基于数学算法研究定日镜场的优化设计

**摘要**

新能源的发展已逐渐成为全世界各个国家的

**一、问题重述**

**1.1 问题背景**

构建以新能源为主体的新型电力系统，是我国实现“碳达峰”“碳中和”目标的一项重要措施。塔式太阳能发电是一种低碳环保的新型清洁能源技术。

定日镜是塔式太阳能光热发电站收集太阳能的基本组件，其底座由纵向转轴和水平转轴组成，平面反射镜安装在水平转轴上。纵向转轴的轴线与地面垂直，可以控制发射镜的方位角。水平转轴的轴线与地面平行，可以控制反射镜的仰俯角，定日镜及底座的模型图见图1.两转轴的交点（也是定日镜中心）离地面的高度称为定日镜的安装高度。塔式电站利用大量的定日镜组成阵列，称为定日镜场。定日镜将太阳光反射汇聚到安装在镜场中吸收塔顶端上的集热器，加热其中的导热介质，并将太阳能以热能形式储存起来，再经过热交换实现由热能向电能的转化。太阳光并非平行光线，而是具有一定锥形角的一束锥形光线（参考图2），因此太阳入射光线经定日镜任意一点的反射光线也是一束锥形光线。定日镜在工作时，控制系统根据太阳的位置实时控制定日镜的法向，使得太阳中心发出的光线经定日镜中心反射后指向集热器中心。集热器中心的离地高度称为吸收塔高度。



图1 定日镜模型图 图2 太阳光锥形光线图

现计划在中心位于东经98.5°,北纬39.4°，海拔3000*m*，半径350*m*的圆形区域内建设一个圆形定日镜场。以圆形区域中心为圆点，正东方向为*x*轴正向，正北方向为*y*轴正向，垂直与地面向上方向为*z*轴正向建立坐标系，称为镜场坐标系。

规划的吸收塔高度为80*m*，集热器采用高8*m*、直径7*m*的圆柱形外表光式集热器。吸收塔周围100*m*范围内不安装定日镜，留出空地建造厂房，用于安装发电、储能、控制等设备。定日镜的形状为平面矩形，其上下两条边始终平行于地面这两条边之间的距离称为镜面高度，通常镜面宽度不小于镜面高度。镜面边长在2*m*至8*m*之间，安装高度在2*m*至6*m*之间，安装高度必须保证镜面在绕水平转轴旋转时不会触及地面。由于维护及清洗车辆行驶的需要，要求相邻定日镜底座中心之间的距离比镜面宽度多5*m*以上。

为简化计算，本问题中所有“年均”指标的计算时点均为当地时间每月21日9：00、10：30、12：00、13：30、15：00。

**1.2 需要解决的问题**

**问题一**：若将吸收塔建于该圆形定日场中心，定日镜尺寸均为6*m*×6*m*。安装高度均为4*m*，且给定所有定日镜中心的位置（相关数据查看附件），计算该定日镜场的年平均光学效率、年平均输出热功率，以及单位镜面面积年平均输出热功率。其结果分别按表1和表2的格式填入表格。

**问题二**：按设计要求，定日镜场的额定年平均输出热功率（简称额定功率）为6MW。若所有定日镜尺寸及安装高度相同，设计出定日镜场的以下参数：吸收塔的位置坐标、定日镜尺寸、安装高度、定日镜数目、定日镜位置，使得定日镜场在达到额定功率的条件下单位镜面面积年平均输出功率最大。其结果分别按表1、2、3的格式填入表格，并将吸收塔的位置坐标，定日镜尺寸，安装高度，位置坐标按模板规定的格式保存到*result*2*.xlsx*文件中。

**问题三**：如果定日镜尺寸可以不同，安装高度也可以不同，额定功率设置同问题2，需要重新设计定日镜场的各个参数，使得定日镜场在达到额定功率的条件下，单位镜面面积年平均输出热功率尽量大，其结果分别按表1、表2和表3的格式填入表格，并将吸收塔的位置坐标、各定日镜尺寸、安装高度，位置坐标按模板规定的格式保存到*result*3*.xlsx*文件中。

