

Zadanie: USU

Usuwanie



Warsztaty ILO 2017-2018, grupa olimpijska, dzień 8. Dostępna pamięć: 128 MB.

Rozwiązanie wzorcowe $O(n \log n)$

Oczywiste jest, że nigdy nie powinniśmy usunąć pierwszego i ostatniego elementu tablicy (ponieważ nie dostaniemy żadnych punktów). Rozważmy minimalny element. Załóżmy, że ma wartość x .

Możemy odjąć x od wszystkich elementów i wynik zadania zmniejszy się o $(n - 2) \cdot x$, ponieważ wykonamy $n - 2$ usunięć środkowych elementów i każde z tych usunięć da Przemkowi dokładnie x więcej punktów. Jeśli minimalny element był pierwszym lub ostatnim elementem, możemy już go nie liczyć (skoro wynosi 0, to tak jakby go nie było w ogóle). Jeśli natomiast znajduje się w środku tablicy, to można udowodnić, że istnieje rozwiązanie optymalne, w którym Przemek usunie je w pierwszym ruchu. Możemy udowodnić to przez sprzeczność. Rozważmy optymalne rozwiązanie, w którym minimalny element nie został usunięty w pierwszym ruchu i spójrzmy, w którym momencie został usunięty. Możemy pokazać, że możemy usunąć go wcześniej. Jeśli element usunięty bezpośrednio przed nim nie jest jego sąsiadem, to możemy zamienić te ruchy kolejnością i nie wpłynie to na wynik. Jeśli te dwa elementy są sąsiadami, to możemy rozpisać liczbę punktów jaką otrzymamy w obu przypadkach i zobaczymy, że usunięcie minimalnego elementu najpierw jest lepszym rozwiązaniem. Zatem, w tym zadaniu musimy utrzymywać set wszystkich nieusuniętych elementów i znajdować najmniejszy z nich.

Można to zrobić używając wbudowanych struktur w złożoności $O(n \log n)$.

