

# **פולריטורנים הנובעים מהאינטראקציה בין זוגות אלקטרון-חור ופוטונים כלואים**

**יוסף מיכאלי**



# פולריטורנים הנובעים מהאינטראקציה בין זוגות אלקטרון-חור ופוטונים כלואים

חיבור על מחקר

לשם מילוי חלקי של הדרישות לקבלת תואר מגיסטר בפיסיקה

יוסף מיכאלי

הוגש לסנט הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל

מרץ 2011

חיפה

הדר ב' תשע"ב



## תוכן עניינים

v	תוכן עניינים
viii	רשימת איורים
xii	רשימת טבלאות
1	תקציר
2	רשימת סמלים וקיצורים
5	1. הקדמה
6	2. תכונות אלקטרוניות של מוליכים למחצה
6	2.1. משוואת Schrödinger של הגביש
6	2.1.1. מבוא
8	2.1.2. משפט Bloch
8	2.1.3. מבוא לשיטת $k.p$
10	2.2. שיטת פונקציית המעטפת של $k.p$
10	2.2.1. מבוא
11	2.2.2. פונקציית המוצא
12	2.2.3. מודל Zinc-Blende
17	2.2.4. מודל שני פסים
22	2.3. מודל Schrödinger-Poisson
23	2.3.1. הצגת המודל
28	2.3.2. גז אלקטרונים דו-מימדי
35	3. מעברים אופטיים בנוכחות אלקטרונים חופשיים
35	3.1. שיטת הקוונטיזציה השנייה
35	3.1.1. מבוא
38	3.1.2. ניסוח מצבי Bloch
40	3.1.3. הוספת חורים למודל
41	3.1.4. סטטיסטיקות נושאי המטען
41	3.2. חישוב המעברים
41	3.2.1. מבוא
43	3.2.2. ניסוח קוונטי של הקיטוב המיקרוסקופי
43	3.2.3. משוואת התנועה של Heisenberg
45	3.2.4. פיתרון משוואת התנועה עבור קירוב האלקטרונים החופשיים
46	3.3. פליטה ספונטנית
47	3.4. אלמנט מטריצה של התנע
51	4. מעברים אופטיים בנוכחות אינטראקציה קולונית
51	4.1. ניסוח הקוונטיזציה השנייה
51	4.1.1. מבוא
53	4.1.2. הקירוב האלכסוני
53	4.1.3. הוספת חורים למודל
54	4.2. חישוב המעברים
54	4.2.1. ניסוח משוואות התנועה

55	4.2.2. קירוב Hartree-Fock
57	4.2.3. אפקטים של גוף מרובה
59	4.2.4. פיתרון משוואות התנועה
60	4.2.5. שיקולים במימוש נומרי
65	4.3. תוצאות החישובים הנומריים
66	4.3.1. בורות קוונטיים ללא הוספת סימון
71	4.3.2. בורות קוונטיים בנוכחות סימון
<b>91</b>	<b>5. מיקרומהודים של מוליכים למחצה ואפקטים פולריטוניים</b>
91	5.1. מהוד אופטי
93	5.2. מחזירור Bragg מפולג
94	5.2.1. שיטת מטריצת המעבר
97	5.3. תכונות אופטיות של מיקרומהוד
97	5.3.1. ספקטרום החזרה של מיקרומהוד
99	5.3.2. תכונות האור הכלוא במיקרומהוד
99	5.4. פולריטונים במיקרומהוד
100	5.4.1. צימוד חזק של כולא קוונטי ופוטון
103	5.4.2. צימוד חזק במיקרומהוד מוליך למחצה
106	5.5. תוצאות החישובים הנומריים
106	5.5.1. מיקרומהוד ריק
108	5.5.2. מיקרומהוד עם בור קוונטי לא מסומם
112	5.5.3. מיקרומהוד עם בור קוונטי עם סימון
<b>128</b>	<b>סיכום</b>
<b>130</b>	<b>נספחים</b>
131	נספח א': תכונות סימטריה של פונקציות גל
134	נספח ב': מימוש נומרי של מודל שני הפסים
139	נספח ג': פיתרון נומרי של מודל Schrödinger-Poisson
141	נספח ד': מודל הסיכוך של Lindhard
144	נספח ה': שיטות לחישוב אנרגיית הפס האסור עבור חומרים מוליכים למחצה
148	נספח ו': חישוב מקדם השבירה של סגסוגות $Al_xGa_{1-x}As$
<b>151</b>	<b>ביבליוגרפיה</b>

## רשימת איורים

8	איור 2.1	ייצוג סכמטי של פונקציות שונות של הגביש
10	איור 2.2	הצגה סכמטית של סיווג פסי האנרגיה בתורת ההפרעות של Lödwin
15	איור 2.3	מבנה הפסים של $GaAs$ ליד הנקודה $\Gamma$ בטמפרטורת החדר, המחושב בעזרת מודל $8 \times 8 k \cdot p$ עבור שני כיוונים קריסטלוגרפיים שונים
19	איור 2.4	קווים שוי האנרגיה בכל מישור [100] במרחב $k$ עבור פסי החורים הקלים והכבדים בגוש $GaAs$
20	איור 2.5	מבנה תת-הפסים של פס הערכיות במישור הבור הקוונטי
20	איור 2.6	דיספרסיית תת-פסי הערכיות ותנאי השפה בממשקי החומרים בבור קוונטי
21	איור 2.7	קשר הדיספרסיה של תת-פסי הערכיות עבור בור קוונטי $GaAs / Al_{0.1}Ga_{0.9}As$ ברוחב $200 \text{ \AA}$ וצפיפויות המצבים המתאימות
22	איור 2.8	קשר הדיספרסיה של תת-פסי ההולכה עבור בור קוונטי $GaAs / Al_{0.1}Ga_{0.9}As$ ברוחב $200 \text{ \AA}$ וצפיפויות המצבים המתאימות
23	איור 2.9	פונקציות הגל תת-פסי ההולכה והערכיות עבור בור קוונטי $GaAs / Al_{0.1}Ga_{0.9}As$ ללא סימום ברוחב $200 \text{ \AA}$
24	איור 2.10	עוצמת השדה החשמלי הנובע ממישור אינסופי עם צפיפות מטען משטחית של $d(z)$
25	איור 2.11	צפיפות מטען משטחית עבור בור קוונטי $GaAs / Al_{0.1}Ga_{0.9}As$ ברוחב $100 \text{ \AA}$ , עם סימום מסוג $n$ בצפיפות $2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ בשכבת הבור
25	איור 2.12	עוצמת השדה החשמלי הנוצר במבנה כתוצאה מהתפלגות המטען מאיור 2.11
26	איור 2.13	הפוטנציאל החשמלי הנוצר במבנה כתוצאה מהתפלגות המטען מאיור 2.11
27	איור 2.14	דיאגרמת בלוקים המתארת את תהליך העקביות העצמית
27	איור 2.15	סכום פוטנציאל קצה הפס והפוטנציאל הפואסוני עבור בור קוונטי בודד עם התפלגות המטען מאיור 2.11
28	איור 2.16	פוטנציאל קצה הפס ופוטנציאל העקביות העצמית עבור בור פוטנציאל עם סימום מאופנן

