תקציר

קונפיגורציה של מכניזם מוגדרת כקבוצת פרמטרים לא תלויים הקובעים באופן יחיד את האוריינטציה והמיקום של כל מרכיב במערכת יחסית למערכת נייחת נתונה. *מרחב הקונפיגורציה* של מכניזם אם כך מוגדר כקבוצת כל הקונפיגורציות האפשריות עבור האחרון. לדוגמא, מרחב הקונפיגורציה של שרשרת קינמטית פתוחה במישור הבנוייה n מוטות הוא הטורוס ה-n ממדי. ידיעת מרחב הקונפיגורציה מאפשרת לעיתים פיתרון לבעיות קלאסיות כמו תכנון מסלול ובעיות סינגולריות בהן השיטות הקלאסיות נכשלות.

חלקו הארי של המחקר בתחום התרכז בשרשראות קינמטיות סגורות, כלומר שרשראות סגורות במרחב ובמישור הבנויות מוטות המחוברים ביניהם באמצעות צירים סיבוביים וכדוריים. המחקר בנושא מתקיים במספר מישורים כמו חישוב צייני אויילר, מציאת חבורות טופולוגיות שונות ופירוק ידיות (handle body) באמצעות פונקציות מורס (ראה לדוגמא [6],[14],[11]).
שרשראות סגורות כאלו הן הפשטה מתמטית חריפה לרובוטים מקביליים "אמיתיים" - אלו האחרונים בנויים מספר רגליים הקבועות במרחב בצידן האחד ומחוברות לפלטה (*רובוט פוליגונאלי*) או לנקודה (*רובוט עכבישי*) בצידן האחר. ככל הידוע למחבר מרחבי קונפיגורציה לרובוטים אלו לא נחקרו מעולם.

ראשית נבחן את מרחב הקונפיגורציה של רובוט עכבישי בעל k רגליים, כל רגל בנויה כשרשור של מוטות באמצעות צירים סיבוביים, כל הרגליים מסתיימות בנקודה אחת משותפת ותחילתן (נקודת הבסיס של כל רגל) קבועה במרחב. מכניזם כזה הינו הפשטה של רובוטים הנמצאים בשימוש בתעשייה ונבחר כנקודת התחלה למחקר בשל פשטותו. במהלך המחקר ראינו כי מרחב הקונפיגורציה של מכניזם זה הינו באופן גנרי יריעה חלקה ומכוונת. אפיינו את המקרים המיוחדים בהם מרחב הקונפיגורציה אינו יריעה. יתר על כן כיוון שעבור מכניזם עכבישי בעל שני מוטות בכל רגל (ומספר שרירותי של רגליים), מתקבל מרחב קונפיגורציה דו ממדי ניתן למיין באופן מלא את מרחב הקונפיגורציה באמצעות חישוב הגנוס g. בחינה מדוקדקת של אופן חישוב הגנוס אפשר לחקור את הנקודות הסינגולריות במקרים הלא גנריים החיוניות בראייתנו להמשך העבודה ומחקרים עתידיים בנושא.

כפי שהוזכר לעיל ידיעת מרחב הקונפיגורציה מאפשרת פיתרון בעיות כמו קיום תכנוניי תנועה גלובליים רציפים (ראה [3]) או תכנון תנועה מפורש עבור מרחב קונפיגורציה נתון, נציין כי גישה זו מתעלמת לחלוטין ממבנה הספציפי של המכניזם.

רוב עבודת המחקר הנעשית כיום בתחום תכנון התנועה נעשה באמצעות אלגוריתמים תלויי דגימה (לדוגמא ראה [56]), אולם קיימת משפחת בעיות עבורן האלגוריתמים הללו אינם יעילים די הצורך ובכלל מכניזמים הכוללים בתוכם לולאות סגורות כבמקרה שלנו [62]. יתרה על כן אלגוריתמים תלויי דגימה עלולים להתעלם מאזורים חשובים במרחב הקונפיגורציה שיהוו את המכשול העיקרי בפתרון בעיית התכנון (זכור את התענוג שבהעברת שולחן כתיבה דרך דלת המשרד).
ומכאן המוטיבציה למצוא שיטה לתכנון תנועה יעיל.

מרחב הקונפיגורציה לרוב הוא מממד גדול מ-2 דבר המונע את אפיונו המלא, עם זאת תכונות כמו מספר מרכיבי הקשירות וחלקות נגישים בהחלט. מחקרים שנעשו לאחרונה (ראה [26],[59]) בהתייחס לתכונות אלו עבור לולאות מישוריות, ובהיות מרחב הקונפיגורציה עבור מכניזמים אלו fibered product של מרחב הקונפיגורציה* של כל הרגליים, התאפשרה עקיבה רציפה אחר המיקום הנוכחי ביחס למיקום המטרה במרחב הקונפיגורציה בהתייחס למרכיבי הקשירות. ומכאן נסללה הדרך לבניית אלגוריתם בעלות זמן פולינומיאלית לתכנון תנועה עבור מכניזמים מישוריים דמויי עכביש.

