* 고유벡터와 고유값

Eigen decomposition : 주어진 matrix에 대한 중요한 정보를 추출하는것

$$\begin{bmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\square\\\square\\\square\end{bmatrix} = \square\begin{bmatrix}\square\\\square\\\square\end{bmatrix}$$

λ : eigen value

eigen vector

$$A\underline{x} = \lambda \underline{x}$$

$\rightarrow$ eigenvector

x가 eigenvector이면 input과 output의 방향바뀌지않음

$$Ax = \lambda x$$

$$\hookrightarrow (A - \lambda I)x = 0$$

linearly dependent이면
nontrivial이고 eigenvector

* 영공간과 직교 영공간

A의 null space는 $Ax=0$ 만족!

nullspace is subspace

- orthogonal complement
  - $\mathrm{Nul}\,A = (\mathrm{Row}\,A)^{\perp}$
  - $\mathrm{Nul}\,A^{T} = (\mathrm{Col}\,A)^{\perp}$

ex) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ Column space : R^3

Row space : $R^2 \ni \mathrm{span}\left\{\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} \begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix}\right\}$

$R^n : n = \dim \mathrm{Row}\,A + \dim \mathrm{Nul}\,A$

* 특성방정식

$(A-\lambda I)X=0$

↳ $A-\lambda I$가 linearly dependent가 나와야함 = 역행렬 X

$\lambda \ni \det(A-\lambda I)=0$ called characteristic equation

ex) $A=\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

$A-\lambda I=\begin{bmatrix} 2-\lambda & 6 \\ 5 & 3-\lambda \end{bmatrix}$ $\det(A-\lambda I)=(2-\lambda)(3-\lambda)-30=0$

$\therefore \lambda=-3$ or 8

* 대각화

주어진 matrix를 대각행렬로 만든다.

- 대각행렬 : $\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{matrix}$

$D = V^{-1} \underbrace{A}_{\text{input}} V$ ⇒ ① V가 존재
② V의 역행렬이 존재

⇓

$VD = AV \Rightarrow [Av_1 \ Av_2 \ \cdots \ Av_n] = [\lambda_1 v_1 \ \lambda_2 v_2 \ \cdots \ \lambda_n v_n]$

$Av_1 = \lambda_1 v_1, \ Av_2 = \lambda_2 v_2, \ \cdots \ Av_n = \lambda_n v_n$

조건 : V가 역행렬이 존재하려면
① V가 정사각행렬 ($V \in R^{n \times n}$)
② V가 n개의 linearly indepent column이 있어야함.

∴ diagonalizable 하냐 안하냐는 if) matrix가 3x3 이면 3개의 linearly independent한 eigen vector를 찾을수 있느냐?