

# Zadanie: PIN

## Przemek i napis



Warsztaty ILO, grupa olimpijska, dzień 15. Dostępna pamięć: 128 MB.

### Rozwiązanie wzorcowe $O(k \cdot (n + k \cdot \log(k)))$

Policzmy sobie liczbę takich podciągów  $t$  że są większe niż odpowiadające im podciągi  $s$  i zaczynają się na pozycji  $i$ .

- jeżeli  $t[i] < s[i]$ , ta wartość jest równa 0.
- jeżeli  $t[i] > s[i]$ , ta wartość jest równa  $n - i$ .
- jeżeli  $t[i] = s[i]$  wtedy znajdziemy najbliższą pozycję  $j$ ,  $j > i$ , taką, że  $t[j] \neq s[j]$ . Jeżeli  $t[j] > s[j]$ , potrzebną wartość podciągu będzie  $n - j$ . Jeżeli  $t[j] < s[j]$  potrzebną wartość będzie 0.

Możemy powiedzieć to trochę inaczej: Jeżeli  $t[i] > s[i]$ , to będzie  $(1 + pref) \cdot (n - i)$  nowych podciągów, gdzie  $pref$  oznacza ile ostatnich elementów w  $s$  i  $t$  jest sobie równych.

Użyjmy programowania dynamicznego.  $dp[i][sum]$  oznacza, że przejrzyliśmy  $i$  pozycji, mając  $sum$  potrzebnych podciągów i  $s[i] \neq t[i]$ . Przeiterujemy się po wspólnym prefiksie  $pref$ .

- Jeżeli  $t[i] < s[i]$ ,  $dp[i][sum] += dp[i - pref - 1][sum] \cdot (s[i] - 'a')$  – możemy tą wartość policzyć używając  $sum$  częściowych.
- Jeżeli  $t[i] > s[i]$ ,  $dp[i][sum] += dp[i - pref - 1][sum - (1 + pref) \cdot (n - i)] \cdot ('z' - s[i])$ . Przeiterujemy się po  $pref$ .

Zauważmy, że  $0 \leq sum - pref \cdot (n - i)$  więc  $pref \leq \frac{sum}{(n-i)}$  i  $pref \leq \frac{k}{(n-i)}$ . To oznacza, że trzeci cykl stworzy co najwyżej  $\frac{k}{(n-i)}$  iteracji, kiedy znajdziemy wartość  $dp[i][sum]$ . Więc liczbą iteracji będzie.

$$it = k \cdot \left( \sum_{i=0}^{n-1} \frac{k}{(n-i)} \right) = k \cdot \left( \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{i} \right) < k \cdot (n + k \cdot \log(k)).$$