

**Prénom :** \_\_\_\_\_

**Nom :** \_\_\_\_\_

Cégep de Sherbrooke  
Département de mathématiques

Calcul différentiel  
201-SN2-RE

### **Examen 3**

**Session :** Hiver 2025

**Date :** Vendredi, 16 mai 2025

**Enseignant :** Sylvain Bérubé

**Heure :** 8h30 à 10h20 (110 minutes)

### **Consignes**

- Répondre directement sur le questionnaire. Utiliser au besoin la page 12 pour compléter vos calculs.
- Aucune documentation n'est autorisée.
- L'usage de la calculatrice n'est pas permis.
- L'examen contient 8 questions, pour un total de 100 points.
- Justifier toutes vos réponses.

### **Pondération**

Cet examen compte pour 35 % de la note finale.

**Question 1 :** \_\_\_\_\_ / 08

**Question 4 :** \_\_\_\_\_ / 14

**Question 7 :** \_\_\_\_\_ / 16

**Question 2 :** \_\_\_\_\_ / 10

**Question 5 :** \_\_\_\_\_ / 12

**Question 8 :** \_\_\_\_\_ / 16

**Question 3 :** \_\_\_\_\_ / 08

**Question 6 :** \_\_\_\_\_ / 16

**Total :** \_\_\_\_\_ / 100

### **Note**

Cet examen comprend en tout 12 pages et 8 questions. Vérifier si vous avez en main le texte complet avant de commencer à répondre aux questions.

**Question 1****8 points**

Soit  $f(x)$  une fonction continue ayant les caractéristiques suivantes :

- $\text{Dom}_f = [0, 10]$ ,
- $f'(x)$  est continue et la plus petite valeur de  $f'(x)$  est 12,
- $f''(x)$  est continue et le maximum absolu de  $f''(x)$  est  $-0,75$ .

Que peut-on en conclure sur la fonction  $f(x)$  ? Encerclez tous les énoncés vrais. *Note : Aucune justification n'est requise.*

- |   |  |
|---|--|
| 1) Elle est croissante sur son domaine.                     | 2) Elle est décroissante sur son domaine.        |
| 3) On ne peut rien conclure sur sa croissance/décroissance. |  |
| 4) Elle est concave vers le haut sur son domaine.           | 5) Elle est concave vers le bas sur son domaine. |
| 6) On ne peut rien conclure sur sa concavité.               |  |
| 7) Elle a un maximum relatif en $x = 0$ .                   | 8) Elle a un maximum relatif en $x = 10$ .       |
| 9) Elle a exactement un point d'inflexion.                  | 10) Elle a plus d'un point d'inflexion.          |

