Zadanie: ZAW
Żądza władzy

Warsztaty ILO, grupa olimpijska, dzień 13. Dostępna pamięć: 128 MB.

Rozwiązanie wzorcowe $O(n^2)$

Załóżmy, że chcemy zmienić skierowania tak, że wszystkie miasta będą osiągalne z jakiegoś wierzchołka x. Możemy to zrobić w czasie $O(n)$. Ukorzeńmy sobie to drzewo w wierzchołku 1. Teraz wszystkie krawędzie są skierowane w górę (w stronę korzenia) lub w dół. Krawędzie skierowane w górę będziemy nazywać czerwonymi a pozostałe zielonymi. Teraz przechodząc za pomocą DFS–a, dla każdego wierzchołka liczymy odległość krawędziową od korzenia, oraz liczbę czerwonych krawędzie wzdłóż ścieżki do korzenia. Dodatkowo policzmy sobie liczbę czerwonych krawędzi w całym drzewie.
Teraz zaobserwujmy, że wszystkie krawędzie poza ścieżką od korzenia do wierzchołka v powinny być zielone a te na ścieżce powinny być czerwone. Więc liczba krawędzi które powinny być odwrócone, jeżeli v jest stolicą wynosi $RedEntireTree - 2 \cdot RedOnPath[v] + RootDistance[v]$.

Weźmy dwa miasta A i B, niech będą one miastami wybranymi przez braci, żeby zminimalizować liczbę odwróconych krawędzi. Po zmianie skierowania dróg istnieje miasto na ścieżce pomiędzy A i B które jest osiągalne zarówno z jednego jak i drugiego miasta. Nazwiemy je *centrum*.
Teraz chcemy się przeiterować po wszystkich centrach i znaleźć dwa najlepsze miasta dla każdego z nich. Dla każdego sąsiada aktualnie wybranego centrum policzmy minimalną liczbę zmian w poddrzewie ukorzenionym w sąsiedzie w taki sposób, że każde miasto będzie osiągalne z jakiegoś miasta w tym poddrzewie. Teraz dla każdych dwóch z tych poddrzew, musimy znaleźć wierzchołki A i B, a wszystkie pozostałe poddrzewa będą miały krawędzie skierowane do korzenia poddrzewa. Możemy to policzyć w czasie $O(n)$ dla każdego centrum, więc złożoność rozwiązania wynosi $O(n^2)$.