**二、问题分析**

**2.1问题一的分析**

**2.2问题二的分析**

**2.3问题三的分析**

**三、模型假设**

1、假设所有定日镜的材料、形状、其中的导热介质等均一致。

2、假设吸收塔吸收热能的整个过程中没有障碍物的影响。

3、假设每一个定日镜所处的地面平整，海拔高度均一致。

4、假设所有的定日镜的镜面均是完好无缺的。

5、假设整个光热发电系统没有题设之外的任何能量损耗，如热传递等。

**四、符号说明**

|  |  |
| --- | --- |
| **符号** | **说明** |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
| *A* |  |
| *N* |  |
| *a* |  |
| *b* |  |
|  |  |
|  |  |
| *i* |  |
|  |  |

**五、模型的建立与求解**

**5.1问题一模型的建立与求解**

定日镜场光学效率模型的建立是基于太阳位置模型。单个定日镜场光学效率是研究镜场光学效率的基础，单个定日镜的瞬时光学效率由题目已知：

|  |  |
| --- | --- |
|  | （1） |

**5.1.1阴影遮挡效率数学模型的建立与求解**

阴影遮挡效率是定日场中没有被阴影遮挡的镜面面积与镜场总面积之比，由于已知定日镜的坐标及太阳高度角和方位角，因此本文采用几何投影法计算和平面方程来求阴影遮挡效率。

阴影遮挡损失主要是两部分，第一部分是相邻的定日镜互相遮挡造成的阴影损失，第二部分是塔遮挡定日镜造成的阴影损失相邻的定日镜互相遮挡造成的阴影损失。

①下面首先计算定日镜与定日镜相互遮挡造成的阴影损失，主要利用当前建立境面矩阵，确定基本的坐标，然后乘以旋转矩阵，最后通过第三个矩阵将平面还原，判断点是否落入镜面内。

镜2

镜1

b

a

c

图3 相邻镜面挡光模拟图

如上图所示，图中*a*和*b*是太阳光发散的平行入射光线，光线*c*是入射光线1经过镜2反射的反射光线，入射光线*a*经过镜2反射后落入镜1的背面，使得镜1在镜2上产生了阴影,反射光线*c*被镜2遮挡，造成镜2对镜1的遮挡。

求阴影挡光损失本质上是求经过镜1的任意的一条光线是否会落在镜2的镜面上，求出光线与镜2的交点坐标值，结合几何数学求得阴影区域面积。

第一步：建立镜面坐标系

H(0,0,0)

