导体　绝缘体 及其它

1. **导体** conductor 存在大量的可自由移动的电荷（一般为电子）

2. **绝缘体** 没有可自由移动的电荷

也称 **电介质** dielectric　　拓扑绝缘体

3. **半导体** semiconductor 介于上述两者之间

4. **超导体** superconductor 没有电阻，而且完全排斥磁场（第一类）或磁通限制在周期排列的局域点（第二类）

5. **等离子体** plasma 正负带电粒子密度相同或几乎相等

第二章 静电场中的导体和电介质

§1 静电场中的导体

§2 电像法

§3 二维问题

§4 电介质极化

§5 极化电荷

§6 $\vec{D}$ 的高斯定理

§7 有电介质时静电场

§8 等离子体振荡

§1 静电场中的导体

一. 导体的静电平衡条件

1. 静电平衡 electrostatic equilibrium

导体内部和表面无自由电荷的定向移动，说导体处于静电平衡状态。

弛豫时间~1ns

2. 导体静电平衡的条件

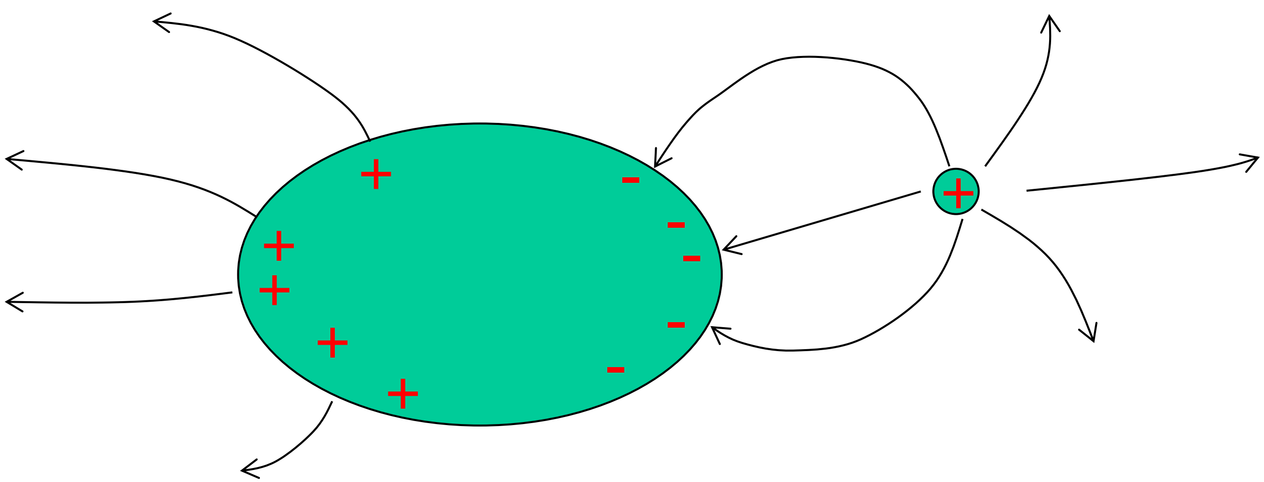
$$\boxed{E_{内} = 0}$$

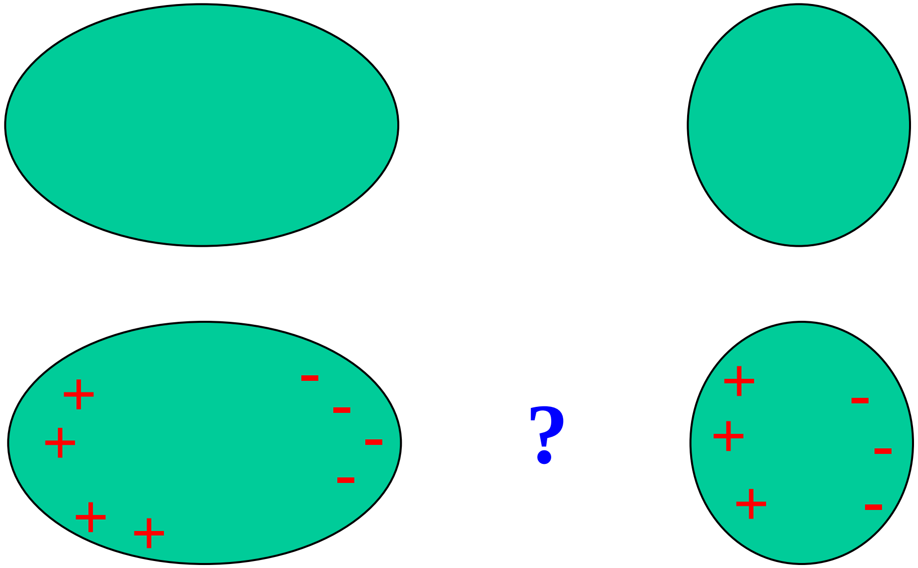
3. 导体的电势

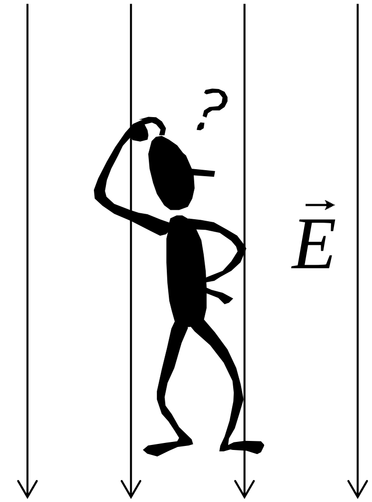
$$\int_{(a)}^{(b)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \qquad \boxed{\phi_a = \phi_b}$$