בהמשך התמקדנו ברובוטים מקביליים (בכל ממד) הבנויים מספר רגליים שרירותי, כל רגל בנויה שרשור מוטות בעזרת צירים סיבוביים, כך שקצהָ האחד קבוע במרחב בעוד שהאחר מחובר לפלטה מישורית (רובוט פוליגונאלי). אלו מהווים הפשטה מתמטית רכה של רוב הרובוטים המקביליים הנמצאים כיום בשימוש. אולם מרחב הקונפיגורציה שלהם עדיין לא אופיין.
נבחן מקרוב סוג מסויים של נקודות סינגולריות שהן למעשה נקודות סינגולריות טופולוגיות בנקודות אלו מרחב הקונפיגורציה מאבד את תכונת היריעה שלו (אלו ידועות ברובוטיקה כ- *Uncertainty singularity*).
נקודות סינגולריות אלו, הן תכונה מובנית של המערכת במובן של אי תלות בבחירת משתני הכניסה או משתני היציאה (זהו המצב עבור נקודות סינגולריות קינמטיות):
לדוגמא יהי נתון מרחב קונפיגורציה של לולאה מישורית בעל אופי של יריעה n-ממדית בכל נקודותיו פרט לנקודה סינגולרית הנתונה אף היא, בנקודה זו בשונה מן האחרות לא יספיקו n אקטואטורים לתיאום תנועה באופן יחיד, ללא תלות בבחירת מיקום המנועים.

נקודות סינגולריות קינמטיות ברובוטים מקביליים נחקרו באופן מקיף, מרחב הקונפיגורציה של מכניזמים

אלו עלול בעצמו להכיל נקודות סינגולריות אלו האחרונים נחקרו אף הם עבור לולאות מישוריות סגורות (ראה לדוגמא [11],[12],[26]). מטרתנו היא לנסות לקשר בין השניים עבור מכניזמים פוליגונאליים.
על ידי בחירת קואורידנטות מקומיות מתאימות עבור מכניזם נתון ננסה להשרות למרחב הקונפיגורציה מבנה של יריעה דיפרנציאלית. הנקודות עבורן אין אפשרות לעשות כן מהוות את מכלול הנקודות החשודות בסינגולריות טופולוגית. ומכאן נמצא תנאי הכרחי לקיומן.
בנקודות אלו כפי שראינו בתחילת המחקר ובמחקרים הקיימים בספרות נוצר לעתים מצב בו שני תחומים נושקים בנקודה אחת, (עדות מעניינת לכך ניתן למצוא ב-[71]).

לבסוף התמקדנו בניסיון למצוא דרך לאפיין את מרחב הקונפיגורציה עבור רובוטים פוליגונאליים באמצעות פונקציית מורס ופירוק ידיות. הושם דגש על מציאת מערכת קואורדינטות מוגדרת היטב שעבור כל קונפיגורציה אפשרית תתאר היטב סביבה פתוחה שלה. ובסיום ניתנה דוגמת חישוב עבור מרחב הקונפיגורציה של רובוט נתון בשיטה זו.

* למעשה אין זה מדוייק לומר כי מרחב הקונפיגורציה הינו מכפלת סיוב (fibered product) של מרחבי הקונפיגורציה הנ"ל, אם להיות מדויקים יש להגדיר מרחב קונפיגורציה המאפשר למכניזם כולו להסתובב ולנוע, כלומר מרחב הקונפיגורציה של המכניזם שאיננו מקובע במרחב וזהו האחרון הינו אמנם מכפלת סיוב של מרחבי הקונפיגורציה ה"חופשיים" של הרגליים. הוכחה לכך ניתנת בנספח, אולם עבור בעיית הקשירות הנתונה אין ההבחנה הזו משנה דבר.

תודות

המחקר נעשה בהנחיית פרופסור משה שהם בפקולטה להנדסת מכונות בטכניון ובהנחייתו של דוקטור דוד בלנק מהמחלקה למתמטיקה באוניברסיטת חיפה.

מרחבי קונפיגורציה של
רובוטים מקביליים

חיבור על מחקר

לשם מילוי חלקי של הדרישות לקבלת תואר
דוקטור בפילוסופיה

ניר שוולב

הוגש לסנאט הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל
כסלו תשס"ז חיפה דצמבר 2006

מרחבי קונפיגורציה של רובוטים מקביליים

ניר שוולב