Segmentation d’images par modèles semi-Markoviens évidentiels

Contexte Scientifique

- De nombreux problèmes industriels peuvent être vus comme un problème de segmentation
  - Exemple : La détection de la route, fonctionnalité clé du véhicule autonome

- Les chaînes de Markov cachées sont très efficaces
  - Bon résultats avec peu de données
  - Robustesse du modèle
  - Faible complexité

- Récemment le Deep Learning a obtenu des résultats spectaculaires en segmentation
  - Résultats bien meilleurs que les Markov cachées…
  - Mais nécessitent une base d’apprentissage avec beaucoup de données
  - Grande complexité

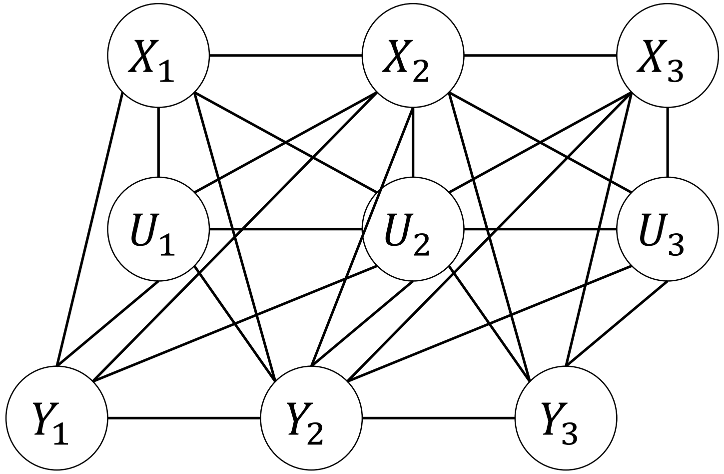
- Les modèles de Markov cachés ont été étendu aux modèles Markov triplets
  - Au moins aussi bon que les Markov cachés
  - Meilleurs dans de nombreux cas avec la même quantité de données

Modèles de Markov triplets

X = (X_1, …, X_N) processus caché à valeur dans $\Omega = (\omega_1, \ldots, \omega_k)$

Y = (Y_1, …, Y_N) processus observable

U = (U_1, …, U_N) un processus sous-jacent



On définit la chaîne (U,X,Y) tq:

$$p(x,u,y) = p(x_1,y_1,u_1)\prod_{n=2}^{N} p(x_n,y_n,u_n|x_{n-1},y_{n-1},u_{n-1})$$

Modèles de Markov triplets

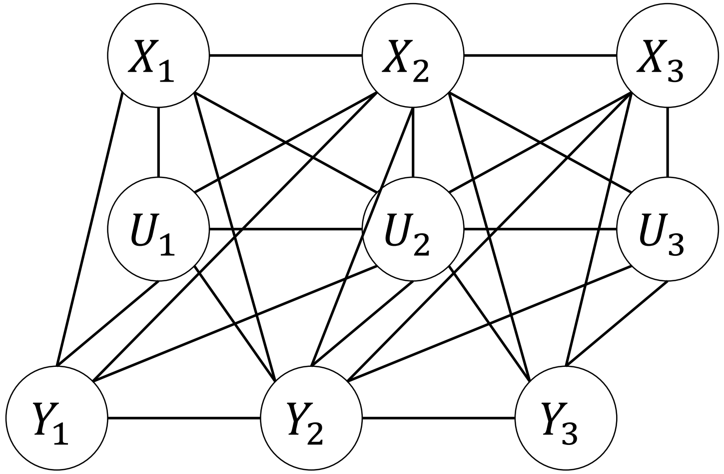
En posant V=(U,X)

$\alpha^1(v_1) = p(v_1, y_1)$ et $\alpha^{i+1}(v_i) = \sum_{v_i} \alpha^i(v_i)\, p(v_{i+1}, y_{i+1} | v_i, y_i)$

$\beta^N(v_N) = 1$ et $\beta^i(v_i) = \sum_{v_{i+1}} \beta^{i+1}(v_{i+1})\, p(v_{i+1}, y_{i+1} | v_i, y_i)$

