

# 第 26 届全国中学生物理竞赛决赛试卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
阅卷								
复核								

## 选手须知

- 1、参赛选手考试前请认真阅读本须知。
- 2、本试卷包括填空题和计算题两部分，试题从本页开始，共 5 张（10 页）。试卷的每一页下面标出了该页的页码和试卷纸的总页数，请认真核对每一页的页码和总页数是否正确，每一页中是否有印刷不清楚的地方，发现问题请及时与监考老师联系。
- 3、填空题把答案填在题中的横线上，不需要写出求解过程。
- 4、计算题解答写在题目后面，应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤。只写出最后结果的不能得分。有数值计算的，答案中必须明确写出数值和单位。
- 5、试卷纸的密封线内和背面一律不能写解答，所写的解答一律无效。
- 6、考生可以使用所发的草稿纸，但需要阅卷老师评阅的内容一定要写到试卷上，阅卷老师只评阅试卷上的内容，写在草稿纸上的解答一律无效。

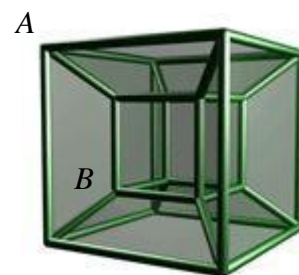
-----以下为试题-----

得分	
评阅人	

一. 填空题（每题 5 分，共 20 分）：

1. 某光滑曲面由曲线  $y = f(x)$  绕竖直  $y$  轴旋转一周形成。一自然半径  $a$ 、质量  $m$ 、劲度系数  $k$  的弹性圆环置于该曲面之上，能水平静止于任意高度处，则曲线方程为\_\_\_\_\_。

2. 如图所示的电阻框架为四维空间中的超立方体在三维空间中投影的模型（可视为内外两个立方体框架，对应顶点互相连接起来），若该结构中每条棱均由电阻为  $R$  的材料构成，则  $AB$  节点间的等效电阻为\_\_\_\_\_。



3. 某种蜜蜂的眼睛能够看到平均波长约为  $500\text{nm}$  的光，它是由约 5000 个小眼构成的复眼，小眼一个个密集排放在眼睛的整个表面上。小眼构造很精巧，顶部有一个透光的圆形集光装置，叫角膜镜；下面连着圆锥形的透明晶体，使得外部入射的光线会聚到圆锥顶点连接的感光细胞上（入射进入一个小眼的光线不会透过锥壁进入其他小眼），从而造成一个“影像点”（像素）；所有小眼的影像点就拼成了一个完整的像。若将复眼看作球面圆锥，球面半径  $r$  等于  $1.5\text{mm}$ ，则蜜蜂小眼角膜镜的最佳直径  $d$  约为（请给出两位有效数字）\_\_\_\_\_。

4. 开路电压  $U_0$  与短路电流  $I_{sc}$  是半导体 p-n 结光电池的两个重要技术指标，试给出两者之间的关系

表达式：  $U_0 =$  \_\_\_\_\_，式中各符号代表的物理量分别为\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.

-----以下为计算题-----

得分	
评阅人	

二. (15 分) 天体或微观系统的运动可借助计算机动态模拟软件直观显示，这涉及几何尺寸的按比例缩放. 为使显示的运动对缩放后的系统而言是实际可发生的，运行时间也应缩放.

1. 在牛顿力学框架中，设质点在力场  $\mathbf{F}(\mathbf{r})$  中作轨道运动，且有  $\mathbf{F}(\alpha\mathbf{r}) = \alpha^k \mathbf{F}(\mathbf{r})$ ， $k$  为常数， $\mathbf{r}$  为位矢. 若几何尺寸按比率  $\alpha$  缩放显示，试确定运行时间的缩放率  $\beta$ .

2. 由此证明，行星绕太阳轨道运动周期的平方与轨道几何尺寸的立方成正比.