导体静电平衡时，导体是等势体

导体表面是等势面，表面电场处处垂直表面







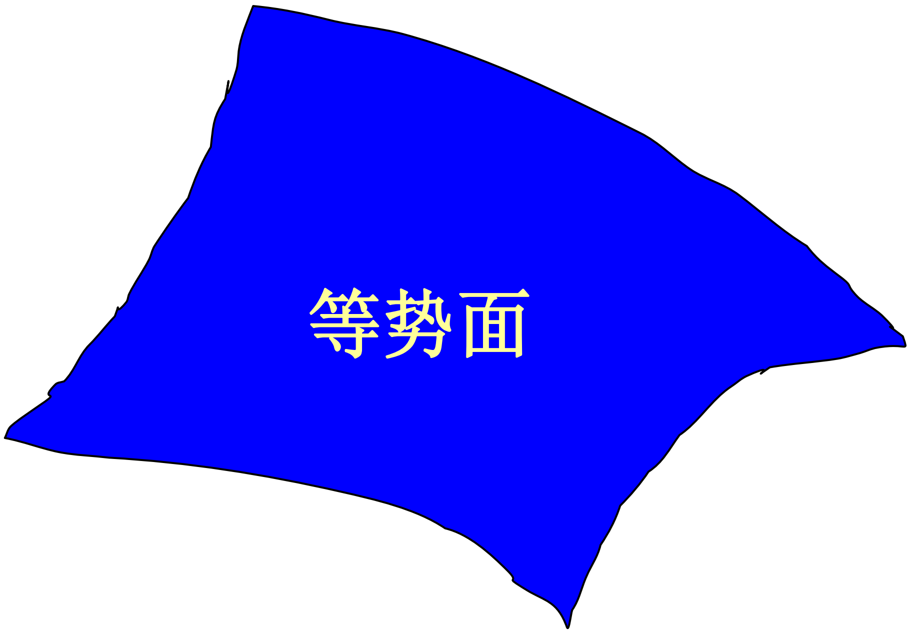
Casimir effect　　量子效应

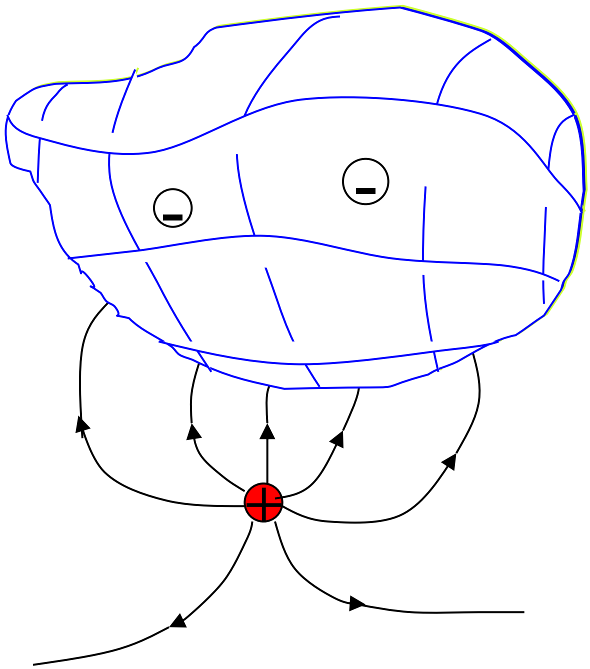
分子力：偶极子力

非极性分子之间：色散力

大气电场100V/m，人站立时头脚有否电击？

§2 电像法





导体薄片放在等势面上，调整电势值与原来相同，不可察觉

去掉导体，里面放一些(像)电荷，大小位置合适，刚好使导体区域表面是等势面，导体外面区域不可察觉

静电场的唯一性定理

给定边界S上的电势分布 U_S，或 $\partial U_S/\partial n$，再给定下列条件之一，S内静电场分布唯一确定

（1）给定每一个导体的电势

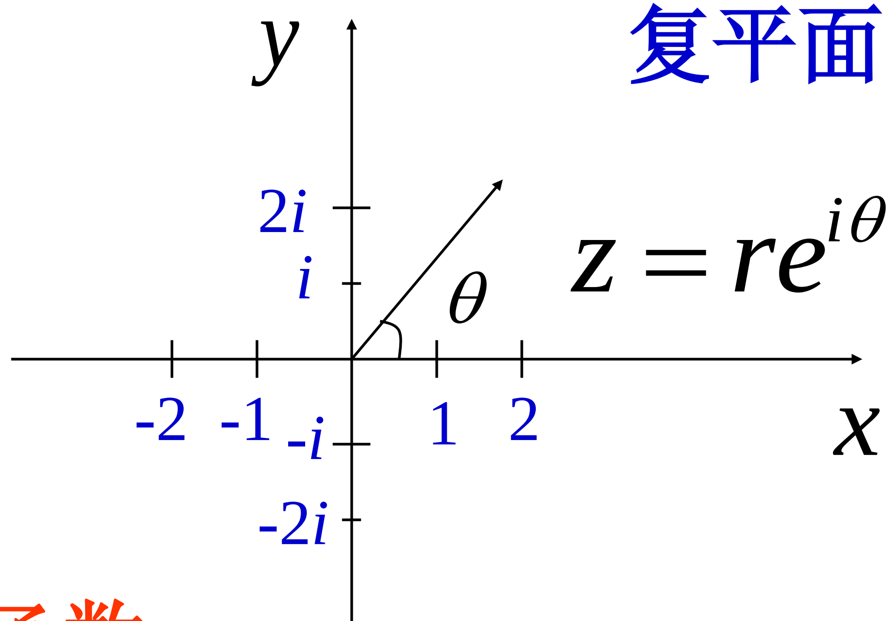
（2）给定每一个导体的电量

（3）给定一些导体的电势和其余导体的电量

§3 二维问题

复数 $\boldsymbol{z = x + iy}$

复平面



$$z = re^{i\theta}$$

解析函数

$$F(z) = U(x, y) + iV(x, y)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y}$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial U}{\partial y}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}=0$$

自动满足

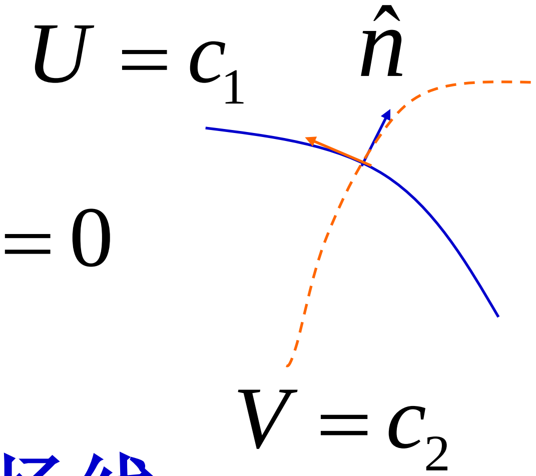
Laplace's equation

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}=0$$

等值线互相正交

$$\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial V}{\partial y}=0$$

$$\vec{\nabla}U\cdot\vec{\nabla}V=0$$



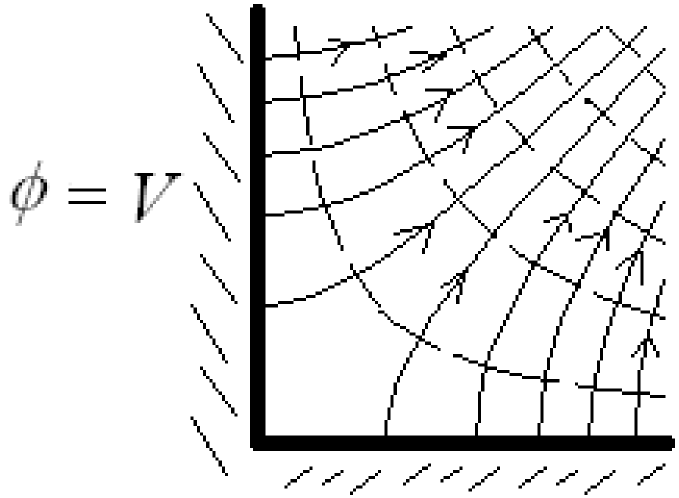
若一个是等势线, 另一个则是电场线

根据实际(边界条件) 选择解

$$F(z) = z = x + iy$$

无限大平板电场

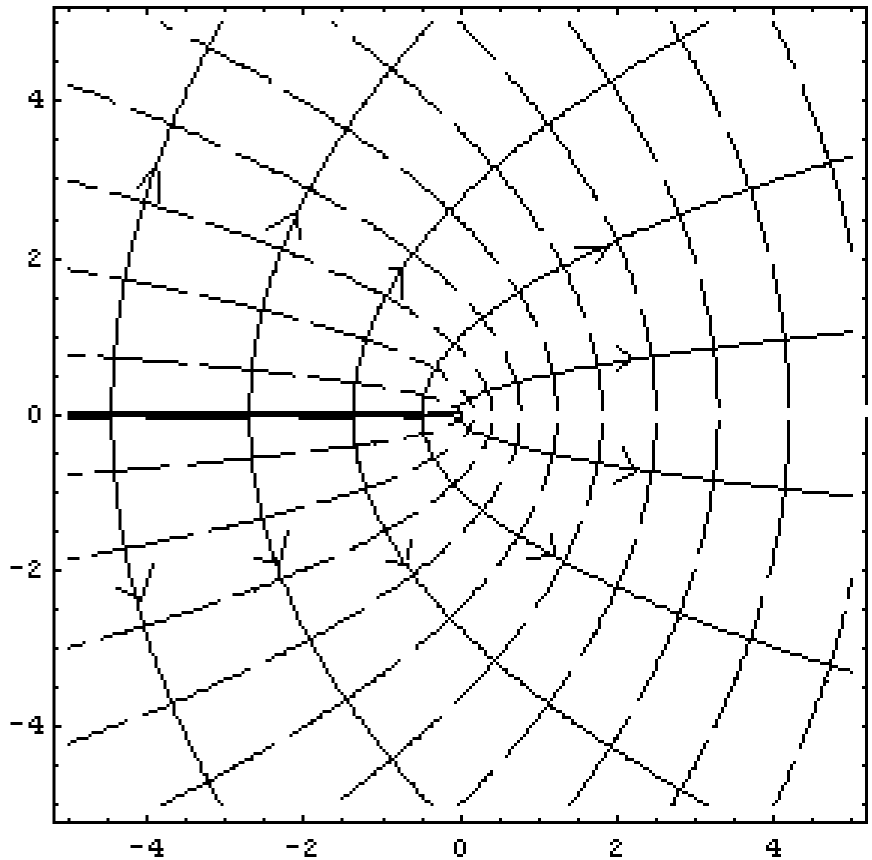
$$F(z) = z^2 = x^2 - y^2 + 2ixy$$
$$= U(x, y) + iV(x, y)$$



