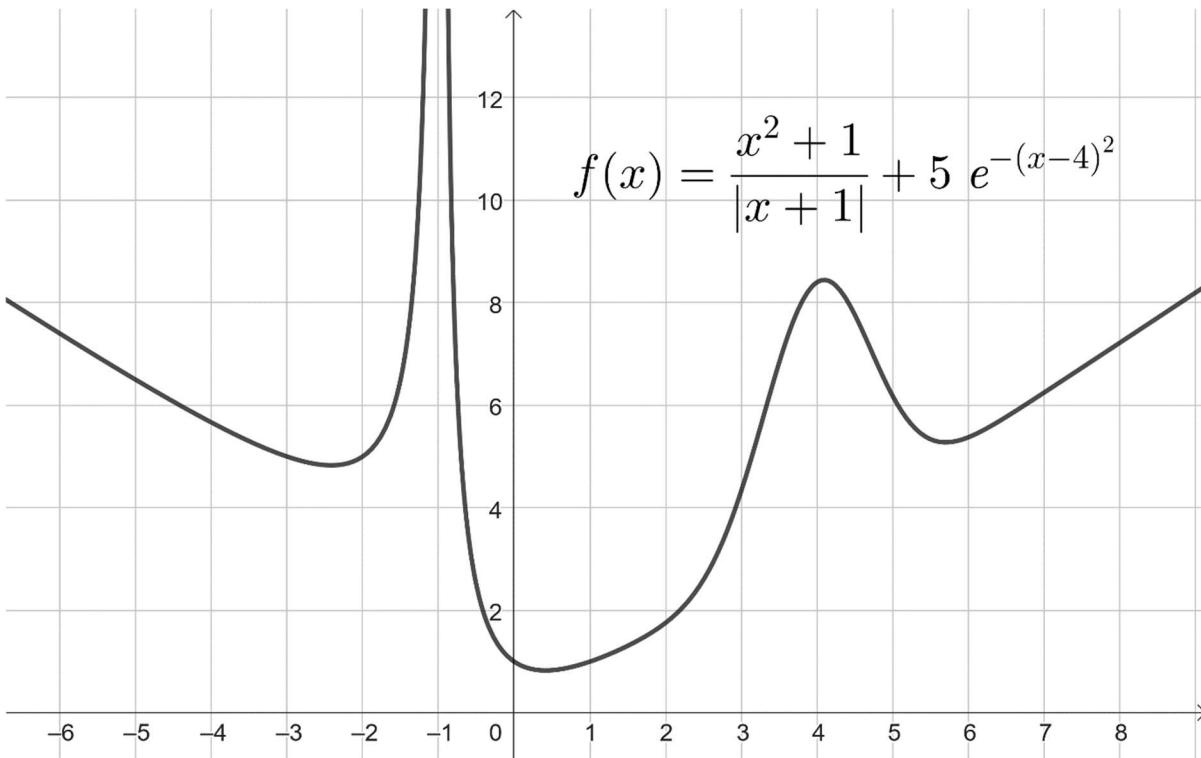
Question 2**10 points**

Estimer $(1,02)^{10}$ à l'aide d'une approximation linéaire. Écrire votre réponse finale au format décimal.

Question 3**2 + 4 + 2 = 8 points**

Pour l'ensemble de cette question, aucune justification n'est requise.

Soit la fonction $f(x)$ représentée par la courbe ci-dessous.



a) Identifier directement sur le graphique tous les points $(a, f(a))$ pour lesquels $f'(a) = 0$.

b) Encercler tous les énoncés vrais.

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1) $f'(-4) < 0$ | 2) $f'(-4) = 0$ | 3) $f'(-4) > 0$ |
| 4) $f'(3) < 0$ | 5) $f'(3) = 0$ | 6) $f'(3) > 0$ |
| 7) $f'(1) < f'(3)$ | 8) $f'(1) = f'(3)$ | 9) $f'(1) > f'(3)$ |
| 10) $f''(4) < 0$ | 11) $f''(4) = 0$ | 12) $f''(4) > 0$ |

c) Indiquer les équations des asymptotes verticales et des asymptotes horizontales de la fonction $f(x)$, s'il y en a.

Liste des équations des asymptotes verticales :

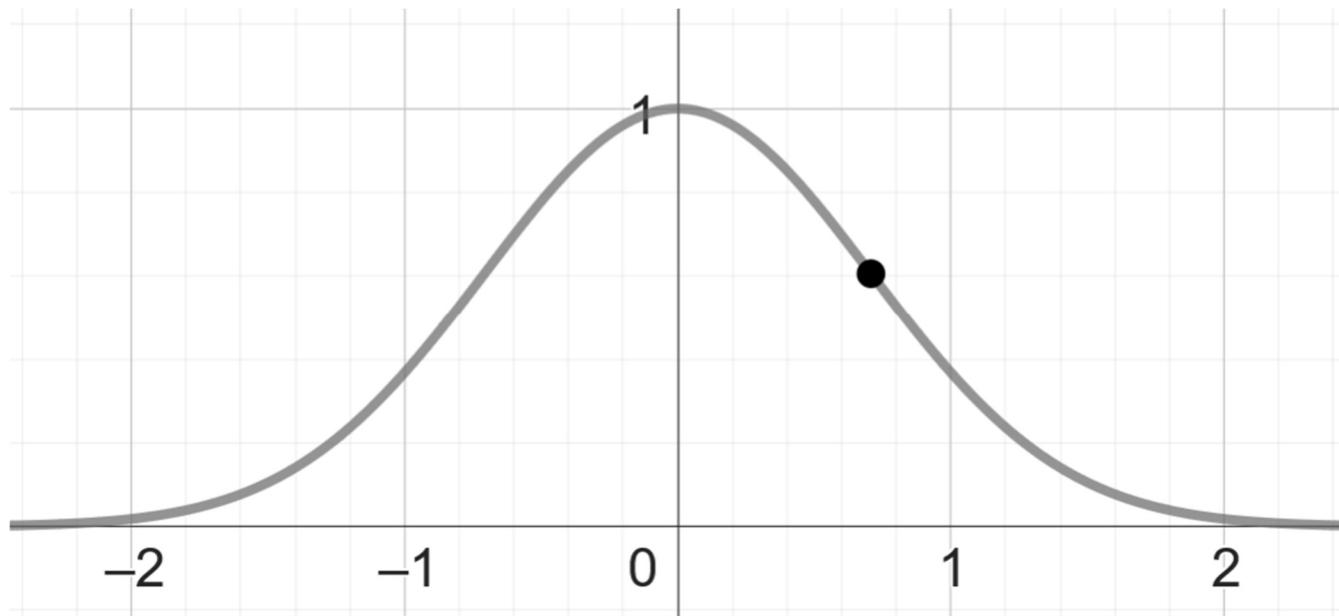
Liste des équations des asymptotes horizontales :