29	2.17	איור המבנה ודיאגרמת הפסים עבור אזור הממשק בין $GaAs$ ו- $AlGaAs$
29	2.18	איור תיאור סכמטי של גוש חומר מוליך למחצה ושכבה אפליטסיאלית דקה עם סימום $\delta$
29	2.19	איור צפיפות מטען נפחית עבור הבור הקוונטי הנדון בעל סימום מסוג $\delta$ במרחק $1000 \text{ \AA}$ מקצה הבור
30	2.20	איור פוטנציאל קצה הפס עובר פסי ההולכה והערכיות עבור בור קוונטי בודד עם סימום מסוג $\delta$ , המתואר באיור 2.19
30	2.21	איור תיאור סכמטי של בור קוונטי מעורב מסוג I וסוג II המורכב משכבות של $GaAs / AlAs$
32	2.22	איור קשר הדיספרסיה המחושב עבור תת-פסי ההולכה והערכיות עבור בור קוונטי $GaAs / Al_{0.1}Ga_{0.9}As$ ברוחב $200 \text{ \AA}$ עבור $T = 2K$ , עם ריכוזי גז אלקטרונים דו-מימדיים שונים באיזור הבור
33	2.23	איור פונקציות הגל המחושבות עבור תת-פסי ההולכה והערכיות עבור בור קוונטי $GaAs / Al_{0.1}Ga_{0.9}As$ ברוחב $200 \text{ \AA}$ עם ריכוז גז אלקטרונים דו-מימדיים $1 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ , בטמפ' סביבה $T = 2K$
34	2.24	איור פונקציות הגל המחושבות עבור תת-פסי ההולכה והערכיות עבור בור קוונטי $GaAs / Al_{0.1}Ga_{0.9}As$ ברוחב $200 \text{ \AA}$ עם ריכוז גז אלקטרונים דו-מימדיים $1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , בטמפ' סביבה $T = 2K$
49	3.1	איור התלות של עוצמת המעבר $ \mu_k $ בזווית שבין וקטור הגל של האלקטרון ובין וקטור הקיטוב של השדה החשמלי
50	3.2	איור אלמנט המטריצה של הדיפול עבור בור קוונטי $GaAs / Al_{0.1}Ga_{0.9}As$ ברוחב $200 \text{ \AA}$ עבור $T = 2K$ , ללא סימום נוסף
50	3.3	איור אלמנט המטריצה של הדיפול עבור בור קוונטי $GaAs / Al_{0.1}Ga_{0.9}As$ ברוחב $200 \text{ \AA}$ עבור $T = 2K$ , ללא ערכים שונים של ריכוז גז אלקטרונים דו-מימדי באזור הבור
55	4.1	איור היררכיה אינסופית של מכפלות אופרטורים עבור משוואות התנועה
55	4.2	איור תיאור סכמטי של מכפלות האופרטורים של משוואות התנועה בקירוב Hartree-Fock
58	4.3	איור תיאור הגישה העושה שימוש בניסוח הפנומנולוגי של סיכוך הפלזמה, המשולבת ישירות להמילטוניאן של הגוף המרובה
61	4.4	איור הפונקציה הדיאלקטרית המסוככת $\epsilon(q)$ המחושבת עבור בור קוונטי $GaAs / Al_{0.1}Ga_{0.9}As$ ברוחב $200 \text{ \AA}$ עם ריכוזי גז אלקטרונים דו-מימדיים $1 \times 10^9 \div 1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , בטמפ' סביבה $T = 2K$
62	4.5	איור חישוב אנרגיית קולון-חור העצמית ואנרגיית ההחלפה המסוככת במרכז אזור Brillouin, עבור בור קוונטי $GaAs / Al_{0.1}Ga_{0.9}As$ ברוחב $200 \text{ \AA}$ המכיל ריכוזים שונים גז אלקטרונים דו-מימדיים וערכיות
62	4.6	איור דיספרסיה נירמול הפס האסור עבור מעברי תת-פסים שונים המחושבים עבור בור קוונטי $GaAs / Al_{0.1}Ga_{0.9}As$ ברוחב $200 \text{ \AA}$ המכיל $n_e = 1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$



איור 4.7	נירמול הפס האסור הכולל במרכז אזור Brillouin, עבור בור קוונטי 63 $GaAs / Al_{0.1}Ga_{0.9}As$ ברוחב $200 \text{ \AA}$ המכיל ריכוזים שונים של גז האלקטרונים
איור 4.8	גורמי הצורה המחושבים עבור שילובי אלקטרון-חור, אלקטרון-אלקטרון וחור-חור 64
איור 4.9	מבנה סכמטי של בור קוונטי לא מסומם הנבחן במסגרת החישובים הנומריים 66
איור 4.10	סוספטביליות חשמלית מרוכבת המחושבת בעזרת מודל האלקטרונים החופשיים עבור 67 בור לא מסומם ב- $T = 2K$
איור 4.11	סוספטביליות חשמלית מרוכבת המחושבת בעזרת מודל Hartree-Fock עבור בור לא 68 מסומם ב- $T = 2K$
איור 4.12	ספקטרום הבליעה עבור שני הקיטובים של האור, המחושבים בעזרת מודל האלקטרונים 69 החופשיים ומודל Hartree-Fock עבור בור לא מסומם ב- $T = 2K$
איור 4.13	תיאור סכמטי של ספקטרום הבליעה בקצה הפס עבור מוליך למחצה דו-מימדי עפ"י 70 מודל Elliot
איור 4.14	ספקטרום הפליטה הספונטנית המחושבים בעזרת מודל האלקטרונים החופשיים ומודל 71 Hartree-Fock עבור בור לא מסומם ב- $T = 2K$
איור 4.15	סוספטביליות חשמלית מרוכבת המחושבת בעזרת מודל האלקטרונים החופשיים עבור 72 בור לא מסומם ב- $T = 77K$
איור 4.16	סוספטביליות חשמלית מרוכבת המחושבת בעזרת מודל Hartree-Fock עבור בור לא 73 מסומם ב- $T = 77K$
איור 4.17	ספקטרום הבליעה עבור שני הקיטובים של האור, המחושבים בעזרת מודל האלקטרונים 74 החופשיים ומודל Hartree-Fock עבור בור לא מסומם ב- $T = 77K$
איור 4.18	ספקטרום הפליטה הספונטנית המחושבים בעזרת מודל האלקטרונים החופשיים ומודל 75 Hartree-Fock עבור בור לא מסומם ב- $T = 77K$
איור 4.19	מבנה סכמטי של בור קוונטי מסומם הנבדק באמצעות סימולציות נומריות 75
איור 4.20	איור סכמטי של תופעת נירמול רוחב הפס האסור בעקבות הכנסת גז אלקטרונים דו- 76 מימדי לאזור הבור
איור 4.21	פער האנרגיה בין אנרגיית רמת Fermi ותחתית פס ההולכה ווקטור גל Fermi, שניהם 76 כפונקציה של ריכוז גז האלקטרונים הדו-מימדי
איור 4.22	ספקטרום הבליעה בקיטוב TE שחושב עבור המבנה המסומם עבור ריכוזי גז שונים 78 בעזרת מודל האלקטרונים החופשיים ומודל Hartree-Fock ב- $T = 2K$
איור 4.23	ספקטרום הבליעה בקיטוב TM שחושב עבור המבנה המסומם עבור ריכוזי גז שונים 79 בעזרת מודל האלקטרונים החופשיים ומודל Hartree-Fock ב- $T = 2K$
איור 4.24	ספקטרום שינוי מקדם השבירה בקיטוב TE המחושב עבור המבנה המסומם עם ריכוזי גז 80 שונים בעזרת מודל האלקטרונים החופשיים ומודל Hartree-Fock ב- $T = 2K$

