

1. Niech $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie ograniczoną funkcją, taką, że:

$$f\left(x + \frac{1}{6}\right) + f\left(x + \frac{1}{7}\right) = f(x) + f\left(x + \frac{13}{42}\right)$$

Wykazać, że f jest okresowa.

2. Niech c będzie ustaloną liczbą całkowitą dodatnią. Ciąg (a_n) jest określony przez warunki

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = d(a_n) + c \quad \text{dla} \quad n = 1, 2, \dots,$$

gdzie $d(m)$ oznacza liczbę dodatnich dzielników liczby m . Wykazać, że istnieje taka liczba całkowita dodatnia k , że ciąg $a_k, a_{k+1}, a_{k+2}, \dots$ jest okresowy.