Les marginales a postériori sont calculables:

$$p(x_i, |y) = \sum_{u_i} p(x_i, u_i, |y) = \sum_{u_i} \frac{\beta^i(x_i, u_i)\alpha^i(x_i, u_i)}{\sum_{v_i} \beta^i(v_i)\alpha^i(v_i)}$$



Les paramètres peuvent être estimé par SEM ou ICE

Plan

1. Chaînes de Markov évidentielles
   - Modélisation de la Markovianité évidentielle par un Markov triplet
   - La Markovianité évidentielle en segmentation d'images

2. Chaînes de semi-Markov cachées
   - Modélisation de la semi-Markovanité par un Markov triplet
   - La semi-Markovianité en segmentation d'images

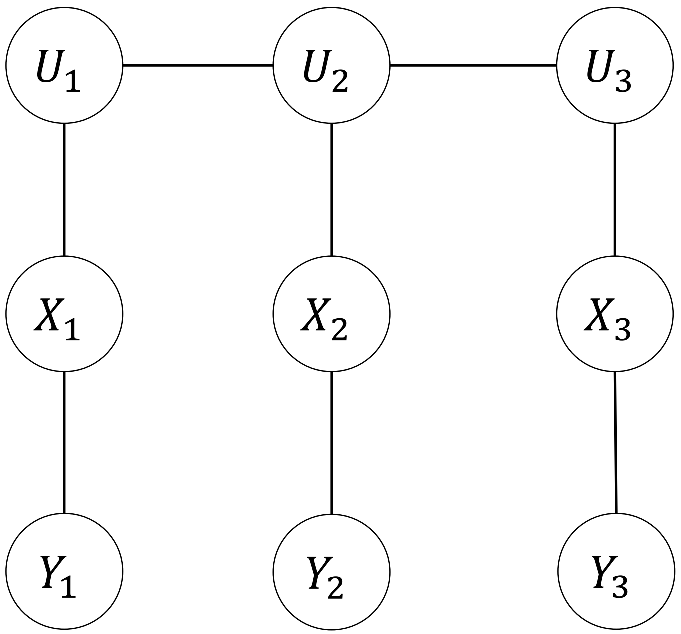
3. Chaînes de semi-Markov évidentielles cachées
   - Le triplet semi-Markovien évidentiel
   - Apport en segmentation d'image
   - Triplet évidentiel semi-Markovien

Chaînes de Markov évidentielles cachées

$X = (X_1, \ldots, X_N)$ processus caché à valeur dans $\Omega = (\omega_1, \ldots, \omega_k)$
$Y = (Y_1, \ldots, Y_N)$ processus observable
U à valeur dans l'ensemble puissance 2^{Ω}

On définit la chaîne (U,X,Y) tq:

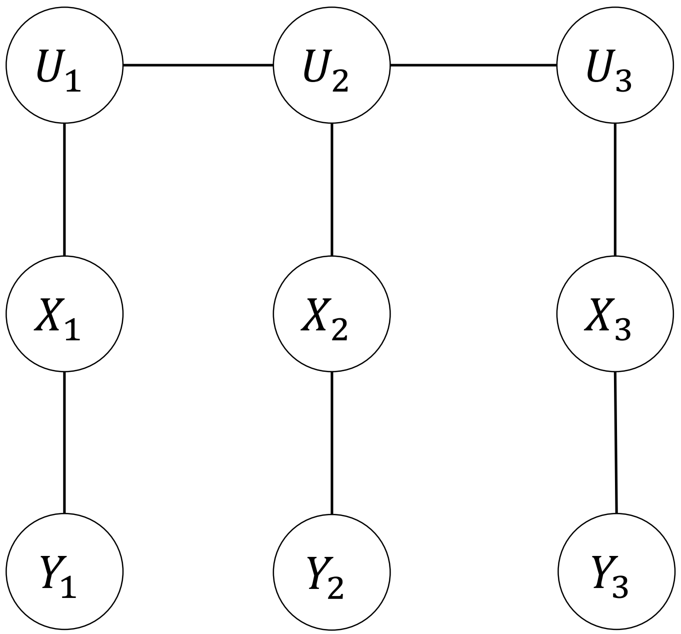
- $p(x_1, u_1) = \frac{1_{[x_1 \in u_1]} p(u_1)}{\sum_{(x_1, u_1) \in A} 1_{[x_1 \in u_1]} p(u_1)}$
- $p(x_{n+1}, u_{n+1} | x_n, u_n) = \frac{1_{[x_{n+1} \in u_{n+1}]} p(u_{n+1} | u_n)}{\sum_{(x_{n+1}, u_{n+1}) \in A} 1_{[x_{n+1} \in u_{n+1}]} p(u_{n+1} | u_n)}$
- $p(y_{n+1} | x_n, u_n, u_{n+1}, x_{n+1}, y_n) = p(y_{n+1} | x_{n+1})$



