Zadanie: NAD
Naprawa dróg

Warsztaty ILO 2017-2018, grupa olimpijska. Dostępna pamięć: 128 MB.

Rozwiązanie wzorcowe $O(n+m)$

Wybierzmy sobie dowolny wierzchołek v. Nastepnie zbudujmy minimalne skierowane drzewo rozpinające, gdzie v będzie korzeniem tego drzewa. Możemy to zrobić za pomocą algorytmu DFS. Takie drzewo istnieje, ponieważ z wierzchołka v możemy dojechać do każdego innego miasta. Następnie odwróćmy skierowanie wszystkich krawędzi i znowu zbudujmy minimalne skierowane drzewo rozpinające z korzeniem w v. Ono także musi istnieć, ponieważ z dowolnego wierzchołka dojedziemy do v.

Łatwo zauważyć, że jeżeli odwrócimy skierowanie krawędzi z drugiego drzewa i zliczymy liczbę użytych krawędzi w pierwszym i drugim drzewie, to otrzymujemy podgraf H o maksymalnie $2 \cdot (n-1)$ krawędziach. Jednocześnie z wierzchołka v da się dojechać do każdego wierzchołka, a także da się osiągnąc wierzchołek v z dowolnego. Więc, żeby dojechać z dowolnego u do w, możemy pojechać u do v i z v do w, wiec graf spełnia założenia zadania.

Złożoność DFS jest liniowa względem rozmiaru grafu, więc złożoność wynosi $O(n+m)$.