81	איור 4.25	ספקטרום שינוי מקדם השבירה בקיטוב TM המחושב עבור המבנה המסומם עם ריכוזי גז שונים בעזרת מודל האלקטרונים החופשיים ומודל Hartree-Fock ב- $T = 2K$
82	איור 4.26	ספקטרום הבליעה בקיטוב TE וספקטרום הפליטה הספונטנית המחושב עבור המבנה המסומם בריכוזי גז שונים בעזרת מודל Hartree-Fock ב- $T = 2K$
83	איור 4.27	ספקטרום הבליעה בקיטוב TM וספקטרום הפליטה הספונטנית המחושב עבור המבנה המסומם בריכוזי גז שונים בעזרת מודל Hartree-Fock ב- $T = 2K$
84	איור 4.28	תמונה ממוקדת של אזור המעבר של ספקטרומי הבליעה והפליטה הספונטנית עבור קיטוב TE המחושבים בעזרת מודל Hartree-Fock ב- $T = 2K$
85	איור 4.29	תמונה ממוקדת של אזור המעבר של ספקטרומי הבליעה והפליטה הספונטנית עבור קיטוב TM המחושבים בעזרת מודל Hartree-Fock ב- $T = 2K$
86	איור 4.30	ספקטרום הבליעה בקיטוב TE המחושב עבור המבנה המסומם עבור ריכוזי גז שונים בעזרת מודל האלקטרונים החופשיים ומודל Hartree-Fock ב- $T = 77K$
87	איור 4.31	ספקטרום הבליעה בקיטוב TM המחושב עבור המבנה המסומם עבור ריכוזי גז שונים בעזרת מודל האלקטרונים החופשיים ומודל Hartree-Fock ב- $T = 77K$
89	איור 4.32	ספקטרום הבליעה בקיטוב TE וספקטרום הפליטה הספונטנית המחושבים עבור המבנה המסומם עם ריכוזי גז שונים בעזרת מודל Hartree-Fock ב- $T = 77K$
90	איור 4.33	ספקטרום הבליעה בקיטוב TM וספקטרום הפליטה הספונטנית המחושבים עבור המבנה המסומם עם ריכוזי גז שונים בעזרת מודל Hartree-Fock ב- $T = 77K$
92	איור 5.1	ספקטרום ההחזרה של אטלון Fabri-Perot
92	איור 5.2	פונקציית ההעברה של מהוד עבור מספר ערכים של מקדמי החזרה של המראות
93	איור 5.3	תיאור סכמטי של מחזיר Bragg מפולג
95	איור 5.4	תיאור סכמטי של התקדמות אור דרך הממשק בין שתי שכבות דיאלקטריות והתקדמות דרך תווך הומוגני
96	איור 5.5	אמפליטודה ופאזה של החזרה ניצבת המחושבים עבור מבנה DBR עם 35 שכבות בעלי מקדם שבירה גבוה ונמוך
97	איור 5.6	תיאור סכמטי של מבנה מיקרומהוד
98	איור 5.7	אמפליטודה ופאזה של החזרה ניצבת המחושבת עבור מבנה מיקרומהוד עם שתי מראות DBR עם 35 שכבות בעלי מקדם שבירה גבוה ונמוך
99	איור 5.8	חישוב אמפליטודת השדה החשמלי בתוך מיקרומהוד עבור שתי קונפיגורציות מראות ה-DBR
100	איור 5.9	עקומי הדיספרסיה עבור פוטון הכלוא במיקרומהוד עבור אופני תנודה שונים

101	רמות האנרגיה של בולע לא מצומד ופיצול רמות האנרגיה עבור מערכת מצומדת	איור 5.10
105	תיאור סכמטי של מודל החישוב המוצע	איור 5.11
106	פרופיל סכמטי של המיקרומהוד המתואר ללא נוכחות בור קוונטי באזור המהוד	איור 5.12
107	תיאור סכמטי של דגם הבדיקה ותמונת החתך שלו	איור 5.13
107	ספקטרום ההחזרה של מבנה המיקרומהוד הנדון, המחושב בעזרת שיטת מטריצת המעבר עבור שינוי רוחב השווה ל- $\delta = 0.94$ ב- $T = 2K$	איור 5.14
108	המיקום האנרגטי והערכים של המינימה של ספקטרום ההחזרה הניצבת של המבנה המתואר עבור ערכי שינוי רוחב שונים	איור 5.15
109	תמונת פרופיל סכמטית של מבנה מיקרומהוד עם בור קוונטי המוכל באזור המהוד של המבנה	איור 5.16
110	ספקטרום מקדם השבירה הכולל של בור קוונטי $GaAs / Al_{0.1}Ga_{0.9}As$ ברוחב $200 \text{ \AA}$ , עם גז אלקטרונים דו-מימדי בריכוז $n_e = 1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ באזור הבור	איור 5.17
110	ספקטרומי ההחזרה עבור ערכים שונים של שינוי רוחב המחושבים עבור פגיעה ניצבת של אור בשני הקיטובים, עבור $T = 2K$	איור 5.18
111	עקומי החצייה של המינימה של ספקטרומי ההחזרה עבור שני הקיטובים של האור הפוגע המחושבים עבור $T = 2K$	איור 5.19
112	עקומי החצייה של מינימה של ספקטרום ההחזרה של אור בקיטוב TM שהותאמו בעזרת מודל האוסצילטורים המצומדים ב- $T = 2K$	איור 5.20
113	עקומי החצייה של מינימה של ספקטרום ההחזרה של אור בקיטוב TM ביחד עם גורמי העירוב הפולריטוניים המתאימים	איור 5.21
114	תיאור סכמטי של מבנה המיקרומהוד הנחקר עם בור קוונטי מסומם המוצב באזור המהוד	איור 5.22
115	ספקטרומי ההחזרה עבור אור פוגע בקיטוב TE כפונקציה של אנרגיית אופן המהוד, המחושבים עבור כל אחד מערכי ריכוז גז האלקטרונים הדו-מימדי בבור הקוונטי ועבור ערכים שונים של שינוי רוחב ב- $T = 2K$	איור 5.23
116	ספקטרומי ההחזרה עבור אור פוגע בקיטוב TM כפונקציה של אנרגיית אופן המהוד, המחושבים עבור כל אחד מערכי ריכוז גז האלקטרונים הדו-מימדי בבור הקוונטי ועבור ערכים שונים של שינוי רוחב ב- $T = 2K$	איור 5.24
117	עקומי החצייה של המינימה של ספקטרומי ההחזרה בקיטוב TE עבור כל אחד מערכי ריכוז גז האלקטרונים הדו-מימדי	איור 5.25
118	עקומי החצייה של המינימה של ספקטרומי ההחזרה בקיטוב TM עבור כל אחד מערכי ריכוז גז האלקטרונים הדו-מימדי	איור 5.26
119	אנרגיות הרזוננס של עקומי החצייה של מינימה ספקטרומי ההחזרה כפונקציה של ריכוז גז האלקטרונים הדו-מימדי, שחושבו ידנית ובעזרת ההתאמה למודל האוסצילטורים המצומדים	איור 5.27