Chaînes de Markov évidentielles cachées

(U,X,Y) étant un triplet Markovien, on peut calculer les marginales a postériori

(V=(U,X),Y) étant un Markov caché, on peut estimer les paramètres par EM



Chaînes de Markov évientielles en segmentation d’images

Gestion de la non-stationnarité

Capacité à segmenter des détails fins

Taux d’erreur divisé par 2 par rapport au Markov caché dans ce cas

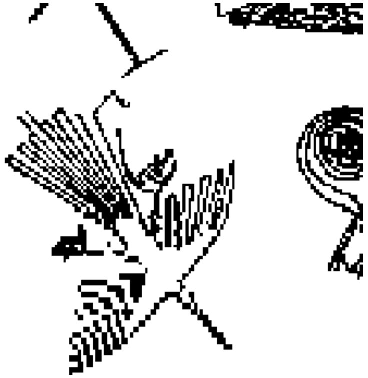


Image d’origine

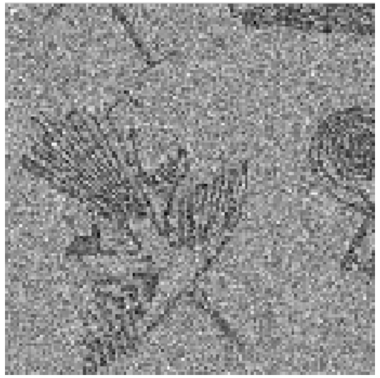


Image bruité

Restauration par Markov évidentiel (5% d’erreur)

Restauration par Markov caché (13% d’erreur)

Chaînes de Semi-Markov

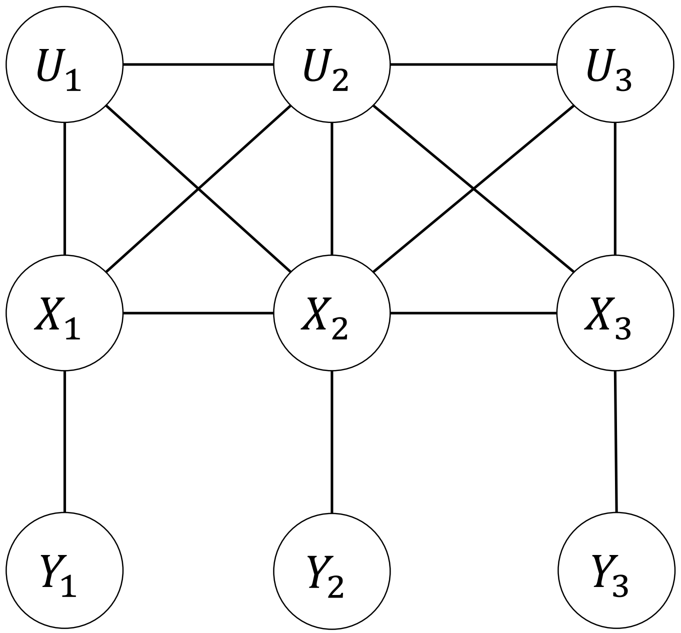
$X = (X_1, \ldots, X_N)$ processus caché à valeur dans $\Omega = (\omega_1, \ldots, \omega_k)$

$Y = (Y_1, \ldots, Y_N)$ processus observable

On rajoute U a valeur dans (1, …, D)

On définit la chaîne (U,X,Y) tq:

