

09、研 11 年级 物理、逸仙班、研 11 专业 姓名：_____ 学号：_____

老师姓名：林琼桂

考试成绩：

一、(本题 50 分, 每小题 5 分) 在正确陈述的序号前打 \checkmark 。

1. 全同粒子无法区分, 是因为 ① 它们本质上就是不可区分的. ② 目前的实验技术还不够精密.
2. 对一个比较复杂的量子多体系统作理论研究, 其困难主要在于 ① 难以断定 Schrödinger 方程 $i\hbar\partial\psi/\partial t = H\psi$ 是否适用. ② H 较难构造, Schrödinger 方程较难求解.
3. 对于 Hamiltonian 含时的体系, 假设已经解出任意时刻 $H(t)$ 的本征方程 $H(t)\varphi_n(t) = E_n(t)\varphi_n(t)$, 则. ① $\varphi_n(t)e^{-iE_n(t)t/\hbar}$ ② $\varphi_n(t)e^{-(i/\hbar)\int_0^t E_n(\tau)d\tau}$ 是 Schrödinger 方程的解. ③ 以上两者一般都不是解.
4. 粒子在势场 $V(\mathbf{x}) = axy + byz + czx$ 中运动, 其中 a, b, c 是常数, 则波包中心的运动规律与经典粒子 ① 相同. ② 不一定相同, 只当 $a = b = c$ 时才相同.
5. 设一维谐振子的初态为 Gauss 波包, 则在随后的演化中, ① 波包的形状可能经历复杂的变化, 但不会扩散. ② 如果初态波包的中心和宽度不恰当, 则可能扩散.
6. 在 Lorentz 变换 $x \rightarrow x' = ax$ 下, 标量场 $\phi(x)$ 的变换规律是 ① $\phi(x') = \phi(x)$ ② $\phi'(x) = \phi(x)$ ③ $\phi'(x') = \phi(x)$.
7. 三维各向同性谐振子势 $V(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mu\omega^2 r^2$ 比一般中心力场具有更高的对称性. 下列哪种改变会破坏这种对称性? ① 改变 μ 使其不同于动能项 $p^2/2\mu$ 中的 μ . ② 改变 ω 的幂次. ③ 改变 r 的幂次.
8. 力学量 F 不显含 t , 即 $\partial F/\partial t = 0$, 在任一态中, F 的平均值 ① 必不随时间变化. ② 可能随时间变化.
9. 设一体系具有空间转动不变性和空间反演不变性, 那么下列各算符中哪一个可以成为其 Hamiltonian 中的一项 (引入系数 c_1 等是为了保证量纲正确)? ① $c_1 \mathbf{x} \cdot \mathbf{p}$ ② $c_2 \mathbf{x} \cdot \mathbf{L}$ ③ $c_3 \mathbf{p} \cdot \mathbf{L}$ ④ $c_4 L_z$
10. 对于在电磁场中运动的带电粒子, 其 Hamiltonian 中出现的是 ① 电场和磁场 E, B ② 四维矢势 φ, \mathbf{A} .

二、(本题 35 分) 一体系的 Hamiltonian 为 $H = \varepsilon(a^\dagger a + b^\dagger b) + \varepsilon'(a^\dagger b + ab^\dagger)$, 其中 a, b 为算符, a^\dagger, b^\dagger 是其 Hermite 共轭, 满足 $[a, a^\dagger] = [b, b^\dagger] = 1$, 其余对易关系为 0, $\varepsilon, \varepsilon'$ 均为正实数.

1. 定义算符 $c = a \cos \theta + b \sin \theta$, $d = a \sin \theta - b \cos \theta$, 其中 $\theta \in \mathbb{R}$ (Bogliubov 变换), 试求出 $c, d, c^\dagger, d^\dagger$ 间的对易关系. (10 分)
2. 求出反变换, 并将 H 用 $c, d, c^\dagger, d^\dagger$ 表出. (15 分)
3. 求 θ 使 H 只包含 $c^\dagger c$ 和 $d^\dagger d$ 项, 并写出消去 θ 后的 H . (10 分)

三、(本题 15 分) 一粒子带电 q , 质量为 M , 在 xy 平面上运动, 粒子受 z 方向的均匀磁场 B ($B > 0$) 作用, 取矢势为 $A_x = 0, A_y = Bx$, 其 Hamiltonian 为

$$H = \frac{1}{2M} [p_x^2 + (p_y - qBx)^2].$$

1. 试给出定态能级和归一化波函数. (10 分)
2. 如果改取矢势为 $A'_x = Cx, A'_y = Bx + Cy$, 其中 C 为常数, 试重新给出定态能级和归一化波函数. (5 分) (提示: 可利用上一小題的结果.)