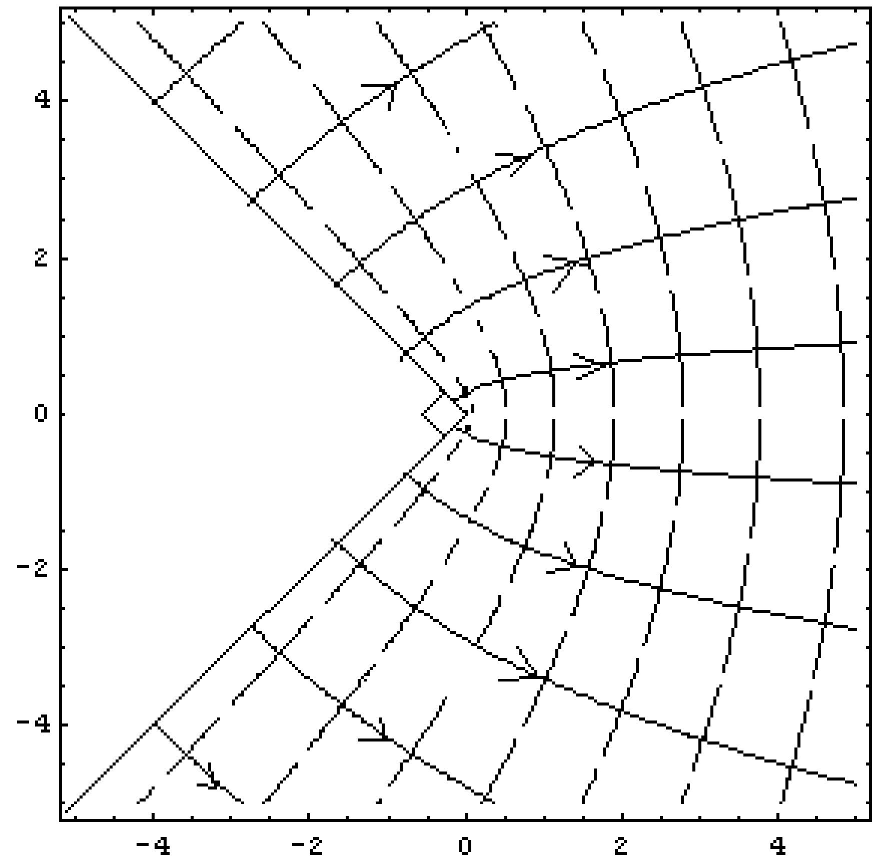
保角变换

（原点的交角放大2倍）

$$F(z) = z^{1/2}$$

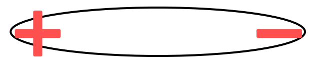


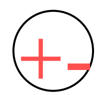
$$F(z) = z^{2/3}$$



§4 电介质极化 polarization

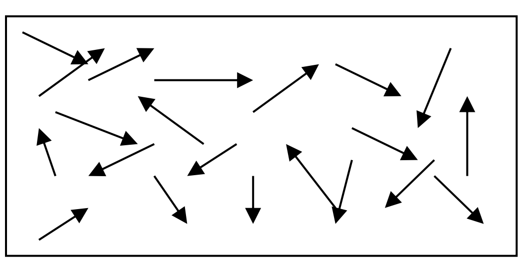
一. 电介质的微观图象

有极分子 

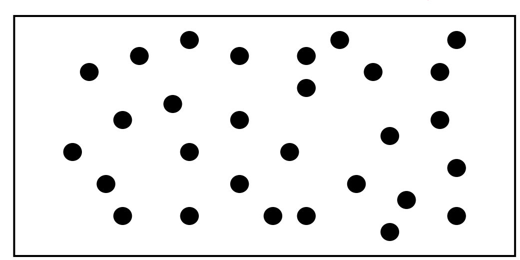
无极分子 

无外场时：

有极分子介质



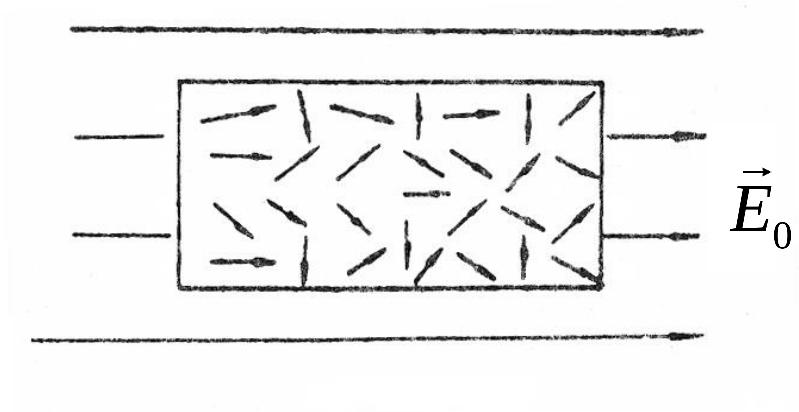
无极分子 介质



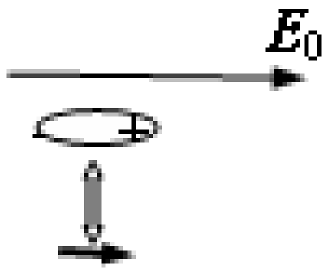
热运动---紊乱　无极性

有外场时：

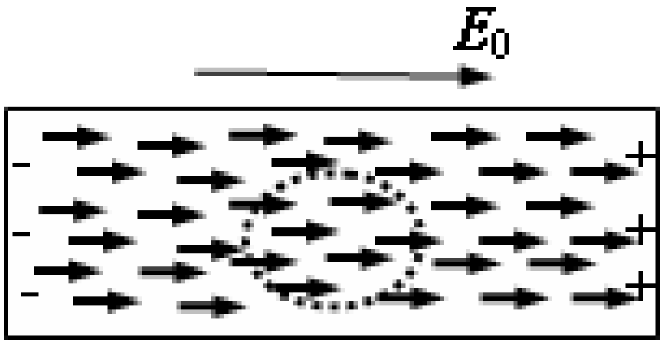
有极分子介质



无极分子介质



(a) 分子的位移极化



(b) 均匀介质的极化

取向极化 **(orientation polarization）**

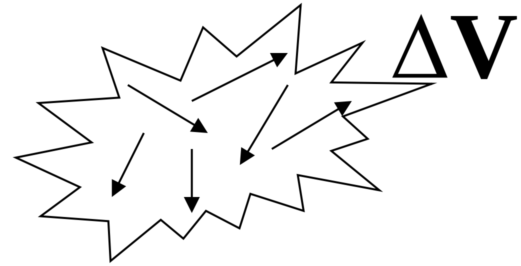
位移极化（displacement polarization)

二. 描述极化强弱的物理量--极化强度 $\vec{P}$

Polarization vector

局域宏观电偶极子的规模

反映了该处介质被极化的程度



宏观上无限小
微观上无限大
的体积元ΔV

定义 $$\boxed{\vec{P} = \lim \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}}$$

$\vec{p}_i$ 每个分子的电偶极矩

$$\boxed{n < \vec{p} >= nq\vec{l}}$$

量纲　SI　$\left[\vec{P}\right] = [\sigma]$

三. 电介质的极化规律

1.各向同性线性电介质 isotropy linearity

$$\boxed{\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}} \qquad \boxed{\chi_e = \varepsilon_r - 1}$$

介质的电极化率

χ_e 无量纲的纯数　与 $\vec{E}$ 无关

2.各向异性线性电介质 anisotropy

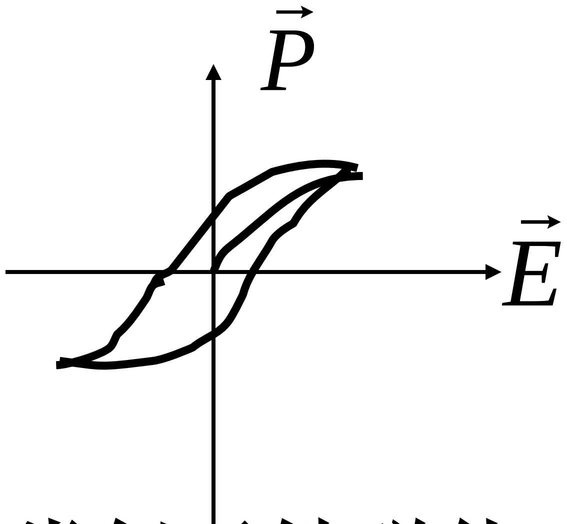
χ_e 与 $\vec{E}$ 、与晶轴的方位有关

张量描述　$P_i = \varepsilon_0 \sum_j \chi_{ij} E_j$

3. 铁电体　　ferroelectrics

$\vec{P}$ 与 $\vec{E}$ 间非线性，

没有单值关系。



类似于铁磁体

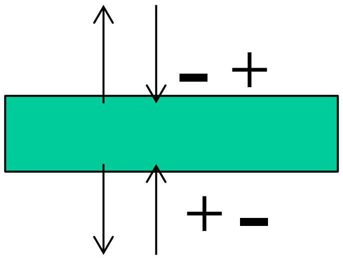
主要宏观性质

1) 电滞现象

2) 居里点

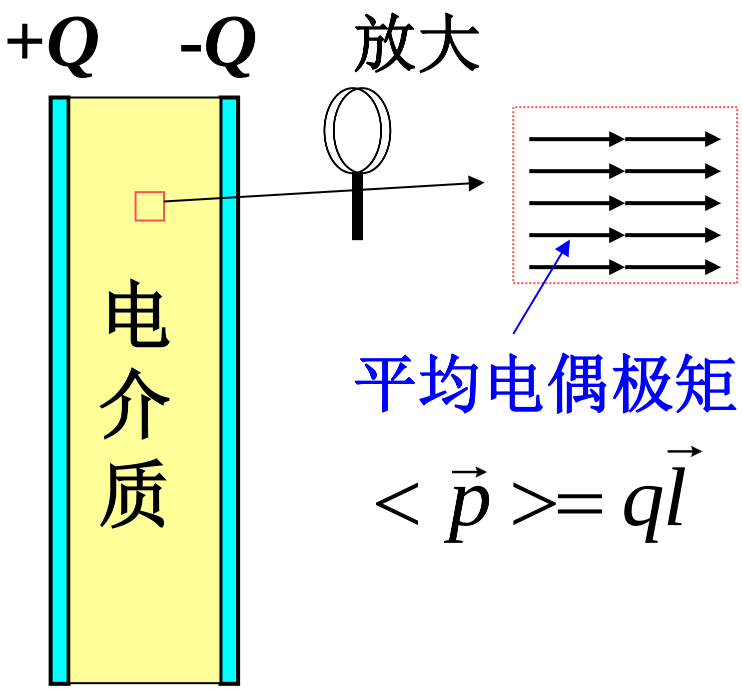
3) 介电常数很大　$\varepsilon_r \quad 10^2 \cdots 10^4$

