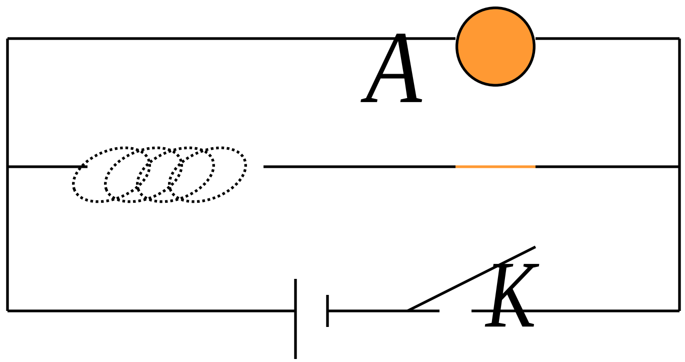
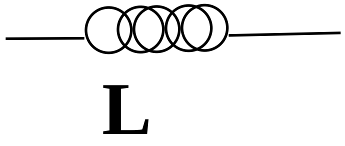
第八章 磁能



K断开 A 会突闪

电能从哪来？　　　　储存在电感中的磁能转化



电能以磁场能的形式储存下来

1. 自感磁能

克服自感电动势作功

$$W_L = -\int_0^{\infty} I\varepsilon_L dt = \int_0^{\infty} LI\frac{dI}{dt}dt = L\int_0^{I} IdI = \frac{1}{2}LI^2$$

$$\boxed{W_L = \frac{1}{2}LI^2}$$

2. 互感磁能

克服互感电动势作功

$$W_M = -\int_0^{\infty} I_1\varepsilon_{21}dt - \int_0^{\infty} I_2\varepsilon_{12}dt = \int_0^{\infty} I_1 M_{21}\frac{dI_2}{dt}dt + \int_0^{\infty} I_2 M_{12}\frac{dI_1}{dt}dt$$

$$= \int_0^{I_1, I_2} M(I_1 dI_2 + I_2 dI_1) = MI_1 I_2$$

$$\boxed{W_M = MI_1 I_2}$$

3. *N*个线圈系统

两个线圈 $$W_m = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 + \frac{1}{2}L_2 I_2^2 + M_{12} I_1 I_2$$

*N*个线圈 $$\boxed{W_m = \frac{1}{2}\sum_i L_i I_i^2 + \frac{1}{2}\sum_{i \neq j} M_{ij} I_i I_j}$$

M_{ij} 互感系数是带符号的

$$\boxed{W_m = \frac{1}{2}\sum_i \left(L_i I_i + \sum_{j \neq i} M_{ij} I_j \right) I_i = \frac{1}{2}\sum_i \psi_i I_i}$$

类比静电能 $$W_e = \frac{1}{2}\sum_i q_i U_i$$

4. 磁矩在磁场中的能量

$$W_m = M_{12}I_1I_2 = \vec{B}_1 \cdot \vec{S}_2 I_2 = \vec{m} \cdot \vec{B}_1$$

考虑所有线圈产生的磁场

$$\boxed{W_m = \vec{m} \cdot \vec{B}}$$

这是考虑了磁矩大小可变化的情况

***m*不变, 在外磁场中能量**

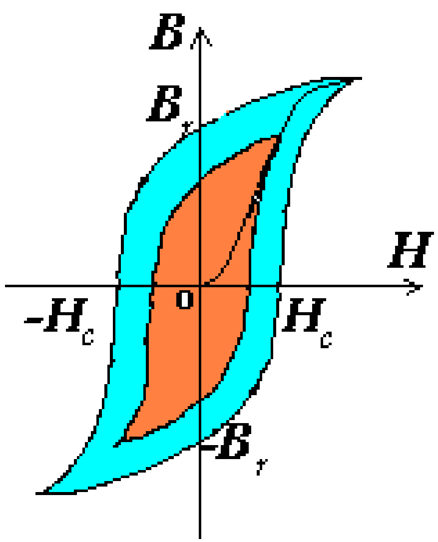
$$\boxed{W_m = -\vec{m} \cdot \vec{B}}$$

