

# Zadanie: KPI

## Liczba k-pierwsza



Warsztaty ILO 2017-2018, grupa olimpijska, dzień 17.

### Rozwiązanie wzorcowe $O(\sqrt{n})$

Najpierw zauważmy, że  $x \cdot D(x) = \sum_{i, j : i \cdot j = x} i \cdot j$  (bo  $i$  będzie każdym dzielnikiem dokładnie raz).

Teraz zauważmy, że wystarczy nam umieć obliczać wynik dla przedziałów zaczynających się do 1, aby uzyskać wynik dla innego przedziału, możemy po prostu odjąć wyniki.

$$\text{Kolejne przekształcenie to będzie } \sum_{i=1}^n i \cdot D(i) = \sum_{i, j : i \cdot j \leq n} i \cdot j.$$

Mamy już trochę prostsze zadanie, policz iloczyn wszystkich par liczb, takich, że ich iloczyn jest mniejszy bądź równy  $n$ .

Zauważmy, że dla  $i \cdot j \leq n$  zawsze  $i$  lub  $j$  będzie mniejsze niż  $\sqrt{n}$ .

Możemy więc się przeiterować po  $i$  od 1 do  $\sqrt{n}$ , pasujące  $j$  są z przedziału  $[1, n/i]$ .

Możemy się również przeiterować po  $j$  od 1 do  $\sqrt{n}$  i wtedy pasujące  $i$ , tak żeby nie było powtórzeń są z przedziału  $[\sqrt{n} + 1, n/j]$ .

Mając przedział, możemy obliczyć w czasie stałym sumę liczb na tym przedziale, przemnożyć przez drugą wartość i wszystko posumować.