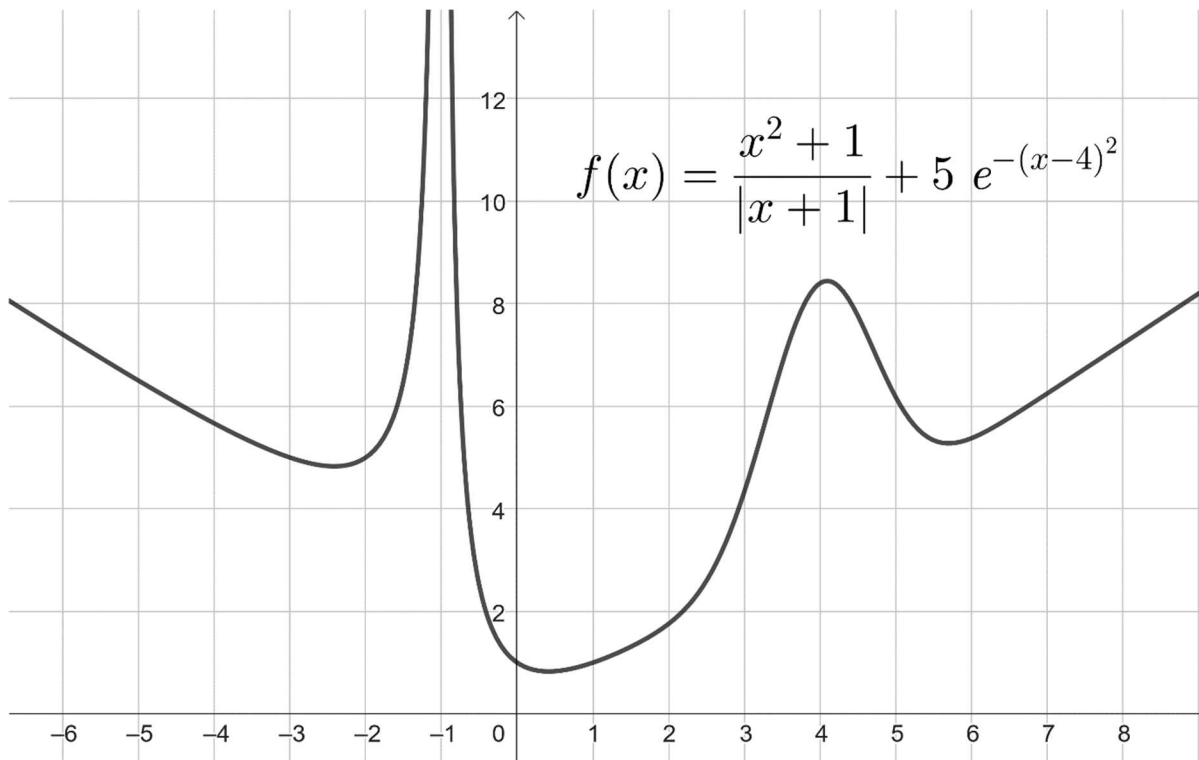
**Question 2****10 points**

Estimer  $(1,02)^{10}$  à l'aide d'une approximation linéaire. Écrire votre réponse finale au format décimal.

**Question 3****2 + 4 + 2 = 8 points**

Pour l'ensemble de cette question, aucune justification n'est requise.

Soit la fonction  $f(x)$  représentée par la courbe ci-dessous.



**a)** Identifier directement sur le graphique tous les points  $(a, f(a))$  pour lesquels  $f'(a) = 0$ .

**b)** Encercler tous les énoncés vrais.

- |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1) $f'(-4) < 0$    | 2) $f'(-4) = 0$    | 3) $f'(-4) > 0$    |
| 4) $f'(3) < 0$     | 5) $f'(3) = 0$     | 6) $f'(3) > 0$     |
| 7) $f'(1) < f'(3)$ | 8) $f'(1) = f'(3)$ | 9) $f'(1) > f'(3)$ |
| 10) $f''(4) < 0$   | 11) $f''(4) = 0$   | 12) $f''(4) > 0$   |

**c)** Indiquer les équations des asymptotes verticales et des asymptotes horizontales de la fonction  $f(x)$ , s'il y en a.

Liste des équations des asymptotes verticales :

Liste des équations des asymptotes horizontales :

**Question 4****14 points**

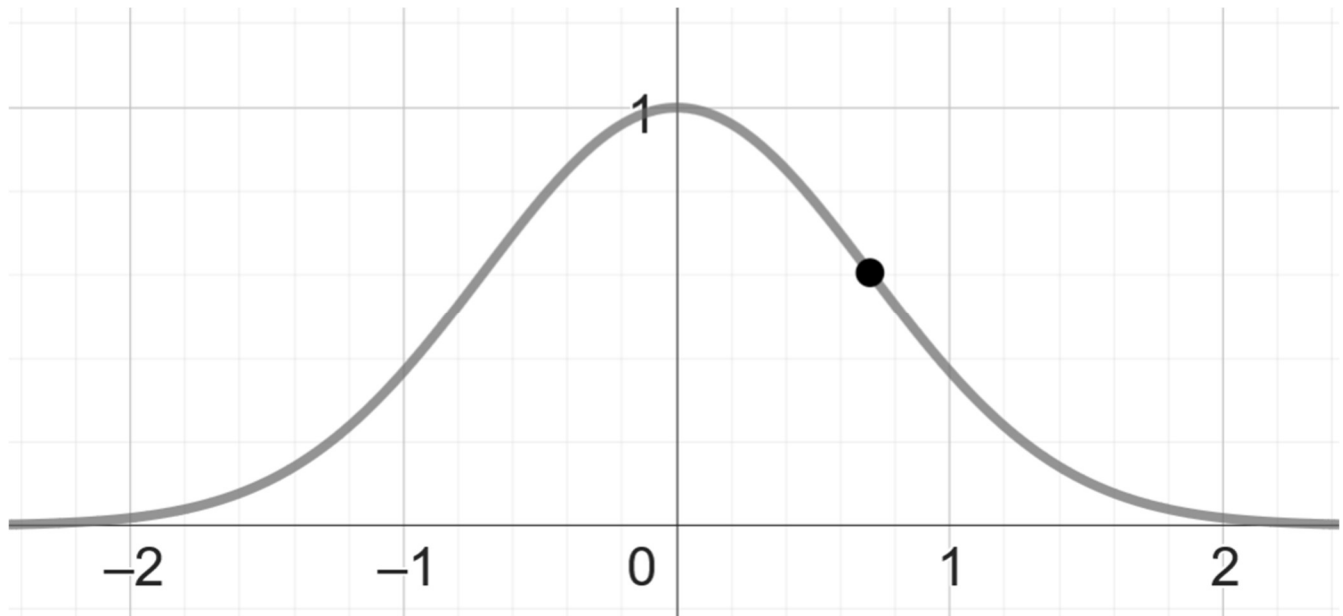
Déterminer, s'il y en a, les intervalles de croissance, les intervalles de décroissance, le minimum absolu et le maximum absolu de la fonction

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$$

sur l'intervalle  $[-2, 3]$ .