线

新

密

线

封

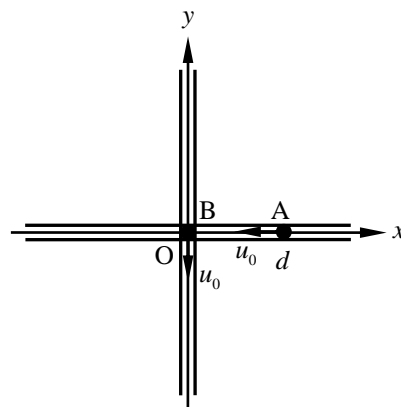
密

得分	
评阅人	

三. (20 分) 在水平面上有两根垂直相交内壁光滑的连通细管, 管内放置两个质量均为  $m$ 、电荷量均为  $q$  的同号带电质点 A 和 B. 初始时质点 A 至两管交点 O 的距离为  $d$ , 质点 B 位于交点 O 处, 速度相互垂直, 方向如图所示, 大

小均为  $u_0 = \sqrt{\frac{kq^2}{md}}$ ,  $k$  为静电力常量. 求在以后运动中,

它们之间的最小距离.



得分	
评阅人	

四. (10 分) 热机和热泵利用物质热力学循环实现相反功能: 前者从高温处吸热, 将部分热量转化为功对外输出, 其余向低温处放出; 后者依靠外界输入功, 从低温处吸热, 连同外界做功转化成的热量一起排向高温处. 按热力学第二定律, 无论热机还是热泵, 若工作物质循环过程中只与温度为  $T_1$ 、 $T_2$

的两个热源接触, 则吸收的热量  $Q_1$ 、 $Q_2$  满足不等式  $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0$ , 其中热量可正可负, 分别表示

从热源吸热与向热源放热.

某供暖设备原本以温度  $T_0$  的锅炉释放的热量向房间直接供暖, 使室内温度保持恒温  $T_1$ , 高于户外温度  $T_2$ . 为提高能源利用率, 拟在利用原有能源的基础上采用上述机器改进供暖方案. 与直接供暖相比, 能耗下降率的理论极限可达多少?

得分	
评阅人	

五. (15 分) 磁场会影响电子的运动, 从而使存在磁场时的电流与电压之间的关系偏离通常我们熟悉的欧姆定律, 本题所要研究的问题即为一例.

设  $xOy$  平面内有面密度 (单位面积中的电子数) 为  $n$  的二维电子气. 平面内沿  $x$  轴正方向存在均匀电场  $\mathbf{E} = E\mathbf{i}$  ( $\mathbf{i}$  为  $x$  轴正方向单位矢量), 垂直于平面的  $z$  方向存在均匀磁场, 磁感应强度为  $\mathbf{B} = B\mathbf{k}$  ( $\mathbf{k}$  为  $z$  轴正方向单位矢量). 已知平面内的电子运动受到的散射阻力与速度  $\mathbf{v}$  成正比, 可等效地用一时间参量  $\tau$  描述为  $\frac{-m\mathbf{v}}{\tau}$ ,  $m$  为电子质量. 试求在稳态沿  $x$  和  $y$  方向的电流密度 (大小为垂直于电流方向单位长度上的电流)  $j_x$  和  $j_y$ , 将结果用电子电荷量绝对值  $e$ 、 $n$ 、 $m$ 、 $E$ 、 $\tau$  及  $\omega$  表出,  $\omega = \frac{eB}{m}$ .

得分	
评阅人	

六. (25 分) 如图 A 所示的两块平行薄板, 由理想导体构成, 板间距为  $d$ ,  $y$  方向无限延伸. 两板间沿垂直于  $y$  方向传播的电磁波沿  $x$  正向以行波形式传播, 其电场可表述为

$$E = E_0 \sin(2\pi z / \lambda_z) \sin(2\pi x / \lambda_x - \omega t). \text{ 式中 } \omega \text{ 为圆频率, } t \text{ 为}$$

时间,  $\lambda_z, \lambda_x$  为待定参量. 这种结构的组合可以制成实用的微波发射天线, 用来代替传统的巨大抛物面天线, 可以大幅度降低天线成本.

1. 证明  $\lambda_z$  只能取如下值:

$$\lambda_z = 2d / m, \quad m = 1, 2, 3 \dots$$

2. 当  $m=1$  时, 求  $\lambda_x$ .