- $p(x_{n+1}|x_n, u_n) = \delta_{x_n}(x_{n+1})\ si\ u_n > 0$
- $p(x_{n+1}|x_n, u_n) = p^*(x_{n+1}|x_n)\ si\ u_n = 0$
- $\mathrm{p}(u_{n+1}|x_{n+1}, x_n, u_n) = \delta_{u_n - 1}(u_{n+1})\ si\ u_n > 0$
- $p(u_{n+1}|x_{n+1}, x_n, u_n) = p^*(u_{n+1}|x_n, x_{n+1})\ si\ u_n = 0$
- $p(y_{n+1}|x_{n+1}, x_n, u_n, u_{n+1}, y_n) = p(y_{n+1}|x_{n+1})$

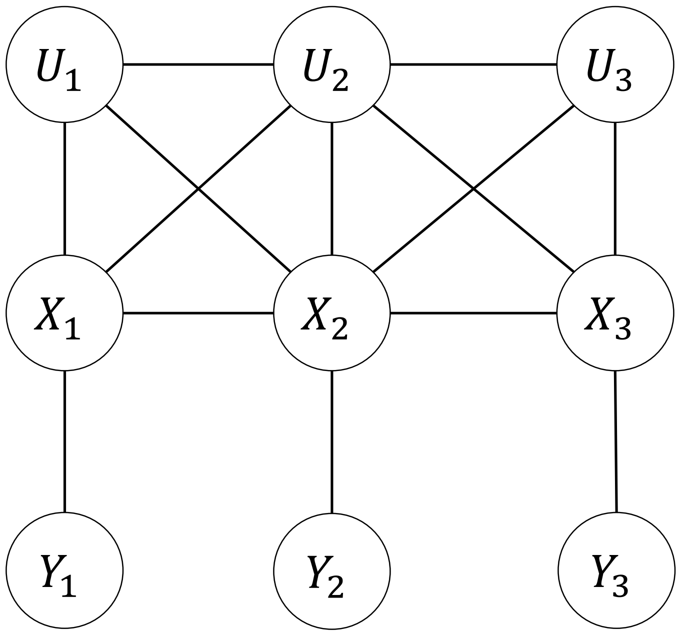


Chaînes de Semi-Markov

U : temps minimum restant dans l'état

(U,X,Y) étant un triplet Markovien, on peut calculer les marginales à postériori

(V=(U,X),Y) étant un Markov caché, on peut estimer les paramètres par EM



Le semi-Markov en segmentation d’image

Capacité à segmenter des images très bruités

Taux d’erreur divisé par 2 par rapport au Markov caché dans ce cas

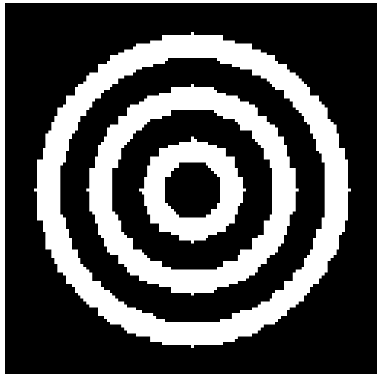


Image d’origine

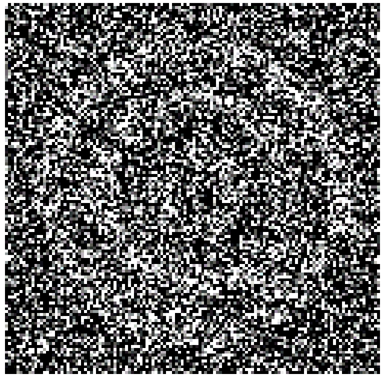
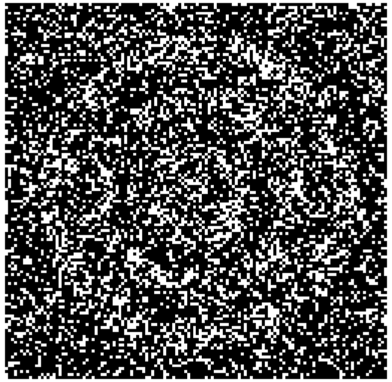


