第四章 稳恒电流 steady current

§4.1 稳恒条件

§4.2 欧姆定律

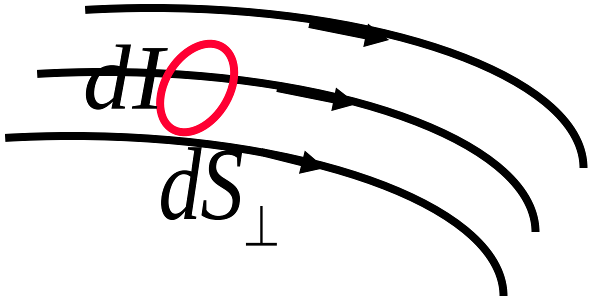
§4.3 电源和电动势 **electromotive force (emf)**

§4.4 基尔霍夫定律

§4.1 稳恒条件

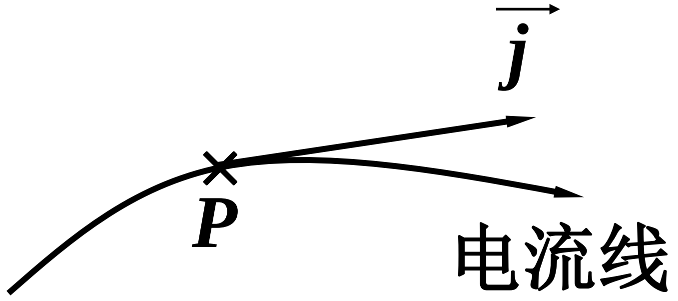
1. 电流密度

$$\boxed{j = \frac{dI}{dS_{\perp}}}$$



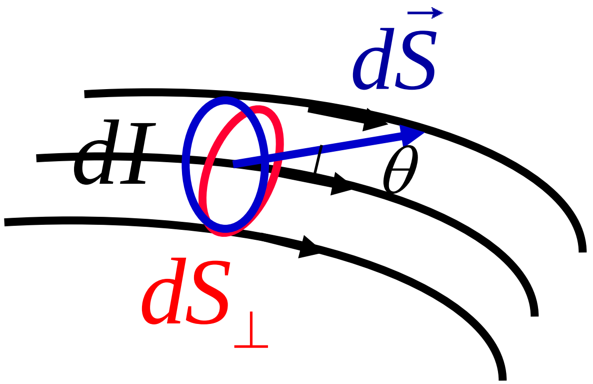
2. 电流线

为形象描写电流分布，引入“电流线”的概念：

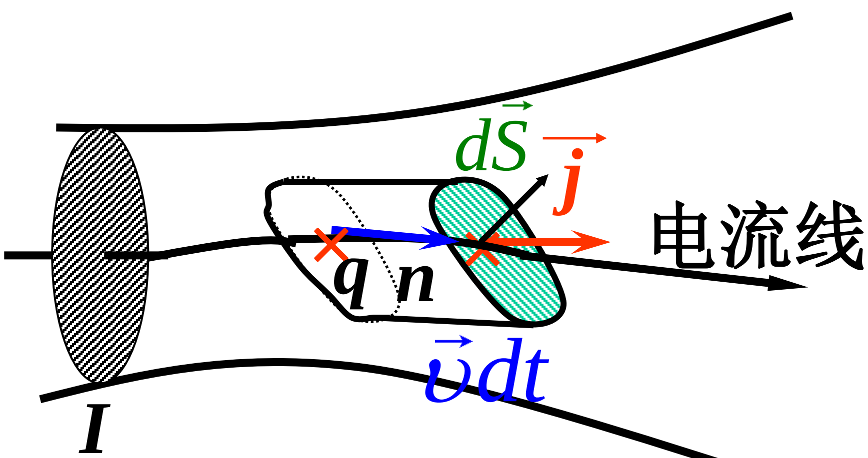


3. 电流密度和电流强度的关系

通过面元$d\vec{S}$ 电流



$$\boxed{dI = jdS_{\perp} = jdS\cos\theta = \vec{j}\cdot d\vec{S}}$$



$\vec{\upsilon}$ —载流子定向移动速度

q — 载流子电荷

n— 载流子的浓度

$$\boxed{dQ = nq\vec{\upsilon}dt\cdot d\vec{S}}$$

$$\boxed{\vec{j} = nq\vec{\upsilon}}$$

$$\boxed{I=\iint_{S}\vec{j}\cdot d\vec{S}}$$

电流是电流密度通量

对Cu：　$j=1\,\mathrm{A/mm^2}$时，$\upsilon\approx7.4\times10^{-2}\,\mathrm{mm/s}$

∵电流有热效应，故应限制 j 的大小：

例如对Cu导线要求：

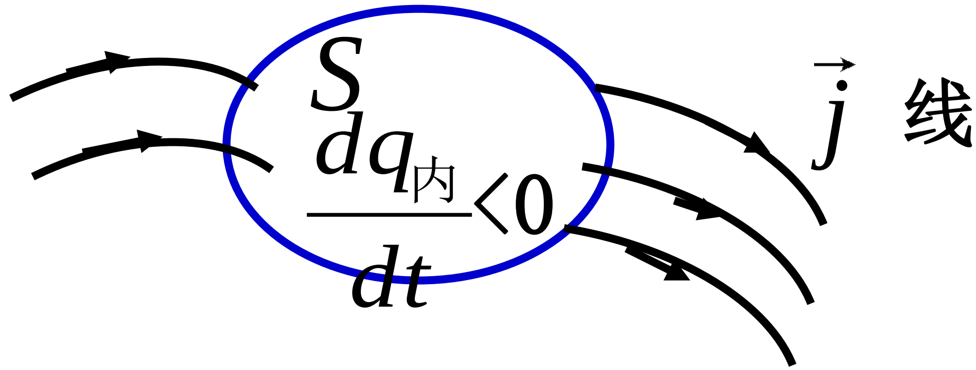
$j\leq6\,\mathrm{A/mm^2}$　（粗）

$j\leq15\,\mathrm{A/mm^2}$　（细）

对于超导导线，　j 可达$10^4\,\mathrm{A/mm^2}$。

4. 电流连续性方程

$$\oiint_{s} \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{dq_{内}}{dt}$$



电流线发出于正电荷减少的地方

终止于正电荷增加的地方

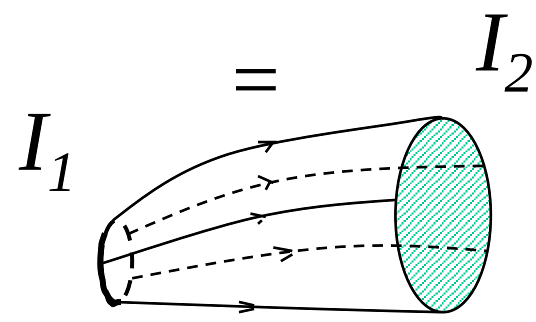