*铁电体的机械特性与超声换能器

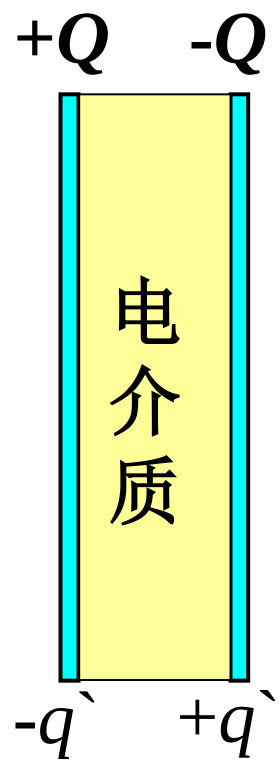


§5 极化电荷

一、电介质分子对电场的影响



$$<\vec{p}>=q\vec{l}$$



没有电介质

$$E_0=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$

有电介质

$$E=\frac{Q-q'}{\varepsilon_0 S}$$

$$\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$$

边缘出现极化电荷分布　和极化强度矢量有关

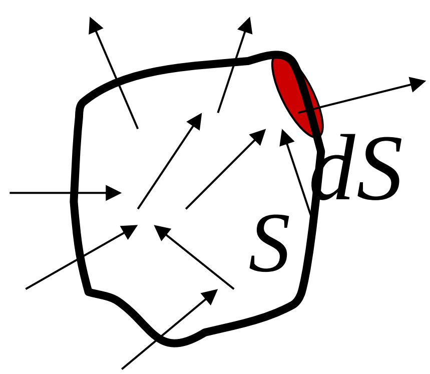
二.极化强度$\vec{P}$与极化电荷的关系

在已极化的介质内任意作一闭合面S

S 将把位于S 附近的电介质分子分为两部分

一部分在 S 内　一部分在 S 外

电偶极矩穿过S 的分子对S
内的极化电荷有贡献



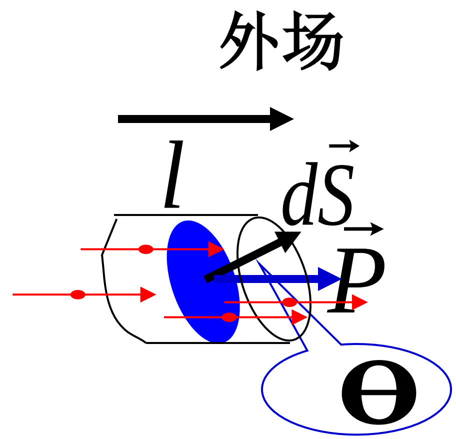
1. 小面元*dS*对面S内极化电荷的贡献

在***dS***附近薄层内认为介质均匀极化

只考虑穿过*dS* 的分子或电偶极矩

平均电偶极矩

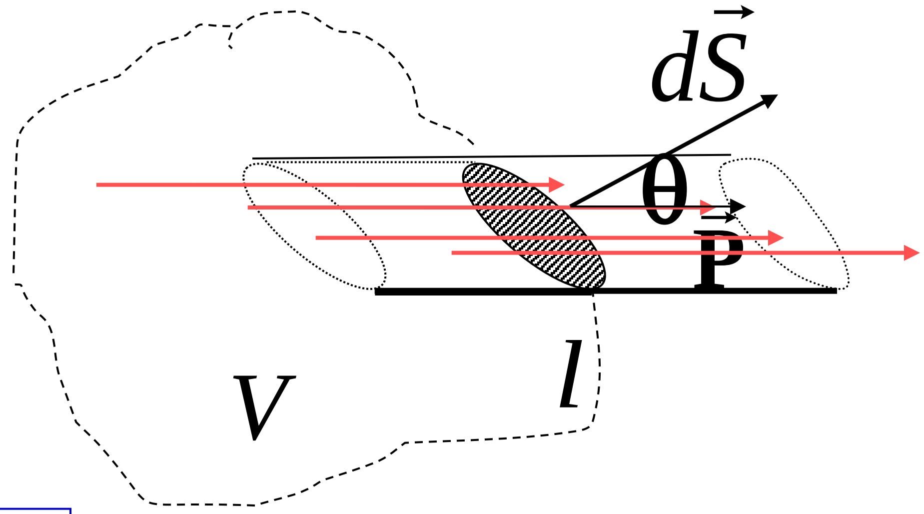
$$<\vec{p}>=q\vec{l}$$



分子数密度 n

$$\left|dq'\right|=\left|qnl\,dS\cos\theta\right|=\left|PdS\cos\theta\right|=\left|\vec{P}\cdot d\vec{S}\right|$$

$$|dq'| = |\vec{P} \cdot d\vec{S}|$$



所以小面元***dS***
对面内极化电荷的贡献

$$\boxed{dq' = -\vec{P} \cdot d\vec{S}}$$

2.在*S*所围的体积内的极化电荷 q' 与 $\vec{P}$ 的关系

$$\boxed{q' = -\oint\!\!\!\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}}$$

$$q' = -\oint\!\!\!\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$$

$$\downarrow$$

$$\iiint_V \rho' dV = -\iiint_V \mathrm{div}\vec{P} dV$$

$$\boxed{-\rho' = \mathrm{div}\vec{P} = \nabla \cdot \vec{P}}$$

均匀极化处, 没有束缚电荷

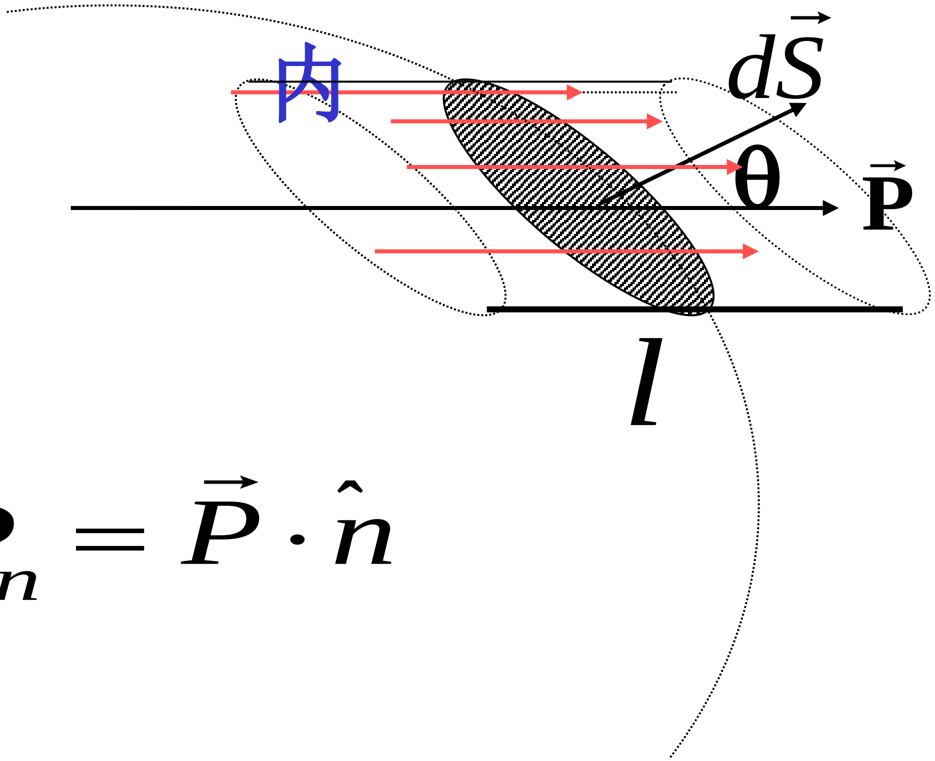
此时束缚电荷只在表面

3. 电介质表面极化电荷面密度

$$|dq'| = \left|\vec{P}\cdot d\vec{S}\right|$$

$$= P_n dS$$

$$\sigma' = \frac{dq'}{dS} = P_n = \vec{P}\cdot\hat{n}$$



$$\boxed{\sigma' = \vec{P}\cdot\hat{n}}$$

$\hat{n}$ 介质外法线方向

electronic polarization = 位移极化

约束在原子中的电子

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+m\omega_0^2x=eE$$

$$E=E_0\cos\omega t \quad \rightarrow x=x_0\cos\omega t$$

$$x=\frac{eE}{m(\omega_0^2-\omega^2)}+A\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

共振 -- 吸收同频率电磁波

静电场 $\omega = 0$ $$x_0 = \frac{eE}{m\omega_0^2}$$

忽略核移动

电偶极矩 $$p = ex_0 = \frac{e^2 E}{m\omega_0^2}$$

$$\boxed{\vec{p} = \alpha\varepsilon_0 \vec{E}}$$

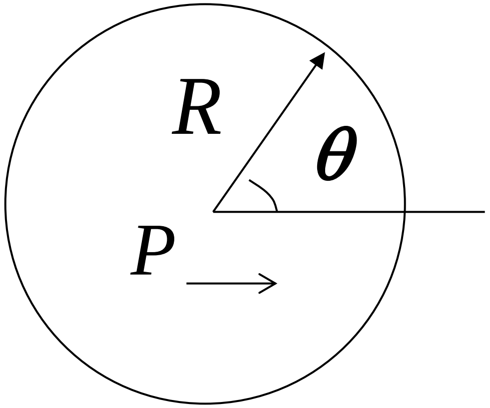
polarizability $$\alpha = \frac{e^2}{\varepsilon_0 m\omega_0^2}$$

