



Université de
Sherbrooke

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

ÉTÉ 2024

STT 489 — Processus stochastiques

PLAN D'ACTIVITÉ PÉDAGOGIQUE

Professeur : Sylvain Bérubé¹

Local : D3-1027-8

Courriel : sylvain.berube@usherbrooke.ca

Horaire du cours

Jour	Heure	Local	Type de séance
Mercredi	10h30 à 12h20	D3-2031	Séance de cours
Vendredi	08h30 à 10h20	D3-2031	Séance de cours et séance d'exercices

Lieu de formation : Campus principal.

Période de consultation

Une période de disponibilité qui convient à toutes les personnes étudiantes sera fixée dès le début du cours. Il sera également possible de rejoindre l'enseignant par courriel afin de fixer des consultations en dehors des heures habituelles. Ces périodes pourront s'effectuer en présence ou à distance via Teams.

Il faut aussi noter que le Département de mathématiques offre le service d'assistance en mathématiques à travers son [Centre d'assistance en mathématiques](#).

Description officielle de l'activité pédagogique²

Cibles de formation : Comprendre et appliquer les processus stochastiques à divers domaines des sciences pures et humaines. Permettre l'intégration de notions de probabilités pertinentes à l'enseignement au

¹ Je tiens à exprimer ma gratitude à mes collègues enseignants ayant contribué au développement de ce cours, en particulier à Mario Lambert, Éric Marchand et Jean-Philippe Morissette pour le partage de leurs notes de cours personnelles.

² <https://www.usherbrooke.ca/admission/fiches-cours/STT489/>

secondaire. Établir des liens et intégrer des connaissances d'autres domaines des mathématiques tels l'algèbre linéaire et les mathématiques discrètes.

Contenu : Espérances conditionnelles. Fonctions génératrices. Chaînes de Markov. Marches aléatoires. Processus de Poisson. Processus de branchement. Chaînes de naissance et de mort. Files d'attente. Applications financières, analyses socioéconomiques et sociodémographiques. Choix d'activités reliées aux applications des processus stochastiques.

Nombre de crédits : 3.

Préalable : STT 289

Mise en contexte

Ce cours de 4^e session est un cours obligatoire du cheminement général ainsi que du cheminement statistique du Baccalauréat en mathématiques. Il est optionnel au Baccalauréat en enseignement au secondaire (profil mathématique), ainsi qu'au Certificat en mathématiques. Il s'agit d'un second cours de probabilité orienté vers les processus stochastiques et leurs nombreuses applications.

Dans la théorie des probabilités, un processus stochastique, appelé également processus aléatoire, est une collection de variables aléatoires. De tels processus sont souvent utilisés pour représenter l'évolution dans le temps d'une valeur aléatoire ou d'un système. Ils permettent la modélisation de systèmes dont le comportement n'est que partiellement prévisible.

Il s'agit de la contrepartie probabiliste des systèmes déterministes. En effet, au lieu de décrire un processus ne pouvant évoluer que dans un sens, comme dans le cas des solutions d'une équation différentielle ordinaire, il y a une certaine indétermination dans un processus stochastique : même si la condition initiale est connue, le processus peut évoluer dans plusieurs directions.

Ce cours a pour objectif d'introduire les méthodes à la base de l'étude de tels processus, en faisant appel aux exemples rencontrés par les scientifiques.

Contenu détaillé

Chapitre 0 — Introduction et rappels de probabilités

Chapitre 1 — Probabilité et espérance conditionnelle

Probabilité conditionnelle. Loïs conjointes. Loïs marginales. Loïs conditionnelles. Espérance et variance conditionnelle. Applications.

Chapitre 2 — Chaînes de Markov

Définition. Propriétés. Représentations. États (absorbants, accessibles, communicants, classe d'équivalence, récurrents, transients, périodiques et apériodiques). Exemples (promenades aléatoires, modèle d'Ehrenfest, Modèle de la ruine du joueur). Application (processus de branchement).

Chapitre 3 — Processus de Poisson et loi Exponentielle

Processus de comptage. Accroissements stationnaires/indépendants. Loi exponentielle. Absence de mémoire. Fonction de survie. Loi Gamma. Temps d'arrivée. Loi bêta.

Chapitre 4 — Chaînes de Markov à temps continu

Définitions. Processus de naissance et de mort. Équations différentielles de Kolmogorov. Probabilités limites.