微分形式:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

5. 稳恒条件

电流场中每一点的电流密度的大小和方向均不随时间改变；**等价地,** 电流场中每一点的电荷密度不随时间改变.

$$\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}=0$$



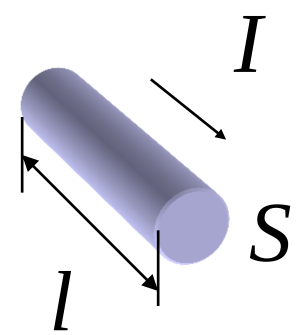
稳恒电流的电路必须闭合

微分形式:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{j}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}=0$$

§ 4.2 欧姆定律

1.欧姆定律微分形式



欧姆定律 $\boxed{R = \dfrac{U}{I}}$

$$R = \rho \frac{l}{S} \qquad I = jS \qquad U = El$$

电阻率

$$E = \rho j = \frac{j}{\sigma}$$

电导率

考虑方向 $\boxed{\vec{E} = \dfrac{\vec{j}}{\sigma}}$

欧姆定律微分形式: 导体中任一点电流密度的方向(正电荷运动的方向)和该点场强方向相同有关系式

$$\boxed{\vec{j} = \sigma \vec{E}}$$

功率 $$P = IU = jESl = \frac{j^2}{\sigma} V$$

$$\boxed{p = j^2 / \sigma}$$

这里的电场, 由固定分布的电荷产生, 与静电场性质相似, 称谓稳恒电场

2. 稳恒电场

对于稳恒电路, 导体内存在不随时间改变的电荷分布, 由此产生稳恒电场

和静电场比较相同之处

- 电场不随时间改变
- 满足高斯定理和环路定理

$$\boxed{\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0}$$

✠ 和静电场比较, 不同之处

◆电荷分布不随时间改变，稳恒电流的电场总是伴随电荷的运动，导体内恒定电场不为零。

◆稳恒电场对电荷总作功为零，由于存在焦尔热效应，稳恒电路需要维持能量。

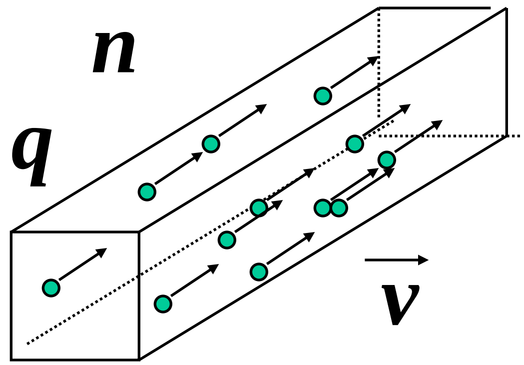
由于 $\boxed{\oiint_s \vec{j}\cdot d\vec{S}=0}$ $\boxed{\vec{j}=\sigma\vec{E}}$