Z1

CS1

X1

图4 镜面坐标系

假设任意一条光线投影到大地坐标系上的向量为：

|  |  |
| --- | --- |
|  | （2） |

图中为镜1坐标系，已知镜1中某一点，求经过光线落入镜2中的坐标（假设该坐标位于镜2坐标系中），然后判断该坐标点是否位于镜2内。

假设镜面坐标系*a*到地面坐标系*b*的转换关系单位矩阵为：

|  |  |
| --- | --- |
|  | （3） |

其中是镜面坐标系*a*的3个轴在地面坐标系*b*的向量表示。

一束光线在镜面坐标系中的向量为，在地面坐标系中的向量为。二者之间的相互转换关系为：

|  |  |
| --- | --- |
|  | （4） |

若要计算的值：（1）先将镜1中的某一点转换到地面坐标系下的坐标，并表示为。

|  |  |
| --- | --- |
|  | （5） |

（2）再将地面坐标系下的 转换到镜2坐标系下，表示为。

|  |  |
| --- | --- |
|  | （6） |

（3）将地面坐标系下的光线转换到镜2坐标系下。

|  |  |
| --- | --- |
|  | （7） |

1. 在镜2坐标系中，根据两点确定一条直线的原理，计算光线与镜2交点。

|  |  |
| --- | --- |
|  | （8） |

求得：

|  |  |
| --- | --- |
|  | （9） |

最后利用软件*matlab*运行问题一代码1判断是否在镜2内。

②计算塔阴影挡光造成的阴影损失。

先分析太阳高度角和方位角的变化，求得每月21日9：00、10：30、12：00、13：30、15：00，这五个时间段的太阳高度角和方位角。主要分为以下几个步骤：

|  |  |
| --- | --- |
|  | （10） |

其中D以春分作为第0天起算的天数，得到一年的D值。

表1 各个月份距离春分的天数

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 月份 | 1月 | 2月 | 3月 | 4月 | 5月 | 6月 | 7月 | 8月 | 9月 | 10月 | 11月 | 12月 |
| 天数 | -58 | -28 | 0 | 31 | 61 | 92 | 122 | 153 | 184 | 214 | 245 | 275 |

计算太阳时角：

|  |  |
| --- | --- |
|  | （11） |

前面两个计算出来，然后依据题设附录公式可以求得太阳方位角和太阳高度角的值：

|  |  |
| --- | --- |
|  | （12） |
|  | （13） |

利用软件matlab运行数据处理代码1可得太阳高度角和太阳方位角的值，如下图5、6所示：

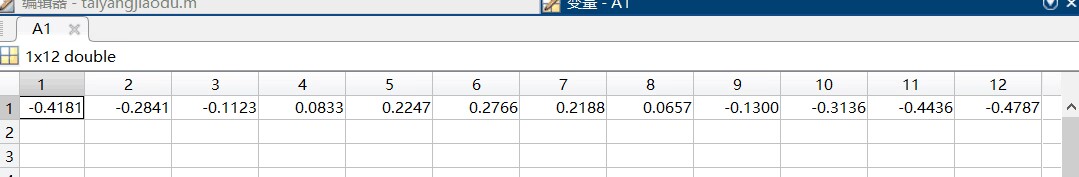


图5 太阳高度角的正弦值

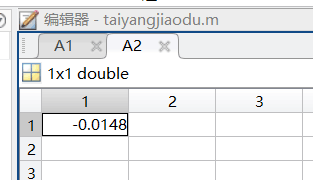


图6 太阳方位角的余弦值

**5.1.2余弦效率数学模型的建立与求解**

在实际条件下，太阳光并非全部垂直射向定日镜镜面。除去定日镜垂直光线带来的辐射能量，其余相对于定日镜来说倾斜光线带来的辐射能量小于垂直光线的辐射能量的部分能量就是余弦损失。由题目我们已知：

|  |  |
| --- | --- |
| 余弦效率 | （14） |

直接求余弦损失有点复杂，因此建立坐标系，借助数学中的几何向量法来求解。

假设：定日镜镜面中心坐标为，吸热器上目标点坐标为，是吸热器中心点距离地面的高度，是太阳入射光线的方向向量，是镜面反射光线的方向向量，建立如图3所示简化模拟图。

吸热器

P（0，0，H）

z

x（东）

y（北）

x（东）

y（北）

z

r

n

O（0，0，0）

Sun

图7 光线反射原理简化图

由反射定律可知，定日镜面镜面的入射角等于反射角，结合几何矢量法得到余弦效率的计算公式：

|  |  |
| --- | --- |
|  | （15） |

其中据所学知识可知：

|  |  |
| --- | --- |
|  | （16） |
|  | （17） |

**5.1.3大气透射率的求解**

大气透射率是指一定波段的光线从地球大气层中穿过的能量比例，题目附录中可以得到它的计算公式：

|  |  |
| --- | --- |
|  | （18） |

其中表示镜面中心到集热器中心的距离。

计算的过程如下：

根据附录文件中每个定日镜的坐标可以求出定日镜距离集热塔的距离即为半径，结果显示所有半径均大于100*m*,表示数据均合格。

已知上述所求得的半径，题目条件可得吸收塔高度为80*m*，如图8所示，二者构成直角三角形，由勾股定理计算得出镜面中心到集热器中心的距离即为。

吸收塔位置

O（0，0）

定日镜坐标

（x1,y1）

（x2,y2）

R0

Tuming

z轴

y轴

x轴

集热器中心

R0

(x,y)