3. 如将一系列板间距相等而长度不等的理想导体板相对于沿  $y$  方向无限延伸的线状波源 (与纸面交于  $O$  点) 平行对称叠排, 板的右端对齐, 而板的长度有一定分布, (此结构与纸面相交的截面图如图 B 所示) 则在这一结构的右端可输出沿  $x$  方向传播的平面电磁波. 试给出满足这一要求的板堆在  $xOz$  截面内左侧边缘 (如图 B 所示) 所满足的曲线方程. (取  $m=1$ , 已知波源到板堆左端的水平距离为  $L$ ).

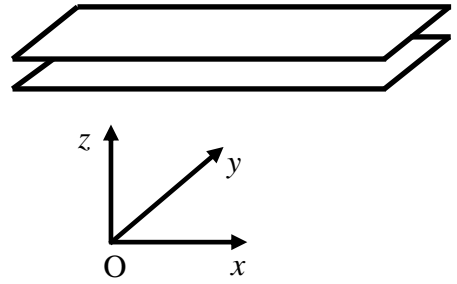


图 A

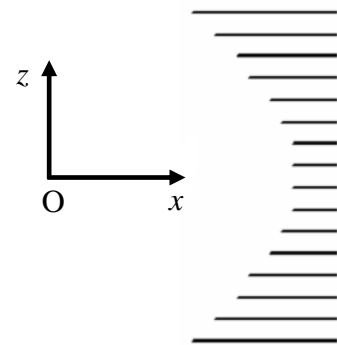


图 B

线

封

密

线

封

密

得分	
评阅人	

七. (35 分) 1. 在经典的氢原子模型中, 电子围绕原子核做圆周运动, 电子的向心力来自于核电场的作用. 可是, 经典的电磁理论表明电子做加速运动会发射电磁波, 其发射功率可表示为(拉莫尔公式):

$$P = \frac{e^2 a^2}{6\pi c^3 \epsilon_0}, \text{ 其中 } a \text{ 为电子加速度, } c \text{ 为真空光速, } \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}, \text{ 电子电荷量绝对值 } e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C.}$$

若不考虑相对论效应, 试估计在经典模型中氢原子的寿命  $\tau$ . (实验测得氢原子的结合能是  $E_B = 13.6 \text{ eV}$ , 电子静止质量  $m_0 = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$ )

2. 带电粒子加速后发射电磁波也有重要应用价值, 当代科学研究中应用广泛的同步辐射即是由以接近光速运动的电子在磁场中作曲线运动改变运动方向时所产生的电磁辐射. 电子存储环是同步辐射光源装置的核心, 存储环中的电子束团通过偏转磁铁等装置产生高性能的同步辐射光. 上海光源是近年来建成的第三代同步辐射光源, 它的部分工作参数如下: 环内电子能量  $E = 3.50 \text{ GeV}$ , 电子束团流强  $I = 300 \text{ mA}$ , 周长  $L = 432 \text{ m}$ , 单元数 (装有偏转磁铁的弯道数量)  $N = 20$ , 偏转磁铁磁场的磁感应强度  $B = 1.27 \text{ T}$ . 试计算该设备平均每个出光口的辐射总功率  $P_0$ .

(在电子接近光速时, 若动质量不变, 牛顿第二定律仍然成立, 但拉莫尔公式不再适用, 相应的公式

变化为  $P = \frac{e^2 a^2}{6\pi c^3 \epsilon_0} \times \gamma^4$ , 其中  $\gamma = \frac{E}{m_0 c^2}$ ,  $E$  为电子总能量,  $m_0 c^2$  为电子的静止能量.)

3. 由于存储环内的电子速度接近光速, 所以同步辐射是一个沿着电子轨道的切线方向的光锥, 光锥的半张角为  $1/\gamma$ , 由此可见电子的能量越高, 方向性越好. 试计算: 上述设备中, 在辐射方向上某点接收到的单个电子产生的辐射持续时间  $\Delta T$ .

(本题结果均请以三位有效数字表示.)



线

封

密

线

封

密