在均匀导体内部 $\boxed{\oiint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}=0}$

电荷分布在表面或界面等不均匀处

电荷消散时间 $\rho=\rho_0 e^{-\sigma/\varepsilon_0 t}$

3. 电流的微观图象



$$\vec{j} = nq < \vec{\upsilon} >$$

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \frac{q\vec{E}}{m} t$$

取平均 $\left\langle \vec{\upsilon}_0 \right\rangle = 0$ $\left\langle t \right\rangle = \tau$

碰撞一次时间

$$\vec{j} = \frac{nq^2 \tau \vec{E}}{m} = \sigma \vec{E}$$

σ 电导率, 是电阻率的倒数

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{nq^2}\tau^{-1}$$

Drude theory

$$\tau^{-1} = \tau_{imp}^{-1} + \tau_{el-el}^{-1} + \tau_{el-ph}^{-1}$$

1 平均碰撞时间与温度有关
电阻随温度增长；
2 平均电流密度 有涨落 热噪音；
3 电场太强 平均碰撞时间受影响 失效；
4 电场变化时间与平均碰撞时间可比拟
失效；
5 低温时量子效应明显 失效。

§4.3 电源及电动势 electromotive force (emf)

1. 电源及电源的作用 source of emf

要维持稳恒电流，电路必须闭合。

$$q(t) \longrightarrow \vec{E}(t) \longrightarrow I(t)$$

而 $$\oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

静电场对整个闭合电路不做功

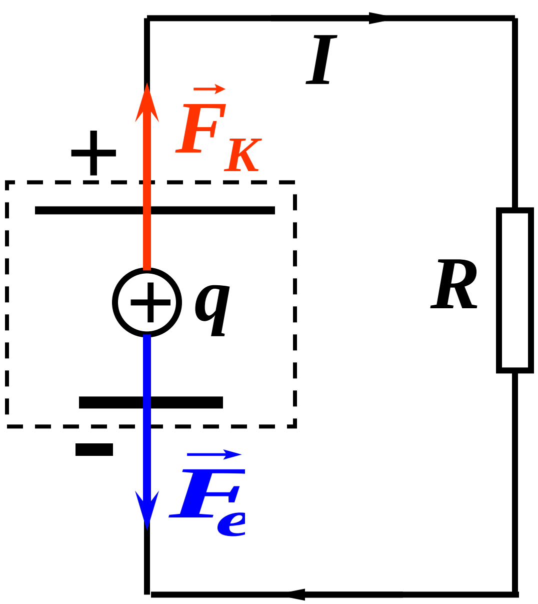
必须有非静电力 $\vec{F}_K$ 存在来维持稳恒电流

$\vec{F}_K$：电磁，化学，热，光，原子，…

非静电力 non-electrostatic force

非静电力场强

$$\vec{E}_K = \frac{\vec{F}_K}{q}$$



电源就是提供非静电力对电荷做功

$$A_K = q\int_{-}^{+} \vec{E}_K \cdot d\vec{l} = q\oint_L \vec{E}_K \cdot d\vec{l}$$

2. 电源电动势

定义电动势

$$\varepsilon_{12} = \int_{(1)\,L}^{(2)} \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\,\vec{l} = \frac{A_{非}}{q}$$

（此积分与路径有关！）

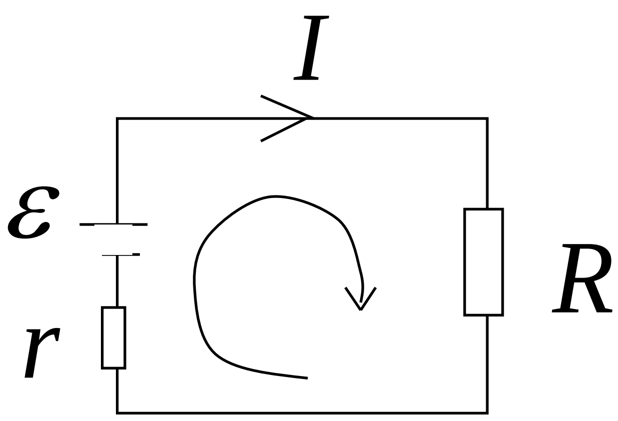
电源的电动势

$$\varepsilon_{源} = \int_{(-)\,L_{内}}^{(+)} \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \frac{A_{非}}{q}$$