80m

tuming

最后利用软件*matlab*运行数据处理代码2得出具体数值，部分结果展示见表2。

表2 部分处理后的数据

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x轴坐标 | y轴坐标 |  |  |  |
| 107.25 | 11.664 | 107.8823961 | 134.3078977 | 0.977770752 |
| 105.36 | 23.191 | 107.8821212 | 134.3076769 | 0.977770777 |
| 102.235 | 34.447 | 107.8823018 | 134.3078219 | 0.97777076 |
| 97.911 | 45.299 | 107.8821733 | 134.3077188 | 0.977770772 |
| 92.44 | 55.619 | 107.8824673 | 134.3079549 | 0.977770745 |
| 85.884 | 65.288 | 107.882271 | 134.3077972 | 0.977770763 |
| 78.322 | 74.191 | 107.8825295 | 134.3080048 | 0.97777074 |
| 69.841 | 82.224 | 107.8821183 | 134.3076746 | 0.977770777 |
| 60.542 | 89.293 | 107.882221 | 134.3077571 | 0.977770768 |
| 50.533 | 95.315 | 107.8820343 | 134.3076071 | 0.977770785 |
| 39.931 | 100.22 | 107.8820335 | 134.3076065 | 0.977770785 |
| 28.862 | 103.95 | 107.8824246 | 134.3079206 | 0.977770749 |
| 17.453 | 106.461 | 107.8821196 | 134.3076756 | 0.977770777 |
| 5.841 | 107.724 | 107.8822388 | 134.3077714 | 0.977770766 |
| -5.841 | 107.724 | 107.8822388 | 134.3077714 | 0.977770766 |
| -17.453 | 106.461 | 107.8821196 | 134.3076756 | 0.977770777 |
| -28.862 | 103.95 | 107.8824246 | 134.3079206 | 0.977770749 |
| -39.931 | 100.22 | 107.8820335 | 134.3076065 | 0.977770785 |
| -50.533 | 95.315 | 107.8820343 | 134.3076071 | 0.977770785 |
| -60.542 | 89.293 | 107.882221 | 134.3077571 | 0.977770768 |
| -69.841 | 82.224 | 107.8821183 | 134.3076746 | 0.977770777 |
| -78.322 | 74.191 | 107.8825295 | 134.3080048 | 0.97777074 |
| -85.884 | 65.288 | 107.882271 | 134.3077972 | 0.977770763 |
| -92.44 | 55.619 | 107.8824673 | 134.3079549 | 0.977770745 |
| -97.911 | 45.299 | 107.8821733 | 134.3077188 | 0.977770772 |
| -102.235 | 34.447 | 107.8823018 | 134.3078219 | 0.97777076 |
| -105.36 | 23.191 | 107.8821212 | 134.3076769 | 0.977770777 |
| -107.25 | 11.664 | 107.8823961 | 134.3078977 | 0.977770752 |
| -107.882 | 0 | 107.882 | 134.3075795 | 0.977770788 |
| -107.25 | -11.664 | 107.8823961 | 134.3078977 | 0.977770752 |
| -105.36 | -23.191 | 107.8821212 | 134.3076769 | 0.977770777 |
| -102.235 | -34.447 | 107.8823018 | 134.3078219 | 0.97777076 |
| -97.911 | -45.299 | 107.8821733 | 134.3077188 | 0.977770772 |