Image bruité

Restauration par semi-Markov (17% d’erreur)



Restauration par Markov caché (34% d’erreur)

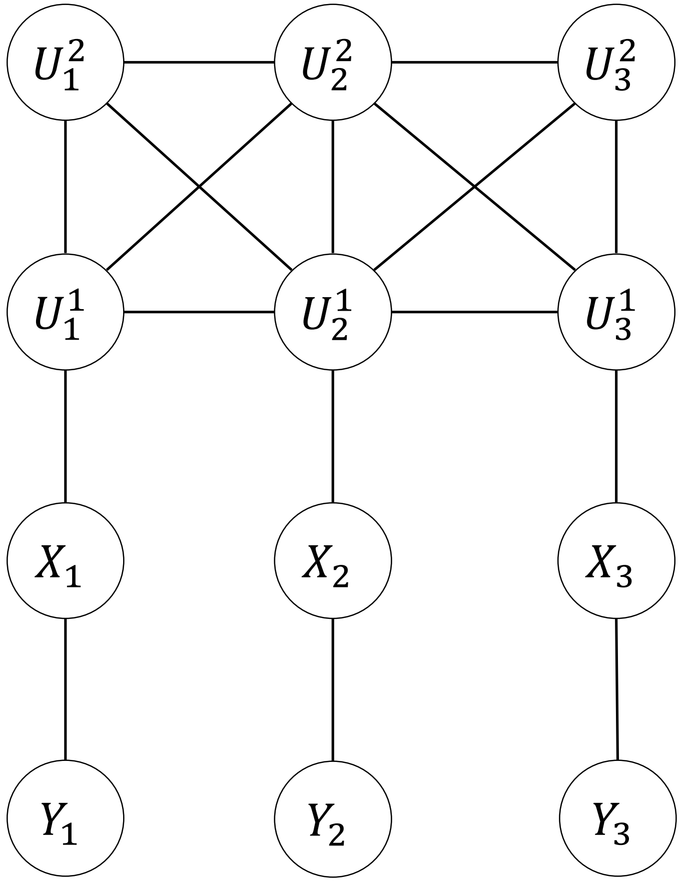
Chaînes de semi-Markov évidentielles

Chaîne de Markov évidentielle (U^1, X, Y) :

Soit V=(X, U^1), alors (V,Y) est un Markov caché

On peut alors rajouter un processus U^2 en plus pour gérer la semi-Markovianité de V

(U^2,V, Y) est un triplet Markovien!



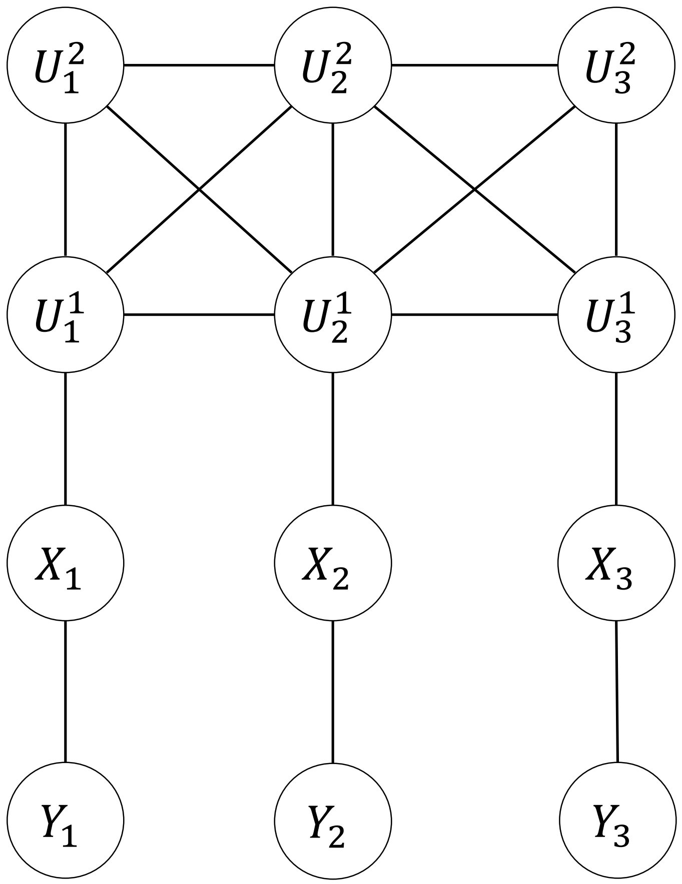
Chaînes de semi-Markov évidentielles

$X = (X_1, \ldots, X_N)$ processus caché à valeur dans $\Omega = (\omega_1, \ldots, \omega_k)$

