

Zadanie: KWA

Kwadratura Liczby



Warsztaty ILO 2017-2018, grupa olimpijska, dzień 14.

Rozwiązanie wzorcowe $O(2^{k/2} \cdot k)$

W zadaniu użyjemy techniki meet in the middle. Podzielimy kanapki na dwa równe (z dokładnością do parzystości) zbiory, wygenerujemy wszystkie podzbiory tych obu zbiorów i będziemy pracować na podzbiorach.

Dla każdego podzbioru kielbasek obliczymy – ile jest w nim mięsa, ile jest w nim mięsa minus ile jest w nim chleba, ile jest w nim chleba minus ile jest w nim keczapu. Mamy więc dwa zbiory z takimi trójkami, i chcemy znaleźć taką parę elementów, pierwszy element z pierwszego zbioru (a_1, b_1, c_1) a drugi z drugiego (a_2, b_2, c_2) , żeby zachodziło $b_1 + b_2 \geq 0$ oraz $c_1 + c_2 \geq 0$ (więcej mięsa niż chleba, więcej chleba niż keczapu) oraz, że $a_1 + a_2$ jest jak największe.

Aby to zrobić, posortujemy trójki w pierwszym jak i drugi zbiorze po b_i . Jeśli z jednej strony wybierzemy kanapkę o różnicy mięsa i chleba wynoszącej b_i z drugiej strony musimy wybrać kanapkę o różnicy wynoszącej $-b_i$ lub więcej.

Będziemy więc przeglądać trójki z pierwszego zbioru w kolejności od najmniejszych i przesuwając wskaźnik na drugim zbiorze w kolejności od największych. Gdy w pierwszym zbiorze mamy wartość b_i , przesuwamy wskaźnik w drugim zbiorze do wartości mniejszej $-b_i$. Wszystkie elementy drugiego zbioru które obejrzelismy dodajemy do drzewa przedziałowego, które będzie dla wartości c_i trzymać maksymalną wartość a_i , będzie to drzewo zwracające maksimum na przedziale. Gdy dodamy do struktury wszystkie nowe trójki z drugiego drzewa, możemy odpytać drzewo o maksimum z przedziału $(-c_i, inf)$. Będzie to maksimum ilości mięsa we wszystkich kielbaskach mających co najmniej $-b_i$ na pierwszej osi oraz $-c_i$ na drugiej osi. Dodając to maksimum do naszego a_i dostajemy maksymalną ilość mięsa jaką można zjeść, przy założeniu, że zjadamy przynajmniej podzbiór kielbasek z pierwszego zbioru.

Aby obliczyć wynik wystarczy wybrać maksimum z tych sum, dlatego, że na pewno zjemy jakiś podzbiór kielbasek będący w pierwszej części (być może pusty ;).