$$\boxed{\vec{P} = n\vec{p} = n\alpha\varepsilon_0 \vec{E}}$$

$$\boxed{\chi = \frac{ne^2}{\varepsilon_0 m\omega_0^2}}$$

一介质球均匀极化，极化强度 P

求 球内外电场



极化电荷面密度

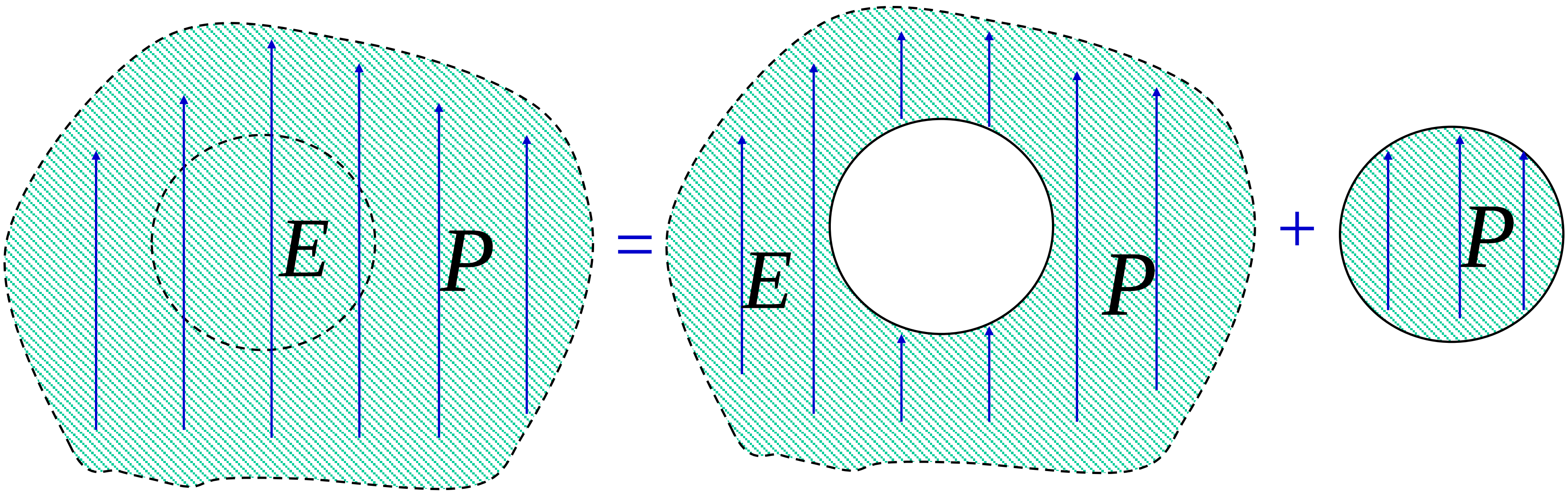
$$P\cos\theta$$

球外电场偶极场 $$\vec{p}=\frac{4\pi R^3}{3}\vec{P}$$

球内电场 $$\vec{E}=-\frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}$$

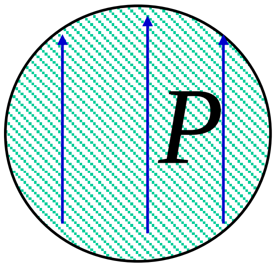
液体分子的位移极化

液体中 一个分子所在区域可看成球腔



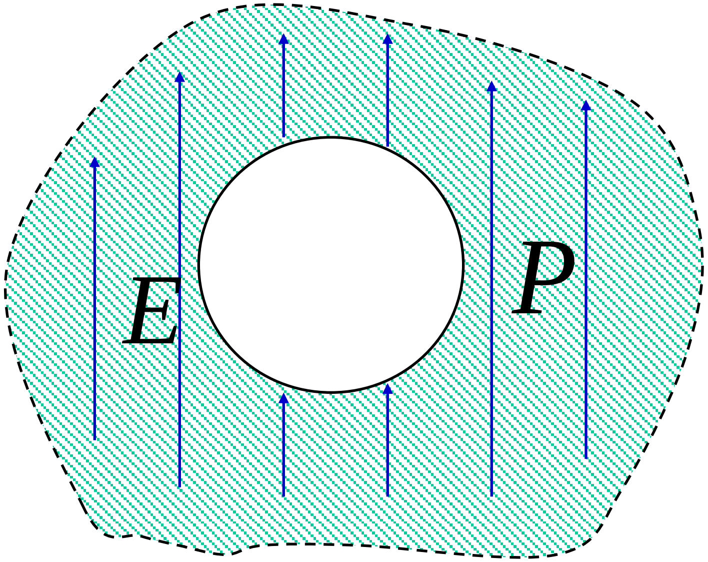
$$E = E_{hole} + E_{plug}$$

均匀极化球内电场 $E_{\mathrm{plug}} = ?$



$$E_{plug} = -\frac{P}{3\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E_{hole} = E + \frac{P}{3\varepsilon_0}}$$



使原子极化的外场

$$P = n\alpha\varepsilon_0\left(E + \frac{P}{3\varepsilon_0}\right)$$

$$P = \frac{n\alpha}{1 - n\alpha/3}\varepsilon_0 E$$

$$\chi = \frac{n\alpha}{1 - n\alpha/3}$$

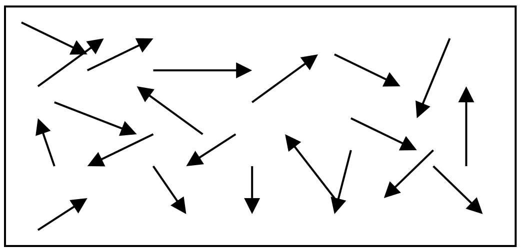
这个结果与实验符合

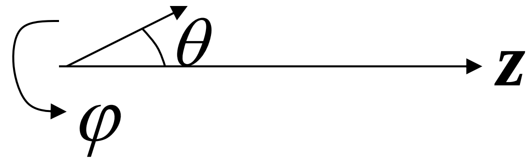
气体的 $n\alpha << 1$

$$\chi = n\alpha$$

取向极化

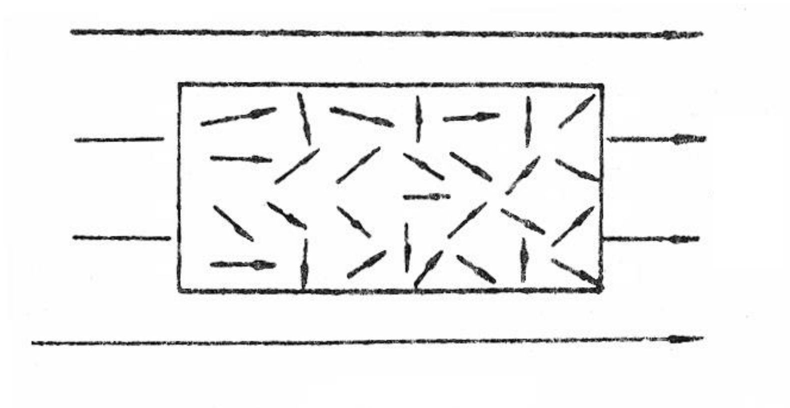
无外场时：





$$dn(\theta,\varphi) = n\frac{d\Omega}{4\pi} = n\frac{\sin\theta d\theta d\varphi}{4\pi}$$

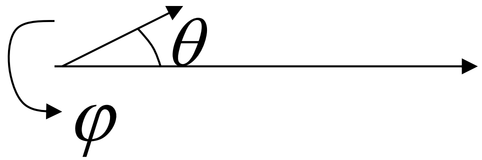
有外场时：



能量 $\varepsilon = -\vec{p}\cdot\vec{E}$

玻尔兹曼统计

$$\propto e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} = e^{\frac{pE\cos\theta}{kT}}$$



$$dn(\theta,\varphi)=n\frac{\sin\theta d\theta d\varphi}{4\pi}e^{\frac{pE\cos\theta}{kT}}$$

$$dn(\theta)=n\frac{\sin\theta d\theta}{2}e^{\frac{pE\cos\theta}{kT}}$$

$$P=\int_0^{\pi}p\cos\theta dn(\theta)=np\int_0^{\pi}\frac{\cos\theta\sin\theta d\theta}{2}e^{\frac{pE\cos\theta}{kT}}$$

电场不是很强时 $kT>>pE$

$$P = np\int_0^{\pi} \frac{\cos\theta \sin\theta d\theta}{2}\left(1+\frac{pE\cos\theta}{kT}\right)$$

$$= \frac{np^2 E}{3kT}$$

$$\chi = \frac{np^2}{3\varepsilon_0 kT} \qquad \vec{P} = \frac{np^2}{3kT}\vec{E}$$

电场不能太强，温度不能太低

$$kT >> pE$$

§6 $\vec{D}$ 的高斯定理

electric displacement vector

一. 电位移矢量

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$$

量纲 $\left[\vec{D}\right] = \left[\vec{P}\right] = [\sigma]$ 单位 C/m

各向同性
线性介质

$$\boxed{\vec{P} = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_r - 1\right) \vec{E}}$$

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}}$$ 介质方程

二. D 的高斯定理

$$\boxed{\oint\!\!\!\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_i q_{0i}}$$

自由电荷

证：$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}=\frac{\sum_i q_i'+\sum_i q_{oi}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint\!\!\!\oint_S \varepsilon_0\vec{E}\cdot d\vec{S}=-\oint\!\!\!\oint_S \vec{P}\cdot d\vec{S}+\sum_i q_{oi} \Longrightarrow \boxed{\oint\!\!\!\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_i q_{0i}}$$

在具有某种对称性的情况下，可以首先由高斯定理出发　解出D

即 $$\vec{D}\Rightarrow\vec{E}\Rightarrow\vec{P}\Rightarrow\sigma'\Rightarrow q'$$

均匀的各向同性线性介质

例 没有自由电荷处, 也不会出现束缚电荷

$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i} \longrightarrow \boxed{\mathrm{div}\vec{D} = \nabla\cdot\vec{D} = \rho_0}$$

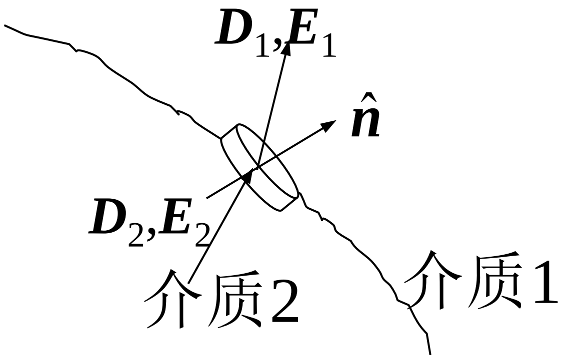
$$\vec{D} \propto \vec{P}$$

$$\nabla\cdot\vec{D} \propto \nabla\cdot\vec{P}$$

$$\rho' \propto \rho_0$$

证毕

三. 边值关系



$$\oiint_S \vec{\boldsymbol{D}}\cdot \mathrm{d}\,\vec{\boldsymbol{S}} = \iint_{\text{底面1}} \vec{\boldsymbol{D}}\cdot \mathrm{d}\,\vec{\boldsymbol{S}} + \iint_{\text{底面2}} \vec{\boldsymbol{D}}\cdot \mathrm{d}\,\vec{\boldsymbol{S}}$$

$$= \boldsymbol{D}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{n}}_1 \Delta S + \boldsymbol{D}_2 \cdot \hat{\boldsymbol{n}}_2 \Delta S$$

