

Zadanie: BUT

Butelki



Warsztaty ILO, grupa olimpijska, dzień 11. Dostępna pamięć: 128 MB.

Niech $B = b_1 + b_2 + \dots + b_n$.

Rozwiązanie wzorcowe $O(n^2 \cdot B)$

Jeżeli chodzi o minimalną liczbę butelek, to można to obliczyć liniowo. Możemy zawsze wybierać zachłannie butelki o największej pojemności, tak długo aż pomieszczą całą wodę, którą mają wszystkie butelki.

Zostało policzyć minimalny czas przelewania. Tutaj oczywiście wybór butelek może być już inny, który wciąż zużywa minimalną liczbę butelek, ale czas przelania pozostałej wody będzie mniejszy.

Możemy o zadaniu myśleć nieco inaczej niż jest podane w treści. W treści jesteśmy proszeni, o policzenie minimalnego czasu przelania całej wody do wybranych przez nas butelek. My będziemy chcieli zamiast tego znaleźć maksymalną możliwą ilość wody, której nie trzeba przelewać. Widać, że jest to równe ilości całej wody odjęć ilość wody, którą trzeba przelać.

Zatem możemy myśleć o zadaniu następująco: Chcemy wybrać k butelek (k jest wyznaczoną wcześniej liczbą), których suma pojemności jest nie mniejsza niż całkowita ilość wody, a ilość wody w wybranych butelkach jest maksymalna (więc minimalizujemy przelaną wodę).

Można to sprowadzić do problemu plecakowego, gdzie każda butelka jest przedmiotem, którego wagą jest pojemność, a wartością jest ilość zawartej w niej wody. Musimy jednak mieć dodatkowy wymiar informujący nas o liczbie użytych butelek. Tak postawiony problem można już standardowo rozwiązać, ponieważ szukamy zbioru przedmiotów o sumie wag przekraczającej całkowitą ilość wody o maksymalnej łącznej wartości.

Złożoność czasowa algorytmu to $n^2 \cdot B$, ponieważ mamy tablicę programowania dynamicznego o wymiarach $n \times B$ i dołożone każdego z n przedmiotów zajmuje nam tyle czasu.