Zadanie: GIE
Gierka

Warsztaty ILO, grupa olimpijska, dzień 8. Dostępna pamięć: 128 MB.

Rozwiązanie wzorcowe $O(n)$

Po pierwsze zauważmy, że na koniec gry słowo będzie zawierało dokładnie dwie litery na przemian. To, że na przemian jest oczywiste z tego względu, że przez cały czas musi zachodzić warunek, że nie ma dwóch takich samych liter obok siebie. Z kolei nie może być trzech różnych liter w końcowym słowie, bo gdyby tak było, to również musiałyby istnieć trzy kolejne różne litery, co oznaczałoby, że wciąż można wykonać ruch usuwając środkową.

Zatem wiemy, że zostaną dokładnie dwie litery na przemian.

Ponadto zauważmy, że pierwsze litera słowa i ostatnia litera słowa na pewno zostaną w końcowym słowie, ponieważ nie można ich usunąć. Zatem, jeśli reprezentują one różne litery (bez straty ogólności załóżmy, że są to litery `a` i `b`), to końcowe słowo będzie postaci `ababab...ababab`, zatem będzie parzystej długości. Możemy wówczas łatwo wywnioskować, który gracz wygra, ponieważ każdy ruch zmienia parzystość długości słowa. Nie ma znaczenia, które konkretnie litery będą usuwane.

W drugim przypadku pierwsza i ostatnia litera są równe. Załóżmy, że jest to litera `a`. Zatem słowo będzie postaci `ababab...aba`, gdzie `b` jest pewną inną literą. Niezależnie jaka to litera, to zauważmy, że słowo końcowe ma nieparzystą długość. Zatem również można na tej podstawie wywnioskować zwycięzcę, rozumując analogicznie.