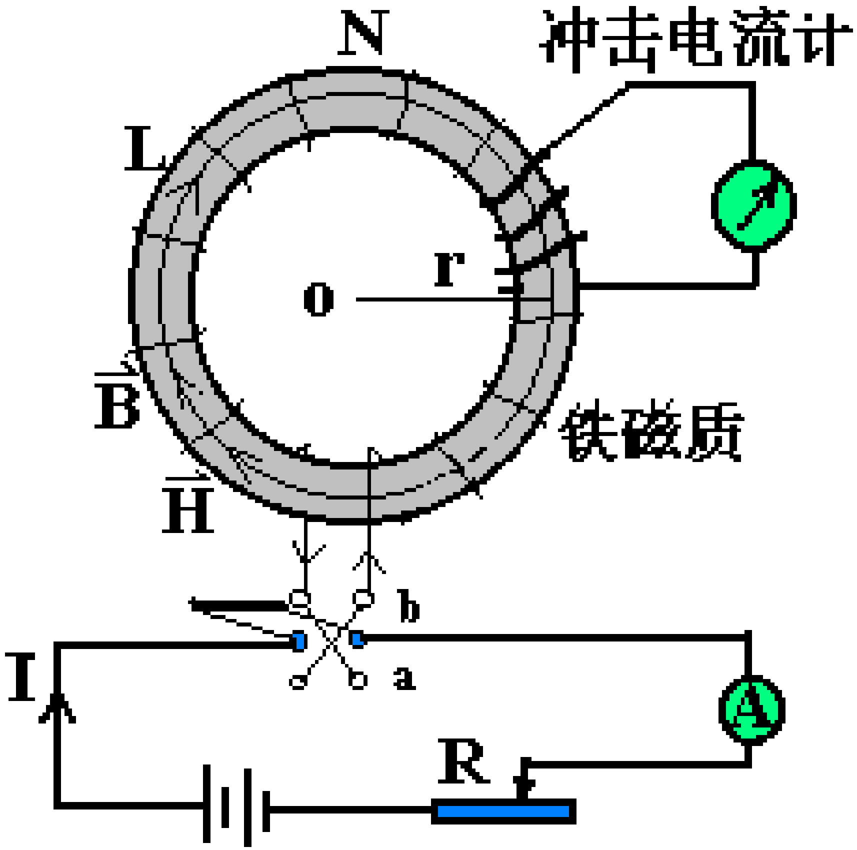
5. 磁滞损耗

$$\Psi = N\Phi = NSB \qquad dA_m = -I\varepsilon_i dt = INSdB = lSHdB$$

$$da_m = \frac{dA_m}{V} = HdB = \vec{H} \cdot d\vec{B}$$

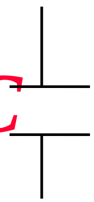
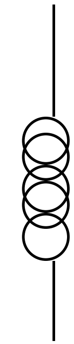
$$\frac{W_m}{V} = \oint \vec{H} \cdot d\vec{B} = \mu_0 \oint \vec{H} \cdot d\vec{M}$$





6. 磁场能量密度

类比

	静电场	稳恒磁场
能量存在器件中	C  $W_e = \frac{1}{2}CV^2$	$W_m = \frac{1}{2}LI^2$  L
		$L = \mu_0 \frac{N^2}{l^2} V$
	通过平板电容器得出下述结论	通过长直螺线管得出下述结论
存在场中	$w_e = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E}$	$w_m = \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}$

$$\boxed{w_m = \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}}$$

自感系数算法

$$W_m = \frac{1}{2}LI^2 \qquad L = \frac{2W_m}{I^2}$$

多个线圈, 有自感, 也有互感, 磁能密度公式仍适用

在电磁场中 $w = w_e + w_m$

$$\boxed{w = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E} + \frac{1}{2}\vec{B}\cdot\vec{H}}$$

普遍适用

各种电场 磁场

*7. 利用磁能求磁力

系统中某一线圈，假想发生虚位移 $\delta\vec{r}$ (约束允许的)

磁力做功 $$\delta A = \vec{F}\cdot\delta\vec{r} = F_x\delta x + F_y\delta y + F_z\delta z$$

电源做功 $$\delta A' = \sum -I_i\varepsilon_i\Delta t = \sum I_i\frac{\delta\psi_i}{\Delta t}\Delta t = \sum I_i\delta\psi_i$$

磁能变化 $$\boxed{\delta W_m = -\delta A + \delta A'}$$

磁能变化 $$\left(\delta W_m\right)_I = \frac{1}{2}\sum I_i\delta\psi_i = \frac{1}{2}\delta A'$$

$$\boxed{\left(\delta W_m\right)_I = \delta A}$$

$$F_x = \frac{\delta W_m}{\delta x} = \left(\frac{\partial W_m}{\partial x}\right)_I$$

$$\vec{F} = \left(\nabla W_m\right)_I$$

类比静电能求静电力公式

假设虚位移过程线圈磁通不变, 因此电源不做功

$$\boxed{\left(\delta W_m\right)_\psi = -\delta A}$$

$$F_x = -\frac{\delta W_m}{\delta x} = -\left(\frac{\partial W_m}{\partial x}\right)_\psi$$

$$\vec{F} = -\left(\nabla W_m\right)_\psi$$

磁矩在外磁场中所受磁力

磁矩为线圈

$$F_x = \left(\frac{\partial(\vec{m} \cdot \vec{B})}{\partial x} \right)_I = \vec{m} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} \qquad \vec{F} = \left(\vec{m} \cdot \nabla \right) \vec{B}$$

磁矩只在非均匀磁场中受力

角位移

$$L_\theta = \left(\frac{\partial(\vec{m} \cdot \vec{B})}{\partial \theta} \right)_I = -mB \sin\theta$$

$$\vec{L} = \vec{m} \times \vec{B}$$

磁矩大小固定

$$\boxed{\left(\delta W_m\right)_m = -\delta A}$$

$$F_x = -\left(\frac{\partial(-\vec{m}\cdot\vec{B})}{\partial x}\right)_m = \vec{m}\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial x} \qquad \vec{F} = \left(\vec{m}\cdot\nabla\right)\vec{B}$$

角位移

$$L_\theta = -\left(\frac{\partial(-\vec{m}\cdot\vec{B})}{\partial\theta}\right)_m = -mB\sin\theta$$

$$\vec{L} = \vec{m}\times\vec{B}$$

最终公式一致

本章结束

安宇编