

## Zadanie: ZDC

### Za długi ciąg



Warsztaty ILO, grupa olimpijska, dzień 9. Dostępna pamięć: 128 MB.

### Rozwiązanie wzorcowe $O(n \log n)$

Rozwiązanie będzie polegało na tym, że dla każdego prefiksu o długości co najmniej  $n$  obliczymy maksymalną sumę pewnych  $n$  elementów tego prefiksu, a dla każdego sufiksu o długości co najmniej  $n$  policzymy minimalną sumę pewnych  $n$  elementów tego sufiksu, a następnie dla każdej pozycji  $i$  będziemy zakładać, że na lewo od niej będzie pierwsze  $n$  wybranych elementów, a na prawo od niej będzie ostatnie  $n$  wybranych elementów i na podstawie obliczonych wcześniej tablic w czasie stałym otrzymamy wynik zakładając to miejsce podziału.

Jedyną trudnością jest policzenie tej tablicy dla prefiksów oraz dla sufiksów. Wyjaśnimy, jak obliczyć ją dla prefiksów, a dla sufiksów będzie się ją liczyło analogicznie. Na początku wrzucimy pierwsze  $n$  elementów ciągu do kolejki priorytetowej. Te elementy wyznaczają nam optymalny wybór dla prefiksu długości  $n$ , ponieważ jest to jednocześnie jedyny możliwy wybór. Teraz będziemy iterować się po kolejnych, coraz większych prefiksach i będzie wrzucać do kolejki bieżący element, a wyjmować będziemy element minimalny (kolejka priorytetowa umożliwia wykonanie tego w czasie  $O(\log n)$ ). Łatwo zauważyć, że wrzucając element do kolejki łatwo zaktualizować sumę elementów w kolejce, podobnie usuwając. Kolejka priorytetowa będzie zatem trzymać za każdym razem dokładnie  $n$  elementów, bo w każdym kroku dorzucamy jeden element i jeden usuwamy (być może ten sam). Ponadto będzie to  $n$  elementów o maksymalnej sumie. Ponieważ umiemy szybko aktualizować sumę elementów w kolejce, to jednocześnie umiemy szybko wyznaczać poszukiwane wyniki dla kolejnych prefiksów.

W przypadku sufiksów będziemy chcieli oczywiście trzymać najmniejsze  $n$  elementów (czyli priorytet w kolejce będzie odwrócony).