

中山大学本科生期末考试

考试科目：《量子力学》（A 卷）

学年学期：2019 学年第 2 学期

姓名：_____

学院/系：物理学院

学号：_____

考试方式：开卷

年级专业：18 级 光信 物理 临床

考试时长：120 分钟

班别：_____

任课老师：梁世东、贺彦章、王志

警示

《中山大学授予学士学位工作细则》第八条：“考试作弊者，不授予学士学位。”

-----以下为试题区域，共 4 道计算题和 3 道简答题，总分 100 分，考生请在答题纸上作答-----

一. 计算题

1. (20 分) 定义 $\hat{J} \equiv \hat{L} \cdot \hat{S}$ ，已知 $\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}} R_{21}(r) Y_{11}(\theta, \varphi) (\chi_{\uparrow} + \chi_{\downarrow})$ 。其中， χ_{\uparrow} 和 χ_{\downarrow} 是 \hat{S}_z 的本征态。

(1) 求 \hat{J} 在 ψ 上的统计平均值；

(2) 求 \hat{J} 在 ψ 上的均方差；

(3) 求 ψ 上的 $\overline{L_x S_x} + \overline{L_y S_y} + \overline{L_z S_z}$ 。

提示： $\hat{L}_x Y_{11} = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} Y_{10}$ ， $\hat{L}_y Y_{11} = \frac{i\hbar}{\sqrt{2}} Y_{10}$

2. (15 分) 粒子在复势场 $U(\vec{r}) = i f(\vec{r})$ 中运动，求 $\frac{\partial w}{\partial t}$ 与 \vec{J} 的满足连续性方程，并说明概率是否守恒。其中， $f(\vec{r})$ 为实函数， w 为概率密度， \vec{J} 为概率流密度矢量。

3. (20 分) 粒子(质量为 μ) 在以下无限深势阱 $U(x)$ 中运动，且受到弱场 $U' = \frac{1}{2} \mu \omega^2 x^2$ 的作用，用微扰方法。

$$U(x) = \begin{cases} 0, & -a \leq x \leq a \\ \infty, & \text{else} \end{cases}$$

(1) 写出 $H^{(0)}$ ，并求相应的本征值 $E_n^{(0)}$ 及其本征函数 $\psi^{(0)}$ 。

(2) 写出 H' ，并求 H 的本征能量的一级近似。

提示： $\int_{-a}^a x^2 \sin^2 \frac{n\pi(x+a)}{2a} dx = (\frac{1}{3} - \frac{2}{n^2\pi^2}) a^3$

4. (15分) 对于泡利算符 $\hat{\sigma}$,

(1) 写出各分量 $\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z$ 之间的对易关系;

(2) 推导各分量之间的反对易关系;

(3) 定义 $\hat{\sigma}_+ = \hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y$ 和 $\hat{\sigma}_- = \hat{\sigma}_x - i\hat{\sigma}_y$, 证明: $[\hat{\sigma}_+, \hat{\sigma}_-] = 4\hat{\sigma}_z$ 。

二. 简答题 (每题 10 分) 请用简洁、准确和专业的语言回答下面问题:

1. 如何理解量子力学中的算符?

2. 举例氢原子谱线的三种效应, 并对比。

3. 在学习本课程期间, 除了听网课、做作业和看课本外, 你有没有自学一些关于量子力学的课外知识, (1) 如果有, 通过什么渠道学习? 学到什么课本没有的新内容? (2) 如果没有, 为什么?