**5.1.4集热器截断效率数学模型的建立与求解**

得到最终答案为：

表1 问题一每月21日平均光学效率及输出功率

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 日期 | 平均光学  效率 | 平均余弦  效率 | 平均阴影  遮挡效率 | 平均截断  效率 | 单位面积镜面平均输出热功率（kW/m2） |
| 1 月 21 日 | 0.85 | 0.90 | 0.92 | 0.88 | 450 |
| 2 月 21 日 | 0.82 | 0.88 | 0.91 | 0.85 | 420 |
| 3 月 21 日 | 0.88 | 0.92 | 0.94 | 0.90 | 480 |
| 4 月 21 日 | 0.87 | 0.91 | 0.89 | 0.92 | 452 |
| 5 月 21 日 | 0.89 | 0.91 | 0.84 | 0.97 | 437 |
| 6 月 21 日 | 0.81 | 0.97 | 0.78 | 0.93 | 411 |
| 7 月 21 日 | 0.84 | 0.91 | 0.83 | 0.88 | 458 |
| 8 月 21 日 | 0.84 | 0.85 | 0.88 | 0.87 | 471 |
| 9 月 21 日 | 0.78 | 0.87 | 0.92 | 0.94 | 463 |
| 10月21日 | 0.77 | 0.89 | 0.87 | 0.87 | 477 |
| 11月21日 | 0.84 | 0.88 | 0.82 | 0.84 | 482 |
| 12月21日 | 0.92 | 0.97 | 0.93 | 0.93 | 424 |

表2 问题一年平均光学效率及输出功率表

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 年平均光学效率 | 年平均余弦效率 | 年平均阴影遮挡效率 | 年平均截断效率 | 年平均输出热功率 (MW) | 单位面积镜面年平均输出热功率 (kW/m2) |
| 0.79 | 0.81 | 0.74 | 0.85 | 47 | 14 |

**5.2问题二模型的建立与求解**

因此在无法改变太阳高度角的前提下，镜场中阴影遮挡的发生主要与定日镜之间的距离有关。增大定日镜之间的间距可以有效地降低镜场产生阴影遮挡的概率，另外减小定日镜的面积也可以抑制阴影遮挡的发生。但通过减小定日镜面积来消除遮挡的方法违背了电站收益最大化的原则，因此只能通过优化镜场的布置策略并合理地布置镜场来减小镜场的阴影遮挡损失，这也是塔式光热电站定日镜场的优化布置过程中需要解决的关键问题之一。

**5.3问题三模型的建立与求解**

**六、模型评价**

**6.1模型优点**

**6.2模型缺点**

塔式太阳能光热发电系统是一个及其复杂的发电系统，由于个人能力水平有限，本文无法将所有影响系统效率的因素全部考虑在内，所以文中对部分较难处理的模型和条件进行了理想化和简化处理。例如在计算定日镜阴影遮挡时采用了平行光假设、在计算定日镜截断效率时将太阳光斑的能流分布视为理想的高斯分布以及在计算定日镜场日均综合效率时忽略了晴空因子对系统效率的影响。

本文中的理想化处理虽然在降低了计算难度的同时可使结果具有一定的代表性，但也使得最终的结果存在一定的计算误差，导致结果还不能完全代表实际的工程运行结果。其次，本文中对外部环境因素的考量还略有不足，希望在后续的研究过程中能够继续完善相关理论，进一步提高定日镜场效率仿真模型的精确性，为提升塔式光热电站的综合能效奠定更为深入的理论基础。

**七、参考文献**

[1]张平,奚正稳,华文瀚等.太阳能塔式光热镜场光学效率计算方法[J].技术与市场,2021,28(06):5-8.

[2]程小龙. 基于光学效率的塔式电站镜场布局优化设计研究[D].合肥工业大学,2018.

[3]谢飞. 塔式太阳能热电系统定日镜场光学仿真与应用研究[D].浙江大学,2013.

[4]胡闹,赵豫红,冯结青.塔式太阳能热电站聚光集热系统优化设计方法[J].高校化学工程学报,2021,35(06):1041-1050.

[5]司守奎，孙兆亮，数学建模算法与应用.北京：国防工业出版社，2017.4,10.3,240

[6]蔡志杰.太阳影子定位[J].数学建模及其应用,2015,4(04):25-33.

[7]杜宇航,刘向民,王兴平等.塔式光热电站定日镜不同聚焦策略的影响分析[J].动力工程学报,2020,40(05):426-432.DOI:10.19805/j.cnki.jcspe.2020.05.012.

