Zadanie: RWN
Równanie

Warsztaty ILO, grupa olimpijska. Dostępna pamięć: 128 MB.

Rozwiązanie wzorcowe $O(log(\frac{a+b}{\epsilon}))$

Rozwiązaniem wzorcowym jest wyszukiwanie trenarne. Możemy użyć tego algorytmu, bo funkcja $a \cdot x^4 + b \cdot x$. jest wypukła.

Jak to sprawdzić? pochodna $a \cdot x^4 + b \cdot x$ po x jest równa $4 \cdot a \cdot x^3 + b$. Jest to funkcja rosnącą co jest warunkiem wystarczającym.

W takim razie robimy wyszukiwanie trenarne. Dzielimy nasz przedział $[a, b]$ na trzy równe części niech $p_1 = a + (b - a)/3$, natomiast $p_2 = a + (b - a)/3 \cdot 2$.

Jeśli $f(p_1) < f(p_2)$ to wiemy, że minimum jest na pewno w przedziale $[a, p_2]$, a wpp. jest w przedziale $[p_1, b]$. Zmieniamy więc nasz przedział na ten który wywnioskowaliśmy. Kontynuujemy takie postępowanie dopóki długość przedziału nie będzie dostatecznie mała.

Rozwiązanie alternatywne $O(1)$

Wzór w naszym równaniu nie był trudny, żeby można było łatwo stwierdzić wypukłość, ale to powoduje też, że można rozwiązać zadanie za pomocą pochodnych. Wiadomo, że funkcja osiąga ekstremum gdy pochodna przyjmuje wartość 0, więc wystarczy rozwiązać równanie $4 \cdot a \cdot x^3 + b = 0$ i sprawdzić jego rozwiązania. Wychodzą nam dwa punkty: $\sqrt[3]{\frac{b}{4 \cdot a}}$ oraz $-\sqrt[3]{\frac{b}{4 \cdot a}}$.