119	איור 5.28	יחסי הדיספרסיה של תתי-פסי ההולכה והערכיות המחושים עבור בור קוונטי עם גז אלקטרונים דו-מימדי בריכוז $n_e = 7 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ב $T = 2K$
120	איור 5.29	הריחוק האנרגטי בין קווי הרזוננס כפונקציה של ריכוז גז האלקטרונים הדו-מימדי עבור שני הקיטובים
121	איור 5.30	פרמטרי הצימוד שהתקבלו מההתאמה למודל האוסצילטורים המצומדים של עקומי החצייה של מינימה ספקטרומי ההחזרה עבור שני הקיטובים כפונקציה של ריכוז גז האלקטרונים הדו-מימדי
121	איור 5.31	הריחוק האנרגטי בין עקומי חצייה קרובים של מינימה ההחזרה באזורי הרזוננס עבור שני הקיטובים כפונקציה של ריכוז גז האלקטרונים הדו-מימדי
122	איור 5.32	רוחבי הקו של האינטרקציה עבור הרזוננסים השונים שהתקבלו מההתאמה של עקומי החצייה של מינימה ספקטרומי ההחזרה למודל האוסצילטורים המצומדים כפונקציה של ריכוז גז האלקטרונים הדו-מימדי עבור שני הקיטובים
123	איור 5.33	ספקטרומי הרפלקציה עבור ריכוזים שונים של גז האלקטרונים הדו-מימדי בשינוי רוחב של 5% ביחס לקצה הדגם, המחושים עבור שני הקיטובים של האור הפוגע
123	איור 5.34	רוחבי הקו של ספקטרומי ההחזרה כפונקציה של ריכוז גז האלקטרונים הדו-מימדי, שהתקבלו באמצעות חישוב ידני של FWHM עבור כל אחד מהרזוננסים בשינוי רוחב של 5% ביחס לערך בקצה הדגם, המחושב עבור שני הקיטובים של האור הפוגע
124	איור 5.35	האמפליטודות והרוחב של השיאים בספקטרום ההעברה כפונקציה של אנרגיית אופן המהוד, שחושבו באמצעות התאמה למודל לורנציאני עבור כל ענף רזונטיבי בשני הקיטובים בריכוז גז דו-מימדי של $n_e = 3 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$
125	איור 5.36	האמפליטודות והרוחב של השיאים בספקטרום ההעברה כפונקציה של אנרגיית אופן המהוד, שחושבו באמצעות התאמה למודל לורנציאני עבור כל ענף רזונטיבי בשני הקיטובים בריכוז גז דו-מימדי של $n_e = 3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$
125	איור 5.37	האמפליטודות והרוחב של השיאים בספקטרום ההעברה כפונקציה של אנרגיית אופן המהוד, שחושבו באמצעות התאמה למודל לורנציאני עבור כל ענף רזונטיבי בשני הקיטובים בריכוז גז דו-מימדי של $n_e = 1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$
126	איור 5.38	גורמי העירוב הפולריטוניים, שהתקבלו כתוצאה מהתאמת עקומי החצייה למודל האוסצילטורים המצומדים בריכוז גז דו-מימדי של $n_e = 3 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$
126	איור 5.39	גורמי העירוב הפולריטוניים, שהתקבלו כתוצאה מהתאמת עקומי החצייה למודל האוסצילטורים המצומדים בריכוז גז דו-מימדי של $n_e = 3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$
127	איור 5.40	גורמי העירוב הפולריטוניים, שהתקבלו כתוצאה מהתאמת עקומי החצייה למודל האוסצילטורים המצומדים בריכוז גז דו-מימדי של $n_e = 1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$
140	איור C.1	תרשים זרימה לפיתרון קונסיסטנטי של משוואות Schrödinger-Poisson תחת תנאי שיווי-משקל עבור ריכוז דונורים נתון
140	איור D.1	תרשים זרימה לפיתרון קונסיסטנטי של משוואות Schrödinger-Poisson תחת תנאי שיווי-משקל עבור ריכוז דונורים נתון
147	איור E.1	התלות בטמפרטורה של רוחב הפס האסור של סגסוגת ה- $Al_xGa_{1-x}As$ עבור ערכי $x$ שונים
147	איור E.2	רוחב הפס האסור של סגסוגת ה- $Al_xGa_{1-x}As$ כפונקציה של $x$ עבור טמפרטורות סביבה שונות
149	איור F.1	החלק הממשי והמדומה של מקדם השבירה עבור סגסוגת ה- $Al_xGa_{1-x}As$ כפונקציה של אנרגיית האור, עבור ערכים שונים של $x$

- 149      F.2      אזור      מקדם השבירה של סגסוגת ה- $Al_xGa_{1-x}As$  כפונקציה של אנרגיית האור ב- $T = 2K$ ,  
עבור ערכים שונים של  $x$
- 150      F.3      אזור      מקדם השבירה של סגסוגת ה- $Al_xGa_{1-x}As$  כפונקציה של אנרגיית האור ב- $T = 77K$ ,  
עבור ערכים שונים של  $x$
- 150      F.4      אזור      מקדם השבירה של סגסוגת ה- $Al_xGa_{1-x}As$  כפונקציה של אנרגיית האור ב-  
 $T = 300K$ , עבור ערכים שונים של  $x$

## רשימת טבלאות

111	הפרמטרים המחולצים עבור המבנה הנידון מתוך ההתאמה למודל האוסצילטורים המצומדים עבור כל אחד מהרזוננסים $X_i$	טבלא 5.1
114	אנרגיית המעבר בין פסי הערכיות וההולכה עבור בור קוונטי ערום וההפרשים ביניהם עבור ריכוז גז אלקטרונים דו-מימדי $n_e = 7 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$	טבלא 5.2
132	אופרטורי סימטריה של החבורה $T_d$ המוצגים בעזרת סימון Schönflies	טבלא A.1
132	פונקציות הבסיס של החבורה הטרהדרלית $T_d$	טבלא A.2
133	מכפלה ישירה של ייצוג $\Gamma_{15}$ עם כלל הייצוגים של $T_d$	טבלא A.3
133	אלמנטי המטריצה הסופיים של התנע בין המצבים המתאימים לייצוגים שונים של חבורת הסימטריה הטרהדרלית	טבלא A.4
145	רשימת פרמטרים למידול אנרגיות הפס האסור (1)	טבלא E.1
145	אנרגיות הפס האסור בטמפרטורת החדר והשוואתם לערכים מהספרות (1)	טבלא E.3
145	רשימת פרמטרים למידול אנרגיות הפס האסור (2)	טבלא E.5
146	אנרגיות הפס האסור בטמפרטורת החדר והשוואתם לערכים מהספרות (2)	טבלא E.7
146	ערכי אנרגיות הפס האסור עבור סגסוגות שונות	טבלא E.9