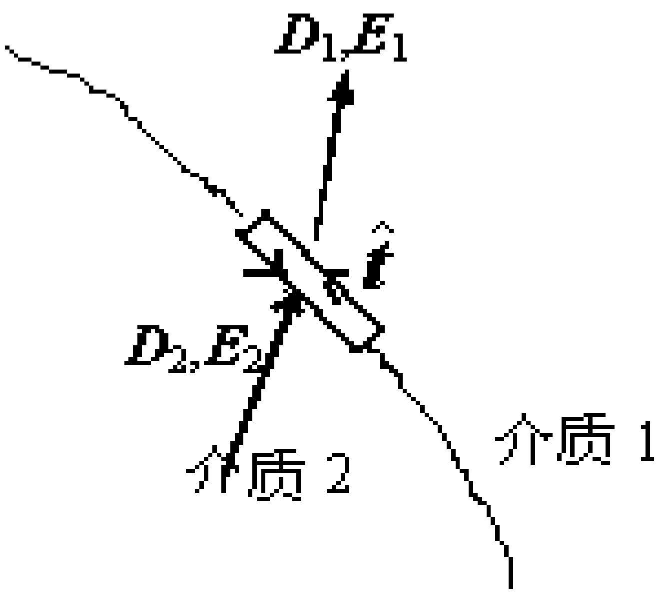
$$= (D_{1n} - D_{2n})\Delta S$$

$$(D_{1n} - D_{2n})\Delta S = q_0$$

$$\boxed{D_{1n} - D_{2n} = \sigma_0}$$

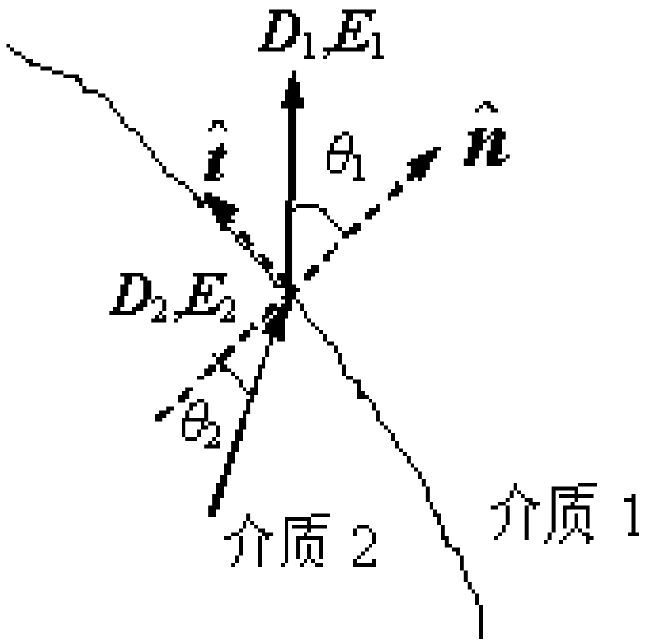
如果分界面上没有自由电荷

$$\boxed{D_{1n} = D_{2n}}$$



$$\oint_L \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = (E_{1t} - E_{2t})\Delta l = 0$$

$$\boxed{E_{1t} = E_{2t}}$$



如果分界面上没有自由电荷

$$D_{1n} = D_{2n} \quad \rightarrow \quad \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$$

又 $\qquad E_{1t} = E_{2t}$

$$\tan\theta = \frac{E_t}{E_n}$$

$$\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{E_{1t}E_{2n}}{E_{1n}E_{2t}} = \frac{E_{2n}}{E_{1n}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

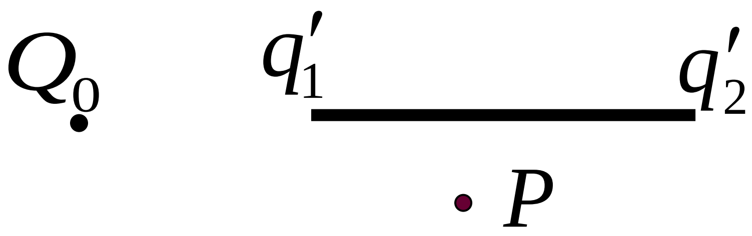
电位移线或电场的折射定理

§7 有电介质时静电场

自由电荷与极化电荷共同产生场

$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'}$$

介质细棒的一端放置一点电荷



P点的场强？

共同产生

介质充满电场空间

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r}}$$

$$\sum_i q_{0i} = \oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}$$

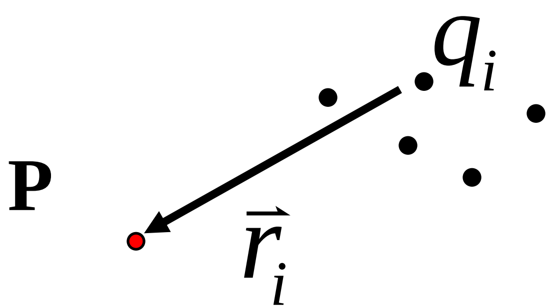
$$= \oiint_S \varepsilon \vec{E}\cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 \oiint_S \varepsilon_r \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

$$\oiint_S \varepsilon_r \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_{0i}}{\varepsilon_0}$$

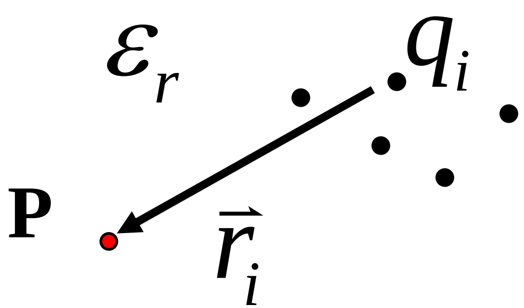
$$\oint_L \oint_L \varepsilon_r \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oiint_S \vec{E}_0\cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_{0i}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_L \vec{E}_0\cdot d\vec{l} = 0$$

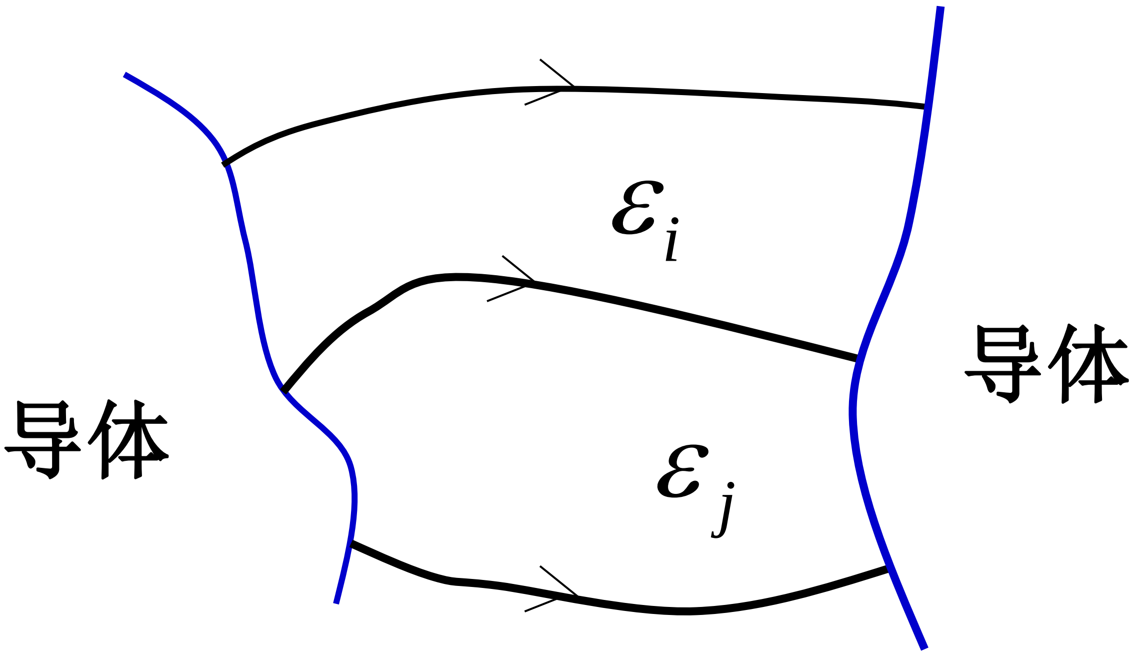


$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{q_i}{r_i^{\,2}} \hat{r}_i$$



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{q_i}{r_i^{\,2}} \hat{r}_i$$