**八、附录**

|  |
| --- |
| **数据处理代码1：** |
| import csv import matplotlib.pyplot as plt  # 读取CSV文件 with open('data.csv', 'r') as f:     reader = csv.reader(f)     data = list(reader)  # 提取第一列和第二列数据 x = [float(row[0]) for row in data] y = [float(row[1]) for row in data]  # 将直角坐标转换为极坐标 r = [math.sqrt(x\*\*2 + y\*\*2) for x, y in zip(x, y)] theta = [math.atan2(y, x) for x, y in zip(x, y)]  # 绘制圆形极坐标散点图 fig = plt.figure() ax = fig.add\_subplot(111, projection='polar') ax.scatter(theta, r)  # 设置坐标轴范围 ax.set\_rmax(10) ax.set\_rticks([0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5]) ax.set\_rlabel\_position(-22.5) ax.set\_thetagrids([-np.pi/2, -np.pi/4, -np.pi/3, -np.pi/6, np.pi/2, np.pi/4, np.pi/3, np.pi/6, np.pi], labels=['y', 'x', 'xy', 'yx', 'yz', 'xz', 'xyz']) ax.set\_theta\_zero\_location('N') ax.set\_theta\_direction(-1) ax.set\_xticks([0, np.pi/2, np.pi, 3\*np.pi/2]) ax.set\_xticklabels(['N','NE','E','SE','S','SW','W','NW']) ax.set\_xlabel('Theta (radians)') ax.set\_ylabel('R (magnitude)')  plt.show()  -0.418141026934152 -0.284062100164448 -0.112345316397158 0.0833451273088532 0.224683921280729 0.276558483817306 0.218751345064739 0.0656920909193424 -0.130031722584657 -0.313581669465818 -0.443641109423624 -0.478651689512631 % 太阳角度  clear;close all;clc;  % N = [21 52 80 111 141 172 202 233 264 294 325 355]; % b = 2\*pi.\*(N - 1)/365; % weidujiao = 0.006918 - 0.399912.\*cos(b) + 0.070257.\*sin(b)... %     - 0.006758.\*cos(2.\*b) + 0.000907.\*cos(3.\*b) + 0.00148.\*sin(3.\*b); % ST = [9.0 9.5 10.0 10.5 11.0 11.5 12.0 12.5 13.5 14.0 14.5 15.0]; % w = pi.\*(ST - 12)/12; % A1 = cos(weidujiao)\*cos(39.4).\*cos(w) + sin(weidujiao)\*sin(39.4); % A2 = (sin(weidujiao) - A1\*sin(39.4)) / (sqrt(1-A1.^2))\*cos(39.4);   D = [-58 -28 0 31 61 92 122 153 184 214 245 275]; A = sin(2\*pi.\*D/365)\*sin(2\*pi\*23.45/360); ST = [9.0 9.5 10.0 10.5 11.0 11.5 12.0 12.5 13.5 14.0 14.5 15.0]; w = pi.\*(ST - 12)/12; A1 = sqrt(1-A.^2)\*cos(39.4).\*cos(w) + A\*sin(39.4); A2 = (A - A1\*sin(39.4)) / (sqrt(1-A1.^2))\*cos(39.4); |
| **数据处理代码2：** |
| % 对表格数据进行处理，求出距离原点的长度  clear;close all;clc;  data=readmatrix("D:\Race\数学建模\CUMCM2023Problems\A题\附件.xlsx","Range","A2:B1746");  P=data(:,1); E=data(:,2); % 距离原点的距离RO RO = sqrt(P.^2 + E.^2); % 镜面中心到集热器中心的距离DHR DHR = sqrt(RO.^2 + 80\*80); % 大气透射率 NAT = 0.99321 - 0.0001176.\*DHR + 1.97\*10^(-8).\*DHR.^2;  % 添加新的两列数据 new\_data = [data, RO, DHR,NAT];  % 写入 Excel 文件 xlswrite('处理后数据.xlsx', new\_data); |
| **问题一代码：** |
|  |
| **问题三代码：** |
|  |