## תקציר מורחב

מיקרומהודים העשויים ממוליכים למחצה עם מבנים קוונטיים המוכלים בתוכם, כגון בורות קוונטיים וצמתים (Heterojunctions), מהווים נושא מחקר פעיל בעשור האחרון, מאז ההוכחה הניסיונית הראשונה לקיום של צימוד חזק בין העירורים של מערכת אלקטרונית הממוקמת במהוד לבין הפוטונים הכלואים בתוכו. אם מתקיימים רזוננסים אקסיטוניים ברורים באנרגיה הקרובה לאנרגיית הפוטון הכלוא וכאשר רוחבי הקווים של האקסיטון העירום ושל אופן התנועה הפוטוני של המהוד צרים דיים, צימוד אקסיטון-פוטון חזק מתקבל ע"י הופעת שני קווים בספקטרום ההחזרה. גודלו של פיצול זה, המכונה פיצול Rabi, בין שני אופני התנועה הללו נקבע ע"י תכונות המהוד והתכונות האקסיטוניות.

חלק נרחב מהפיסיקה של אינטראקציות קרינה וחומר פותחו לראשונה בהקשר של הפיסיקה האטומית, שם פיצול Rabi מתקבל כאשר אטום בעל שתי רמות אנרגיה מוצב במהוד מתכתי. המודל הפשוט ביותר לתיאור האינטראקציה של שדה הקרינה עם אטומים כאלה הינו מודל Jaynes-Cummings המטפל במקרה של אטום בודד באינטראקציה עם שדה בעל אופן תנועה בודד, ע"י שימוש בקירוב הדיפולי ובקירוב הגלים המסתובבים. כאשר אנרגיית הפוטון תואמת את הפרש האנרגיות בין שתי הרמות האטומיות, הניוון במצב המעורר הראשון מוסר. המצבים העצמיים החדשים של המערכת הם סופרפזיציה של המצבים הלא מצומדים של המערכת, והפרש האנרגיות הינו אנרגיית Rabi.

הראשון שדן באנלוגיה של המודל הנ"ל למוליכים למחצה היה Hopfield, כאשר הראה כי שימור התנע בחומר גושי מאפשר לאקסיטון להצמד אך ורק לפוטון בעל מספר גל זהה. המצבים העצמיים החדשים הינם, בעצם, תערובת של אקסיטון ופוטון והם קרויים פולריטונים אקסיטוניים. השימוש במיקרומהודים עם בור קוונטי מובנה מאפשר שליטה והגדלה של צימוד הפוטון והאקסיטון. הפיצול הפולריטוני, הנקבע ע"י חוזק האוסצילטור האקסיטוני, גדל בשני סדרי גודל לערך במערכת הדו-מימדית, בהשוואה למוליך למחצה גושי ועל-כן מושג הצימוד החזק בקלות יחסית. התכונות הספקטרוסקופיות והדינאמיות של הפולריטונים הנוצרים מעירורי היסוד של הבור הקוונטי נחקרו רבות. עבור מיקרומהודים מישוריים עם בורות קוונטיים מובנים, אינטראקציית הפוטון והאקסיטון מביאה לשימור תנע הגביש במישור הבור, כך שלפולריטונים ישנה דיספרסיה מוגדרת היטב במישור זה.

טכנולוגיות גידול של מבנים דיאלקטריים של מוליכים למחצה כמו מיקרומהודים ובמבנים פוטוניים אחרים התפתחה רבות בעשור האחרון, דבר המאפשר יצירת מערכות חדשות למחקר האינטראקציה של אור וחומר, שבהן מתקבלת הגברת הצימוד בין השניים ומתאפשרת שליטה בו. מערכות כגון אלה מורכבות מחומרים המשמשים לשימושים מעשיים שונים, כגון  $AlAs$ ,  $GaAs$  וסגסוגת  $Al_xGa_{1-x}As$ . הניסויים הראשונים שבחנו את הגברת הפליטה הספונטנית של בורות קוונטיים באמצעות כליאה של הקרינה, בוצעו ע"י Yamamoto בהם נצפה שינוי בפליטה זו במיקרומהודים של מוליכים למחצה בעלי finesse גבוה. הצימוד החזק בין אקסיטונים של בורות קוונטיים לבין האור הכלוא במהוד הודגם לראשונה ע"י Weisbuch, ובעצם מהווה את הדוגמא הראשונה ליצירת פולריטונים של מיקרומהוד. במערכת כזו פיצול Rabi פרופורציונלי לחוזק האוסצילטור האקסיטוני. כיוון שהאקסיטונים בעלי האנרגיות הנמוכות ביותר בבור (אקסיטוני החור הכבד והקל) הינם בעלי חוזק אוסצילטור גדול, ניתן להגיע כאן בקלות לגבול הצימוד החזק. על-כן, התכונות הספקטרוסקופיות והדינאמיות של פולריטונים במיקרומהוד שמקורם באקסיטונים אלה נחקרו בצורה רחבה.

במבנים קוונטיים המורכבים מבורות קוונטיים  $GaAs / Al_xGa_{1-x}As$ , מצב היסוד של המערכת האלקטרונית נקבע ע"י אלקטרונים המאכלסים את פס ההולכה כתוצאה מסימום מאופנן (Modulation doping). סימום זה יכול להיות מושג במספר אופנים, כאשר אנו מתרכזים בסימום המושג ע"י הכנסת שכבות מסמם דקות מאוד מחוץ לבור הקוונטי (סימום  $\delta$ ). במבנים מסוג זה, האלקטרונים בפס ההולכה של הבור הקוונטי ניתנים לתיאור כגז אלקטרוני דו-מימדי (2DEG). את תכונות הגז הנ"ל ניתן לבחון באופנים ניסיוניים שונים, בעזרת מדידות אופטיות ומדידות תובלה המתבססים על תופעת Hall הקוונטית. השיטה הראשונה מאפשרת לבחון את כלל

הספקטרום של המבנה עם הגז, בניגוד למדידות התובלה הנותנות הצצה על המצבים שבמשטח קצה אנרגיית Fermi של המערכת האלקטרונית. מדידות ספקטרוסקופיות, המבוצעות בטמפרטורות נמוכות, ותחת שדה מגנטי מראות תופעות רב-חלקיקיות הנובעות מאינטראקציות אלקטרון-אלקטרון ואינטראקציות של גז האלקטרונים עם החור המעורר.

