

Zadanie: MAX

Macierze



Warsztaty ILO 2017-2018, grupa olimpijska, dzień 20.

Rozwiązanie wzorcowe $O(n^2)$

Rozwiązanie zadania jest niedeterministyczne. Zauważmy, że po przemnożeniu macierzy przez pewien wektor x mamy $A \cdot (B \cdot x) = C \cdot x$ a wtedy $B \cdot x$ jest wektorem. A mnożenie wektora przez macieź możemy wykonać szybciej niż mnożenie macierzy, bo w czasie kwadratowym. Wylosujmy więc wektor x , przemnożmy przez lewą stronę równania, potem przez prawą i zobaczmy czy wyszło to samo. Jeśli tak, to wnioskujemy, że $A \cdot B = C$, a jeśli nie, to wnioskujemy, że równość nie zachodzi.

Dlaczego to działa? Zauważmy, że szansa na to, że równość zajdzie dla losowego wektora jest mała. Dokładniej wynosi ona $\frac{1}{M}$ gdy M to zakres losowanych liczb. Wynika to z tego, że jest ono równa prawdopodobieństwu tego, że wylosowany wektor należy do jądra macierzy $A \cdot B - C$ które pesymistycznie wynosi $\frac{1}{M}$.