$Y = (Y_1, \ldots, Y_N)$ processus observable

U^1 a valeur dans l'ensemble puissance 2^Ω

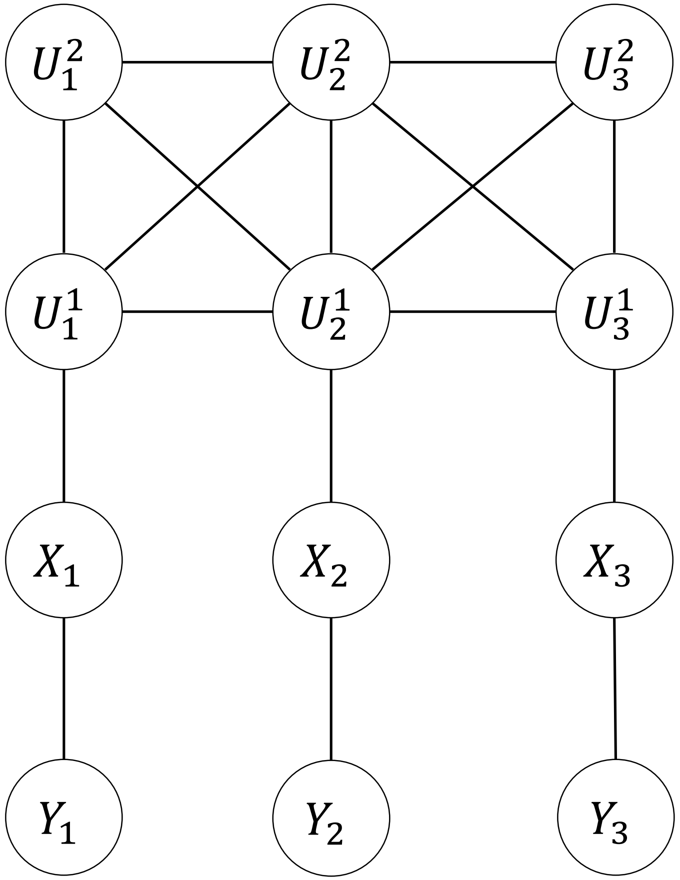
U^2 a valeur dans $(1, \ldots, D)$



Chaînes de semi-Markov évidentielles

$(\mathrm{U}^2$,V, Y) étant un triplet Markovien, on peut calculer les marginales à postériori

(W=$(\mathrm{U}^1$, U^2,X),Y) étant un Markov caché, on peut estimer les paramètres par EM



Chaînes de semi-Markov évidentielles en segmentation d’images

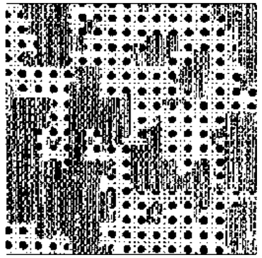


Image d’origine

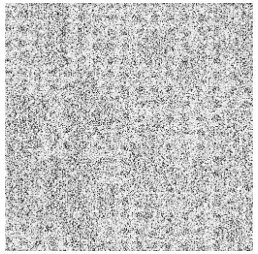
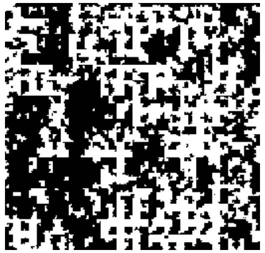
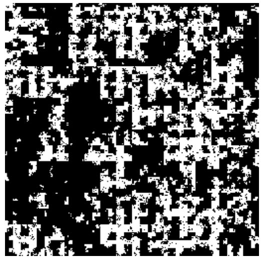