ע"מ לחקור את עוצמת האינטראקציה בין העירורים האלקטרוניים ובין הפוטון הכלוא במיקרומהוד כפונקציה של הפרש האנרגיה ביניהם, יש צורך לגדל מבנה קוונטי ביו ניתן לשנות באופן רציף את האנרגיה של אחד משני המרכיבים. הגידול של מבנה המיקרומהוד נעשה כך שהעובי של כלל השכבות המרכיבות אותו משתנה לאורך הדגם. התוצאה הסופית היא שניתן להתייחס לאנרגיית האקסיטון כקבועה ביחס לשינוי באנרגיית הפוטון הכלוא במהוד. באמצעות הארה במקום מתאים על הדגם ניתן להביא את המערכת למצב תהודה בו אנרגיית העירור האלקטרוני שווה לאנרגיית הפוטון. את הצימוד הנ"ל בין העירור האלקטרוני והאופן של השדה האלקטרומגנטי, נהוג לתאר באמצעות שני מודלים. הראשון הינו מודל האוסצילטורים המצומדים, בו כל אחד מהעירורים מתואר באמצעות אוסצילטור פשוט. במודל זה המילטוניאן הצימוד אקסיטון-פוטון עם חוזק אינטראקציה מסויים מלוכסן לקבלת אנרגיות הפולריטונים. צורת הצגה נוחה של אופני התהודה הפולריטוניים הן דיאגרמות החצייה (Anti-crossing), המציגות את אנרגיית הפולריטונים כפונקציה של הפרש האנרגטי בין האקסיטון והפולריטון  $\delta$ . רחוק מאזור התהודה של המערכת ( $|\delta| \gg 0$ ) אנרגיות הפולריטונים שוות לאנרגיות הפוטון והאקסיטון

הלא-מצומדים, ואילו קרוב לתהודה ( $\delta \approx 0$ ) אנרגיות אלה שונות מאנרגיות האקסיטון, והן שוות בערך לאנרגיית פיצול ה-Rabi של המערכת. המודל השני המתאר מערכת מצומדת זו היא מודל הדיספרסיה הליניארית, בו נעשה שימוש בפורמליזם מטריצת המעבר. כאן מקדם השבירה של הבור הקוונטי מתואר ע"י מקדם שבירה אפקטיבי בו האקסיטון ממדל כאוסצילטור לורנציאני.

לאחרונה, בוצעו מספר מחקרים ניסיוניים הבוחנים את אינטראקציות גז האלקטרונים הדו-מימדי, המוצג במבנה הבור הקוונטי באמצעות מנגנוני סימום שונים, עם הפוטון הכלוא במיקרומהוד. מחקרים אלה הראו כי בבור קוונטי מסומם הנמצא בתוך מיקרומהוד ומכיל צפיפות גז גבוהה ( $n_e \geq 0.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ), בה אין במערכת אקסיטונים, עדיין קיימת אינטראקציה חזקה בין הפוטון הכלוא לעירורים אלקטרוניים שונים בבור. ממצא זה נמצא בניגוד לדעה המקובלת כי העלמות אקסיטונים בשל נוכחות גז אלקטרונים בצפיפות גבוהה גוררת עימה בהכרח העלמות הפולריטונים. לצורך מתן הסבר לתופעה זו, הועלתה סברה כי מקור אינטראקציה זו בזוגות אלקטון-חור שאינם קשורים בעלי וקטור גל Fermi. נטען כי הקוהרנטיות בין הזוגות אלקטון-חור הללו, הדרושה לשם קיום האינטראקציה החזקה, נובעת מהאינטראקציה החזרה עצמה. לצורך חקר הסברה הנ"ל בוצע לימוד נסיוני מקיף של התופעה הכולל מדידת ספקטרומי הרפלקציה והפוטולומינסנציה של מבנים מסוג זה, בנוכחות ריכוזי גז דו-מימדי, ותוך הפעלת שדה מגנטי חיצוני על המערכת ובלעדיו. הפעלת השדה המגנטי נועדה לבצע הפרדה בין האינטראקציה של הפוטון הכלוא עם עירורים בגז האלקטרונים ובין האינטראקציה עם האקסיטונים של הבור. התוצאות הניסיוניות שהתקבלו במחקרים אלה גובו ע"י ביצוע חישובים תיאורטיים שכללו את חישוב רמות האנרגיה של האלקטרונים והחורים בבור כפונקציה של וקטור הגל, תוך התחשבות באינטראקציה הקולונית שמקורה בגז האלקטרונים הדו-מימדי, חישוב הסוספטיביליות האופטית בהתבסס על הרמות הנ"ל ומומנטי דיפול פנומנולוגיים. לבסוף, בוצעו חישובי רלפקציה בעזרת פורמליזם מטריצת המעבר. המודלים, שבהם נעשה שימוש, הותאמו בכלל המחקרים הללו אל התוצאות הניסיוניות ובוצע חילוץ של ערכי הפרמטרים הפיסיקליים של המודל.

בעבודה זו אנו מציגים מחקר תיאורטי של התכונות האלקטרוניות והאופטיות של מיקרומהוד עם בור קוונטי בודד הנעוץ באזור המהוד, עם גז אלקטרונים המושרה בתוכו. כאן, בניגוד לגישות תיאורטיות קודמות, פותחה גישה חישובית הנובעת מעקרונות פיסיקליים ראשוניים בבואה לנתח את תכונות של מבנים קוונטיים, ובהם בורות קוונטיים מחוץ וכחלק ממיקרומהודים של מוליכים למחצה.

אנו מתחילים את הניתוח בפרק 2 בבחינת התכונות האלקטרוניות של מוליכים למחצה גושיים ומבנים קוונטיים המבוססים עליהם. תחילה אנו מציגים את ההצגה הכללית של המילטוניאן הגביש ועושים שימוש בפורמליזם Bloch בכדי להביאו לצורה פשוטה יותר. לצורך פיתרון המשוואה אנו פונים לגישה סמי-אמפירית הקרוייה שיטת ה- $\mathbf{k-p}$  במסגרתה נלקחים בחשבון רק חלק מתתי-פסי האנרגיה של פסי ההולכה והערכיות של הגביש, והשאר מוזנים אל תוך החישוב בתור הפרעות. בכדי לתאר את התנהגות פסי האנרגיה מבנים קוונטיים שאינם



הומוגניים, אנו מניחים את הנחת פונקציית המעטפת לתיאור פונקציית ה-Bloch של הגביש, ומציגים את מודל ה-Zinc-Blende לתיאור פסי האנרגיה במוליך למחצה הגושי. לצורך פישוט החישוב, אנו מנסחים את הבעיה בקירוב של שני פסים, המתואר באמצעות מטריצת המילטוניאן בגודל  $4 \times 4$  ופרמטרי Luttinger, ובעזרת ליכסון מתאים מביאים אותה לכדי פיתרון של משוואה מטריצית בגודל  $2 \times 2$ . במודל זה פס ההולכה מחושב בקירוב המסה האפקטיבית בה תתי-הפסים נלקחים כבעלי צורה פרבולית. לצורך פיתרון מערכת המשוואות המצומדות הללו לכל ערכי וקטור הגל של הגביש, אנו עושים שימוש בגישת מטריצות המעבר. תוצאת החישוב היא סט של ערכי אנרגיה ופונקציות מעטפת עבור כל אחד מתת-פסי הערכיות וההולכה, עבור טווח ערכים גדול של וקטור הגל של הגביש. אנו עושים שימוש בפונקציות המעטפת הללו לצורך חישוב אלמנטי המטריצה של התנע בקירוב הדיפולי, המספקים לנו את החוקי הברירה עבור המעברים האנרגטיים בין תת-פסי ההולכה והערכיות במבנה. בכדי להתחשב בהשפעות נוכחות ריכוז גדול של נושאי מטען באזור הבור הקוונטי, אנו מציגים אל תוך החישוב המודל המוצע חישוב אלקטרוסטטי בצורת פיתרון מצומד של משוואת Poisson ביחד עם משוואת Schrödinger. חישוב איטרטיבי זה מציג את השפעות נוכחות נושאי המטען הנוספים דרך שינוי אנרגיות קצות פסי ההולכה והערכיות. בפרט, בעזרת גישה זו אנו מציגים את מושג גז האלקטרונים הדו-מימדי המשחק תפקיד מרכזי במבנים הנדונים בעבודה זו.

