Zadanie: FAB
Fabryka

Warsztaty ILO 2017-2018, grupa olimpijska, dzień 13.

Rozwiązanie wzorcowe $O(m \cdot log(m) + n \cdot log(n))$

Na początku pochylmy się nad obserwacją, która odegra kluczową rolę w rozwiązaniu:

Obserwacja.1. *Jeśli samochód opuści linię produkcyjną w jednostce czasu t, to umieszczając go na linii produkcyjnej w jednostce czasu $t - n - 1$, również opuści on linię produkcyjną w jednostce czasu t.*

Dzięki tej obserwacji, myślenie nad zadaniem staje się znacznie łatwiejsze, gdyż pozbywamy się rozważania przypadków, w których przesunięcie samochodu na kolejne stanowisko jest niemożliwe, gdyż zajmuje je już jakiś samochód. Będziemy zatem rozpoczynać budowę samochodu, tylko w tych jednostkach czasu, w których będziemy mieli pewność, że nigdy się nie przyblokuje tj. zawsze będzie mógł on zostać przeniesiony na kolejne stanowisko.

Zastanówmy się teraz jak wyznaczyć interesujące nas jednostki czasu, w których możemy rozpocząć produkcję samochodów.

Niepoprawnym, ale naturalnym, pomysłem jest rozpoczynać budowę auta, gdy na wszystkich stanowiskach znajduje się już odpowiednia liczba części do jego produkcji. Bardziej formalnie, budowę k-tego samochodu rozpoczniemy w najwcześniejszej jednostce czasu, kiedy na wszystkich stanowiskach znajdować się będzie co najmniej k części. Oczywiście należałoby tu wziąć jeszcze poprawkę na jednostki czasu, w których wyprodukowano poprzednie auta, gdyż nie możemy rozpocząć produkcji dwóch samochodów w tym samym czasie.

Jak wcześniej wspomniano, podany pomysł nie jest poprawnym podejściem do problemu, gdyż może zdarzyć się sytuacja w której rozpoczęcie budowy w t-tej, sprawi że samochód nigdy nie zostanie "przyblokowany", mimo że na którymś stanowisku w t-tej jednostce czasu nie ma wystarczające liczby części.

Jednym z kontrprzykładów jest sytuacja w której taśma składa się z dwóch stanowisk. Pierwsze z nich posiada jedną część, zaś drugie ani jednej, a dostawa części do drugiego stanowiska ma miejsce drugiego dnia. W takiej sytuacji możemy bez problemu rozpocząć budowę samochodu pierwszego dnia, mimo że na drugim stanowisku będzie zero części, gdyż na początku drugiego dnia, znajdzie się już na nim odpowiednia liczba części.

Możemy jednak nieco zmodyfikować naszą strategię, aby była już ona w pełni poprawna. Będziemy przetwarzać dostawy w kolejności rosnących ilości części po dostawie, na stanowiskach których dotyczą owe dostawy. Oczywiście przy przetworzeniu dostaw, zwiększymy liczbę części na odpowiednim stanowisku. Ponadto obliczymy wartość p, równą najwcześniejszej jednostce czasu, w której rozpoczęcie budowy samochodu, wiązać się będzie ze skorzystaniem z dostarczonej części. Wzór na p można łatwo wyznaczyć jako:

$$p = czas\ dostawy - numer\ stanowiska + 1$$

Teraz jeśli po przetworzeniu danej dostawy, na wszystkich stanowiskach znajdzie się co najmniej k części to oznacza, że możemy rozpocząć budowę k-tego samochodu. Aby sprawdzić ten warunek, możemy się posłużyć drzewem przedziałowym $\langle +, min \rangle$ lub strukturą **multiset**.

W celu obliczenia najwcześniejszego początku produkcji, należy wziąć pod uwagę: moment rozpoczęciu produkcji poprzedniego auta, jednostkę czasu w której przyszło zlecenie budowy aktualnego samochodu oraz maksymalną wartość p, ze wszystkich rozważonych do tej pory dostaw. Maksimum z podanych wartości powinien być równy najlepszej jednostce czasu, w której możemy zacząć produkcję samochodu.