介质填充部分空间----介质界面与电场线重合时，
导体电荷重新分配使电场位形不变

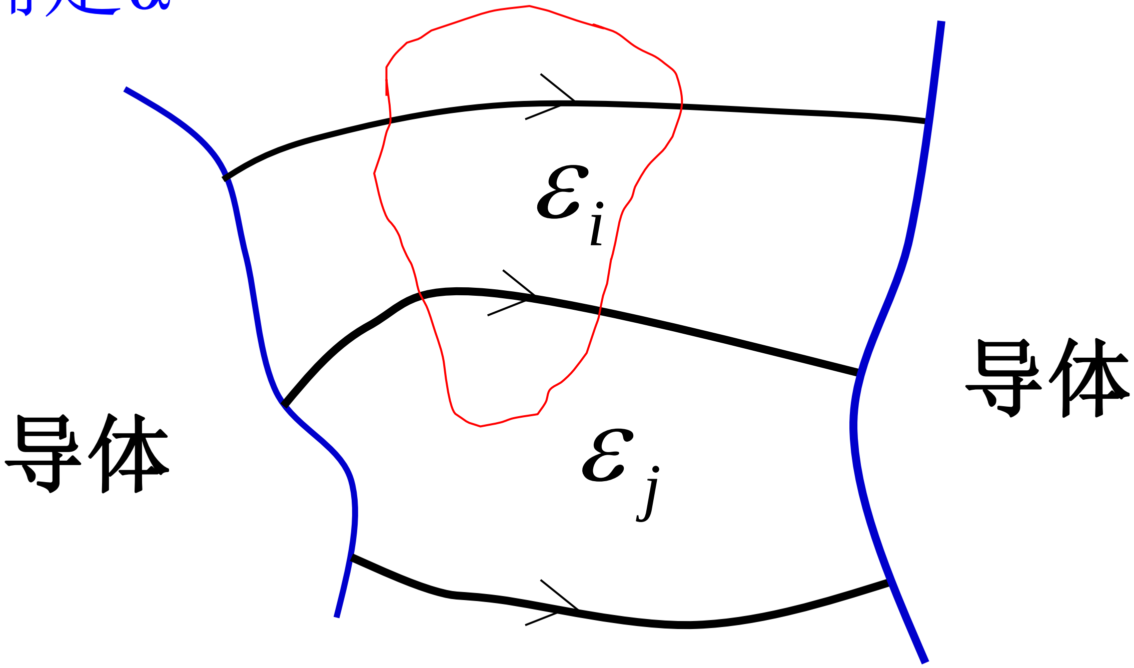


$$\vec{E} = \alpha \vec{E}_0$$

为了保持导体等势，导体面电荷分布相对值不变

$$\sigma_{新、总} = \sigma_{0新} + \sigma' = \alpha\sigma_{0原来}$$

确定α



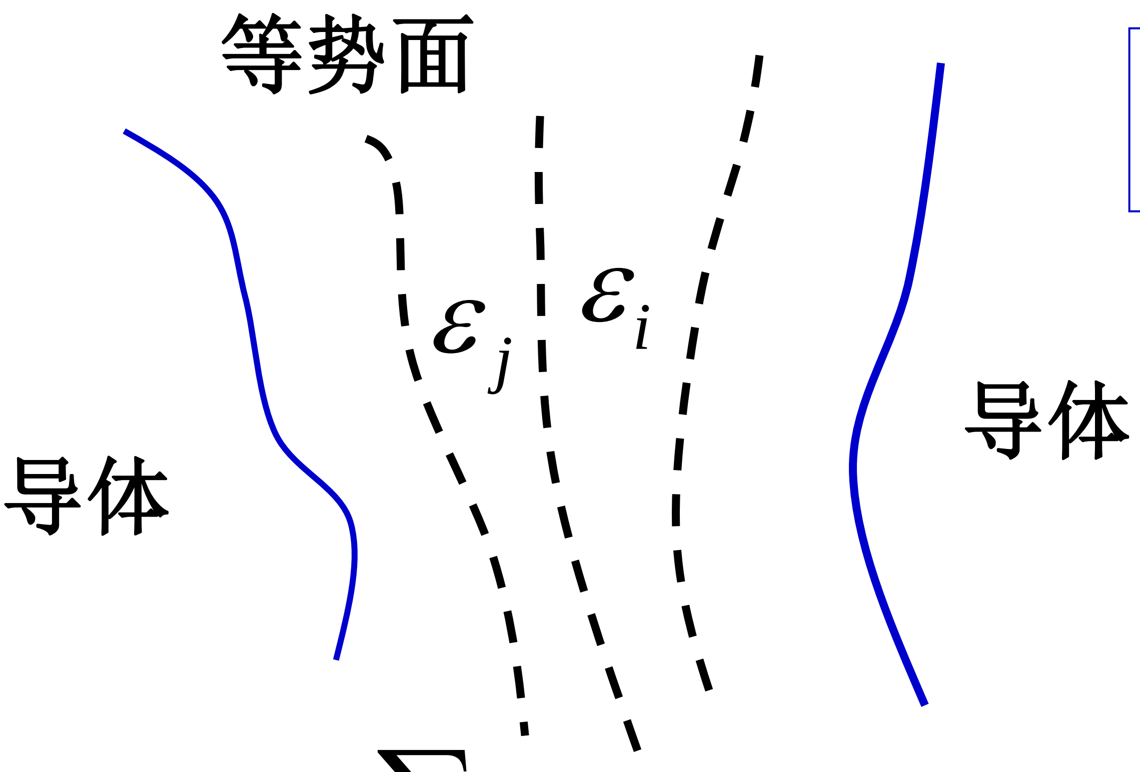
$$\vec{E} = \alpha \vec{E}_0$$

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i}$$

$$\alpha \sum_i \varepsilon_i \iint_{S_i} \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = \sum_i q_{0i}$$

介质填充部分空间----

介质界面与等势面重合时导体带电量不变

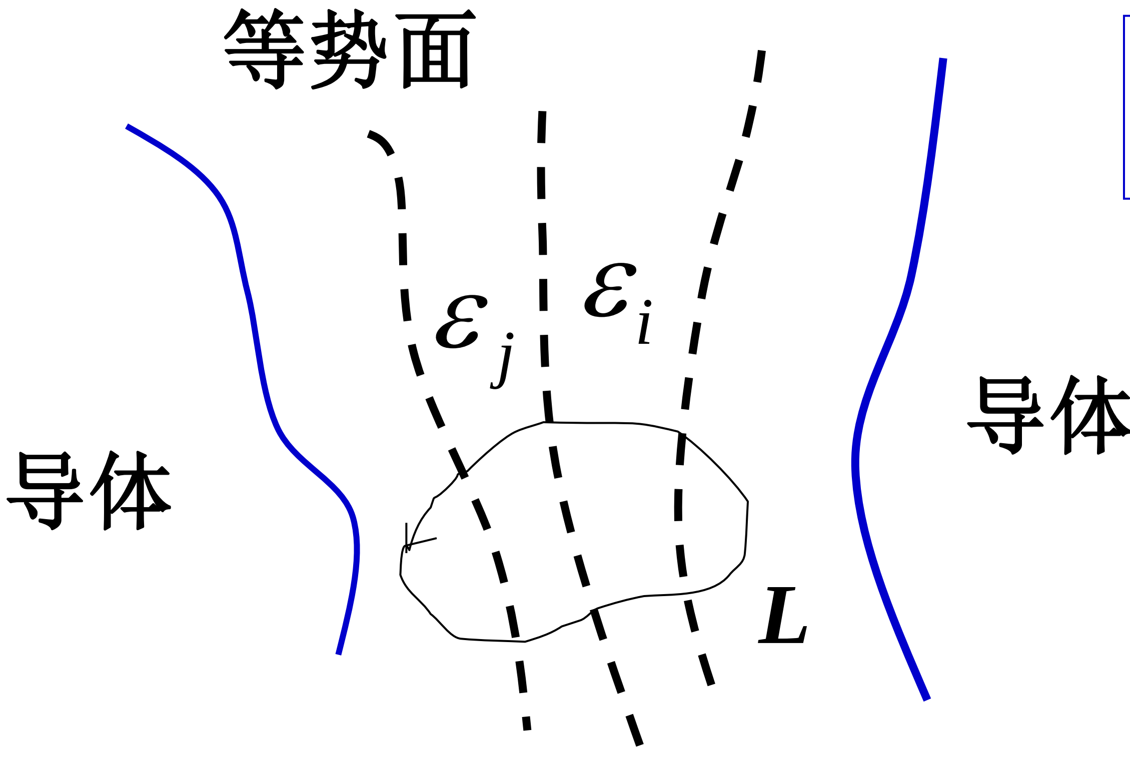


$$\boxed{\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}_0}$$

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{E}_0\cdot d\vec{S}=\frac{\sum_i q_{0i}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint\!\!\!\oint_S \varepsilon\vec{E}_0\cdot d\vec{S}=\sum_i q_{0i}$$

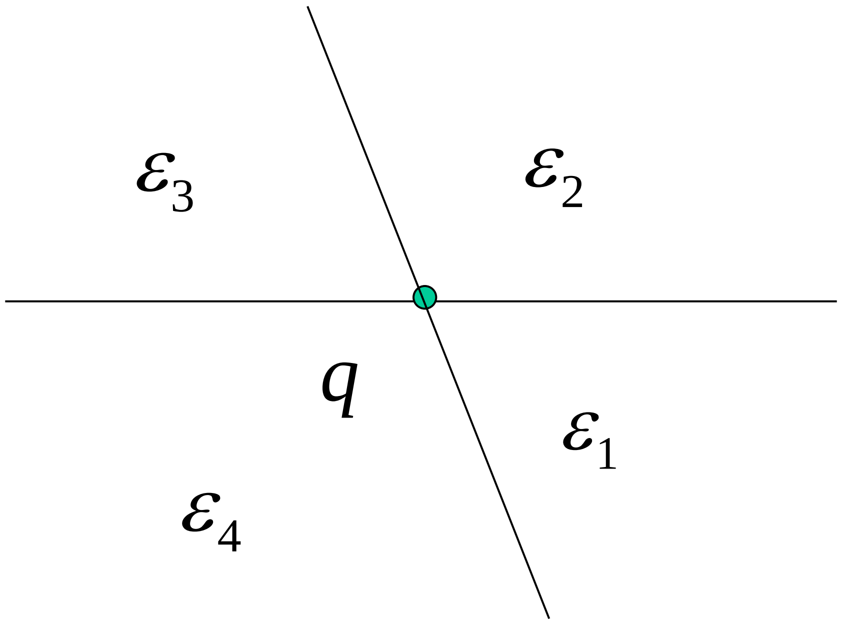
$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_i q_{0i}$$