עם גיבוש מודל לחישוב התכונות האלקטרוניות של המבנים הקוונטיים הנדונים, אנו עוברים בפרקים 3 ו-4 לעסוק בתכונות האופטיות השונות של מבנים אלה. לצורך כך, מוצגים בשני פרקים אלה מודלים מקורבים המאפשרים חישוב פרמטרים אופטיים שונים, כגון הסוספטיביליות החשמלית, הבליעה והפליטה הספונטנית עבור מבנים אלה. לצורך הפשטות, אנו מגבילים עצמנו בדיון זה לטיפול סמי-קלאסי במוליך למחצה, בו נושאי המטען מתוארים בצורה קוונטית ואילו השדה האלקטרומגנטי מנוסח בצורה קלאסית. בתחילה, אנו מבצעים קוונטיזציה שנייה של המילטוניאן המערכת ללא נוכחות השדה האלקטרומגנטי (א"מ), דרכו אנו מציגים את מושג החור. השדה הא"מ מתווסף להמילטוניאן זה באמצעות ניסוח במסגרת הקירוב הדיפולי. לצורך מציאת הפרמטרים האופטיים המאקרוסקופיים של המערכת כגון הסוסמפטיביליות החשמלית, אנו נדרשים למצוא את הפולריזציה המיקרוסקופית. לצורך מטרה זו אנו נדרשים לפיתרון משוואת Heisenberg עבור אופרטור זה, וזאת בעזרת ההילטוניאן המלא של המערכת הכולל את האינטראקציה של האור והחומר. את המשוואה עבור הפולריזציה המיקרוסקופית יש לצמד למשוואות דומות עבור אופרטורי הצפיפות של נושאי המטען, האלקטרון והחור, לקבלת מערכת משוואות המכונות משוואות Bloch של המוליך למחצה. את פיתרון המערכת הנ"ל אנו מבצעים בשני שלבים. בפרק 3, אנו מזניחים את האינטראקציה ה-Coulomb-ית בין נושאי המטען במערכת, תוך הנחת שיווי-משקל עבור נושאי מטען אלה ומציגים מודל פנומנולוגי פשוט לתהליכי הפיזור בגביש. בפרק 4 אנו מציגים סיבוב אל תוך המודל באמצעות החזרת האינטראקציה ה-Coulomb-ית, ופישוט החישוב באמצעות השימוש בקירוב Hartree-Fock לאיברים מסויימים תוך ביצוע קירוב מסדר ראשון להמילטוניאן. כמו בפרק 3, גם בניסוח זה אנו מניחים את הנחות שיווי המשקל עבור נושאי המטען ומודל נאיבי של תופעות הפיזור בגביש. בנוסף להנחות אלה, אנו מוסיפים למודל בפרק זה את השפעות אפקט הסיבוב של נושאי המטען באמצעות מודל Lindhard לפונקציה הדיאלקטרית של הגביש. בעקבות הוספת האינטראקציה ה-Coulomb-ית למודל, אנו מקבלים את תופעת נורמליזציה אנרגיית הפס האסור של המוליך למחצה, ומוצאים את התלות של גודל נירמול זה בריכוז נושאי המטען במבנה. מתוך שני מודלים אלה אנו מקבלים את ספקטרומי הסוספטיביליות החשמלית, הבליעה, מקדם השבירה והפליטה הספונטנית עבור בור קוונטי בודד.

באמצעות שני המודלים הללו, אנו מבצעים חישוב התכונות האופטיות של המבנים הקוונטיים הנדונים בעבודה זו, בראשם שני בורות קוונטיים בודדים מסוג  $GaAs / Al_x Ga_{1-x} As$ , הראשון ריק מנוכחות נושאי מטען חיצוניים באזור הבור ואילו השני בתוספת גז אלקטרונים דו-מימדי המוצג בתוכו באמצעות תוספת שכבות סימום  $\delta$  בתוך מעטפת הבור. עבור מבנים אלה, אנו מבצעים השוואה של ספקטרומי הבליעה והפליטה הספונטנית עבור המתקבלים משני המודלים החישוביים הללו ובינם לבין מודלים תיאורטיים אחרים כגון משוואת Elliot. עבור המבנה עם הסימום, אנו מוסיפים להשוואה בין המודלים גם את הדיון בהשפעה של גז האלקטרונים הדו-מימדי בתוך הבור על התכונות הספקטרליות שלו, ומבצעים את החישוב עבור שתי טמפרטורות סביבה שונות,  $T = 2K$  ו- $T = 77K$ . מתוך תוצאות החישובים עבור שני המבנים, אנו רואים בבירור את השפעת האינטראקציה ה-Coulomb-ית על ספקטרומי הבליעה והפליטה הספונטנית, באמצעות

הופעת קווים רזונטיביים האופייניים לאינטראקציות אקסיוניות המופיעות במבנים אלה. זיהוי אינטראקציות אלה מתאפשר ע"י ביצוע חישובים אלקטרוניים באמצעות השיטות שפותחו בפרק 2. קווים אלה, המופיעים בצורה ברורה במבנה הראשון ואף בשני בריכוזים נמוכים של גז האלקטרונים הדו-מימדי, הולכים ונעלמים עם עליית ריכוז הגז במבנה כתוצאה מהסיכוך של האלקטרונים החופשיים. בנוסף לתופעה זו, הקווים האקסיוניים עוברים הזזה לכיוון האנרגיות הגבוהות בעקבות השפעת נירמול הפס האסור האפקטיבי ומילוי מרחב המצבים ע"י האלקטרונים החופשיים של הגז. אפקט קלאסי נוסף, אשר ניתן לראות בהשוואת ספקטרוםי הבליעה והפליטה הספונטנית, היא פיצול Burstein-Moss המביא להיפרדות השיאים בשני סוגי הפליטה עבור ריכוזים עולים של גז האלקטרונים. עבור ריכוזי גז גבוהים, תוצאות החישוב מביאות לשיחזור צורת קו אסימטרית של הפליטה הספונטנית, המתאימה לתוצאות ניסויי פוטולומיניסנציה עבור מבנים דומים בטמפרטורות נמוכות.