Chapitre 5 — Files d'attente

Introduction à la théorie des files d'attente. Équations de coût. Probabilité en régime stationnaire. Modèles exponentiels.

Calendrier du cours

Ceci est un projet de calendrier appelé à changer pendant le cours suivant la progression du groupe.

Semaine	Date	Thèmes
1	29 avril au 3 mai	Plan de cours. Chapitres 0 et 1.
2	6 au 10 mai	Chapitre 1.
3	13 au 17 mai	Chapitre 2.
4	20 au 24 mai	Chapitre 2.
5	27 au 31 mai	Chapitre 2.
6	3 au 7 juin	Chapitre 2.
7	10 au 14 juin	Chapitre 3.
8	17 au 21 juin	Examen périodique.
9	24 au 28 juin	Chapitre 3.
10	1 au 5 juillet	Chapitre 4.
11	8 au 12 juillet	Chapitre 4.
12	15 au 19 juillet	Chapitre 4.
13	22 au 26 juillet	Chapitre 5.
14	29 juillet au 2 août	Chapitre 5.
15	6 au 16 août	Examen de fin de trimestre.

Calendrier facultaire

29 avril	Début des activités pédagogiques
17 mai	Levée des cours (Festival des harmonies)
18 au 25 juin	Examens périodiques
7	Relâche des activités pédagogiques
5 août	Dernière journée de cours et de travaux pratiques
6 au 16 août	Examens de fin de trimestre

Le calendrier détaillé se trouve à la page web de la [Faculté des sciences](#).

Bibliographie

Matériel obligatoire

Notes de cours offertes gracieusement par votre enseignant. Elles sont également disponibles sur Moodle.

Matériel supplémentaire

DURRETT, RICK. *Essentials of Stochastic Processes*, 3^e éd., Springer, 2016.

FOATA, DOMINIQUE et FUCHS, AIMÉ. *Processus stochastiques*, Dunod, 2002.

FOATA, DOMINIQUE et FUCHS, AIMÉ. *Calcul des probabilités*, 3^e éd., Dunod, 2012.

ROSS, SHELDON M.. *Initiation aux probabilités*, 9^e éd. américaine, Presses polytechniques et universitaire romandes, 2007.

ROSS, SHELDON. *Probability Models*, Academic Press, 11^e éd., 2014.

Méthode d'enseignement

Ce cours de 60 heures au total est subdivisé en deux séances hebdomadaires de deux heures. Ces séances s'offrent en présence. Le cours a une répartition de la charge de travail (3-1-5), donc prévoit trois heures hebdomadaires d'exposés magistraux (séance de cours), et une heure d'exercices (séance d'exercices). L'accent sera mis sur les démonstrations et les exemples. On s'attend à ce que les étudiants consacrent en moyenne cinq heures de travail personnel à ce cours chaque semaine.

Séances de cours

Les séances de cours consistent en des exposés magistraux présentant à la fois des notions théoriques ainsi que des exercices pratiques. L'accent est mis sur les méthodes et les exemples.

Séances d'exercices

En plus des cours théoriques, une heure par semaine est consacrée à des séances d'exercices dirigées. Elles ont lieu sous la supervision de l'enseignant ou encore d'une personne étudiante graduée en mathématiques. À chaque semaine, une liste d'exercices suggérés est publiée sur Moodle. Pendant les séances d'exercices, un retour sur les points marquants de ces exercices est réalisé. Les exercices suggérés sont préalables aux devoirs en ce sens que ces exercices visent à renforcer et consolider les aspects techniques de la matière, tandis que les devoirs incluent des problèmes plus poussés.

Plateforme d'apprentissage (Moodle) et application de communication (Teams)

Le cours compte une page Moodle. Dans cet espace, on retrouve plusieurs informations importantes, comme le plan de cours, les planifications des différentes parties du cours, les énoncés des devoirs, les solutionnaires et des ressources complémentaires. Par ailleurs, l'enseignant utilisera le courriel pour transmettre des informations concernant le cours en dehors des heures de classe. Les étudiants doivent donc consulter régulièrement leur courriel (adresse @usherbrooke.ca). De même, les personnes étudiantes sont invitées à utiliser le courriel pour rejoindre l'enseignant en dehors de ses heures de disponibilité.