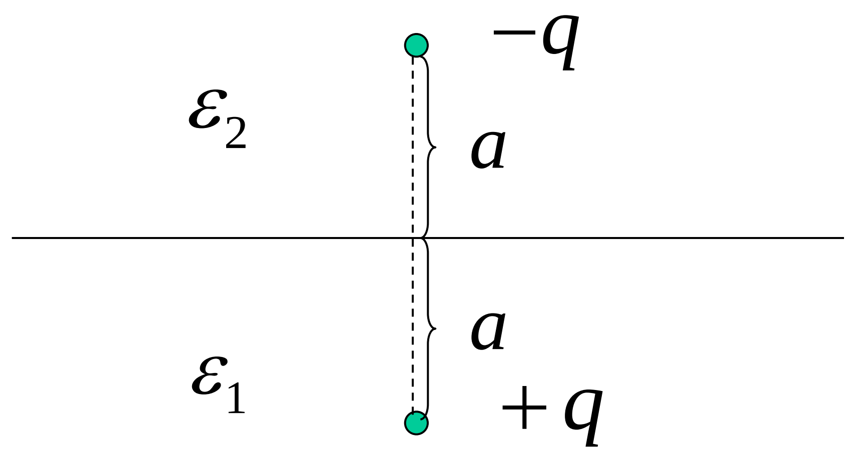


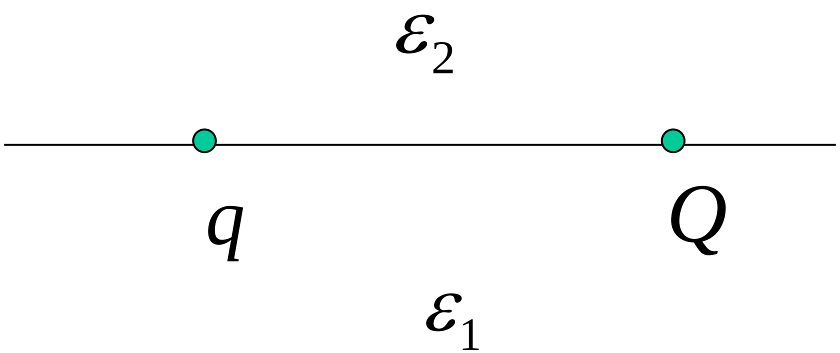
$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_0}$$

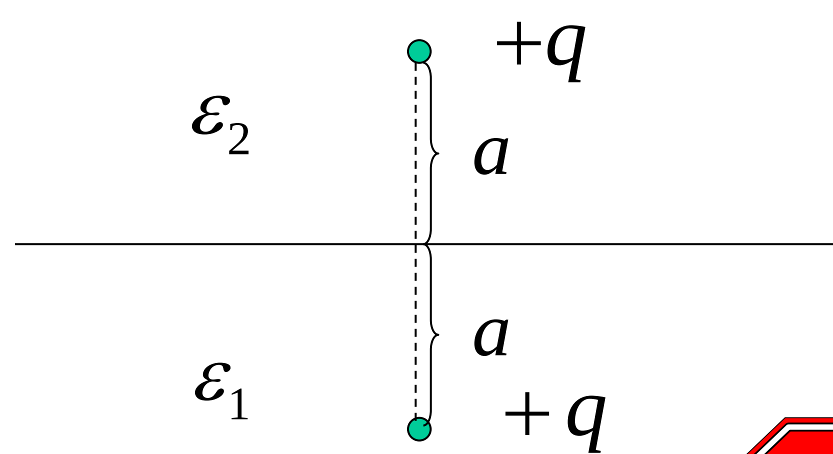
$$\oint_L \vec{D}\cdot d\vec{l} = \sum_i \int \varepsilon_i \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \sum_i \varepsilon_i \int \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

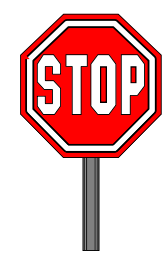
$$\oint_L \varepsilon_0 \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = 0$$


ε_3
ε_2
q
ε_1
ε_4


$-q$
ε_2
a
a
ε_1
$+q$


ε_2
q
Q
ε_1


$+q$
ε_2
a
a
ε_1
$+q$

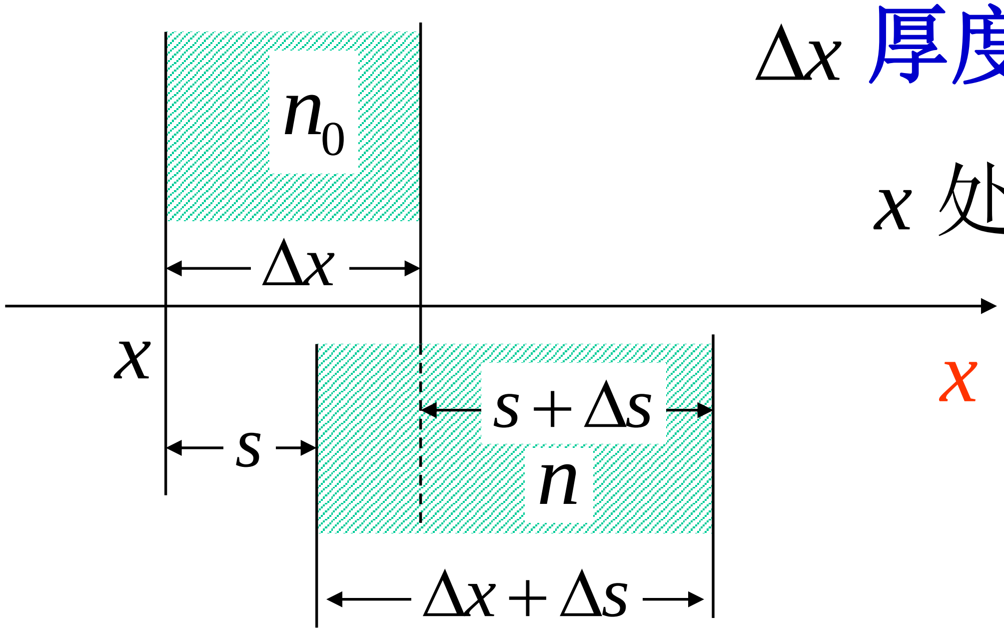

STOP

§ 8 Plasma oscillations

考虑等离子体的一维运动

离子质量 >> 电子质量

可以假设离子不动, 电子运动, 各处位移不同



Δx **厚度的电子发生位移**

x 处 s, $x+\Delta x$ 处 $s+\Delta s$

电子数密度 n

$$n(\Delta x+\Delta s)=n_0\Delta x$$

$$n=\frac{n_0}{1+\Delta s/\Delta x}\approx n_0(1-\frac{\Delta s}{\Delta x})$$

电荷密度

$$\rho=-e(n-n_0)=en_0\frac{ds}{dx}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

电场只有x分量

$$\frac{\partial E_x}{\partial x}=\frac{dE_x}{dx}=\frac{en_0}{\varepsilon_0}\frac{ds}{dx}$$

$$E_x=\frac{en_0}{\varepsilon_0}s+K$$

$$s=0$$

$$E_x=0$$

$$K=0$$

单个电子

$$F_x = -\frac{e^2 n_0}{\varepsilon_0} s = m_e \frac{d^2 s}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{e^2 n_0}{\varepsilon_0 m_e} s = 0$$

等离子振荡频率

$$\boxed{\omega_p^2 = \frac{e^2 n_0}{\varepsilon_0 m_e}}$$

高斯单位制

$$\boxed{\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_e}}$$

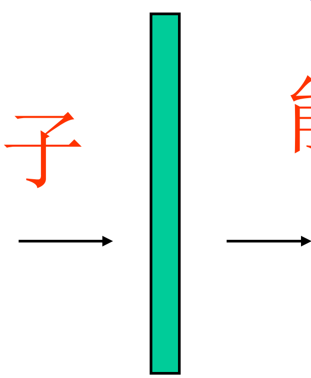
地球大气的电离层

高频透射

低频反射

铝箔

电子



能量减少

$\hbar\omega_p$

等离子体中自由电子可随意移动

$$m\ddot{x} = q_e E$$

电磁波的电场

$$E = E_x = E_0 e^{i\omega t}$$

电子被强迫振动

$$x = x_0 e^{i\omega t}$$

$$x = -\frac{q_e}{m\omega^2} E$$

$$p = q_e x$$

设单位体积电子数密度n_0

$$P = -\frac{n_0 q_e^{\ 2}}{m\omega^2} E = -\varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega^2} E$$

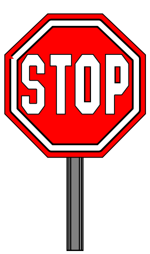
$$\varepsilon_r = n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

$$E_x = E_0 e^{-i\omega(t - \frac{nz}{c})}$$

$\omega > \omega_p$ 相速度大于c

$$E_x = E_0 e^{-i\omega t - \frac{nz}{c}}$$

$\omega < \omega_p$ 衰减波



本章结束

安宇编