3. 电源内部欧姆定律微分形式:

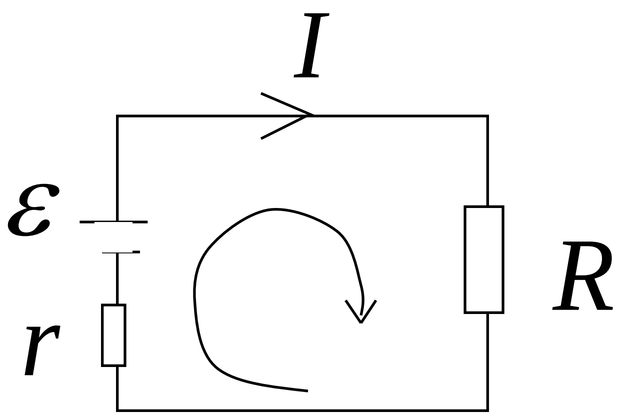
$$\boxed{\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_K)}$$

- 电源电动势在数值上等于开路时电源正极和负极间的电势差



$$\vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma} - \vec{E}_K$$

$$\underset{\substack{\parallel \\ 0}}{\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}} = \oint \frac{\vec{j}}{\sigma} \cdot d\vec{l} - \oint \vec{E}_K \cdot d\vec{l}$$



$$\underbrace{\oint \vec{E}_K \cdot d\vec{l}}_{=\,\varepsilon} = \oint \frac{\vec{j}}{\sigma} \cdot d\vec{l}$$

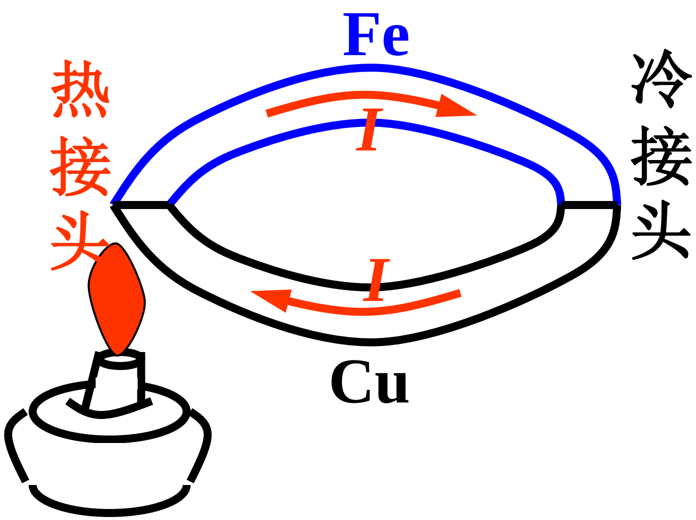
$$\oint \frac{I}{S\sigma} dl = I \oint \rho \frac{dl}{S}$$