בפרק 5, אנו עוברים לעסוק במבנה המרכזי אותו אנו חוקרים בעבודה זו, הוא מבנה המיקרומהוד. אנו תחילה מציגים את העקרונות המרכזיים של פעולת מהוד אופטי קלאסי ודנים במימוש מהודים כאלה באמצעות גידול שכבות אפיטקסיאליות דקות המורכבות משני מוליכים למחצה או יותר ליצירת מבנים עם זוג מראות Bragg מבוזרות שביניהן אזור ברוחב כפולה שלמה של אורך הגל. עבור מבנים אלה, אנו מציגים את השיטות לחישוב ספקטרוםי ההעברה וההחזרה, ובכלל זה את שיטת מטריצת ההעברה הקלאסית. לאחר דיון זה על התכונות האופטיות של מיקרומהודים, אנו מציגים את התיאוריה הקוונטית של צימוד עירורים אלקטרוניים ואופטיים במהודים אלה, הלא הם הפולריטונים האקסיוניים. לצורך כך, אנו מציגים תחילה את מודל Jaynes-Cummings הקלאסי לבולע בעל שתי הרמות שפותח במסגרת הפיסיקה האטומית, ומציגים באמצעותו את תופעת פיצול Rabi ברמות האנרגיה של המערכת המתרחשת ב כאשר היא מצומדת לאופן בודד של השדה הא"מ. מודל פשוט זה ניתן להכללה למערכת של מספר גדול של בולעים, הניתנת לתיאור באמצעות מודל האוסצילטורים המצומדים, ובאמצעותו אנו מתארים את האינטראקציה בין הרזוננסים האלקטרוניים הנוצרים בבור הקוונטי כאשר הוא מוצב באזור התהודה של מבנה המיקרומהוד. באופן אקוויולנטי למקרה האטומי, אנו מביאים את ניסוח מודל האוסצילטורים המתאים למערכת זו, ובתוך כך מציגים את מושג הפולריטון כמייצג את הצימוד הנוצר בין רזוננס האלקטרון-חור והאופן הא"מ.

ע"מ לחקור את התכונות האופטיות של המיקרומהוד המכיל את בור קוונטי המוצב באזור התהודה, יש למצוא דרך לשלב את השניים במסגרת חישובים משותפת. לצורך כך אנו מציגים גישה המתבססת על מודל הדיספרסיה הליניארית, תוך החלפת המודל הפנומנולוגי של מקדם השבירה של הבור עם תוצאות המודלים שפותחו בפרקים 3 ו-4. גישה זו, השונה במהותה מגישות מקובלות המעושות שימוש בהתאמה לתוצאות ניסיוניות, נותנת לנו כלי לחישוב התכונות האופטיות של מיקרומהוד ע"ב תוצאות חישוב התכונות האופטיות של בור בודד הנובעות מעקרונות פיסיקליים ראשוניים. לאחר הצגת המודל החישובי, אנו עוברים ליישומו על מבנה מיקרומהוד ספציפי, שאף נחקר בצורה ניסיונית. תחילה אנו מציגים את תוצאות חישוב ספקטרום הרפליקציה של מבנה ללא נוכחות בור באזור התהודה, והמוצאים כי שינוי ליניארי של עובי שכבות המבנה מוביל לתזוזה ליניארית מתאימה במיקום אופן המהוד של האור הכלוא בו. לאחר מכן, אנו מציבים אל תוך אזור התהודה את שני הבורות הבודדים אותם חקרנו בפרקים הקודמים. עבור שני המבנים המתקבלים, אנו מציגים את ספקטרוםי ההחזרה עבור ערכים שונים של פרמטר שינוי הרוחב,  $\delta$ , של עובי שכבות המבנה. מתוך הספקטרה הללו אנו מחלצים את המינימם של העמקים עבור כלל ערכי  $\delta$  ומקבלים את עקומי החצייה עבור המבנה. לאורך עקומים אלה ניתן להבחין בפיצול אופייני באזורי הרזוננס בין אופן המהוד של השדה הא"מ שבין הרזוננסים האלקטרוניים של הבור. מתוך התאמת עקומים אלה למודל האוסצילטורים המצומדים ניתן להפיק מסקנות לגבי אופי האינטראקציה והחוזק שלהם. עבור מבנה המיקרומהוד עם הבור הקוונטי הלא מסומם אנו רואים כי הצימוד עבור כלל הרזונסים המופיעים בעקומי החצייה הינו צימוד חזק.

עבור מבנה המיקרומהוד המכיל את הבור הקוונטי המסומם אנו בוחנים את השפעות ריכוז גז האלקטרונים הדו-מימדי על אינטראקציית הקרינה והחומר שבאזור המהוד. באמצעות השוואת עקומי החצייה עבור כל אחד מהריכוזים הללו אנו רואים כי קיים צימוד חזק בין רזונסים אלקטרוניים של הבור ואופן המהוד של השדה הא"מ אף לערכים גבוהים מאוד של ריכוז הגז, אף מעל  $1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . הדבר עומד בניגוד לתוצאות חישוב ספקטרוםי הבליעה עבור הבור הבודד בהן ניתן לראות בוודאות כי הרזונסים האקסיוניים דועכים עבור ערכי ריכוז גז הגבוהים מ-  $6 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ . באמצעות השוואת אנרגיות הרזוננס הללו לחישוב אנרגיות המעבר עבור

הבור הבודד, ניתן לומר כי הם מתאימים למעברים המותרים בין תתי-פסי הערכיות וההולכה בקצה אנרגיית Fermi, ולא במרכז אזור Brillouen. תוצאה זו תואמת את התוצאות הניסיוניות ומהווה הוכחה לכך כי הצימוד החזק של רזוננס אלקטרון-חור של הבור בקצה אנרגיית Fermi עם אופן המהוד של השדה הא"מ הוא זה המשמר את העירורים בספקטרום ההחזרה של המבנה, על-אף השפעות הריכוז הגבוה של אלקטרוני הגז הדו-מימדי שמובילים להעלמות רזוננסים אקסיוניים בבור הבודד.

באמצעות התאמת עקומי החצייה הללו למודל האוסצילטורים המצומדים וחילוץ נתונים ידניים מתוך עקומים אלה, אנו בוחנים את חוזק הצימוד ורוחב הקו של האינטראקציות בין הרזוננסים האלקטרוניים בבור ואופן השדה הא"מ. אנו רואים כי בעוד עוצמת הצימוד יורדת במקצת כתלות בריכוז גז האלקטרונים, רוחב הקו עולה בצורה משמעותית, אך על-אף זאת הצימוד נשאר בתחום הצימוד החזק. לבסוף, באמצעות חילוץ פרמטרי העירוב של הרזוננסים השונים מתוך ההתאמה למודל האוסצילטורים המצומדים אנו בוחנים את הרכב כל אחד מהענפים בעקומי החצייה שלפנינו. מתוך עקומים אלה אנו רואים שוב את החלק המשמעותי של אופן המהוד בשמירה על הצימוד החזק עם רזוננס האלקטרון-חור של הבור אף בריכוזי גז גבוהים.