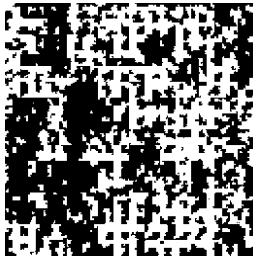
Image bruité



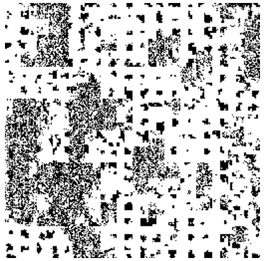
Restauration par Markov caché (32% d’erreur)



Restauration par Markov évidentiel (34% d’erreur)



Restauration par semi-Markov (32% d’erreur)



Restauration par semi-Markov évidentiel (30% d’erreur)

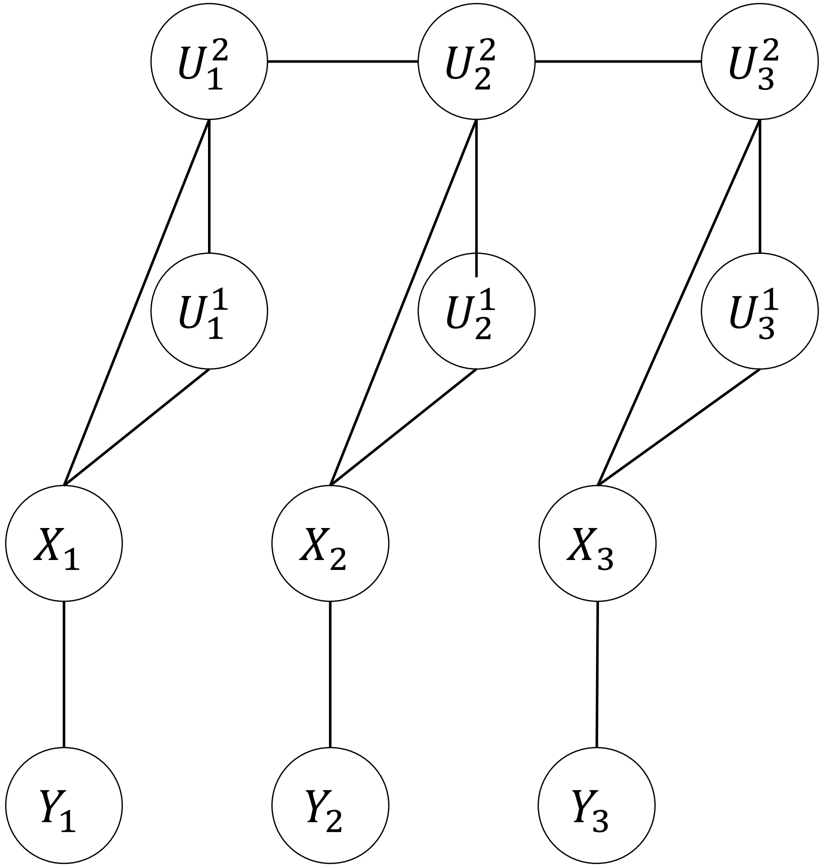
Chaînes évidentielles de semi-Markov

$X = (X_1, \ldots, X_N)$ processus caché à valeur dans $\Omega = (\omega_1, \ldots, \omega_k)$

$Y = (Y_1, \ldots, Y_N)$ processus observable

U^1 a valeur dans $(1, \ldots, D)$

U^2 a valeur dans l'ensemble puissance $2^{\Omega \times (1, \ldots, D)}$



Travaux Futurs

- Travailler sur des triplet de plus en plus généraux
  - Un triplet général peut-il retrouver ou améliorer les résultats du semi-Markov évidentiel
  - Trouver un bon compris entre la complexité du processus sous-jacent U, le nombre de paramètres et la difficulté a entrainer le modèle

- Parallèle entre triplet Markovien et Réseaux de neurones récurrents
  - Réseaux de neurones récurrents (RNN) s’apparentent a des triplet Markovien particuliers
  - Est-il possible d’appliquer les travaux réaliser sur les triplets aux RNNS