Ressources informatiques

L'enseignant utilisera occasionnellement Python pour compléter des exemples.

Remarque importante

Pour maîtriser les nouvelles notions, les personnes étudiantes ont la possibilité, à chaque séance de cours, de poser leurs questions à l'enseignant. Tout problème d'incompréhension de la matière doit être résolu sans délai. Votre implication et votre assiduité sont primordiales pour favoriser votre réussite, ce qui se traduit par une participation active en classe et un travail soutenu et régulier tout au long de la session. Votre enseignant est disponible pour vous accompagner et vous aider, mais vous seul détenez la clé de votre succès.

Évaluation

L'évaluation comporte un examen périodique, un examen de fin de session et des devoirs hebdomadaires. La pondération est comme suit :

- 30 % ($1 \times 2\% + 4 \times 7\%$) pour les devoirs,
- 30 % pour l'examen périodique,
- 40 % pour l'examen de fin de session.

Les cinq devoirs portent sur la matière récente vue en classe. Lors de la réalisation de ces devoirs, la collaboration entre les membres du groupe est encouragée. Toutefois, chaque étudiant doit rédiger ses réponses et les soumettre individuellement ou en équipe de deux maximum.

Les examens ont lieu durant les périodes fixées à cet effet par le département et la faculté. Une feuille de note manuscrite recto-verso et une calculatrice sont autorisées. Après chaque examen, la personne étudiante peut consulter sa copie.

La note alphabétique est déterminée comme suit : si la note numérique est x (sur 100), la note alphabétique est

A+	si $100 \geq x \geq 90$	A	si $90 > x \geq 85$	A-	si $85 > x \geq 80$
B+	si $80 > x \geq 77$	B	si $77 > x \geq 73$	B-	si $73 > x \geq 70$
C+	si $70 > x \geq 67$	C	si $67 > x \geq 63$	C-	si $63 > x \geq 60$
D+	si $60 > x \geq 55$	D	si $55 > x \geq 50$	E	si $50 > x$.

Modalités et critères d'évaluation

Le contenu du cours se construit et s'élabore progressivement tout au long de la session. Toute notion apprise au début du cours peut être requise à la fin, et en particulier à l'examen final.

Les examens comportent à la fois des questions théoriques qui visent à vérifier l'acquisition et la compréhension des connaissances, et des questions pratiques visant à vérifier si la personne étudiante est capable d'appliquer ces connaissances dans des cas concrets.

L'évaluation d'un devoir ou d'un examen se base sur les éléments suivants : exactitude de la réponse, correction et rigueur du raisonnement ou de la démarche et correction du langage mathématique utilisé (ces éléments étant requis dans des proportions distinctes selon le cas).

Remise des travaux

Les étudiants devront remettre cinq devoirs portant sur la matière vue en classe. Un retard sera sanctionné par une note de zéro.

Sous réserve d'application du règlement facultaire d'évaluation des apprentissages des étudiantes et des étudiants, il n'y a aucun examen de reprise. En cas d'absence motivée à l'examen intra, le poids de cette évaluation sera reporté sur l'examen final.

Politique du français écrit

Un maximum de 5 % de la note allouée peut être appliqué comme pénalité à un travail ou un examen pour la mauvaise qualité de la langue française.

Utilisation d'appareils électroniques

L'utilisation pendant le cours d'ordinateurs, de téléphones, de tablettes ou autre appareil s'y apparentant est autorisée, à condition que ce soit uniquement à des fins d'apprentissage. Cette autorisation peut être retirée en tout temps par l'enseignant si l'appareil n'est pas utilisé uniquement à des fins d'apprentissage ou si son utilisation nuit au bon déroulement du cours.

L'utilisation de quelque appareil que ce soit est interdite pendant les examens.

Captation de la voix ou de l'image

Aucune captation de la voix ou de l'image n'est permise sans autorisation écrite de l'enseignant et des personnes visées. La diffusion ou l'utilisation non autorisée de la voix ou de l'image de toute personne est formellement interdite. Des sanctions disciplinaires peuvent être imposées à toute personne qui contrevient à la présente.

Politique sur le plagiat

Le plagiat est considéré comme un délit relatif aux activités pédagogiques dans le Règlement des études (Art. 9.4.1). Il est demandé que chaque étudiant prenne connaissance du document informatif disponible sur le site du Service de soutien à la formation³.