Question 4**14 points**

Déterminer, s'il y en a, les intervalles de croissance, les intervalles de décroissance, le minimum absolu et le maximum absolu de la fonction

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$$

sur l'intervalle $[-2, 3]$.

Question 5**12 points**Soit $f(x) = e^{-x^2}$.

Cette fonction possède deux points d'inflexion, dont l'un est identifié sur ce graphique. Trouver la coordonnée en x de ce point. Note : Votre réponse contiendra une racine carrée.

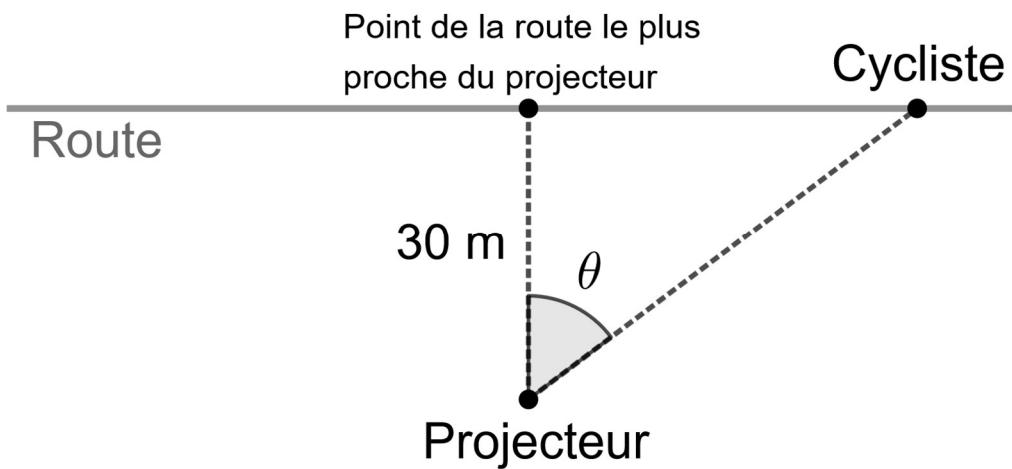
Question 6**16 points**

On veut construire un enclos rectangulaire divisé en six parties rectangulaires de même dimension. L'enclos doit occuper une superficie de 100 m^2 et chaque côté de l'enclos doit mesurer au moins 1 m. La clôture formant le périmètre de l'enclos (en noir) coûte 10 \$/m, alors que celle servant aux subdivisions (en gris) coûte 12 \$/m. Déterminer les dimensions de l'enclos le plus économique à construire, ainsi que le coût de cet enclos.



Question 7**16 points**

Un cycliste roule en ligne droite à une vitesse constante de 8 m/s, le long d'une route qui passe à 30 mètres d'un projecteur l'éclairant. Soit θ l'angle formé entre la ligne de visée et la route (voir schéma), mesuré en radians. À quelle vitesse l'angle change-t-il lorsque le cycliste est à 40 mètres du point de la route le plus proche du projecteur ? Exprimer votre réponse sous la forme d'une fraction irréductible.



Question 8**3 + 3 + 2 + 2 + 6 = 16 points**

Soit la fonction

$$f(x) = \frac{10x - 10}{(x + 1)^2}$$

laquelle a pour dérivée première et pour dérivée seconde les fonctions

$$f'(x) = \frac{-10x + 30}{(x + 1)^3} \quad \text{et} \quad f''(x) = \frac{20x - 100}{(x + 1)^4}.$$

Faites l'étude complète de la fonction $f(x)$ en effectuant les six étapes vues en classe et en utilisant une notation appropriée. L'esquisse de la fonction $f(x)$ doit contenir, s'il y a lieu, l'identification de l'ordonnée à l'origine, des zéros, des asymptotes, des extrêums relatifs et des points d'inflexion.**a)** Identifier le domaine de la fonction $f(x)$, son ordonnée à l'origine, puis ses zéros (s'il y en a).**b)** Identifier les asymptotes verticales et horizontales de la fonction $f(x)$, s'il y en a.**c)** Identifier les valeurs critiques de $f(x)$.

d) Identifier les valeurs susceptibles de produire un point d'inflexion.

e) Produire l'esquisse de la fonction $f(x)$. Cette esquisse doit contenir, s'il y a lieu, l'identification de l'ordonnée à l'origine, des zéros, des asymptotes, des extrêums relatifs et des points d'inflexion. S'aider d'un tableau de signes.

FIN DE L'EXAMEN