- 全电路欧姆定律

$$\boxed{\varepsilon = I(R+r)}$$

各种电池: 化学, 光, 温差, 核能, 电磁感应等

* 温差电现象　（席贝克[Seebeck]效应，1821）



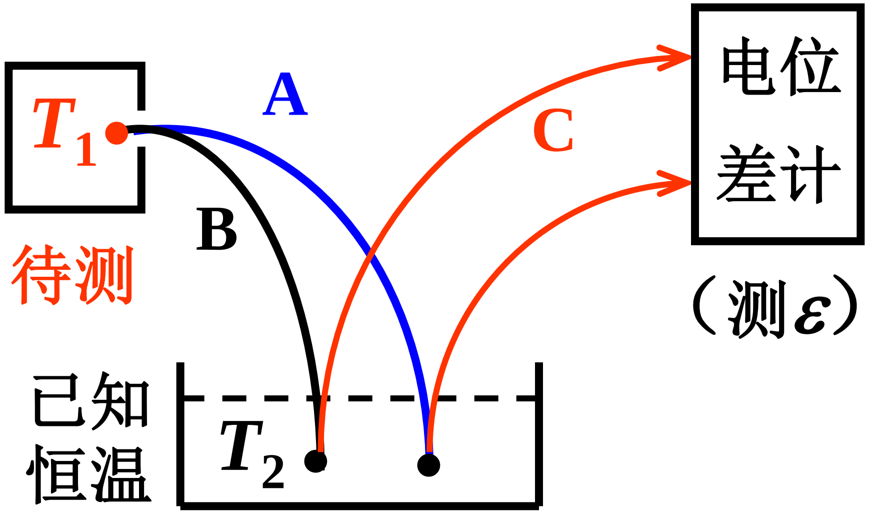
两种金属接成一个回路，若两个接头处的温度不同，则回路中形成温差电动势。

温差电动势的成因：

▲在同种金属中，温差形成自由电子的热扩散（汤姆孙[Thomon]电动势）

▲在不同金属中，因自由电子浓度不同，在接头处产生与温度有关的扩散（珀耳帖[Peltier]电动势）

热电偶：



一般ε~mV/100 ℃

Bi – Sb ε~10^{-2}V/100 ℃

（铋）（锑）

优点：▲ 热容小，灵敏度高（10^{-3} ℃）

▲ 可逐点测量，测小范围内温度变化

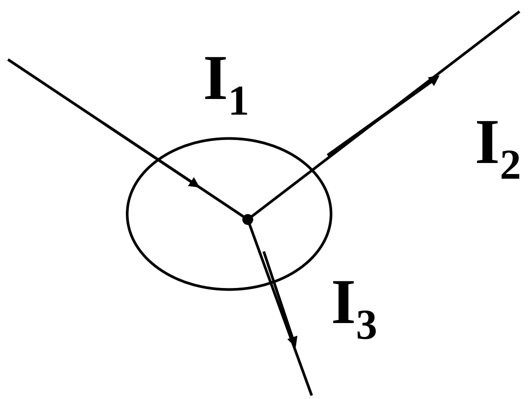
▲ 测温范围大（–200 ℃ — 2000 ℃）

▲ 便于自动控制

§4.4 基尔霍夫定律

稳恒条件

$$\boxed{\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}=0}$$



$$I_1 = I_2 + I_3$$

在电路的任一节点处 流入的电流强度之和等于流出节点的电流强度之和

--- 节点电流定律**(基尔霍夫第一定律)**

◆ 满足环路定理 是保守场 可引入电势概念

$$\boxed{\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0}$$

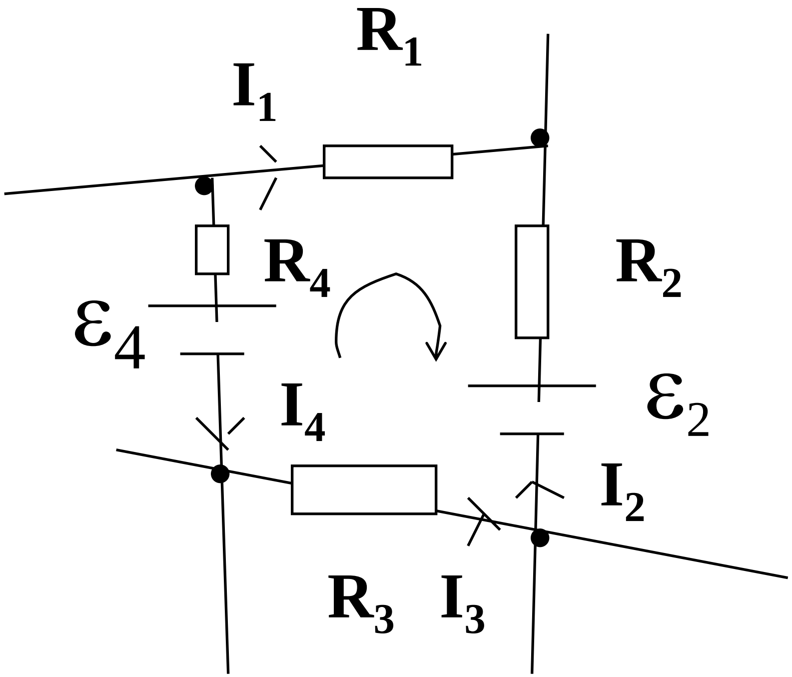
在稳恒电路中 沿任何闭合回路一周的电势降落的代数和等于零

---回路电压定律(基尔霍夫第二定律)

$$\boxed{\vec{j} = \sigma(\vec{E}+\vec{E}_K)}$$ 或 $$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma} - \vec{E}_K}$$

$$\boxed{\sum(\pm)\varepsilon + \sum(\pm)IR = 0}$$

基尔霍夫第二定律　例1



$$\oint\left(\frac{\vec{j}}{\sigma}-\vec{E}_K\right)\cdot d\vec{l}=0$$

$$\varepsilon_2-\varepsilon_4+I_1R_1-I_2R_2-I_3R_3-I_4R_4=0$$

I_i 与 L 绕向一致为正。

本章结束

安宇编