Lors de la correction de tout travail individuel ou de groupe, une attention spéciale sera portée au plagiat, tel que défini dans le Règlement des études. À titre de sanction disciplinaire, les mesures suivantes peuvent être imposées :

- a) l'obligation de reprendre un travail, un examen ou une activité pédagogique et
- b) l'attribution de la note E ou de la note 0 pour un travail, un examen ou une activité évaluée.

Tout travail suspecté de plagiat sera référé au responsable des dossiers disciplinaires de la Faculté des sciences. Ceci n'indique pas que vous n'avez pas le droit de coopérer entre vous, tant que la rédaction finale reste individuelle. En cas de doute, n'hésitez pas à demander conseil et assistance à l'enseignant afin d'éviter une situation délicate.

En cas de problème

Advenant un malaise de toute nature avec l'enseignant ou un auxiliaire d'enseignement, vous êtes priés dans un premier temps d'en faire part à l'enseignant afin de clarifier la situation et d'apporter les solutions appropriées, le cas échéant. Si le malaise persiste, vous pouvez par la suite contacter le coordonnateur ou la direction du Département de mathématiques. Dans les cas nécessitant leurs expertises, le secrétaire de faculté ou l'« ombudsman » des étudiantes et des étudiants pourraient être amenés à contribuer à la résolution du problème.

³ <https://www.usherbrooke.ca/ssf/fileadmin/sites/ssf/documents/Antiplagiat/Document-informatif-V2-CU-2012-06-06.pdf>

L'intégrité intellectuelle passe, notamment, par la reconnaissance des sources utilisées. À l'Université de Sherbrooke, on y veille !

Extrait du *Règlement des études* (Règlement 2575-009)

9.4.1 DÉLITS RELATIFS AUX ÉTUDES

Un délit relatif aux études désigne tout acte trompeur ou toute tentative de commettre un tel acte, quant au rendement scolaire ou une exigence relative à une activité pédagogique, à un programme ou à un parcours libre.

Sont notamment considérés comme un délit relatif aux études les faits suivants :

- a) commettre un plagiat, soit faire passer ou tenter de faire passer pour sien, dans une production évaluée, le travail d'une autre personne ou des passages ou des idées tirés de l'oeuvre d'autrui (ce qui inclut notamment le fait de ne pas indiquer la source d'une production, d'un passage ou d'une idée tirée de l'oeuvre d'autrui) ;
 - b) commettre un autoplagiat, soit soumettre, sans autorisation préalable, une même production, en tout ou en partie, à plus d'une activité pédagogique ou dans une même activité pédagogique (notamment en cas de reprise) ;
 - c) usurper l'identité d'une autre personne ou procéder à une substitution de personne lors d'une production évaluée ou de toute autre prestation obligatoire ;
 - d) fournir ou obtenir toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle, pour une production faisant l'objet d'une évaluation ;
 - e) obtenir par vol ou toute autre manoeuvre frauduleuse, posséder ou utiliser du matériel de toute forme (incluant le numérique) non autorisé avant ou pendant une production faisant l'objet d'une évaluation ;
 - f) copier, contrefaire ou falsifier un document pour l'évaluation d'une activité pédagogique ;
- [...]

Par plagiat, on entend notamment :

- Copier intégralement une phrase ou un passage d'un livre, d'un article de journal ou de revue, d'une page Web ou de tout autre document en omettant d'en mentionner la source ou de le mettre entre guillemets ;
- reproduire des présentations, des dessins, des photographies, des graphiques, des données... sans en préciser la provenance et, dans certains cas, sans en avoir obtenu la permission de reproduire ;
- utiliser, en tout ou en partie, du matériel sonore, graphique ou visuel, des pages Internet, du code de programme informatique ou des éléments de logiciel, des données ou résultats d'expérimentation ou toute autre information en provenance d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans en citer les sources ;
- résumer ou paraphraser l'idée d'un auteur sans en indiquer la source ;
- traduire en partie ou en totalité un texte en omettant d'en mentionner la source ou de le mettre entre guillemets ;
- utiliser le travail d'un autre et le présenter comme sien (et ce, même si cette personne a donné son accord) ;
- acheter un travail sur le Web ou ailleurs et le faire passer pour sien ;
- utiliser sans autorisation le même travail pour deux activités différentes (autoplagiat).

Autrement dit : mentionnez vos sources