**Question 5****12 points**

Soit  $f(x) = e^{-x^2}$ .



Cette fonction possède deux points d'inflexion, dont l'un est identifié sur ce graphique. Trouver la coordonnée en  $x$  de ce point. *Note : Votre réponse contiendra une racine carrée.*

**Question 6****16 points**

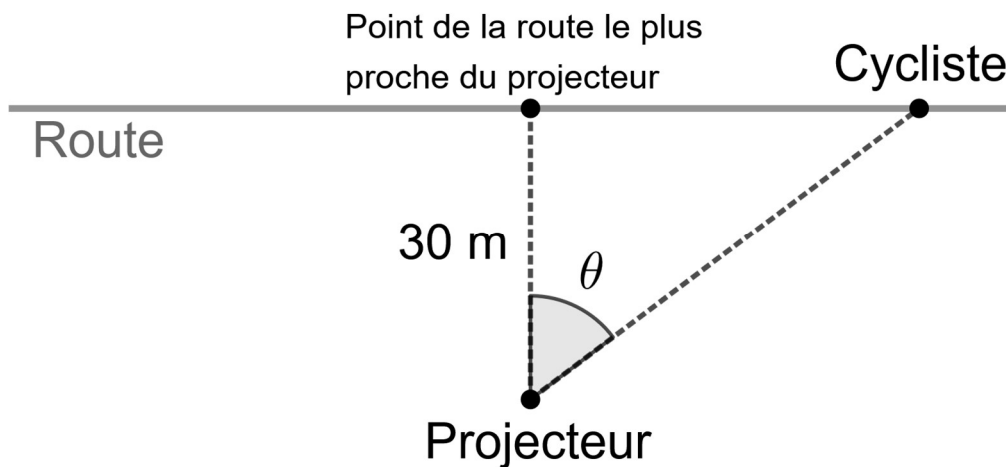
On veut construire un enclos rectangulaire divisé en six parties rectangulaires de même dimension. L'enclos doit occuper une superficie de  $100 \text{ m}^2$  et chaque côté de l'enclos doit mesurer au moins  $1 \text{ m}$ . La clôture formant le périmètre de l'enclos (en noir) coûte  $10 \text{ \$/m}$ , alors que celle servant aux subdivisions (en gris) coûte  $12 \text{ \$/m}$ . Déterminer les dimensions de l'enclos le plus économique à construire, ainsi que le coût de cet enclos.





**Question 7****16 points**

Un cycliste roule en ligne droite à une vitesse constante de 8 m/s, le long d'une route qui passe à 30 mètres d'un projecteur l'éclairant. Soit  $\theta$  l'angle formé entre la ligne de visée et la route (voir schéma), mesuré en radians. À quelle vitesse l'angle change-t-il lorsque le cycliste est à 40 mètres du point de la route le plus proche du projecteur ? Exprimer votre réponse sous la forme d'une fraction irréductible.







**Question 8****3 + 3 + 2 + 2 + 6 = 16 points**

Soit la fonction

$$f(x) = \frac{10x - 10}{(x + 1)^2}$$

laquelle a pour dérivée première et pour dérivée seconde les fonctions

$$f'(x) = \frac{-10x + 30}{(x + 1)^3} \quad \text{et} \quad f''(x) = \frac{20x - 100}{(x + 1)^4}.$$

Faites l'étude complète de la fonction  $f(x)$  en effectuant les six étapes vues en classe et en utilisant une notation appropriée. L'esquisse de la fonction  $f(x)$  doit contenir, s'il y a lieu, l'identification de l'ordonnée à l'origine, des zéros, des asymptotes, des extrémums relatifs et des points d'inflexion.

**a)** Identifier le domaine de la fonction  $f(x)$ , son ordonnée à l'origine, puis ses zéros (s'il y en a).

**b)** Identifier les asymptotes verticales et horizontales de la fonction  $f(x)$ , s'il y en a.

**c)** Identifier les valeurs critiques de  $f(x)$ .

**d)** Identifier les valeurs susceptibles de produire un point d'inflexion.

**e)** Produire l'esquisse de la fonction  $f(x)$ . Cette esquisse doit contenir, s'il y a lieu, l'identification de l'ordonnée à l'origine, des zéros, des asymptotes, des extrémums relatifs et des points d'inflexion. S'aider d'un tableau de signes.

**FIN DE L'EXAMEN**